

I Theonis datorum libelli duo di Francesco Maurolico

Veronica Gavagna e Rosario Moscheo*

1. Maurolico ed Euclide

Gli studi condotti in questi ultimi anni sulla figura del matematico messinese Francesco Maurolico (1494-1575) hanno permesso di delineare con nitidezza via via crescente gli aspetti più rilevanti della sua produzione scientifica e di precisare i termini in cui essa si colloca nell'ambito della matematica rinascimentale¹. Protagonista indiscusso di quel fenomeno che E. Garin ha efficacemente definito come il "ritorno dei filosofi antichi"², Maurolico dedicò gran parte della propria vita a cercare di ricostruire e restituire al suo tempo le opere matematiche della Classicità. Questo ambizioso programma si svolgeva con una realtà poco incoraggiante, dato che il matematico messinese si trovava spesso a disporre di edizioni a stampa poco accurate, di codici fortemente corrotti o, nella peggiore delle ipotesi, di scarni frammenti o brani antologici. La strategia che Maurolico

* Veronica Gavagna, Dipartimento di matematica "L. Tonelli", Via F. Buonarroti 2, 56127 Pisa. e-mail: gavagna@mail.dm.unipi.it, Rosario Moscheo, Dipartimento di filosofia, Via Concezione 8, 98122 Messina. e-mail: rmoscheo@unime.it. Gli autori, pur condividendo la responsabilità scientifica delle tesi sostenute in questo articolo, tengono a precisare che i §§ 1-6 sono dovuti a V. Gavagna, mentre i §§ 1.1-1.3 dell'*Appendice* e l'edizione critica sono dovuti a R. Moscheo. Gli autori desiderano ringraziare Pietro Nastasi, per aver messo a disposizione alcune sue considerazioni sui *Data* e per aver collaborato ad una prima trascrizione del testo, Paolo Mascellani, Riccardo Bellé, Emiliano Mucchi per il supporto informatico e soprattutto Pier Daniele Napolitani, per le stimolanti discussioni che hanno offerto lo spunto per sviluppare alcune tesi presentate in questo lavoro.

¹ Un quadro generale dei rapporti di Maurolico con la matematica del suo tempo si trova ben delineato nei lavori di [Napolitani 1988] e [Napolitani 1997], mentre per un'analisi complessiva della figura del matematico messinese, si rimanda ai fondamentali contributi di [Moscheo 1988], [Moscheo 1998] e [Sutto 1998]. Per una bibliografia aggiornata degli studi su Maurolico, si veda il sito *Francesco Maurolico Opera Matematica*, dedicato al progetto di edizione elettronica dell'opera matematica: <http://www.maurolico.unipi.it>.

² [Garin 1994].

adottò per restituire ai testi una loro integrità, fu essenzialmente quella di interpolare e dividere i passaggi matematici mancanti sulla base delle proprie conoscenze, al fine di ricostruire, come ha sottolineato P.D. Napolitani, un "sapere *matematicamente integrato*"³.

Il completo recupero del *corpus* matematico classico non poteva certo prescindere da una profonda assimilazione della sua opera centrale, gli *Elementa* di Euclide, di cui Maurolico infatti si occupò a lungo, tentando di reinterpretare in chiave aritmetica l'impostazione geometrica originale⁴. Prima del 1534 il messinese compose un'edizione presumibilmente completa degli *Elementa*, di cui tuttavia ci sono pervenuti in forma manoscritta i libri V e VII-X [Maurolico ms. San Pantaleo 116/33], ed un'edizione a stampa dei libri "solidi" XIII-XV apparsa nel volume miscelaneo degli *Opuscula Mathematica* [Maurolico 1575, pp. 103-144]. Fra le carte mauroliciane si trova altresì un interessante compendio dei primi dieci libri degli *Elementa* [Maurolico ms. 7463] che risale ai primi mesi del 1567⁵. L'interesse di Maurolico per l'opera euclidea non rimase confinato tuttavia al solo ambito degli *Elementa*, ma si estese anche all'*Optica*, alla *Catoptrica*⁶, ai *Phaenomena* e, appunto, ai *Data*.

2. I *Data* di Euclide

I *Data* sono una raccolta di proposizioni che, dal punto di vista dei contenuti matematici, non offre risultati sostanzialmente nuovi rispetto ai primi sei libri degli *Elementa*, ma li presenta in una forma diversa dai tradizionali teoremi o problemi. Lo scopo di queste proposizioni, parafrasando T. Heath, è quello di provare che, se in una data figura alcuni elementi o relazioni sono date, allora sono date anche altre parti o relazioni⁷.

Naturalmente un'affermazione di questo genere pone subito il problema di chiarire in quale senso si debba intendere che un oggetto o una relazione matematica sono *dati*. La risposta a questa domanda

si trova nelle quindici definizioni con cui si aprono i *Data*⁸. Le superfici, le rette (intese come segmenti), gli angoli e i rapporti sono dunque *dati in grandezza* quando è possibile costruire degli oggetti uguali (deff. 1-2)⁹; figure rettilinee sono invece *date in specie* quando sono noti gli angoli oppure i rapporti fra i lati (def. 3); infine i punti, le linee e gli angoli sono *dati in posizione* quando occupano sempre lo stesso posto (def. 4)¹⁰. Da queste quattro definizioni principali derivano le successive: ad esempio, un cerchio è dato in posizione e in grandezza quando il suo centro è dato in posizione ed il raggio è dato in grandezza (def. 6), mentre un segmento circolare è dato in grandezza quando sono dati in grandezza gli angoli e la base (def. 7). Le 94 proposizioni che seguono¹¹, si possono classificare secondo questo criterio: proposizioni sulle grandezze in generale (propp. 1-23), sulle linee (propp. 24-38), sulle figure rettilinee (propp. 39-86) e sul cerchio (propp. 86-94). A titolo di esempio, riportiamo qualche enunciato:

(7) Se una data grandezza viene divisa in due parti secondo un rapporto dato, è data anche ognuna delle parti;

(25) Se si intersecano due linee date in posizione, allora anche il punto di intersezione è dato in posizione;

(40) Un triangolo è dato in specie se sono dati in grandezza i singoli angoli;

(80) Se in un triangolo sono dati un angolo ed il rapporto fra il rettangolo costruito sui lati che lo contengono ed il quadrato del lato opposto, il triangolo è dato in specie;

(91) Se da un punto dato, esterno rispetto ad un cerchio dato in posizione, si traccia un secante al cerchio, allora è dato anche il rettangolo avente per lati l'intera secante ed il segmento che ha per estremi il punto dato e l'intersezione fra la secante ed il cerchio.

Nei paragrafi successivi, dopo aver illustrato brevemente i contenuti matematici dei *Theonis Data* di Francesco Maurolico (§ 3), si cercherà

⁸ Una risposta, va detto, non priva di ambiguità, dato che nel V secolo il filosofo Marino di Neapoli sentì l'esigenza di scrivere una "protheoria" in cui si passavano in rassegna i vari significati attribuiti al termine *dato* da diversi matematici e studiosi in genere. Sul commento di Marino si veda [Michaux 1947].

⁹ Precisiamo che, qui e nel seguito, quando non diversamente indicato, ci riferiremo all'edizione critica dei *Data* curata da [Menge 1896]. Segnaliamo tuttavia la recentissima pubblicazione di una nuova edizione dei *Data* in [Tatshak 2003].

¹⁰ Come osserva [Heath 1921, p. 422] si tratta di una definizione piuttosto ambigua.

¹¹ Seguiamo qui la numerazione proposta da [Menge 1896], ma va detto che secondo Pappo [Hultsch 1876-77] e Zamberti [Zamberti 1505] le proposizioni contenute nei *Data* sono rispettivamente 90 e 95.

³ [Napolitani 1997, p. 124].

⁴ Questo giudizio vale soprattutto per il compendio del quinto e del decimo libro degli *Elementa*. Sulla questione si veda [Sutro 2000] che offre un'analisi dettagliata ed un'edizione critica del compendio del quinto libro.

⁵ Sulla genesi di tale compendio e del contesto nel quale maturò si veda [Moscheo 1998].

⁶ Anche se i compendi di queste due opere, citati in alcuni scritti mauroliciani, non ci sono pervenuti, l'influenza dell'ottica euclidea nei trattati del messinese è ben documentata in [Belle 2001].

di chiarire a quali fonti possa essersi ispirato (§ 4) e di delineare il ruolo ricoperto da quest'opera nel *corpus* mauroliciano (§ 5) e nella matematica cinquecentesca (§ 6). A questa analisi segue, in appendice, l'edizione critica del testo, che è stata realizzata tramite un particolare linguaggio sviluppato nell'ambito del progetto di edizione elettronica dell'opera matematica di Maurolico, che, non a caso, prende il nome di MauroTeX¹².

3. I *Data* di Maurolico

Un "enchiridion datorum brevis sed rebus usitatiss refertius": così Francesco Maurolico definiva i *Theonis ex traditione Pappi Datorum libelli duo cum additionibus nostris* confrontandoli con i *Data* di Euclide¹³ ai quali lo stesso titolo fa riferimento. Quest'opera non si configura quindi come un compendio, definizione che può al più ritenersi appropriata per il primo dei due libri, ma piuttosto come una ricca miscellanea di proposizioni di carattere aritmetico e geometrico, "quae ad planorum triangulorum scientiam facerent" (c. 6r), attinte da diversi autori, fra cui lo stesso Maurolico.

Il primo libro, datato 7 aprile 1554, oltre alle 15 definizioni iniziali presenta dunque una scelta, *ex traditione Maurolyci*, di 34 delle 95 proposizioni dei *Data* euclidei, che conservano la numerazione originale.

I primi teoremi sono dedicati allo studio delle relazioni fra grandezze proporzionali e non (Th. 1-11, 22-28, 32 e *continctim* "14, 15, 21, 20"), mentre i successivi stabiliscono i criteri che consentono di determinare univocamente un triangolo o una classe di triangoli simili (Th. 39-46) e studiano alcune caratteristiche dei poligoni simili (Th. 47-55). Gli ultimi teoremi indagano le relazioni che si possono stabilire fra i lati di un triangolo avente un angolo dato (Th. 66 e 67) e sono propedeutici all'ultima proposizione (Th. 80), in cui si mostra come una classe di triangoli simili aventi un angolo assegnato possa essere determinata univocamente quando sia noto il rapporto fra il rettangolo costruito sui lati che comprendono l'angolo fissato ed il quadrato costruito sul lato rimanente.

Pur evidenziando una stretta dipendenza dai *Data* euclidei, il primo libro cerca di mantenere al contempo una propria unità. Le propo-

¹² Sul MauroTeX si veda [D'Alessandro, Mascellani, Napolitani, Saito, Tassara 2001], oppure le informazioni disponibili nel sito del "Progetto Maurolico": <http://www.maurolico.unipi.it/mtx/mtrx.htm>.

¹³ In quest'opera Maurolico non attribuisce mai i *Data* ad Euclide, ma sempre a Teone. Successivamente, nella lettera indirizzata al viceré Juan de Vega nel 1556, si riferirà ai "Datorum Euclidis sive Theonis" ([Maurolico ms. 7473, c. 7 v], [Moscheo 1998, pp. 287-306]).

sizioni scelte da Maurolico formano infatti un libro autonomo in cui ogni dimostrazione trova la propria giustificazione in qualche risultato precedentemente esposto, appoggiandosi eventualmente solo su proposizioni esterne ai *Data* tratte dagli *Elementa*. Maurolico dunque seleziona i teoremi che ritiene più importanti, ma li corregge di tutti i risultati intermedi che servono alla dimostrazione: per questo motivo è frequentissimo trovare espressioni quali "per praemissam" o "per antepaemissam" o riferimenti a qualche proposizione "huius libelli". L'indipendenza del testo mauroliciano da quello euclideo è sottolineata dal fatto che la numerazione delle proposizioni si muove in realtà su due piani: a margine del testo segue i *Data* euclidei, mentre nel corso delle dimostrazioni si fa uso di una numerazione interna progressiva. Questi due sistemi di numerazione vengono posti in corrispondenza solamente nell'ultima proposizione, quando Maurolico rimanda alla "26^{am} huius libelli, quam fuit 45^{am} in ordine *Datorum*".

Nella prefazione al secondo libro, datato 13 aprile 1554, l'autore spiega come le proposizioni euclidee riportate nel primo libro debbano venire integrate da ulteriori risultati sulle relazioni fra grandezze e sui triangoli, tratti dai suoi *Data arithmetica*. I primi 8 teoremi aritmetici spiegano essenzialmente come determinare due grandezze conoscendone la somma ed il prodotto (Th. 4), la differenza ed il prodotto (Th. 5), oppure il rapporto ed il prodotto (Th. 8). I successivi teoremi di geometria elementare mostrano come sia possibile determinare una delle tre altezze, e quindi l'area, di un triangolo di lati noti (Th. 10 e 11) oppure spiegano come calcolare, nelle ipotesi precedenti, l'area di un triangolo (si tratta del Th. 13 che applica la cosiddetta "formula di Erone"). L'ultimo teorema di questa sezione (Th. 15), di origine euclidea, spiega come costruire, all'interno di uno stesso cerchio, poligoni regolari di 3, 4, 5, 6 e 10 lati.

I risultati che seguono hanno l'evidente scopo di preparare ad una lunga digressione sulla trigonometria sferica: si tratta di alcuni teoremi sulle relazioni fra archi e corde di uno stesso cerchio (Th. 17-20) oppure fra lati ed angoli di un triangolo piano (Th. 21 e 22) e sferico (Th. 23). Con il teorema 23 si interrompe la numerazione progressiva per aprire una sezione intitolata *Data Sphaeralium Triangulorum*, i cui primi 11 teoremi indagano, come nel caso dei triangoli piani, i rapporti fra lati ed angoli di un triangolo sferico e costituiscono gli strumenti necessari alla costruzione delle tavole trigonometriche del seno, della tangente e della secante, per la cui analisi dettagliata Maurolico rimanda ai propri *Sphaericorum libri duo*.

Concluso il capitolo dedicato alla trigonometria sferica, l'ultima parte del secondo libro è dedicata alla geometria solida ed al cerchio. La numerazione riprende da dove si era interrotta con il teorema 24, che

propone la costruzione dei 5 poliedri regolari in una sfera e con il teorema 25, che inverte il risultato precedente determinando il diametro della sfera circoscritta ad un poliedro regolare dato. Prima di proseguire con le proposizioni relative alla sfera, in cui si spiega come ricavare la superficie ed il volume di una sfera di diametro noto (Th. 31 e 32) e viceversa (Th. 33 e 34), Maurolico presenta alcuni risultati sulla geometria del cerchio che consentono di determinare la circonferenza e l'area di un cerchio di diametro noto (Th. 27 e 29) e, viceversa, di calcolare il diametro di un cerchio noti rispettivamente la circonferenza e la superficie (Th. 28 e 30). Una nuova e più agile versione dei teoremi 30 e 34 viene proposta in una *Additio* che basa le dimostrazioni sul fatto che il rapporto fra l'area di un cerchio ed il quadrato del suo diametro vale 11:14, mentre quello fra il volume della sfera ed il cubo del diametro vale 11:21.

Chiude il secondo libro un'appendice, datata 17 aprile 1554, in cui si chiede di determinare la radice quadrata e cubica di una grandezza assegnata. Dal punto di vista geometrico, come è noto, il problema equivale all'inserzione rispettivamente di una o due medie proporzionali fra due grandezze date. L'ultimo caso, strettamente connesso alla questione della duplicazione del cubo, era stato risolto geometricamente da diversi matematici antichi, le cui soluzioni si trovano raccolte nel Commento di Eutocio alla prima proposizione del secondo libro del *De Sphaera et Cyliandro* archimedei (Heiberg 1881b, v. III). Nei suoi *Data*, Maurolico ripropone, senza molti dettagli, la costruzione di uno di questi matematici, Filone di Bisanzio, sostanzialmente simile a quella di Apollonio.

4. Le fonti dei *Data* di Maurolico

Secondo la ricostruzione storica proposta nel XIX secolo da H. Menge, rivista in tempi più recenti da S. Ito, il testo dei *Data* subì modifiche importanti già nel II a.C. quando "Apollonius quidem tres illas definitiones addidisse putandum est, quae vulgo sunt decima tertia, quarta, quinta quasque ad eum scholiasta tradit referri" [Menge 1896, p. XLIX] ed inoltre – aggiunge Menge – "iam ante Theonem manifestum est *Datorum* librum multis locis et erroribus depravatum et interpolationibus inquinatum esse". I *Data* che Pappo, vissuto prima di Teone, descrisse nel IV secolo d.C. nel VII libro delle sue *Mathematicae Collectiones*, appaiono infatti già piuttosto diversi da quelli che ci sono pervenuti¹⁴.

¹⁴ In particolare coincidono fino alla proposizione 62, mentre le proposizioni successive non corrispondono né nell'ordine, né nel numero. Pappo infatti descrive 90 proposizioni invece delle 95 dell'*editio princeps*. Per un'analisi più dettagliata si veda [Menge 1896, *Prolegomena*].

Sebbene la rivisitazione più profonda dell'opera euclidea sia da attribuire proprio a Teone di Alessandria (IV sec. d.C.), secondo Menge quella teonina non fu l'ultima manipolazione subita ("nec post Theonem defuerunt qui *Datorum* librum omni genere interpolationum contaminarent") e a testimonianza di questi continui interventi sono rimaste le molteplici dimostrazioni alternative (*aliter*) che accompagnano le proposizioni 19, 24, 27, 33, 34, 45, 46, 54, 55, 67, 68, 80, 92 e 94. Nel V secolo, inoltre, al testo vero e proprio dei *Data* si aggiunse la cosiddetta "protheoria Marini", un commento esplicativo sul concetto di *dato*, premesso all'opera euclidea dal filosofo Marino di Neapoli, studente e successore di Proclo ad Atene.

Le vicissitudini storiche subite dai vari codici portarono alla circolazione, nell'Europa medievale, di tre principali redazioni dei *Data*, appartenenti rispettivamente

- alla tradizione teonina;
- alla tradizione araba basata su codici pre-teonini tradotti e rivisti da Ishāq ibn Hunayn e Thābit ibn Qurra nel IX secolo e da al-Tūsī nel XIII secolo¹⁵ e nuovamente tradotti in latino da Gerardo da Cremona alla fine del XII secolo¹⁶,
- alla tradizione greca risalente a testi pre-teonini, che avevano costituito la base per un'anonima traduzione latina risalente al XII secolo¹⁷.

La redazione dei *Data* che ebbe più fortuna nel Rinascimento fu quella teonina, che venne parzialmente tradotta dal greco in latino da Giorgio Valla nel *De expetendis et fugiendis rebus* del 1501 (Libro XI, Cap. XX *De Datis*) e pubblicata poi integralmente da Bartolomeo

¹⁵ Sulla tradizione araba dei *Data* si veda [Thaer 1942].

¹⁶ Gerardo da Cremona (1114-1187) fu un eccezionale traduttore di opere scientifiche in lingua araba, che visse ed operò prevalentemente a Toledo. Fra le sue traduzioni più importanti figura quella dell'*Almagesto* di Tolomeo. Mentre, per quanto concerne il nostro studio, giova ricordare che a Gerardo è stata attribuita una pregevole edizione degli *Elementa*, che presenta un testo migliore delle altre traduzioni latine in circolazione e, fra tutte le versioni arabo-latine, è il più vicino alla tradizione greca [Bisard 1984, p. XIII]. L'elenco delle traduzioni di Gerardo, compilato dopo la sua morte dai suoi discepoli della scuola di Toledo, è tradito da una serie di codici e testimoni ([Pizzamiglio 1988, p. 15], [Lemay 1978]), ma il più importante ed ampio, contenuto nel *Cod. Vat. Lat. 2392* (cc. 97r-98r) risalente al sec. XIV, fu reso noto da Baldassarre Boncompagni che ne pubblicò una trascrizione accompagnata da una riproduzione in fac-simile [Boncompagni 1851].

¹⁷ Sul quattro codici latini, conservati ad Oxford, Parigi, Dresda e Berlino, unici rappresentanti di questa tradizione, si è basata l'edizione critica pubblicata in [Ito 1980]. Secondo lo studioso giapponese, l'anonimo traduttore che sta all'origine di questi codici si potrebbe individuare in un non meglio identificato studioso salernitano che visse ed operò in Sicilia nel XII secolo, al quale si deve anche una traduzione latina dell'*Optica* e *Catoptrica* di Euclide oltre che dell'*Almagesto* di Tolomeo e dell'*Elementatio physica* di Proclo.

Zamberti assieme all'edizione degli *Elementa* e ad altre opere euclidee nel 1505¹⁸.

Come ha già rilevato Menge, è molto probabile che i due umanisti abbiano usato lo stesso codice greco¹⁹, di cui la Biblioteca Estense di Modena conserva una copia postillata da Valla. Più di recente Ito, confrontando brevemente i due testi, ha rilevato che "although Zamberti seems to have consulted Valla's translation published four years before, his rendering is not unfrequently different from Valla's. As a whole, Zamberti's translation is rather better than Valla's. Both these translations seem to be based on Theonine manuscripts"²⁰.

4.1 L'editio princeps di Bartolomeo Zamberti

Poiché Maurolico poteva disporre sia dell'edizione dei *Data* di Valla sia di quella di Zamberti, si pone anzitutto il problema di stabilire se egli le abbia utilizzate entrambe oppure ne abbia privilegiata una soltanto. Il fatto che i *Data* mauroliciani presentino proposizioni assenti nell'opera di Valla – come si può constatare dalla Tabella 1, in cui si mettono a confronto le proposizioni selezionate da Valla con quelle scelte da Maurolico – induce a ritenere che l'editio princeps di Zamberti possa ritenersi la fonte diretta dell'opera di Maurolico²¹.

¹⁸ Il piacentino Giorgio Valla (1447-1500) è una figura centrale dell'umanesimo matematico italiano. Allievo del matematico Giovanni Marliani e collezionista di numerosi manoscritti, fra cui il celebre *Codice A* di Archimede, fu autore della monumentale opera *De expetendis et fugiendis rebus* (Valla 1501), pubblicata postuma in due imponenti infolio per i tipi di Aldo Manuzio. Si tratta di una enciclopedia delle scienze e delle arti compilata utilizzando testi di scienziati e filosofi greci (la tradizione araba è sistematicamente esclusa), che vengono così immessi in circolo nel Cinquecento. L'opera parte dall'aritmetica, dalla musica, dalla geometria e dall'astronomia (18 libri) per passare alla filosofia naturale ed alla medicina. Seguono la grammatica, la dialettica, la poetica, la retorica, la filosofia morale, la politica e l'economia [Garin 1994, p. 115]. Benché manchi a tutt'oggi una compiuta analisi del *De expetendis*, almeno nella sua parte matematica, si può comunque affermare che la scelta dei brani antologizzati e delle epitomi presentate da Valla segue spesso criteri oscuri e offre al lettore, ad esempio nel caso dei *Data*, la netta sensazione che l'autore abbia selezionato le proposizioni dal codice originale in maniera sostanzialmente casuale o comunque estranea a criteri di coerenza matematica. Fra i pochi studi sull'attività scientifica di Valla e Zamberti, che ne fu probabilmente allievo e che pronunciò l'orazione funebre in sua memoria [Rose 1976], segnaliamo [Heiberg 1881a], [Heiberg 1896], [Rose 1975, pp. 49-53] e [Gardinal 1981].

¹⁹ "Totum *Datorum* librum primus Latine edidit Bartholomeo Zambertus Venetis 1505, qui estis Euclidis scripta minus ad verbum expressit quam Valla, tamen dubitari non potest, quin eodem codice Monac. 361 usus sit, cui tum et pars chartacea addita erat et non paucis locis duabus manibus medicina multas aliis locis Monac. et Zambertus conspiciat" [Menge 1896, p. LVI].

²⁰ [Ito 1980, p. 17].

²¹ Nella prima colonna abbiamo indicato le proposizioni dei *Data* secondo la numerazione presente nell'edizione di Zamberti, nella seconda e terza colonna abbiamo invece posto le proposizioni selezionate da Valla e da Maurolico. Poiché le proposizioni del *De expetendis* non sono numerate, per maggiore chiarezza le abbiamo indicate attribuendo loro la numerazione delle corrispondenti proposizioni del testo di Zamberti.

Tabella 1: Le proposizioni dei *Data*

Zamberti	Valla	Maurolico	Zamberti	Valla	Maurolico
1-11	1-11	1-11	51	–	51
12-13	12-13	–	52	52	52
14	14	14 ^a	53-54	–	53-54
15	–	15	55	55	55
16	–	–	56-57	–	–
17	17	–	58	58	–
18-19	–	–	59	–	–
20-23	–	20-23	60-61	60-61	–
24-26	24-26	24-26	62-65	–	–
27-28	–	27-28 ^b	66	–	66
29	29	–	67	67	67
30	–	30	68-69	–	–
31	31	31	70	–	–
32-33	–	32-33 ^c	71	71	–
34	34	34	72	72	–
35	–	35	73	–	–
36-38	–	–	74-79	74-79 ^d	–
39-40	39-40	39-40	80	80	80
41-42	–	41-42	81	81	–
43	43	43	82-84	–	–
44	–	44 ^d	85	85	–
45-46	–	45-46	86-88	–	–
47-48	47-48	47-48	89-91	89-91	–
49	–	49	92-95	–	–
50	50	50			

^a Le propp. 14, 15, 20 e 21 sono state riunite in un'unica proposizione indicata come "14, 15, 21, 20".

^b Le propp. 28-31 sono state accorpate nella proposizione indicata con "28" etc. "

^c Le propp. 32-35 sono state accorpate nella proposizione indicata con "32" etc. "

^d Questa proposizione è compresa, senza alcuna indicazione, nella proposizione 43.

^e La proposizione 74 si trova inserita fra la 77 e la 78.

Oltre la corrispondenza fra le numerazioni delle proposizioni, va osservato che non solo l'introduzione dei *Data* di Maurolico riprende alcuni concetti presenti nella "protheoria Marini" pubblicata nell'edizione di Zamberti, ma 6 delle 15 definizioni del suo testo, e precisamente le definizioni 1, 2, 4, 5, 9, 10, sono del tutto identiche a quelle di Zamberti. Le differenze che presentano le rimanenti definizioni maurolicane, oltre ad una maggiore stringatezza, vanno dalla semplice inversione di uno o più termini, alla pressoché sistematica sostituzione dei termini zambertiani "signum" e "fines" rispettivamente con "punctum" e "limites"²².

²² È opportuno segnalare la correzione apportata da Maurolico al refuso tipografico contenuto nella definizione 12 di Zamberti (peraltro formulata correttamente nel *De expetendis* di Valla) che

Per quello che riguarda i teoremi veri e propri, la dipendenza dall'edizione di Zamberti si limita all'adozione della stessa numerazione posta a margine del testo di Maurolico: gli enunciati, a parte il primo, sono formulati in maniera diversa e le dimostrazioni presentano notevoli differenze. Inoltre, qualora lo ritenga opportuno, Maurolico non esita a raggruppare due o più proposizioni in una sola, mantenendo tuttavia nella numerazione una traccia delle proposizioni originali, indicate, ad esempio, come "28 etc." oppure "14, 15, 21, 20". Per confrontare meglio gli stili dei due testi, si vedano alcuni esempi significativi riportati nella Tabella 2.

Mentre nel caso degli enunciati il testo mauroliciano si distingue per una spiccata capacità di sintesi, per ciò che concerne le dimostrazioni, la differenza col testo di Zamberti verte sulla scelta, frequentissima, di un diverso percorso logico-matematico che conduce dall'ipotesi alla tesi.

In alcuni casi, inoltre, Maurolico non fornisce nemmeno una vera e propria dimostrazione, ma si limita a dei lapidari "patet" o "constat". Si consideri, a titolo di esempio, il caso della proposizione 5, "Totius ad abscurum ratione data: datur et totius ad residuum ratio", in cui si vuole provare che quando è dato il rapporto fra una grandezza ed una sua parte, allora è dato anche il rapporto fra la stessa grandezza e la parte rimanente. È di un certo interesse il confronto fra la dimostrazione mauroliciana, liquidata con un "Patet per eversam proportionem", e quella dell'*editio princeps* di Zamberti²³ – pubblicata di seguito – che consente di sottolineare come quella perentoria asserzione di Maurolico sottintenda in realtà una struttura logica niente affatto evidente o banale:

Si magnitudo ad aliquam sui ipsius partem rationem habet datam, etiam ad reliquam partem rationem habebit datam.

Magnitudo siquidem *ab* ad aliquam sui partem *ac* rationem habeat datam: dico quod et ad reliquam *bc* rationem habet datam: ponatur

recita: "Magnitudo magnitudine dato minor est quam in ratione; quando appositio dato, reliquam ad idem rationem habuerit datam" (corsivo nostro). Il matematico messinese corregge correttamente il termine impreciso *reliquum* con *totum*.

²³ Riportiamo, per maggiore chiarezza, anche la dimostrazione pubblicata da Menge [Menge 1896, p. 11] in cui compaiono, fra parentesi quadrate, i riferimenti su cui poggia il ragionamento matematico: "Magnitudo enim *AB* ad aliquam sui ipsius partem *AI* rationem habet datam. Dico eam etiam ad reliquam partem *BI* rationem habere datam. Nam ponatur data magnitudo ΔZ et quoniam ratio $BA : AI$ data est, eadem atque illa fiat ratio $ZA : AE$ itaque ratio $ZA : \Delta Z$ data est [def. 2] verum magnitudo ZA data est. Quare etiam magnitudo ΔE data est [prop. II] itaque reliqua EZ data est [prop. IV] verum etiam magnitudo ΔZ data est. Quare ratio $\Delta Z : ZE$ data est [prop. I] et quoniam $\Delta Z : \Delta E = AB : AI$ convertendo erit [IV.19 coroll.] $\Delta Z : ZE = AB : BI$ sed ratio $\Delta Z : ZE$ data est, ut demonstratum est. Itaque etiam ratio $AB : BA$ data est [def. 2]."

Tabella 2: Confronto fra alcune proposizioni dei *Data* euclidei e dei *Data* mauroliciani

	Zamberti	Maurolico
Th. 3	Si datae magnitudines quacunque compositae fuerint: et ex ipsis compositum datum erit.	Datarum magnitudinum datur aggregatum.
Th. 10	Si magnitudo magnitudine dato maior fuerit quam in ratione et utraque eadem dato in ratione et si utraque eadem dato maior fuerit quam in ratione, et reliqua eadem vel dato maior est quam in ratione vel reliqua cum consequenti ad quam altera rationem habet datam, data est.	Si magnitudo magnitudine dato maior fuerit, quam in ratione et earum aggregatum eadem dato maior erit, quam in ratione. Et e contrario.
Th. 14, 15, 20, 21	Si binae magnitudines ad invicem rationem datam habuerint appositae fuerint earum utriusque data magnitudo, totae ad invicem aut rationem datam habebunt, aut altera maior est quam in ratione. Si binae magnitudines ad invicem rationem datam habuerint et auferatur ab earum utraque data magnitudo reliquae ad invicem aut rationem datum habebunt, vel altera altera dato maior erit quam in ratione. Si fuerint binae magnitudines datae, ab eisdemque ablatae fuerint magnitudines ad invicem rationem datam habentes, reliquae ad invicem aut datam rationem habebunt, vel altera altera dato maior erit quam in rationem. Si fuerint binae magnitudines datae, eisdemque appositae fuerint magnitudines ad invicem rationem datam habentes, totae ad invicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera dato maior erit quam in ratione.	Si fuerint duae datae magnitudines: duaeque aliae datam rationem ad invicem habentes: atque singulae singulis additae, sive ablatae fuerint: aggregata, sive residua datam inter se rationem habebunt: si quatuor magnitudines proportionales erant: secus vero aggregatum aggregato, sive residuo, dato maius erit quam in ratione.

siquidem data magnitudo df et quoniam per primam propositionem²⁴ ipsius ba ad ac ratio data est, eadem eidem per II definitionem exhibetur ut ipsius de ad df possibile enim est tribus datis magnitudinibus quartam proportionalem invenire per VI.12 *Elementorum*. Ipsius igitur fd ratio data est, data igitur est et fd . Igitur et de data est et reliqua igitur ef ratio data est. Est autem et df data. Ratio igitur ipsius df ad fe data est. Et quoniam est sicut df ad de sic ab ad ac . Convertendo igitur per corollarium V.8 *Elementorum* est sicut df ad fe sic ab ad bc . Ratio autem ipsius df ad fe data est ut patuit. Ratio igitur et ipsius ab ad bc data est.

Anche quando Maurolico rispetta la struttura logica delle dimostrazioni di Zamberti, si colgono comunque importanti differenze, come si vede ad esempio nel caso della proposizione 80 (cfr. Tabella 3), che è la più complessa del primo libro dei *Data* mauroliciani.

Mentre nelle prime (e più semplici) dimostrazioni Zamberti tenta di giustificare ogni passaggio citando proposizioni dei *Data* o degli *Elementa*, nel caso della proposizione 80, a parte l'ovvio riferimento alla proposizione V.18 degli *Elementa* che deriva quasi automaticamente dalla presenza del termine "componendo", manca ogni giustificazione logica dei non banali passaggi matematici. Il testo, inoltre, appare confuso e tradisce una comprensione superficiale della dimostrazione euclidea. Maurolico, invece, non solo sottolinea ogni passaggio matematico con gli opportuni riferimenti (evidenziati in grassetto), ma fornisce una versione molto più chiara e comprensibile.

Resta da chiarire quali criteri abbiano guidato Maurolico nella selezione delle proposizioni dall'edizione di Zamberti. Anche un rapido sguardo alla Tabella 1, permette di rendersi conto che il matematico messinese estrae interi gruppi di proposizioni relative ad un determinato argomento e ne ignora completamente altri. Non compaiono, ad esempio, risultati relativi ai parallelogrammi, ai cerchi ed alla sezione aurea. Unica eccezione a questa regola è data dalla proposizione 80 che, accompagnata dalle proposizioni propedeutiche 66 e 67, costituisce il solo teorema selezionato da Maurolico fra gli ultimi trenta dei *Data* euclidei.

4.2 L'*Euclides* di Campano da Novara

Sebbene l'analisi del testo lasci pochi dubbi sulla sua dipendenza dall'edizione dei *Data* di Zamberti, la situazione appare diversa quando

Tabella 3: La proposizione 80 dei *Data*

Zamberti	Maurolico
Si triangulum unum habuerit angulum datum, et quod sub datum angulum comprehenditibus rectis lineis ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum specie. Sit triangulum abc datum habens angulum qui ad a, sit autem eius quod sub ba, ac ad id quod ex cb ratio data. Dico quod triangulum abc specie datur. Nam quoniam angulus bac datus est quia igitur maius est quod ex utroque ipsius bac eo quod ex bc ea area ad bac triangulum rationem habet datam: quia autem est maius quod ex utroque ipsius bac eo quod ex bc fit area d. Ratio igitur ipsius d areae ad abc triangulum data est. Ipsius autem abc ad id quod sub bac ratio est data eo quia angulus qui sub bac datus est. Et ipsius igitur d areae ad id quod sub bac ratio est data. Eius autem quod bac ad id quod ex bc ratio est data: et ipsius igitur d ad id quod ex bc ratio est data: et componendo igitur per octavam decimam quinti Elementorum ipsius d areae una cum eo quod ex bc ad id quod ex bc ratio est data. Sed area d una cum ea quae ex bc est id quod ex utraque bac. Ratio enim eius quod ex utraque bac ad id quod ex bc data est quare et utriusque bac ad bc ratio data est estque angulus qui sub bac datus: datur igitur triangulum abc specie.	In triangulo datum angulum habente, si quod sub lateribus datum angulum continentibus continetur rectangulum datum habeat rationem ad id, quod ex reliquo latere quadratum, datur triangulum specie. Sit triangulum abc angulum a datum habens: et rectangulum bac datum habeat rationem ad quadratum bc. Aio quod datur specie triangulum abc. Cum enim angulus a datus sit, excessus ipsius quadrati bac tanquam unius super quadratum bc ratio ad triangulum abc per praecedentem datur. Esto talis excessus area d. Datur ergo ratio areae d ad triangulum abc. Sed per antepremissam trianguli abc ratio ad rectangulum bac datur, quoniam angulus a datus est. Per hypothesis autem datur ratio ipsius rectanguli bac ad quadratum bc. Ex aequali ergo, dabitur ratio areae d ad quadratum bc. Et coniunctim dabitur ratio aggregati ex area d et quadrato bc hoc est ipsius quadrati bac tanquam unius ad quadratum bc. Quare et ipsum bac, quod est laterum ba, ac aggregatum circa angulum a datum habebit rationem datam ad latus bc. Namque quadratorum datum rationem habentium latera datam rationem habent: atque ideo per 26^{am} huius libelli, quam fuit 45^{am} in ordine Datorum triangulum abc dabitur specie. Quod fuit demonstrandum.

si pone il problema di individuare quale fosse il testo degli *Elementa* di Euclide utilizzato da Maurolico.

Il pensiero geometrico mauroliciano – come ha ben delineato A.C. Garibaldi²⁵ – si formò e si sviluppò principalmente su due edizioni

²⁵ Rinandiamo all'Introduzione al volume *Euclides et geometrica quaedam* dell'edizione elettronica *Francisci Mauroly Opera Mathematica* (Garibaldi 2002).

degli *Elementa*, la prima pubblicata da Erhard Ratdolt a Venezia nel 1482, basata su una redazione attribuita a Campano da Novara²⁶, e la seconda curata da Bartolomeo Zamberti ed edita nel 1505 a Venezia. In più occasioni Maurolico espresse giudizi fortemente critici sia nei confronti delle edizioni di Campano e di Zamberti sia nei confronti di Jacques Lefèvre d'Étaples (Jacobus Faber Stapulensis), curatore di un'edizione degli *Elementa* in cui le due sopracitate edizioni veneziane venivano semplicemente giustapposte senza alcun intervento critico²⁷.

Le edizioni di Campano e di Zamberti presentano non poche differenze e non sempre esiste corrispondenza di contenuti fra proposizioni omologhe. Poiché in qualche caso i riferimenti euclidei presenti nei *Data* rimandano, nelle due edizioni, a proposizioni con contenuti diversi, adottando criteri di coerenza matematica si è giunti ad ipotizzare che il testo utilizzato da Maurolico fosse quello degli *Elementa* di Campano. Per fare un esempio, si consideri la proposizione II.6 dei *Data* mauroliciani (c. 6v):

Si trium magnitudinum proportionalium, duae datae sint, datur reliqua.

Nam cum per 16^{am} Sexti, rectangulum quod sub extremis, aequale sit ei, quod a media quadrato. Iam ex prima vel 3^a huius absoluitur problema.

La proposizione VI.16 degli *Elementa* di Campano (corrispondente alla VI.17 dell'edizione Zamberti) dimostra, in termini moderni, che la condizione necessaria e sufficiente affinché tre grandezze siano in proporzione è che il prodotto della prima e della terza equivalga al quadrato della seconda²⁸, mentre la proposizione VI.16 degli *Elementa* di Zamberti prova che la condizione necessaria e sufficiente affinché quattro grandezze siano in proporzione è che il prodotto della prima

²⁶ L'edizione ebbe un certo successo editoriale. Dopo essere stata ristampata in tempi brevi, nel 1486 e nel 1491, conobbe in seguito numerose altre edizioni. Sulla figura di Campano da Novara si veda [Paravicini Bagliani 1991].

²⁷ All'editio princeps del 1516 seguirono alcune ristampe e, nel 1537, una nuova edizione curata da Heilín in cui comparivano, oltre agli *Elementa*, anche *Phaenomena*, *Catoptrica* et *Optica*, *deinde Protheoria Marini et Data*. A questa riedizione fecero seguito alcune ristampe, fra cui [Euclide 1546], a cui faremo riferimento nel seguito. Per quello che concerne l'opinione di Maurolico sulle edizioni euclidee contemporanee, riportiamo un breve passo della lettera indirizzata al Viceré Juan de Vega nell'agosto 1556: "Celeberris erat in euclideis libris apud nos Campani traditio; transiit inde Zambertus Theonis editionem. Jacobus Faber hos in unum iunxit; utique melius facturis si e duobus unum opus coaptasset, ne idem bis repeteret. Nam, cum uterque peccasset, uterque corrigendus erat. Campanus enim, ingenio ac professionis confusus, nulla in diffinitionibus perperam mutavit, nonnumquam aliquid ad usum adiecit. Zambertus, dum omnia fideliter transferret, ignarus negotii ne quidem mendas graeci exemplaris animadvertit, totisque in Campanum et ultra modestiae terminos excaudit, atque ibi ut plurimum eum carpit, ubi reprehendendus non est" [Moscheo 1998, p. 301].

²⁸ "Si fuerint tres lineae proportionales, quod sub prima et tertia rectangulum continetur, aequum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima et tertia continetur aequum sit quadrato quod a secunda producitur, ipsae tres lineae proportionales erunt" [Euclide 1546, pp. 150-151].

e dell'ultima equivalga al prodotto della seconda e della terza²⁹. È quindi evidente che la citazione debba essere riferita a Campano e non a Zamberti. Allo stesso modo, la successiva proposizione II.7 dei *Data*, richiama la proposizione VI.15 degli *Elementa* per dimostrare che, date quattro grandezze in proporzione, "rectangulum quod sub extremis, aequale sit rectangulo, quod a mediis" (cc. 6v-7r). La proposizione VI.15 della redazione di Campano prova effettivamente quanto richiesto, mentre, come abbiamo visto poco sopra, nell'edizione di Zamberti è la proposizione VI.16 a svolgere lo stesso compito.

Anche nelle proposizioni I.2, I.7 e I.50 dei *Data* vengono richiamate proposizioni euclidee numerate in modo diverso nelle due redazioni degli *Elementa*. In questi casi, tuttavia, data la sinteticità delle dimostrazioni, il riferimento all'*Euclides* di Campano appare meno evidente, ma comunque sufficientemente plausibile. Consideriamo, per esempio, la proposizione I.7 (c. 2r):

Si detur totum et ratio partium: partes singulae dantur.

Patet per 11^{am} Sexti.

La proposizione VI.11 dell'edizione di Zamberti spiega come inscrivere un segmento medio proporzionale fra due dati ("Duobus datis rectis lineis, tertiam proportionalem invenire"), mentre la corrispondente proposizione di Campano illustra come dividere un segmento assegnato secondo un rapporto dato ("Ab assignata linea, quotamcunque iubearis, partem abscindere"). Mentre appare a prima vista difficile riuscire a dimostrare la tesi sfruttando l'inserzione di una media proporzionale fra due grandezze date, molto più intuitivo cercare di ricostruire una dimostrazione basata sulla proposizione di Campano. Sia infatti *AB* un segmento dato, e siano *AF* e *FB* le parti in cui rimane diviso dal punto *F*. Poiché il rapporto *AF*:*FB* è dato, fissata un'arbitraria grandezza *CD*, è dato il segmento *DE*³⁰ tale che

$$AF : FB = CD : DE$$

Si considerino i segmenti noti *AB* e *CE* = *CD* + *DE*, posti in modo che i vertici *A* e *C* coincidano. Si congiungano i vertici *B* e *E* e si tracci

²⁹ "Si quatuor rectae lineae proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, aequum est ei quod sub mediis continetur rectangulo. Et, si sub extremis comprehensum rectangulum aequum fuerit ei quod sub mediis continetur rectangulo, quatuor rectae lineae proportionales erunt" [Euclide 1546, p. 150].

³⁰ La determinazione del quarto proporzionale si appoggia sull'*additio Campani* della proposizione VI.10 [Euclide 1546, p. 146] o, equivalentemente, sulla proposizione VI.12 di Zamberti "Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem invenire" [Euclide 1546, p. 147].

la parallela a *BE* passante per *D*, la quale, in virtù della proposizione VI.11 di Campano, incontrerà il segmento *AB* nel punto *Γ* e determinerà quindi i segmenti *AI* e *ΓB* richiesti³¹.

4.3 I *Data Arithmetica*

Dal punto di vista delle fonti utilizzate, la situazione del secondo libro dei *Data* mauroliciani, schematizzata nella Tabella 4, appare assai articolata.

Osserviamo anzitutto che Maurolico fa esplicito riferimento a due sue opere: i *Data arithmetica* e gli *Sphaericorum Libri duo*. Quest'ultimo è un trattato di trigonometria sferica, presumibilmente composto negli anni 1540-50 e pubblicato nel 1558³². I riferimenti agli *Sphaerica* mauroliciani si limitano essenzialmente alla costruzione della tavola delle secanti, detta *tabula benefica*³³, che il matematico messinese riteneva di dover aggiungere alle tavole dei seni e delle tangenti elaborate da Regiomontano allo scopo di facilitare i calcoli, avendo eliminato, di fatto, la "difficultas ac fastidium divisionis" [Maurolico ms 7467, c. 13r].

Fra le carte mauroliciane che ci sono pervenute, non compare alcuno scritto intitolato *Data Arithmetica*. Questo testo costitutivo, con ogni probabilità, la ricostruzione, *ex traditione Maurolyci*, del *De numeris datis* di Jordanus de Nemore³⁴, un'opera che rappresentava, in un certo senso, il corrispondente aritmetico-algebrico dei *Data* euclidei, poiché si proponeva di mostrare come, date determinate relazioni fra numeri, siano necessariamente note altre relazioni o grandezze.

³¹ Si noti che la struttura della dimostrazione della proposizione 7 dei *Data* euclidei nell'edizione di Zamberti ("Si data magnitudo in data ratione divisa fuerit, utrunque segmentum datum est") è del tutto diversa: "Data enim magnitudo *ab*, in datam rationem ipsius *ac* ad *cb* dividatur. Dico quod utrunque segmentum *et ac et cb* datum est: quoniam enim ratio ipsius *ac* ad *cb* data est, ratio igitur *ab* ad utrumque ipsarum *ac*, *cb* data est. Data est *ab*, data igitur utraque ipsarum *ac*, *cb*".

³² Sulle vicende di questa travagliata edizione si veda [Moscheo 1996, pp. 38-84].

³³ La descrizione dettagliata della tavola delle secanti si trova nel capitolo intitolato *Demonstratio tabulae beneficae* dell'edizione a stampa degli *Sphaerica* [Maurolico 1558, cc. 60v-61r].

³⁴ Sebbene Jordanus sia considerato il più importante filosofo naturale del XIII secolo ed uno dei matematici di maggior rilievo, ben poco è noto della sua vita. I suoi lavori sulla scienza dei pesi, pubblicati da Pietro Apiano nel 1533 nel *Liber Jordanani Memoriarum... de ponderibus propositiones XIII et earundem demonstrationes* costituiscono un punto di riferimento per la statica del XVI secolo. Fu autore, inoltre, di un testo di trigonometria (*Liber Philotegei de triangulis*, pubblicato da M. Curtze nel 1887) e di diversi trattati di aritmetica, i più importanti dei quali fu edito e commentato da Jacques Lefèvre d'Étaples nel 1496, col titolo *Arithmetica Jordanani Memoriarum decem libris demonstrata*. Nonostante fosse stato incluso nel programma editoriale di Regiomontano, il *De numeris datis* conobbe la propria *editio princeps* solo nel 1879 ad opera di P. Trequien ed una vera e propria edizione critica solo in tempi recentissimi, pubblicata a cura di B.B. Hughes in [Memoratio 1981]. Per ulteriori notizie bio-bibliografiche su Memoratio si rimanda a [Grant 1973].

Tabella 4: Le fonti del secondo libro dei *Data*

Contenuti del secondo libro	Fonti citate da Maurolico
Teoremi 1-8 Rapporti fra grandezze proporzionali e non.	Maurolico, <i>Data Arithmetica</i>
Teoremi 15-20 Rapporti fra archi e corde di un cerchio	Tolomeo, <i>Magna Constructio</i>
Teorema 23 e <i>Data Sphaeralium triangulorum</i> Trigonometria sferica	Maurolico, <i>Sphaericorum Libri duo</i>
Teorema 24 Poliedri regolari inscritti in una sfera	Euclide, <i>Elementa</i> , prop. XIII.18
Teoremi 27-30 Teoremi sul cerchio	Archimede, <i>De dimensione circuli</i>
Teoremi 31-34 Teoremi sulla sfera	Archimede, <i>De Sphaera et cylindro</i>
Additio	Archimede, <i>De dimensione circuli e De Sphaera et cylindro</i>
Inserzione di una media proporzionale	Euclide, <i>Elementa</i> , prop. II.14
Inserzione di due medie proporzionali	Eutocio, commento alla prop. I.II del <i>De Sphaera et cylindro</i>

Attraverso le varie redazioni degli *Indices Lucubrationum*, ossia delle varie *recensiones* dei propri scritti fornite da Maurolico in più occasioni, è possibile tuttavia ricostruire, almeno parzialmente, la storia dei *Data Arithmetica*, citati già nei *Grammaticorum Libelli Sex* del 1528 fra gli interessi matematici del giovane Maurolico³⁵. Questi studi confluirono pochi anni dopo in un'opera, divisa in quattro libri, dal titolo *Jordanani Arithmetica data*, conservata fino agli inizi del '900 nel perduto Codice Villacanense, descritto da Giacomo Macri³⁶, che

³⁵ "... His adiectantur duo libelli, unus de praxis arithmeticae theoria: alter de arithmeticae Datis" (c. 8r).

³⁶ La descrizione, pubblicata in [Macri 1901], è stata successivamente riedita e commentata anche in [Moscheo 1988, pp. 303-309].

trascrisse fortunatamente anche l'interessante chiusa del trattato aritmetico, in cui Maurolico forniva importanti indizi sulle fonti utilizzate per la *restitutio* dell'opera di Nemorario: particolare, questo, che assume un certo rilievo, dato che all'epoca erano disponibili solo codici manoscritti. Scriveva infatti Maurolico:

Arithmeticon Jordan ex traditione Francisci Maurolycii messanensis liber quartus et ultimus hic completus est. Fuerunt autem haec Jordani data e quodam vetusto, verum infinitis mendis et defectibus maculoso codice, magno labore multisque vigilis extracta et manu eiusdem Francisci transcripta. Messanae 20 sept. 1532 [Moscheo 1988, p. 280].

I *Data arithmetica* vennero poi menzionati in tutte le successive redazioni degli *Indices* ma, a partire dalla lettera a Bembo del 1540, Maurolico operò una netta distinzione fra i *Data Iordani*, inseriti fra gli *Aliena*, e i *Data Arithmetica nostra* divisi in quattro libri³⁷.

I primi otto teoremi del secondo libro dei *Data* "geometrici", esplicitamente tratti dalla ricostruzione mauroliciana dei *Data arithmetica*, possono fornire qualche indizio sul contenuto di questi ultimi e soprattutto sulla loro effettiva dipendenza dal *De numeris datis*, almeno nella redazione in cui ci è stato tramandato³⁸: le proposizioni 4, 5, 6 e 8 del secondo libro, infatti, trovano un riscontro sostanziale, anche se non letterale, nelle proposizioni I.3, I.5, III.1 e IV.5 del testo di Nemorario.

Questo confronto, inoltre, mette in luce un elemento di un certo interesse. Sebbene nella prefazione al secondo libro Maurolico rimproveri a Teone di aver omesso alcuni risultati facili ed elementari – omissione a cui sente il dovere di sopprimere – sembra non essersi reso conto che le proposizioni II.4 e II.5, tratte presumibilmente dal *De numeris datis*, trovano corrispondenza anche nelle proposizioni 85 e 84 degli stessi *Data* euclidei (cfr. Tabella 5). È sufficiente leggere l'enunciato per intuire che quello che cambia è soltanto il punto di vista: aritmetico-algebrico il primo, geometrico il secondo³⁹. Nel *De numeris datis*, infatti, si prova che, dati la somma ed il prodotto di due grandezze (I.3) o, rispettivamente la differenza ed il prodotto (I.5),

³⁷ In particolare, nella lettera a Bembo del 1540, Maurolico si riferisce ai "Data arithmetica nostra, in quibus multa sunt a Iordano praetermissa" [Maurolico 1543], mentre nelle redazioni degli *Indices* del 1558 [Maurolico 1558], del 1568 [Clagett 1974] e del 1575 [Maurolico 1575] si fa riferimento agli "Arithmetica Data libellis quatuor demonstrata".

³⁸ L'edizione critica curata da B.B. Hughes, completata da una traduzione inglese e pubblicata in (Nemorario 1981), è stata realizzata collazionando quindici manoscritti databili fra il XIII e XVI secolo.

³⁹ Per un'interpretazione algebrica di queste proposizioni si veda [Herz-Fischler 1984].

Tabella 5: Le proposizioni del *De numeris datis*: un confronto

Maurolico	Nemorario	Zamberti
II.4: Si detur multiplicantium aggregatum et productum: dabuntur singulae multiplicantes.	I.3 Dato numero per duo divisio, si quod ex ductu unius in alterum produciatur, datum fuerit et utrumque eorum datum esse necesse est.	85: Si binae rectae lineae datam areolam comprehendunt in dato angulo, fuerit autem et utraque simul data, et ipsarum utraque data erit.
II.5: Si detur multiplicantium excessus et productum: dantur multiplicantes singulae.	I.5: Si numero in duo dividatur, quorum differentia data atque ex ductu unius in reliquum provenit numerus datus, numerum quoque divisum datum esse conveniet.	84: Si binae rectae lineae datam areolam comprehendunt in dato angulo et altera altera data maior fuerit et ipsarum utraque data erit.
II.6 Si trium magnitudinum proportionalium, duae datae sint, datur reliqua.	III.1: Trium numerorum continue proportionalium, si duo extremi dati fuerint, et medius datus erit.	
II.8: Si detur multiplicantium ratio et productum, dantur multiplicantes singulae.	IV.5: Si duo fuerint numeri ad invicem dati et unus in alium ductus fecerit numerum datum, uterque eorum datus erit.	

allora sono date le due grandezze. Analogamente, nei *Data* di Zamberti, si prova che se è data l'area compresa fra due segmenti disposti secondo un angolo assegnato – di fatto si tratta di un rettangolo, ovvero di due segmenti disposti ortogonalmente – e se sono noti rispettivamente la somma (prop. 85) e la differenza (prop. 84) dei due segmenti, allora sono dati anche i segmenti.

4.4 La *Magna Constructio* di Tolomeo

Per quanto riguarda le proposizioni tolemaiche tratte – come afferma esplicitamente Maurolico – dalla *Magna Constructio*, la fonte più accreditata sembra essere l'*Epitome* dell'*Almagesto*, opera curata prima da Peurbach e poi da Regiomontano, e pubblicata solo nel 1496

Tabella 6: Le proposizioni tolemaiche: un confronto

	Maurolico	Regiomontano
II.15 - I.1	Data circuli diametro, dabuntur latera decagoni, hexagoni, pentagoni, quadrati, atque trianguli isopleurorum eidem circulo inscriptorum.	Data circuli diametro, latera decagoni, hexagoni, pentagoni, triangoni, atque trianguli isopleurorum, eidem circulo inscriptorum repetire.
II.17 - I.2	Data alicuius arcus chorda, datur chorda residui de semicirculo.	Data alicuius arcus chorda nota fiet chorda arcus residui de semicirculo.
II.18 - I.4	Datis chordis inaequalium arcuum in semicirculo; dabitur chorda arcus excessus.	Notis chordis inaequalium arcuum in semicirculo, arcus quomaior minorem superat chorda nota fiet.
II.19 - I.5	Data chorda cuiusvis arcus; dabitur chorda dimidii talis arcus.	Cuiuscunque arcus in semicirculo chorda data fuerit, chordam medietatis talis arcus notam fieri.
II.20 - I.6	Datis duorum arcuum chordis; dabitur chorda arcus ex his compositi.	Datis chordis duorum arcuum in semicirculo, cognoscetur et chorda arcus ex his compositi.

a Venezia⁴⁰. Il confronto fra i *Data* mauroliciani e l'*Epitome*, ha messo in evidenza una forte analogia fra gli enunciati delle proposizioni 15-20 del secondo libro con quelli delle proposizioni 1-6 del primo libro dell'*Epitome*, come si può vedere dalla Tabella 6.

Nel caso della prima proposizione, in cui si mostra come costruire nello stesso cerchio i poligoni regolari di 3, 4, 5, 6 e 10 lati, l'affinità con la proposizione pubblicata da Regiomontano è particolarmente significativa. Maurolico, infatti, conclude la dimostrazione affermando "Sicut in 13^o *Elementorum* Euclidis et Ptolemaeus in principio *Magnae Constructionis* ostendit" e tuttavia il tredicesimo libro degli *Elementa*, sia nella versione di Campano che in quella di Zamberti, non presenta una dimostrazione unica, come l'*Epitome*, ma cinque dimostrazioni, una per poligono. Inoltre l'espressione "triangulum isopleurum", contenuta nell'enunciato, appartiene a Regiomontano e non a Zamberti né a Campano, che preferiscono l'espressione "triangulum aequaliterum". Infine, benché in generale le dimostrazioni siano sostanzialmente diverse, essendo sintetiche o addirittura appena abbozzate

⁴⁰ Oltre all'*editio princeps* veneziana, ricordiamo l'edizione di Basilea del 1543 e di Norimberga del 1550, alla quale faremo riferimento nel seguito.

quelle di Maurolico a confronto delle dimostrazioni complete e detagliate di Regiomontano, una parziale eccezione a questa tendenza è costituita proprio dalla dimostrazione della prima proposizione. La versione di Maurolico, infatti, si può ritenere una trascrizione piuttosto fedele della prima parte della dimostrazione di Regiomontano: il matematico messinese si attiene al testo dell'*Epitome* per descrivere la costruzione geometrica necessaria alla dimostrazione ma poi, come spesso accade nei *Data*, arriva bruscamente alla conclusione, omettendo tutti i passaggi intermedi⁴¹.

4.5 Le fonti archimedee

Le opere archimedee da cui Maurolico trae alcuni risultati sono, come si legge nella Tabella 4, il *De dimensione circuli* ed il *De sphaera et cylindro*. A queste possiamo aggiungere il *Commento* di Eutocio al secondo libro del *De sphaera et cylindro*, da cui Maurolico trae la costruzione, attribuita a Filone di Bisanzio, relativa all'inserzione di due medie proporzionali fra due grandezze date.

Il *De dimensione circuli* – di cui ci è stata tramandata una redazione autografa del 19 agosto 1534⁴² – ed il *De sphaera et cylindro* "ex traditione Maurolyci" vennero pubblicati nel volume *Admirandi Archimedis Syracusani monumenta omnia mathematica*, edito, dopo molte traversie, solo nel 1685⁴³. Le redazioni di questi due scritti, tuttavia, risalgono, come si legge nel testo a stampa, rispettivamente al 19 agosto ed al 10 settembre 1534. Nel 1554, mentre si apprestava a scrivere i *Data*, Maurolico dunque disponeva sia della propria rielaborazione del *De dimensione circuli* e del *De sphaera et cylindro*, sia – virtualmente – dell'*editio princeps* dell'intero corpus archimedeo, pubblicato a Basilea nel 1544 da Thomas Geschauff, noto come Venatorius⁴⁴.

⁴¹ Si confronti la dimostrazione della II.15 dei *Data* "Esto semicirculus *abg* super diametrum *ag* centrumque *d*, *bd* perpendicularis ad *ag*; *dg* secetur per aequalia in puncto *e* ductaque *eb*; ipsa *eb* aequalis sit *ez* et connectatur *bz* et *eb* item ipsa *ab* perpendicularis: ipsaque *bd* aequalis sit *bb* et coniungatur *ab*. Erit enim *dz* latus decagoni, *bd* latus hexagoni, *bz* latus pentagoni, *ab* latus quadrati, *ab* latus trianguli aequalitatem toti circulo inscripionum". Sicut in 13^o *Elementorum* Euclidis et Ptolemaeus in principio *Magnae Constructionis* ostendit". con quella della prima parte della I.1 dell'*Epitome*: "Sit semicirculus *abg* supra diametrum *abg* et centrum *d* erectus. Protraham *db* perpendicularem super *ag* per 11 primi Euclidis. Lineamque *dg* dividam per duo aequalia super puncto *e* et ducam lineam *eb* huic aequalen faciam *ez* productaque *bz*. Dico *zd* esse aequale lateri decagoni et *bz* aequale lateri pentagoni...".

⁴² Lo scritto conservato nel manoscritto parigino *Par. Lat. 7465*, cc. 21 v-32 v.

⁴³ Le vicissitudini editoriali sono ampiamente documentate in [Moscheo 1992].

⁴⁴ Pur non addentrando sulla questione delle fonti archimedee della matematica mauroliciana, ci limitiamo a segnalare che Maurolico conobbe certamente l'edizione di Basilea, ma non è del tutto appurato in quale momento ne poté disporre. Per una trattazione più completa del problema, rimandiamo all'*Introduzione* di E. Giusti [Giusti 2002] al volume *Archimedes* dell'edizione elettronica

La struttura delle citazioni archimedee dei *Data* rende tuttavia oltremodo difficile stabilire o anche solo congetturare con un certo fondamento se Maurolico facesse riferimento al proprio *Archimedes* oppure all'edizione di Basilea. In primo luogo si deve osservare che, mentre i rimandi agli *Elementa* comprendono generalmente tanto il numero della proposizione quanto il libro a cui appartengono – cosa che ci ha permesso di individuare la redazione di Campano come possibile fonte degli *Elementa* (§ 4.2) – per le opere di Archimede i riferimenti sono più generici e si limitano a locuzioni del tipo “ut demonstravit Archimedes” oppure “quavis per Archimede[m] ostensum sit”, senza citare esplicitamente né l'opera specifica né tanto meno le indicazioni precise della proposizione. I risultati che vengono accolti nei *Data*, inoltre, sono fra i più noti attribuiti ad Archimede e vanno dalla stima numerica del rapporto fra la circonferenza ed il diametro di uno stesso cerchio, alla determinazione del rapporto fra la superficie di una sfera e quella del suo cerchio massimo oppure fra il volume della sfera ed il volume del cono che ha per base il cerchio massimo e per altezza il raggio della stessa sfera⁴⁵. Solo un richiamo più preciso alle proposizioni del *De dimensione circuli* o del *De sphaera et cylindro*, avrebbe consentito di individuare con certezza a quale edizione Maurolico stesse riferendosi. Il *De dimensione circuli* archimedeo, infatti, consta soltanto di tre proposizioni mentre la versione “ex tradizione Maurolyci” ne comprende ben dodici: le proposizioni 1, 2 e 3 della prima corrispondono rispettivamente alle proposizioni 4, 7 e 8 della seconda. Analogamente, le proposizioni 11 e 25 del *De sphaera et cylindro* Mauroliciano, citate implicitamente nei *Data*, corrispondono alle proposizioni I.32 e I.33 dell'edizione a stampa cinquecentesca⁴⁶.

L'unico elemento di un certo interesse si trova nella carta 16r dei *Data*, dove Maurolico si serve del fatto che il rapporto fra il volume di una sfera ed il cubo del suo diametro è pari a 11:21 per concludere che “data sphaerae soliditate, dabitur diameter”. Tale rapporto viene determinato nella proposizione 38 del *De sphaera et cylindro* Mauroliciano⁴⁷, ed è un risultato assente nel testo archimedeo.

Francisca Maurolyci Opera Mathematica ed alle introduzioni delle singole opere che lo compongono. Segnaliamo inoltre il lavoro di [Passalacqua 2002] in cui si mette in rilievo la stretta dipendenza del trattato *Archimedis de lineis spiralibus* ex tradizione *Francisca Maurolyci* dall'edizione di Venetiorum.

⁴⁵ È appena il caso di osservare che abbiamo espresso i risultati in un linguaggio moderno, certamente assai diverso da quello archimedeo.

⁴⁶ Vale la pena di ricordare che, nell'edizione critica di [Heiberg 1881b, v. II], le stesse proposizioni sono numerate come I.33 e I.34.

⁴⁷ “Sphaera ad cubum suae diametri rationem habet, quam undecim ad unum et viginti fere” [Maurolico 1685, p. 84].

L'impressione che si ricava da questo quadro è che Maurolico stesse in realtà citando a memoria i risultati di Archimede, senza avere materialmente sotto mano alcuna edizione, ma tenendo ben presenti i propri studi in materia. L'ipotesi sembra essere suffragata, oltre che dalla genericità dei riferimenti alle opere archimedee, anche da alcune imprecisioni nella citazione dei risultati, di cui parleremo più dettagliatamente nel § 1.1 dell'*Appendice*. Ci limiteremo ad osservare che nella proposizione II.34 di c. 16r, Maurolico afferma che una sfera equivale alla terza parte del cono che ha per base la superficie della sfera e per altezza il suo raggio, mentre in realtà i due solidi hanno un volume uguale. Nella proposizione II.32 di c. 15v, il matematico messinese esprime il risultato senza errori, ma il testo reca i segni di una correzione di mano di Maurolico, al quale era evidentemente sfuggita l'analogia svista presente nella dimostrazione della proposizione II.34.

Il contesto nel quale va inquadrata la costruzione geometrica attribuita da Eutocio a Filone di Bisanzio, appare piuttosto diverso da quello tratteggiato per le opere più strettamente archimedee. Maurolico aveva infatti già dedicato una certa attenzione al tema dell'inserzione di due medie proporzionali fra due segmenti assegnati, dato che nell'*Index Lucubrationum* contenuto nella lettera a Pietro Bembo del 1540, il matematico messinese aveva incluso la “Inventio duarum mediarum proportionalium ex traditione praestantissimorum authorum Platonis, Architaie, Menechmi, Heronis, Philonis Byzantii & Pappi”⁴⁸. Sebbene un testo così organicamente inteso manchi fra i documenti Mauroliciani, tuttavia alcune carte relative a questo tema si trovano nel manoscritto *San Pantaleo 115/32* (cc. 42r-v e 45r-v) e comprendono la costruzione di Archita (acefala), due versioni della costruzione di Pappo (*Inventio Pappi*) e, appunto, la soluzione di Filone di Bisanzio (c. 45r), datata 1° ottobre 1535.

Dal confronto fra le versioni della costruzione di Filone presenti nel frammento manoscritto e nei *Data* (cfr. Tabella 7), si scopre che alcune frasi sono del tutto identiche (in grassetto) e che i due testi procedono in parallelo fino alla definizione della figura geometrica su cui ruota il ragionamento matematico ma, mentre la dimostrazione del 1535 prosegue esponendo nei dettagli i vari passaggi matematici, la redazione del 1554 si conclude – come è nello stile dei *Data* – con un lapidario “ut ostendit Apollonius. Et Philon byzantius”.

⁴⁸ È presumibile che Maurolico abbia utilizzato per questi studi il *De expentidiis* di Valla, in cui si trovavano tutte le costruzioni geometriche raccolte da Eutocio nel commento al *De sphaera et cylindro* archimedeo.

Tabella 7: La costruzione di Filone di Bisanzio

<i>Data</i>	<i>S.Pant. 115/32</i>	<i>Præparatio (Prop. 27)</i>
Sit posita magnitudo <i>ab</i> , data vero <i>bc</i> . Compleatur rectangulum <i>abce</i> cui circumscribatur circulus <i>abce</i> cuius centrum <i>k</i> et inter <i>ba</i> , <i>bc</i> in infinitum productas protrahatur recta <i>fd</i> <i>deg</i> secans periferiam in punctis <i>d</i> , <i>e</i> hac scilicet conditione, ut <i>fd</i> , <i>eg</i> sint aequales (sive ut <i>fe</i> , <i>kg</i> sint aequales). Aio itaque quod lineae <i>ab</i> , <i>cg</i> , <i>af</i> , <i>bc</i> sunt continue proportionales: atque ideo per diffinitionem <i>cg</i> erit ipsius <i>bc</i> datae magnitudinis cubica radix: ut ostendit Apollonius et Philon byzantius.	Sunt datae lineae <i>ab</i> , <i>bc</i> opus est eis duas medias interponere proportionales. Sint <i>ab</i> , <i>bc</i> ad angulum rectum et compleatur rectangulum <i>abce</i> cui circumscribatur circulus <i>abce</i> et inter <i>ba</i> , <i>bc</i> in infinitum productas protrahatur recta <i>fd</i> <i>deg</i> secans periferiam apud signum <i>de</i> hac conditione, ut <i>fd</i> , <i>eg</i> sint aequales. Aio itaque quod <i>ab</i> , <i>cg</i> , <i>af</i> , <i>bc</i> sunt continue proportionales. Nam per 35 ^{am} per <i>af</i> <i>fb</i> aequale est rectangulo <i>af</i> <i>fe</i> itemque per eadem rectangulum <i>cg</i> <i>gb</i> aequale est rectangulo <i>eg</i> <i>gd</i> sed haec duo rectangula aequalia sunt propter <i>fd</i> , <i>eg</i> lineas aequales. Ergo rectangulum <i>af</i> <i>fb</i> aequale rectangulo <i>cg</i> <i>gb</i> quare per 15 ^{am} <i>g</i> <i>fb</i> , <i>bg</i> ut <i>ec</i> , <i>cg</i> propter similitudinem triangulorum ut <i>ab</i> , <i>cg</i> est sic <i>cg</i> , <i>af</i> itemque propter similitudinem triangulorum <i>fb</i> , <i>bg</i> sicut <i>fa</i> , <i>ae</i> ut <i>fa</i> , <i>bc</i> , quare <i>ab</i> , <i>cg</i> , <i>af</i> , <i>bc</i> sunt continue proportionales quod erat faciendum. Et hic est modus Apollonii pergaei, auctore Ioanne Philopono grammatico alexandrino et Philonis byzantii.	Sunt datae lineae <i>AB</i> , <i>BC</i> , et compleatur rectangulum <i>ABCD</i> , cui per nonam 4. Euclidis circulus circumscribatur: mox inter <i>BA</i> , <i>BC</i> , infinitum productus deductur recta <i>FDHG</i> , hac conditione, ut ipsae <i>FD</i> , <i>HG</i> sint inter se aequales; tunc enim <i>CF</i> , <i>AG</i> erunt inter ipsas <i>AB</i> , <i>BC</i> datas mediae proportionales. Nam per 35. tertii Euclidis, rectangulum <i>AG</i> , <i>GB</i> aequale est rectangulo <i>HG</i> , <i>GD</i> , et rectangulum <i>CF</i> , <i>FB</i> aequale est rectangulo <i>DF</i> , <i>FH</i> ; sed rectangulum <i>DF</i> , <i>FH</i> aequale est rectangulo <i>HG</i> , <i>GD</i> ; quandoquidem <i>DF</i> , <i>GH</i> lineae supponuntur aequales: igitur rectangulum <i>CF</i> , <i>FB</i> aequale est rectangulo <i>AG</i> , <i>GB</i> : quare per XV. sexti, non aliter quam in praecedenti, ex similitudine ipsa triangulorum demonstrabuntur <i>AB</i> , <i>CF</i> , <i>GA</i> , <i>BC</i> , continue proportionales. Et hic est modus Apollonii, et Philonis Byzantii, ut testatur Ioannes Philoponus Alexandrinus. Et est idem ferme cum modo Heronis: quamvis demonstrationes aliquantum differant.

L'edizione mauroliciana dell'*Archimedes* non comprende il commento di Eutocio, ma le proposizioni 26-32 della *Præparatio ad Archimedis opera* [Maurolico 1685, pp. 1-25], tramandateci nella redazione datata 1550, ripropongono alcune delle costruzioni geometriche relative all'inserzione di due medie proporzionali, fra cui si trova anche quella di Filone (prop. 27). La Tabella 7 mette in evidenza da una parte la scarsa analogia fra la versione della *Præparatio* e quella dei *Data*, dall'altra una certa affinità fra la seconda parte del frammento del *S.Pant. 115/32* e la seconda parte della proposizione 27.

Anche in questo caso, dunque, sembra di poter escludere una dipendenza diretta della costruzione di Filone di Bisanzio presentata nei *Data*, dall'edizione di Basilea. La corrispondenza, pressoché *ad verbum*, fra il passo dei *Data* ed il frammento tratto dal codice *San Pantaleo 115/32*, rende plausibile – così come nel caso del *De dimensione circuli* e del *De sphaera et cylindro* – l'idea che Maurolico stesse recuperando vecchie ricerche piuttosto che cimentandosi con studi di nuovi testi.

5. Il ruolo dei *Data* nel corpus mauroliciano

La stesura dei *Theonis ex traditione Pappi Datorum libelli duo* si colloca fra il 7 ed il 17 aprile 1554 e cade in un periodo molto particolare della vita di Maurolico: il 7 novembre 1553, infatti, la municipalità messinese aveva conferito al matematico un vitalizio e si era impegnata a sostenere economicamente la pubblicazione di tutte le opere pronte per la stampa di lì a due anni⁴⁹.

Sebbene il corpus dell'opera mauroliciana fosse all'epoca già sostanzialmente completo, l'impegno assunto da Maurolico nei confronti della sua città lo indusse ad intensificare l'attività di ricerca e di revisione dei propri scritti per poter completare una ad una tutte le opere che intendeva proporre per la pubblicazione. Questa febbrile attività, come mostrano le date apposte nelle carte, si orientò soprattutto verso l'aritmetica e l'ottica⁵⁰ ed è quindi in questo contesto che viene a collocarsi la stesura dei *Data* euclidei così come ci è pervenuta. Sarebbe infatti più corretto parlare di una nuova redazione dei *Data*, piuttosto che di un'opera integralmente concepita in quel periodo,

⁴⁹ La vicenda si trova ampiamente documentata in [Moscheo 1996].

⁵⁰ In [Moscheo 1988, pp. 515-19] si trova una cronologia degli scritti mauroliciani che testimonia l'intensificarsi dei lavori negli anni 1554-1555. Da questo elenco si vede fra l'altro come tra la redazione del secondo libro (13 aprile) e l'appendice (17 aprile) si debba anche collocare la stesura dei *Phaenomena* di Euclide (16 aprile) che, a differenza dei *Data*, verranno pubblicati nel 1558.

visto che già nella dedicatoria al Bembo del 1540 Maurolico faceva riferimento ad un'opera dal titolo "Euclidis data ex traditione Pappi. Tralatio est Zamberti", che con ogni probabilità corrispondeva sostanzialmente al primo dei due libri che ci sono pervenuti.

Pare tuttavia di poter affermare che i *Data* non fossero inizialmente destinati alla stampa, dato che nell'*Index lucubrationum* pubblicato nel 1558 non se ne fa cenno. Nelle successive versioni dell'*Index*, l'opera viene invece nuovamente riammessa sotto il titolo di "Theonis *Data*" o "Theonis *Data* geometrica" e non viene catalogata fra i *Compendia*, bensì fra gli *Aliena*. Nell'elenco dei manoscritti posseduti dagli eredi di Maurolico verso la metà del XVII secolo, redatto probabilmente da G.A. Borelli⁵¹, si trova ancora citato un "Theonis ex traditione Pappi datorum lib. p.^{us}": sembra improbabile che si riferisca ad un'eventuale redazione anteriore al 1540, mentre pare più plausibile l'ipotesi di un modo sbrigativo, tipicamente notarile, di fare inventari, limitandosi alla trascrizione del titolo posto nella prima carta, che recita appunto "Theonis ex traditione Pappi Datorum Liber Primus".

Le precedenti considerazioni, relative più che altro all'aspetto editoriale dei *Data*, vanno necessariamente completate con l'analisi delle interconnessioni che legano quest'opera ad altri scritti mauroliciani diversi da quelli esplicitamente citati. Si tratta di uno studio non facile, innanzi tutto perché gli argomenti trattati nei *Data* sono molti e si ramificano in innumerevoli direzioni e soprattutto per le caratteristiche intrinseche del *modus operandi* di Maurolico, che, come è noto, ritornava sistematicamente su lavori già conclusi, aggiungendo nuove osservazioni o risultati via via che si rendevano disponibili. Del resto, ogni editore di testi mauroliciani si scontra con i medesimi problemi, originati dalla vastità e varietà della produzione scientifica, dalla talvolta scarsa affidabilità della datazione e dalla stratificazione testuale, che rendono piuttosto ardua l'identificazione delle fonti e l'individuazione delle dipendenze esistenti fra i vari scritti. La descrizione dei rapporti intercorrenti fra i *Data* ed il *corpus* mauroliciano viene quindi di seguito illustrata con la piena consapevolezza che studi futuri potranno ampliarla e, non è da escludere, anche modificarla sostanzialmente.

I rapporti che legano i *Data* ad altri scritti di Maurolico, come vedremo, hanno caratteri e significati molto diversi. La dipendenza più semplice si limita al ritrovamento di passi dei *Data* in altre opere, come nell'esempio dei frammenti dedicati all'inserzione di due medie pro-

⁵¹ L'elenco è stato pubblicato per la prima volta in [Moscheo 1988 pp. 417-426].

porzionali, oppure nel *De quantitate sermo noster*⁵² in cui Maurolico, dovendo definire il concetto di dato, trascrive le pressoché identiche parole con cui aveva sintetizzato la "Protheoria Marini" nel primo libro dei *Data*⁵³. Nei *Data* inoltre, come abbiamo visto in precedenza nel caso dei *Data Arithmetica*, si possono reperire altresì alcuni indizi che permettono una parziale ricostruzione sia di testi perduti, sia di ricerche originali di cui non si conservano che pochi accenni, come nel caso dell'algoritmo di approssimazione di π .

L'aspetto più interessante, tuttavia, riguarda la stretta interdipendenza del secondo libro dei *Data* da un'operetta di geometria pratica intitolata *Geometricae Quaestiones*; un rapporto, questo, che connota fortemente i *Data* come un manuale pensato per mettere a disposizione in una forma immediatamente fruibile i principali risultati matematici utili nella trigonometria piana e sferica.

5.1 Nuove approssimazioni per π : il *De dimensione circuli*

Nella proposizione II.27 dei *Data* (cc. 14v-15r), in cui si spiega come determinare una circonferenza conoscendone il diametro, Maurolico accenna ad una questione già discussa vent'anni prima nel *Maurolyci Tetragonismus*, appendice del *De dimensione circuli* di Archimede⁵⁴. Si tratta della possibilità di precisare, entro limiti più stretti di quelli archimedei, il valore della costante numerica π , che esprime il rapporto fra una circonferenza ed il suo diametro. Scrive infatti Maurolico al termine della proposizione II.27:

⁵² Qualche mese dopo la stesura dei *Data*, e precisamente nel giugno 1554, Maurolico compose tre sermones o prologi, dal titolo *De divisione artium*, *De quantitate* e *De proportione*. Questi brevi trattati fanno parte del manoscritto *Molf. 5-7 H 15*, conservato presso la Biblioteca del Seminario di Molfetta e pubblicato da G. Bellifemmine [Maurolico 1968], ma attualmente irripetibile [Moscheo 1988, pp. 250-2].

⁵³ Si confronti la definizione contenuta nel *De quantitate sermo noster*, "Datum autem esse quid assumptum communiter aut concessibile propositum, inquit Martinus: Datum esse quid ordinatum Apollonius: Quid notum Diodorus: prope verum cognitum Ptolomaeus. Alii porimon aut potisma esse quid excitatum, concessumque. Aporon vero ignotum, ordinatumque tamen: ut circuli tetragonismus." (Maurolico 1968, p. 241), con quella dei *Data*: "Datum esse assumptum quid, aut propositum concessibile communiter diffinunt. Item datum esse ordinatum quid, dicit Apollonius. Datum esse quidpiam notum, Diodorus. Datum esse rem ad unguem, vel prope verum cognitum, Ptolomaeus. Porimon vel potisma esse quid excitatum, concessumque. Aporon vero ignotum, ut circuli tetragonismus, ordinatum tamen. Haec quo ad genera definitionem" (c. 1v).

⁵⁴ Come si è detto, le opere archimedee *ex traditione Maurolyci*, videro la luce nel 1685. Tutto il materiale manoscritto è andato perduto, tranne il testo dell'*Archimedis de circuli dimensione liber ex traditione Francisci Maurolyci*, di cui ci è pervenuto un manoscritto autografo, datato 19 agosto 1534, trådito dal codice *Par. Lat. 7465* della Bibliothèque Nationale di Parigi. In [Clagett 1978] si trova l'edizione critica del *De dimensione circuli*, in cui, occorre osservare, si è assunto come testo base l'edizione a stampa seicentesca e non l'autografo parigino.

Quamvis ergo per Archimedem ostensum sit, rationem periferiae ad diametrum minorem quidem esse, quam triplam sesquiseptimam, maiorem vero quam triplam ac decem septuagesimas primas superpartientem: et a nobis etiam inter propinquoiores limites conclusa sit; tamen in calculo semper contenti erimus proportionem tripla sesquiseptima [corsivo nostro].

Fra i temi di ricerca della matematica tardo rinascimentale, uno dei più ricorrenti riguarda appunto la quadratura del cerchio, un problema che, come è noto, risulta strettamente connesso alla possibilità di migliorare l'approssimazione archimedeica di π . Lo stesso Maurolico, nella nota lettera al viceré Juan de Vega del 1556, raccontava come l'idea di elaborare un algoritmo di calcolo più efficiente di quello archimedeo, fosse nata proprio in occasione della lettura di un'opera sulla quadratura del cerchio del matematico francese Oronce Fine. Si trattava, molto probabilmente, della *Protomatheis* pubblicata nel 1532, poiché, concludendo il *Maurolyci tetragonismus* nell'agosto del 1534, Maurolico annunciava, pur senza descriverlo dettagliatamente, di aver già eseguito un "arithmeticum calculo rationem peripheriae ad diametrum annitentes propius Archimede veritati accedere"⁵⁵ (corsivo nostro). Pochi anni dopo, nella lettera dedicatoria a Bembo del 1540⁵⁶ e, successivamente nei *Data* (aprile 1554), Maurolico tornava a ribadire di aver trovato un'approssimazione migliore per π , ma ancora più in là poneva termine alla questione esprimendo un giudizio conclusivo (e negativo) sulla possibilità di esprimere in termini finiti il rapporto fra circonferenza e diametro. Nel *De quantitate sermo noster*, datato 18 giugno 1554, si legge infatti:

De circuli atque sphaerae dimensione acutissime ratiocinatur Archimedes. Et quamvis sphaericam superficiem ad suum maximum circulum quadruplam esse demonstrat: periferiae tamen ad diametrum non nisi *prope verum* determinat rationem, paulo seu [!] scilicet] tripla sesquiseptima minorem. Ego autem frustra super hoc laborasse et semper laboraturos Mathematicos existimo: eamque rationem non solum inter rationales, sed ne inter cognitatas quidem existere certis argumentis conicio [Maurolico 1968, p. 40].

L'impossibilità di "conoscere" il rapporto fra circonferenza e dia-

⁵⁵ Curiosamente a queste parole, che concludono il *Maurolyci tetragonismus* [Maurolico ms. 7465, c. 31 r], seguono due carte bianche, come se l'autore avesse lasciato appositamente lo spazio per esporre dettagliatamente l'algoritmo, riservandosi di completarlo in un momento successivo. Tale algoritmo è stato ricostruito in [Sutro 1998, pp. 220-226].

⁵⁶ Nell'*Index lucubratorum* inviato al Bembo, Maurolico inserisce anche un "Archimedis Syracusani de circuli dimensione libellus cum calculo nostro ad mensuram peripheriae propius accedente" [Maurolico 1543].

metro, ribadita nel 1556⁵⁷, ridimensionava fortemente l'invenzione di un algoritmo più efficiente, riducendolo ad una banale esecuzione di calcoli più o meno complessi, che non avevano nemmeno il vantaggio di offrire al matematico uno strumento più agevole, visto che, come sottolineava lo stesso Maurolico nei *Data*, "in calculo semper contenti erimus proportionem tripla sesquiseptima". Considerata la non trascurabile mole di lavori contenenti astrusi calcoli ed improbabili quadrature che si sono susseguite a partire dalla seconda metà del Cinquecento, a Maurolico va certamente ascritto il merito di aver intuito la loro sostanziale inutilità, pur mancandogli i mezzi necessari per poter categoricamente negare la quadrabilità del cerchio.

5.2 L'estrazione della radice quadrata e cubica

A distanza di qualche giorno dal completamento della stesura del secondo libro dei *Data*, Maurolico aggiunge una breve appendice contenente due proposizioni relative alla costruzione geometrica della radice quadrata e della radice cubica di un segmento assegnato. Queste proposizioni vengono esplicitamente richiamate nel secondo libro degli *Arithmeticonum Libri duo* del 1575, dove troviamo invece la descrizione di un procedimento di estrazione delle radici quadrata e cubica di tipo aritmetico (propp. II.25 e II.26). Scrive infatti il messinese:

Nam quemadmodum datae quantitates quadrata vel cubica radix via geometrica extrahatur in libello *Datorum Theoris* docuimus. Illius regulam Euclides in ultima secundi. Huius vero praeceptum Philon Byzantius, Apollonius, Archytas, Pappus, Eratosthenes, Menaechnus et alii tradiderunt: ut Eutotius Ascalonita in commentariis Archimedis scripsit⁵⁸.

Il procedimento aritmetico degli *Arithmeticonum Libri* non corrisponde esattamente ad un algoritmo effettivo di calcolo – non si trovano, per intenderci, i classici schemi "a galera" o "a danda" propri della

⁵⁷ Ci riferiamo qui alle lettere indirizzate a Simone Ventimiglia (datata marzo 1556 e tradita dalle cc. 185r, v del ms. *Exc & IV 22*) e, appunto, a Juan de Vega. Il passo che segue, tratto dalla seconda lettera, riassume esemplarmente i termini della questione: "Et perinde circumferentiae proportionem ad diametrum, unde tetragonismus dependet, inexplicabilem esse, quamquam aliquo modo sive mechanico artificio assignari potest, sicut ibi latius tradidimus. Deinde, Archimedis praeceptum secuti, multoque maioribus numeris usi (quod cuique licet) intra limites angustiores memoratam clausum proportionem, semper enim inquirentes hanc magis ac magis vero appropinquare non possumus, numquam tamen ipsum praeceptum consequi; quoniam scilicet inter numerarias proportionem non existit, sed inter incognitas et nullo pacto nominabiles. Tanta est inter rectam flexamque lineam, fortasse propter dissimilitudinem, inimicitia." [Maurolico ms. 7473, c. 9 r].

tradizione abachistica – ma consiste in un tentativo di formulare un metodo generale di approssimazione delle radici quadrate e cubiche. Non ci addentreremo nell'esposizione e nella valutazione di tale metodo, limitandoci ad osservare che il maggior elemento di originalità è dato dall'uso di una sorta di principio di ricorsività finalizzato alla determinazione di un grado arbitrario di approssimazione della radice⁵⁹.

Nei *Data*, l'estrazione "geometrica" della radice quadrata e cubica viene ricondotta – come avveniva ad esempio in alcuni trattati d'abaco – all'inserzione rispettivamente di uno e due segmenti medi proporzionali fra due segmenti assegnati (c. 16r). Nel primo caso Maurolico ricorre, senza discostarsi in questo dalla tradizione abachistica, alla proposizione VI.9 degli *Elementa* di Campano ("Duabus lineis proportionis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare") o, equivalentemente, alla VI.13 di Zamberti. In altre parole, dato il segmento unitario ed il segmento del quale si vuole conoscere la radice quadrata, si considera il semicerchio avente per diametro la somma di questi segmenti: il segmento di perpendicolare condotto alla semicirconferenza dal punto in cui il diametro resta diviso nel segmento unitario e nel segmento fissato, corrisponde alla radice richiesta. La costruzione della radice cubica è invece tratta dal commento di Eutocio al *De Sphaera* et *Cylindro* di Archimede e corrisponde alla costruzione attribuita a Filone di Bisanzio, della quale abbiamo parlato nel § 4.5. Anche se la costruzione geometrica di una radice cubica ricorre raramente nella manualistica dell'abaco⁶⁰, la costruzione di Filone si trova ad esempio proposta da Leonardo Pisano nella *Practica Geometriae* (1220)⁶¹, mentre la variante di Apollonio, citata da Maurolico nei *Data*, si può trovare nella *Summa de Arithmetica Geometria Proportioni & Proportionalita* (1494) di Luca Pacioli⁶². Naturalmente, il fatto che queste costruzioni fossero presenti, per quanto poco frequentemente, in un certo tipo di

⁵⁸ Il passo è tratto dall'edizione critica elettronica degli *Arithmeticonum Libri duo* pubblicata in [Pasquotto 2002].

⁵⁹ Per una valutazione complessiva dell'aritmetica mauroliciana, si rimanda ai contributi di [Cassinetti 1981], [Cassinetti 1988], [Sutto 1998, pp. 317-384] e [Sutto 2001], mentre i lavori di [Sutto 1996] e [Pasquotto 1998] sono specificamente dedicati al tema dell'induzione matematica nell'aritmetica di Maurolico.

⁶⁰ Per un'ampia disamina dei metodi di estrazione di radici quadrate e cubiche presenti nei più importanti trattati d'abaco, si veda il lavoro di [Rivolo, Simi 1998]. In questo articolo, si mostra fra l'altro come la costruzione geometrica delle radici cubiche si possa trovare anche nel *General Trattato de Numeri e Misure* di Niccolò Tartaglia (1556-1560).

⁶¹ Nella *Practica* si trovano descritti tre modi per trovare "geometriche radices cubicam alicuius numeri" secondo i "modis antiquiorum" [Fibonacci 1862, pp. 153-155]. La seconda costruzione effettivamente quella attribuita a Filone, anche se il matematico bizantino non viene esplicitamente citato.

⁶² Alle cc. 47r-v della *Summa* viene infatti descritto il metodo per determinare la radice cubica "per instrumenta geometrica". Pur descrivendo essenzialmente la costruzione attribuita da Eutocio ad Apollonio, Pacioli non attribuisce ad alcuno la paternità del metodo.

letteratura matematica, non sta affatto ad indicare una dipendenza diretta dell'opera mauroliciana dai trattati d'abaco⁶³. La scelta di inserire, a pochi giorni dalla conclusione della redazione dei *Data*, una giustificazione teorica di un tipo di procedimento – quello legato all'estrazione di radice – confinato essenzialmente alla matematica abachistica, va interpretata, a nostro avviso, come un elemento che rafforza il carattere pratico piuttosto che speculativo dei *Data*. Come vedremo nel prossimo paragrafo, tale aspetto diventa particolarmente evidente, quando si confronta questo scritto con un'opera di geometria pratica strutturata in problemi, le *Geometricae Quaestiones*.

5.3 L'applicazione delle regole: le *Geometricae Quaestiones*

Esiste uno stretto rapporto di dipendenza che lega i *Data* alle *Geometricae Quaestiones*, un'agile trattato di geometria pratica in due libri, datati rispettivamente 12 e 29 marzo 1555⁶⁴.

Per molti aspetti infatti, le *Geometricae Quaestiones* rappresentano, agli occhi di un matematico moderno, un ideale completamente del secondo libro dei *Data*, non solo per la contiguità temporale – meno di un anno separa le due stesure – ma soprattutto per il fatto che diverse *quaestiones* si possono a pieno titolo considerare delle applicazioni numeriche di corrispondenti proposizioni dei *Data*. Per meglio chiarire il senso di quest'affermazione, prendiamo in considerazione le proposizioni 14 e 18 del secondo libro dei *Data* – nella Tabella 8 – le proposizioni 14 e 18 del secondo libro dei *Data* accostandole rispettivamente alle proposizioni 12 e 34 del primo libro delle *Geometricae Quaestiones*.

Come si vede, a sinistra abbiamo la regola generale e a destra una sua applicazione pratica. Nel primo dei due esempi, inoltre, si trova addirittura lo stesso riferimento (in grassetto) ad un'opera presumibilmente perduta di Maurolico, le *Adnotationes* o *Speculationes* a cui

⁶³ Con ogni probabilità, come abbiamo detto, una delle fonti di Maurolico fu il *De expentis* di Valla, che presentava tutte le costruzioni geometriche raccolte da Eutocio nel suo commento al *De sphaera et cylindro* di Archimede.

⁶⁴ Il trattato, che occupa le prime 42 carte del manoscritto *Par. Lat. 7468*, descritto in [Moscheo 1988, pp. 185-6] e conservato presso la Bibliothèque Nationale di Parigi, venne pubblicato per la prima volta da F. Napoli [Napoli 1876, pp. 50-113]. Le 70 *Quaestiones* del primo libro sono così suddivise: *Quaest. 1-6 Circa tetragona*, *Quaest. 7-32 Circa plana triangula*, *Quaest. 33-37 Circa regulas chordarum*, *Quaest. 38-42 Circa mensuras angulorum*, *Quaest. 43-48 Circa mensuram circuli et eius portionum*, *Quaest. 49-70 Circa triangula sphaeralia*. Le 53 *Quaestiones* del secondo libro invece appaiono ripartite come segue: *Quaest. 1-5 Circa solida*, *Quaest. 6-12 Circa perpendicularem pyramidis*, *Quaest. 13-16 Circa pyramidis corpulentum*, *Quaest. 17-27 Circa solidorum regularum latera*, *Quaest. 28-29 Circa coni et cylindri mensuram*, *Quaest. 30-32 Circa tornatilis superficem ac corpulentum*, *Quaest. 33-35 Circa sphaere dimensiones*, *Quaest. 36-41 Circa Archimedis inventa*, *Quaest. 42-45 Circa conicas*, *Quaest. 46 De cylindro*, *Quaest. 47-53 Circa diversa supposita*.

Tabella 8: Alcune proposizioni dei *Data* e delle *Geometricae Quaestiones*

<i>Data</i>	<i>Geometricae Quaestiones</i>
<i>Trianguli circulum circumscribentis, si data latera fuerint: datur circuli diameter.</i> Si enim triangulum fuerit orthogonium: excessus, quo aggregatum laterum rectum angulum continentium, excedit latus reliquum, est circuli quaesiti diameter. Quod inventum nonnulli tribuunt Archytae, quod nos in speculationibus nostris ostendimus. Sed cum circulus intra triangulum descriptus tanget tria latera: et tres semidiametri ad puncta contactuum sint ad latera perpendiculares: planumque sit propterea, ex ductu talis perpendicularis in dimidium aggregati trium laterum, produci aream trianguli: iam ob id, area trianguli per alteram praemissarum data, in dimidium aggregati laterum divisa eliciet quaesitam circuli semidiametrum. In omni triangulo. <i>Datis chordis inaequalium arcuum in semicirculo, dabitur chorda arcus excessus.</i> Dabitur enim ex praemissa per primam huius, rectangulum ex chorda maiore, in chordam residui de semicirculo arcus minoris; sed tale rectangulum, ut ostendit Ptolemaeus, aequale est duobus, scilicet rectangulo ex chorda minore in chordam residui de semicirculo arcus maioris quod datur per praemissam et primam atque rectangulum ex semidiametro in chordam arcus excessus. Igitur hoc tertium rectangulum datur; sed semidiameter data: igitur per 2^{um} huius, chorda arcus excessus datur.	<i>Cupio ad huc et diametrum scire circuli intra praefatum triangulum rectangulum abc descripti.</i> Coniunge <i>bc</i>, <i>ca</i> rectum angulum continentia: nam faciunt 7, hinc subtrahere reliquum scilicet 5 et superest 2 diameter scilicet quaesita circuli intra triangulum ipsum descripti. Quod nos in adnotationibus demonstravimus. Vel sic multiplica invicem latera <i>bc</i>, <i>ca</i> quae circum rectum, hoc est 4 in 3 et producis 12 quod partire per aggregatum trium laterum, scilicet 12 et provenit 1 circuli scilicet dicti semidiameter. Vel sic partire aream trianguli per antepaemissam inventam scilicet 6 per $\frac{1}{2}$ aggregati laterum scilicet 6 et exit 1 semidiameter dicta. Namque ex ductu semidiametri circuli intra triangulum descripti in dimidium aggregati laterum semper producit area trianguli. <i>Circuli diameter habet pedes 520. In quo duae chordae diversorum arcuum sunt, una pedum 416 altera 480. Quanta erit chorda arcus, quo maior excedit minorem?</i> Invenias chordas residuorum de semicirculo: quae chordae erunt, illius 312 huius vero 200. Multiplica has in illas perversim, hoc est 416 in 200 et producis 83200. Item 480 in 312 et producis 149760. Minue hoc productum ab illo et supersunt 66560 hoc partire per diametrum 520 et prodeunt 128 chorda scilicet arcus excessus quaesita. Similiter facies pro quibuscumque chordis inaequalibus.

l'autore rinvia per dimostrare che il diametro di un cerchio inscritto in un triangolo rettangolo risulta uguale alla differenza fra la somma dei cateti e l'ipotenusa⁶⁵.

La tabella di corrispondenza che segue, (Tabella 9) suddivisa per argomenti, mette in relazione le proposizioni dei *Data* con quelle delle *Geometricae Quaestiones*.

Anche se l'ordine degli argomenti è sostanzialmente lo stesso nei due testi⁶⁶, le *Geometricae Quaestiones* non si possono considerare un testo completamente speculare ai *Data*, perché solo 36 delle 123 *quaestiones* trovano un corrispettivo. Inoltre, non sempre la corrispondenza fra proposizione e *quaestio* è puntuale come quella illustrata nei due esempi precedenti: mentre le proposizioni dei *Data* possono permettersi di mantenersi ad un livello più generale, le proposizioni delle *Geometricae Quaestiones* esaminano tutti i casi possibili. Così, ad esempio, nella proposizione II.16 dei *Data* Maurolico spiega come calcolare il diametro del cerchio circoscritto ad un poligono regolare di lato noto, illustrando, "exempli causa", il procedimento unicamente nel caso del decagono regolare, mentre nelle *Geometricae Quaestiones* analizza nei dettagli anche il caso del triangolo equilatero, del quadrato, del pentagono e dell'esagono. Va infine segnalato che, tutte le volte che Maurolico si trova nella necessità di descrivere una particolare costruzione geometrica, come quella dei poligoni regolari di 10, 6, 5, 4 e 3 lati dentro uno stesso cerchio, oppure un opportuno triangolo sferico, tali descrizioni sono pressoché identiche nei due testi.

6. I *Data* di Maurolico nella matematica cinquecentesca

Per quasi tutto il XVI secolo, anche dopo l'editio princeps di Zamberti, i *Data* di Euclide non occuparono un ruolo di grande rilievo nella matematica occidentale: essi infatti, come si è detto, sembravano

⁶⁵ Queste *Adnotationes* dovevano trattare, almeno in parte, di geometria piana, poiché nella proposizione II.13 dei *Data* e nella corrispondente *quaestio* 1.15 si trova un analogo riferimento che rimanda alla dimostrazione della cosiddetta "formula di Erone" per calcolare l'area di un triangolo. Alcuni riferimenti a quest'opera perduta si possono ritrovare in diverse redazioni degli *Indices Lucubrationum*. Nella lettera a Bembo del 1536 (così come in quella del 1540), elencando i trattati già completati, Maurolico cita le "Speculationes multas, ubi inter caetera, demonstramus latus octogoni lineam esse minorem dodecagoni vero latus apotomen, circulo in quam rationalem habente diametrum inscriptorum, et alia complura" [Moscheo 1988, p. 273]; nella lettera a Juan de Vega del 1556 descrive nuovamente il trattato aggiungendo nuovi dettagli: "Speculationes item varias subtilium, circa lineam et motum symmetriam, circa octogoni et dodecagoni latera, circa triangulorum rectilineorum calculum, circa locos maximarum aequationum in planetis et alia circa triangulorum latera et areas" [Moscheo 1998, p. 296]. Sebbene nei successivi *Indices*, in particolare in quelli del 1558 [Maurolico 1558] e del 1568 [Clagett 1974], il messinese faccia riferimento a delle più generiche "Adnotationes omnimodae in diversos Mathematicae locos", nella lista degli inediti mauroliciani posseduti dagli eredi verso la metà del XVII secolo, compare nuovamente un testo intitolato *Speculationum Mathematicarum Libellus* [Moscheo 1988, p. 418], del quale però non si hanno, al momento, ulteriori notizie.

⁶⁶ Un'unica eccezione è costituita dai risultati relativi al cerchio ed alla circonferenza, che nei *Data* vengono presentati dopo la trigonometria sferica, mentre nelle *Geometricae Quaestiones* l'ordine appare invertito.

Tabella 9: Confronto fra le *Geometricae Quaestiones* ed i *Data*

	<i>Geometricae Quaestiones</i>	<i>Data</i>
Triangoli piani	I.8,9 I.10 I.12 I.14 I.15 I.16 I.25 I.26 I.27 I.30	II.9 Coroll. II.12 II.14 II.10 II.11 e II.13 II.12 II.15 II.16 Coroll. II.16 Coroll. II.16
Corde di cerchio	I.33 I.34 I.35 I.36	II.17 II.18 II.19 II.20
Misura degli angoli	I.38 I.39	II.21 II.22
Cerchio e circonferenza	I.43 I.44 I.45 I.46	II.27 II.28 II.29 II.30
Triangoli sferici	I.49 I.50 I.51 I.52 I.53 I.54 I.55 I.57 I.59 I.60 I.63	II.23 Sph.2 Sph.5 Sph.1 Sph.3 Sph.6 Sph.8 Sph.9 Sph.7 Sph.10 Sph.11
Poliedri regolari	II.17 II.18 II.23 II.24	II.24 II.25 Coroll. II.25 II.26

limitarsi a presentare in una diversa formulazione alcuni risultati geometrici già contenuti nei primi sei libri degli *Elementi*.

Fu essenzialmente grazie alla diffusione delle *Mathematicae Collectiones* di Pappo, tradotte per la prima volta in latino da Federico

Commandino e pubblicate solo nel 1588, che i *Data* iniziarono ad essere considerati da un diverso punto di vista, dovuto al particolare significato conferito dal matematico alessandrino all'opera euclidea. Nel *Dominio dell'Analisi*, una lista di 33 testi in cui viene esemplificato il metodo di analisi (*resolutio*) e sintesi (*compositio*), Pappo colloca in prima posizione proprio i *Data*, considerati come una raccolta di proposizioni atte a facilitare ed abbreviare il processo dell'analisi: uno strumento, quindi, di estrema utilità per il matematico che avesse voluto cimentarsi nella risoluzione di complessi problemi geometrici⁶⁷.

La diffusione delle *Mathematicae Collectiones*, contribuì quindi in maniera determinante allo sviluppo di una sensibilità metodologica fino ad allora latente nell'ambiente matematico e fu sostanzialmente la rilettura in chiave epistemologica del VII libro delle *Collectiones*⁶⁸, e quindi anche dei *Data* euclidei, che permise a Viète di avviare una profonda riflessione sulla *analysis geometrica*, eletta come strumento ideale per definire i rapporti fra algebra e geometria⁶⁹.

Anche se, con ogni probabilità, Maurolico non ebbe occasione di vedere il VII libro delle *Collectiones*, che pure conobbe una certa diffusione manoscritta, nella *Protheoria Marini*, che introduce i *Data* nell'edizione di Zamberti, si illustra chiaramente il ruolo svolto dall'opera euclidea nel processo di analisi. Scriveva infatti Marino di Neapoli:

Cum forsitan quoad praesentaneum usum ipsum datum diiudicatum sit: subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatem praebere: est siquidem hoc ad aliud habentium reductionem, ad locum enim qui resolutus dicitur, necessaria est admodum huius cognitio. Quantam namque potentiam habeant in mathematicis disciplinis: et aliis eiusdem generis sicut perspectiva et canonica locus resolutus in aliis diffinitum est: et quod demonstrationis est inventio ipsa resolutio: et quod ad inventionem demonstrationis similium nobis confert. Et quo maius est resolutivam potentiam obtinere, quam plures particulares demonstrationes habere [Zamberti 1505].

Particolarmente interessante è la conclusione della *Protheoria Marini*, alla quale, piuttosto che alla conoscenza diretta del VII libro delle *Collectiones*, verosimilmente si deve la citazione "ex traditione Pappi" nel titolo scelto da Maurolico per i suoi *Data*:

Secutus autem est modum doctrinae non per compositionem sed per resolutionem quemadmodum et Pappus satis in libri huius commentationibus demonstravit [Zamberti 1505].

⁶⁷ Sul metodo di analisi e di sintesi si possono vedere, ad esempio, [Jones 1985], [Gardies 2001].
⁶⁸ L'edizione critica del VII libro delle *Mathematicae Collectiones*, corredata da alcuni pregevoli saggi, è stata pubblicata in [Jones 1985].

⁶⁹ Per un approfondimento sulla questione del metodo nella matematica cinquecentesca si vedano [Freguglia 1988] e [Freguglia 1999], mentre si rimanda a [Brugaglia, Nastasi 1986] per un'analisi del metodo di *resolutio* e *compositio* in Viète e Ghetaldi.

Sebbene altri riferimenti al metodo di analisi e sintesi ed alcuni esempi della sua applicazione fossero reperibili, oltre che nella *Prothectoria Marini*, anche nel XIII libro degli *Elementa*⁷⁰ e nel *Commento di Eutocio* al secondo libro del *De sphaera et cylindro* di Archimede⁷¹, non sembra che Maurolico abbia colto l'aspetto metodologico dei *Data* euclidei, o che quanto meno abbia attribuito una particolare validità al metodo di analisi e sintesi. Anche se su questo punto la critica storiografica non è unanime, ci sembra di poter condividere l'idea che effettivamente il metodo di analisi e sintesi, così come era stato inizialmente recepito dalla matematica rinascimentale, non avesse un oggettivo valore euristico: l'importanza assunta nel corso del XVII secolo, appare essenzialmente legata alla nuova interpretazione data da Viète, e risulta proporzionale alla crescente rilevanza che assunse lo strumento algebrico nella risoluzione di problemi geometrici.

La fusione del primo libro con una raccolta di "regole" che trovano un'immediata applicazione nella geometria pratica, sembra indicare piuttosto che Maurolico abbia considerato i *Data* semplicemente come un'appendice degli *Elementa* finalizzata alla risoluzione di esercizi: ipotesi, questa, che l'autore stesso suggerisce nella prefazione al primo libro, quando spiega di aver tentato "in hoc opere resolvendi et argumentandi modum et via quaedam ad praxim calculumque geometricum" (c. 1r). Nella lettera scritta a Juan de Vega nell'agosto 1556, Maurolico rafforza ed amplia questa interpretazione:

Sed, dum recentiorum versor in inventis, oblitus pene fueram Datorum Euclidis sive Theonis atque Iordan, unde multa utriusque scientiae problemata emanant: nam, ex cognitione propositorum quorundam quaesita quaedam nota veniunt. Nihil enim omittere decrevimus ex optimis quibusque veterum traditionibus [Maurolico ms. 7463, c. 7v].

Gli argomenti trattati nei *Data*, tuttavia, non esauriscono affatto gli studi geometrici mauroliciani, essendo esclusi temi di matematica avanzata come le sezioni coniche – per fare l'esempio più eclatante – di cui il messinese si era lungamente occupato spingendosi a ricostruire i libri perduti (V e VI) delle *Coniche* di Apollonio⁷². Nei *Data* mauroliciani trovano dunque una collocazione solo le nozioni ritenute indispensabili alla formazione di una cultura geometrica di base e si limitano a comprendere sia le proprietà fondamentali di figure piane e solide, sia indicazioni essenziali sulle operazioni fra grandezze.

⁷⁰ Si tratta, più precisamente, delle prime cinque proposizioni del XIII libro. Per un commento si veda [Heath 1956, III, pp. 440-451].

⁷¹ [Heiberg 1881b, v. III, pp. 59-261].

⁷² Sulla questione si vedano i lavori di [Brigaglia 1997] e [Saito 1994].

Non ci troviamo di fronte né ad un vero e proprio compendio, né ad un'operazione di *restauratio* di un testo classico e nemmeno ad un'opera interamente originale nei contenuti. Se consideriamo il complesso della produzione scientifica mauroliciana, possiamo concludere che il carattere di questo scritto presenta molte affinità con i *sermones* o *prologi*, tanto che potremmo quasi considerare i *Data* come una sorta di *Sermo de geometria*, in cui vengono esposti i fondamenti pratici della disciplina in forma matematica piuttosto che discorsiva, come avviene invece per il *Sermo de quantitate* o il *Sermo de proportione* [Maurolico 1968]. Redatti in un periodo di intensa attività di revisione e riorganizzazione dei propri scritti, i *Data* rappresentano, proprio come i *Prologi*, un momento di riflessione in cui l'autore mette a fuoco i fondamenti del proprio pensiero matematico.

Da questo punto di vista, è quindi del tutto comprensibile che le fonti dei *Data* siano così numerose ed eterogenee o che in questo testo confluiscono tracce di studi passati, come quelli relativi all'inserzione di due medie proporzionali o all'approssimazione di π . Allo stesso tempo, i *Data* rappresentano, nello sviluppo diacronico degli studi matematici mauroliciani, un importante riferimento, come abbiamo visto per alcune ricerche aritmetiche, e soprattutto un punto di partenza che permette all'autore di muoversi in altri ambiti come quello della geometria pratica delle *Geometricae Quaestiones*, opera per molti aspetti speculare ai *Data*.

Queste considerazioni, in aggiunta al fatto che verosimilmente lo scritto mauroliciano conobbe una scarsa circolazione⁷³, giustificano ampiamente il fatto che l'interpretazione dei *Data* di Euclide *ex traditione Maurolyci* non sia stata in grado di offrire contributi originali ad uno dei dibattiti più importanti della matematica fra Cinquecento e Seicento, la discussione sulla *analysis geometrica*. Il suo significato più autentico, come abbiamo cercato di evidenziare in questo lavoro, risiede quindi nel rappresentare una convincente ed originale chiave di lettura di alcuni importanti aspetti dell'opera matematica mauroliciana.

⁷³ Fra le pochissime notizie di cui disponiamo, ricordiamo che nella prefazione alla propria edizione dei *Data* del 1625, Claude Hardy cita Maurolico due volte. Nel primo caso Maurolico viene accostato a Commandino ed a Giuseppe Auria come studioso dell'opera di Pappo; in seguito, a proposito della traduzione dei *Data* di Zamberti del 1505, Hardy cita il giudizio di Maurolico sull'umanista veneziano: "etsi eam rem non ita feliciter perfectit, quin in eo ut Graece linguae peritiam commendat Maurolycus, Geometriae tamen cognitionem paulo maiorem desiderare videatur" [Hardy 1625]. Come si vede, le citazioni si mantengono su un livello abbastanza generale e non consentono di affermare con certezza che il matematico francese avesse visto proprio il manoscritto dei *Data*. Hardy nutrirà sicuramente un certo interesse per l'opera matematica del messinese: il manoscritto *Par. Lat. 7251* contiene infatti una copia di sua mano degli *Sphaerica* di Menelao *ex traditione Maurolyci*, esemplata probabilmente per Padre Mersenne, sull'edizione messinese del 1538 e datata Parigi, 5 giugno 1624 [Moscheo 1988, p. 286].

Appendice

Edizione critica dei *Theonis ex traditione Pappi datorum libelli duo cum additionibus nostris*

Nota al testo

1. Il manoscritto *Par. Lat. 7467*

L'edizione critica che presentiamo si basa su di un unico testimone, costituito dalle prime 16 carte del manoscritto autografo *Par. Lat. 7467* della Bibliothèque Nationale di Parigi descritto in [Moscheo 1988, pp. 182-5].

L'analisi del manoscritto consente di sostenere che, con ogni probabilità, il primitivo progetto mauroliciano prevedeva la suddivisione dei *Data* in tre anziché in due libri. L'ipotesi è stata avanzata⁷⁴ principalmente sulla base della nota scritta a c. 2 v dopo il teorema 32:

Haec uti praecipua et maxime necessaria, et alioquin facilia, ex quibus ceterae quaestiones emanari possunt, decersimus finem primo libello imponentes

A questa nota seguiva poi un *colophon* scritto con inchiostro rosso, che successivamente è stato quasi completamente cancellato per inserire il teorema indicato come "14, 15, 20, 21". Questi indizi inducono a ritenere che il primo dei tre libri dovesse terminare con il teorema 32, che concludeva la trattazione dei rapporti fra grandezze, in modo da poter riservare il secondo libro ai triangoli. A sostegno di quest'ipotesi si aggiunge ora un altro elemento.

⁷⁴ Si veda [Moscheo 1988, p. 191].

Come si è detto in precedenza, la numerazione dei teoremi del primo libro, posta a margine del testo, segue i *Data* euclidei, ma esiste parallelamente anche una numerazione interna che appare modificata da Maurolico in un momento successivo alla stesura. Se si osserva il manoscritto, infatti, si può vedere che le proposizioni 22 e 23 "huius libelli", citate nei teoremi 45 e 46, erano originariamente indicate come proposizioni 2 e 3: il 2 è stato anteposto solo in un secondo momento. Ancora più significativo il caso del teorema 47: poiché la citazione rimandava alla "tertiam huius" espressa in lettere e non in numeri, Maurolico è stato costretto ad aggiungere "20^{am}" in interlinea. Nel teorema 45, presumibilmente per una svista dell'autore, è stato invece mantenuto il riferimento alla "5^{am} huius" anziché alla "25^{am} huius", che sarebbe stato più coerente dal punto di vista matematico.

La correzione apportata da Maurolico indica dunque che inizialmente il primo libro doveva raccogliere solamente 20 proposizioni, delle quali si è dovuto tenere conto, nella numerazione interna, quando successivamente il primo ed il secondo libro vennero fusi in uno unico.

L'analisi del contenuto matematico del manoscritto ha messo in rilievo alcune inesattezze, che sono state conservate nel testo critico e segnalate in apparato. Di seguito vengono invece descritte nei dettagli:

• Teorema II.20 di c. 9r

Determinare la corda somma di due corde date in un cerchio.

Maurolico applica la proposizione, nota come *teorema di Tolomeo*, secondo cui il prodotto delle diagonali di un quadrangolo inscritto in un cerchio è uguale alla somma dei prodotti dei lati opposti. Egli considera allora il quadrangolo avente per lati le corde date e le corde "residuum de semicirculo" (cioè quelle che insistono, rispettivamente, su archi supplementari a quelli assegnati): la somma dei prodotti dei lati opposti risulta uguale, secondo Maurolico, al rettangolo "quod ex semidiametro in chordam arcus ex arcubus propositis compositi producitur", mentre dovrebbe leggersi "quod ex *diametro* in chordam arcus ex arcubus propositis compositi producitur" (corsivo nostro), dato che le diagonali del quadrangolo in esame sono il diametro e la corda che insiste sull'arco-somma.

• Teorema II.34 di c. 16r

Determinare il diametro di una sfera di volume data.

Maurolico ricorre alla proposizione archimedeica secondo cui una sfera equivale al cono che ha per base la superficie della sfera e per altezza il suo raggio: è quindi chiaro che, laddove egli scrive

Qui conus per demonstrata Archimedis triplus erit ad soliditatem sphaerae. Dabitur igitur coni *bc* soliditas, quia scilicet tripla soliditatis *a* datae..

al posto di "triplus" e "tripla" si deve intendere "aequalis". Vale tuttavia la pena di osservare che, se si considera il teorema II.32 di c. 15^v, in cui Maurolico rimanda alla stessa proposizione archimedeica, si nota che il termine "aequiperat" (usato per indicare l'equivalenza fra il volume della sfera e quello del cono sopradescritto) deriva da una correzione. Non sembra pertanto azzardato supporre che originariamente al posto di "aequiperat" si trovasse scritto "tripplus est" e che Maurolico, rivedendo il testo, si sia accorto dell'inesattezza dimenticando poi di correggere l'analoga svista del teorema II.34.

• Schema di c. 16^r

A conclusione dei teoremi "archimedei", Maurolico sintetizza, con l'ausilio di tre parentesi graffe, i rapporti fra diametro e circonferenza, fra diametro di una sfera, area del suo cerchio massimo e superficie sferica ed infine fra sfera, cubo del suo diametro, cono inscritto nella sfera e cilindro ad esso circoscritto. In quest'ultimo caso, egli suppone che il volume della sfera sia proporzionale a 11: di conseguenza il cubo del suo diametro risulta proporzionale a 21, ma il volume del cono inscritto, avente per base il cerchio massimo, è pari alla quarta parte e non alla metà di quello della sfera. Il valore da associare al cono, quindi, non è $5\frac{1}{2}$ bensì $2\frac{3}{4}$ e dunque il valore corrispondente al cilindro diventa $8\frac{1}{4}$ anziché $16\frac{1}{2}$ (si noti, tuttavia, che nel testo mauroliciano il rapporto fra cono e cilindro è correttamente espresso da 1:3).

2. Criteri editoriali

La tradizione testuale dei *Data* mauroliciani si limita, come abbiamo detto, al solo testimone *Par. Lat.* 7467 che viene indicato, nell'apparato critico, con il *siglum* A. Il *siglum* A¹ sta ad indicare gli interventi operati da Maurolico sul testo per correggere quanto aveva precedentemente scritto.

Il testo è stato trascritto normalizzando l'ortografia per quello che riguarda le *i*, *j*, *u* e *v* e sciogliendo, ove opportuno, le abbreviazioni e tachigrafie di carattere matematico. In particolare, i simboli Δ , $\square$ sono stati sciolti in *triangulum*, *quadratum* oppure *rectangulum*, mentre

il trattino che indica la proporzione è stato sostituito con la particella *ad*. Le parentesi uncinate "<>" indicano un'integrazione congetturata dagli editori.

Il testo è stato suddiviso in paragrafi numerati per facilitare la consultazione ed i riferimenti. I cambiamenti di *folio* sono indicati nel testo dal segno "|", mentre a margine si trova il riferimento dettagliato.

Le figure sono state rifatte conformemente agli originali e non hanno richiesto alcun intervento, ad eccezione della prima, in cui è stato eliminato un segmento mai utilizzato nel corso della dimostrazione e – con ogni probabilità – tracciato per errore⁷⁵. Le abbreviazioni utilizzate nell'apparato critico sono le seguenti

del. = *delevit*

marg. = *marginē*

inter. = *interlinea*

corr. = *correctionem*

3. L'apparato delle fonti

In base alle considerazioni svolte nel § 4 in merito alle opere presumibilmente utilizzate da Maurolico nella stesura dei *Data*, abbiamo citato in apparato quelli che abbiamo ritenuto essere i testi di riferimento, indicando fra parentesi le corrispondenze – quando esistono – con l'edizione critica moderna.

A questa regola fanno eccezione le citazioni euclidee tratte dagli *Elementa*. In questo caso, infatti, abbiamo assunto, conformemente a quanto congetturato nel § 4.2, l'edizione di Campano da Novara come testo di riferimento ed abbiamo indicato fra parentesi le corrispondenze sia con l'edizione di Zamberti sia con quella moderna di Heiberg. Poiché, come abbiamo sottolineato, l'edizione degli *Elementa* curata da Jacobus Faber Stapulensis [Euclide 1546] si limita a giustapporre i testi di Campano e di Zamberti senza rimaneggiarli, abbiamo trattato le citazioni euclidee da questo volume, ritenendole fedeli alle lezioni originali dei due autori.

Infine, le considerazioni svolte nel § 4.5 in merito alle fonti archimedee, ci portano ad assumere come testo di riferimento l'edi-

⁷⁵ Si tratta del triangolo *acd*, disegnato a carta 3 *v*, relativo alla proposizione I.45. Nella figura manoscritta è presente un segmento condotto dal vertice *c* all'ipotenusa *ad*. L'idea che si tratti di un segmento disegnato per errore e rafforzata anche dal fatto che il secondo estremo, che giace sull'ipotenusa *ad*, non è indicato da alcuna lettera.

zione dell'*Archimedes* mauroliciano e a riportare fra parentesi le corrispondenti proposizioni dell'edizione critica del *corpus* archimedeo curata da Heiberg.

Diamo l'elenco delle abbreviazioni utilizzate

- Archim. Dim. Circ.* = Archimede, *Dimensio circuli*, in [Heiberg 1881b, v. I].
- Archim. Spb. et Cyl.* = Archimede, *De sphaera et cylindro libri II*, in [Heiberg 1881b, v. I].
- Camp. Elem.* = [Euclide 1546].
- Epit. Magn. Comp.* = [Regiomontano 1550].
- Eucl. Elem.* = [Heiberg 1883-88].
- Eucl. Data* = [Menge 1896].
- Eutoc. Comm. Spb. et Cyl.* = *Eutocii Commentarium in librum II "De sphaera et cylindro"*, in [Heiberg 1881b, v. III].
- Maur. Dem. Tab. Ben.* = *Maurolyci Demonstratio Tabulae Beneficae*, in [Maurolico 1558].
- Maur. Dim. Circ.* = *De dimensione circuli*, in [Maurolico 1685].
- Maur. Praep.* = *Præparatio ad Archimedis opera*, in [Maurolico 1685].
- Maur. Spb. et Cyl.* = *De sphaera et cylindro ex traditione Maurolyci*, in [Maurolico 1685].
- Maur. Spbaer.* = *Maurolyci Sphaericorum Lib. II*, in [Maurolico 1558].
- Procl. Synt. Math.* = [Heiberg 1898].
- Zamb. Elem.* = [Euclide 1546].
- Zamb. Data* = *Euclidis Megarensis Philosophi Platonici mathematicae præstantissimi incipit liber Datorum, ex traditione Pappi, Bartholomaeo Zamberto Veneto interprete* in [Zamberti 1505].

Liber Primus Protheoria Marini

- 1 Datum esse assumptum quid, aut propositum concessibile communiter diffiniunt. Item datum esse ordinatum quid, dixit Apollonius. Datum esse quidpiam notum, Diodorus. Datum esse rem ad unguem, vel prope verum cognitum, Ptolemaeus. Porimon vel porisma esse quid excogitatum, concessumque. Apoton vero ignotum, ut circuli tetragonismum, ordinatum tamen. Haec quo ad generalem diffinitionem.
- 2 Traditur autem in hoc opere resolvendi et argumentandi modus et via quaedam ad praxim calculumque geometricum.

Diffinitiones

- 1^a Data magnitudine dicuntur areae, lineae et anguli, quibus aequalia possumus exhibere.
- 2^a Ratio dari dicitur, cui eandem possumus exhibere.
- 3^a Rectilineae figurae speciei dari dicuntur, quarum anguli dantur, et laterum ratio data.
- 3 4^a Positione dari dicuntur signa, lineae et anguli, quae eundem semper locum obtinent.
- 5^a Circulus magnitudine dari dicitur, cuius, quae ex centro, magnitudine datur.
- 6^a Positione ac magnitudine circulus dari dicitur, cuius centrum positione, et ea, quae ex centro, magnitudine datur. [iv]
- 4 7^a Segmenta circuli magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli dati sunt, et bases magnitudine datae.

8^a Positione et magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus et anguli dantur, et bases positione et magnitudine dantur.

9^a Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquum eidem aequum fuerit.

5 10^a Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totum eidem aequum fuerit.

11^a Magnitudo magnitudine, dato maior est, quam in ratione, quando ablato dato, reliquum ad idem rationem datam habuerit.

12^a Magnitudo magnitudine dato minor est quam in ratione; quando appposito dato, totum ad idem rationem habuerit datam.

6 13^a Producta est quae a dato puncto in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum vel in datum punctum.

14^a Reducta est, quae a dato puncto lineae positione datae, recta linea in angulo dato agitur.

15^a Appositione data est, quae per datum punctum parallelus agitur rectae positione datae.

Theoremata

1.^a

7 Datarum magnitudinum ratio ad invicem datur.

Quoniam scilicet per primam diffinitionem datis aequales exhibitae eandem, et perinde per 2^{am} datam habebunt rationem.

2.^a

Si duarum magnitudinum ratio data sit et earum altera data: datur reliqua.

Constat per 12^{am} 6⁽¹⁾ et diffinitiones praedictas.

3.^a

8 Datarum magnitudinum, datur aggregatum.

Constat.

ⁱ *Camp. Elem. VI 12 (Zamb. Elem. VI 10, Eucl. Elem. VI 10)* Duabus lineis propositis, altera indivisa, altera per partes divisa, indivisam quidem admodum divisae dividere.

4.^a

Datarum magnitudinum, datur excessus.

Patet per se. |

12

5.^a

9 Totius ad abscisum ratione data: datur et totius ad residuum ratio. Patet per eversam proportionem.

6.^a

Si partium data sit ratio: dabitur et totius ad singulas partes ratio. Patet per coniunctam proportionem.

7.^a

10 Si detur totum et ratio partium: partes singulae dantur. Patet per 11^{am} Sexti⁽¹⁾.

8.^a

Quae ad unum rationem habent datam: et ad invicem datam rationem habebunt.

Patet ex aequa proportionem.

9.^a

11 Si duo inter se datam habeant rationem: et singula ad alterius ordinis singula datam rationem: iam et duo dicti ordinis inter se datam habebunt rationem.

Patet ex aequa proportionem.

10.^a

12 Si magnitudo magnitudine dato maior fuerit, quam $<in^1>$ ratione; et earum aggregatum eadem dato maior erit, quam $<in^2>$ ratione. Et e contrario.

Patet coniunctim et divisim.

¹ in *suppletivus*

² in *suppletivus*

ⁱⁱ *Camp. Elem. VI 11 (Zamb. Elem. VI 9, Eucl. Elem. VI 9)* Ab assignata linea, quotamcumque iubeatis, partem abscondere.

Si magnitudo magnitudine maior dato fuerit, quam in³ ratione: et eadem ipso aggregato, maior erit dato, quam in ratione. Patet componendo et dividendo.

13 Duorum magnitudinum, quae singulae ad tertiam habeant rationem datam, et aggregatum ad eandem datam habebit rationem.

Si totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem et partes ad partes singulae ad singulas rationes datas, licet non easdem. Et omnia ad omnia rationes datas habebunt.

14 Hoc absolvetur faciendo aliqua segmenta proportionalia, et arguendo per 19^{am} Quinti^[iii]. [2v]

Si in tribus continue proportionalibus, extremorum ratio data sit: dabitur et primi ad secundum ratio.

Patet, quoniam primi ad tertium ratio, eius, quae primi ad secundum, rationis dupla est.

15 Rectarum positione datarum se invicem secantium, punctum sectionis positione datur.

Nam ex positione linearum data, certiores de sectionis puncto sumus.

Si lineae limites sint positione dati: datur linea magnitudine. Patet, nam limites terminant ipsam magnitudinem.

¹ in in interl. A
in *Camp. Elem. V.19 (Zamb. Elem. V.19, Eucl. Elem. V.19)* Si a duobus totis duae portiones abscindantur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

16 Si lineae positione et magnitudine datae unum extremum detur, dabitur reliquus. Patet.

Linea vero positione data: quaecunque alia linea per datum punctum, illi aequidistans, sive ad datum angulum incidens: sive data magnitudine eadem dabitur et positione.

17 Parallelis positione datis superveniens linea data magnitudine datos facit angulos. Et datos facit angulos, datur magnitudine. Et si superveniens a dato signo ducatur, in datam rationem secabitur. Et si ad datam rationem secetur, acta per signum⁴ penes parallelos datur positione.

18 Haec uti praecipua et maxime necessaria, et alioquin facilia, ex quibus ceterae quaestiones emanari possunt, decerpimus finem primo libello imponentes.

19 Si fuerint duae datae magnitudines: duaeque aliae datam rationem ad invicem habentes: atque singulae singulis additae, | sive ablatae [3r] fuerint: aggregata, sive residua datam inter se rationes habebunt: si quatuor magnitudines proportionales erant: secus vero aggregatum aggregato, sive residuo, dato maius erit quam in ratione.

Scholium⁵

20 Sed in 21^{ae} Theon repetit illud, quod in 14^a. Et supervacuum est.

⁴ post signum del. aliquot litteras A
⁵ Scholium ~ 20 supervacuum est in infimo marg. f. 2v A
⁶ 21^a correctum 21 A

39.^a

Triangulum, cuius latera singula dantur magnitudine, datur specie.
Nam per 22^{am} Primi *Elementorum*^[vi] ex talibus lateribus constructur triangulum propositum⁷ aequilaterum et aequiangulum: et ideo propositum triangulum per tertiam diffinitionem datur specie.

40.^a

21 Triangulum, cuius anguli singuli magnitudine dantur, datur specie.
Nam per 23^{am} Primi^[vi] faciam triangulum proposito aequiangulum: cuius per 4^{am} Sexti^[v], latera proportionalia erunt lateribus propositi trianguli: igitur, per 3^{am} diffinitionem propositum triangulum datur specie.

41.^a

22 Triangulum, cuius unus angulus datur et laterum illum angulum comprehendendum ratio data: datur specie.
Patet per 6^{am} Sexti^[viii] et diffinitionem praedictam.

42.^a

Triangulum, cuius laterum inter se datur ratio, datur specie.
Patet per 5^{am} Sexti^[viii], et diffinitionem praedictam.

43.^a

23 Triangulum, cuius unus angulus datur, et duorum laterum alium angulum continentium ratio data: reliquus vero angulus, aut rectus, aut maior, minorve recto fuerit: datur specie.
Patet per 7^{am} Sexti^[ix] et diffinitionem praefatam.

⁷ propositum continetur proposito A

^{iv} *Camp. Elem.* 1.22 (*Zamb. Elem.* 1.22, *Eud. Elem.* 1.22) Propositis tribus lineis rectis, quarum duae quaelibet simul lunciae reliqua sint longiores, de tribus aliis lineis illis aequalibus triangulum constituere.

^v *Camp. Elem.* 1.23 (*Zamb. Elem.* 1.23, *Eud. Elem.* 1.23) Data recta linea, super terminum eius cuilibet angulo proposito aequum angulum designare.

^{vi} *Camp. Elem.* VI.4 (*Zamb. Elem.* VI.4, *Eud. Elem.* VI.4) Omnium duorum triangulorum, quorum anguli unius angulis alterius sunt aequales, latera aequos angulos continentia sunt proportionalia.

^{vii} *Camp. Elem.* VI.6 (*Zamb. Elem.* VI.6, *Eud. Elem.* VI.6) Omnes duo trianguli, quorum unus angulus unus uni angulo alterius aequalis, lateraque illos duos aequos angulos continentia proportionalia, sunt inter se invicem aequianguli.

^{viii} *Camp. Elem.* VI.5 (*Zamb. Elem.* VI.5, *Eud. Elem.* VI.5) Omnium duorum triangulorum, quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, aequi sibi invicem esse probantur.

^{ix} *Camp. Elem.* VI.7 (*Zamb. Elem.* VI.7, *Eud. Elem.* VI.7) Si fuerint duo trianguli, quorum unus angulus unus uni angulo alterius aequalis, utroque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti, duorum vero demum reliquorum utroque aut neuter recto angulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se invicem aequiangulos esse.

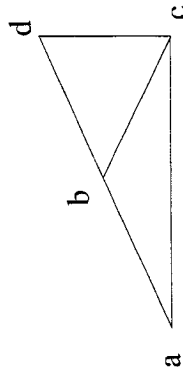
45.^a

24 Triangulum, cuius unus angulus datur et aggregatum duorum laterum dictum⁸ angulum continentium ad reliquum latus rationem habet datam: datur specie.

Ut si triangulum *abc* habeat datum angulum *abc* et laterum *ab*, *bc* congeries datam habeat rationem ad latus *ac*. Dico quod triangulum *abc* datur specie.

Dv.

Producatur enim *ab* usque ad *d* ita ut *bd* | sit ipsi *bc* aequalis: et coniungatur *cd*. 25 Et quoniam *abc* angulus datur, dabitur angulus *cbd*. Igitur et reliqui anguli in triangulo *bcd* isoscele dantur, scilicet angulus *bcd* et angulus *cdb*⁹. Sed per hypothesim ratio *da* ad *ac* datur, ergo per 5^{am}¹⁰ huius, datur *acd* triangulum specie. Igitur angulus *a* datur: ergo et reliquus angulus *acb* datur. Quare per 22^{am}¹¹ huius, datur triangulum *abc* specie.

46.^a

26 Triangulum, cuius unus angulus datur: et aggregatum duorum laterum alium angulum continentium ad reliquum latus rationem habet datam, datur specie.

Ut si triangulum *abc* habeat angulum *a* datum, et aggregatum laterum *ab*, *bc* ad latus *ac* rationem datam. Dico quod triangulum *abc* datur specie. Producat *ab* ponaturque ipsi *bc* aequalis *bd* et coniungatur *cd*. Itaque per hypothesim *da* datam rationem habet ad latus *ac* et angulus *a* datur. 27 Igitur per 23^{am}¹² huius triangulum *acd* datur specie: quare eius angulus *d* datur in triangulo *bcd* isoscele: ipsique aequalis *bcd* et petinde reliquus *cbd* angulus. Et ex hoc, eius intrinsecus *abc*. Quare cum et *a* angulus per hypothesim detur, dabitur et reliquus *acb*. Et ideo per 22^{am}¹³ huius, triangulum *abc* specie datur.

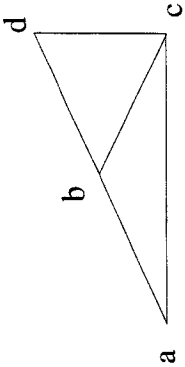
⁸ post dictum del. aliquot literas A
⁹ post *cdb* del. ut videtur igitur per 2^{am} huius $\triangle bcd$ datur specie. A

¹⁰ 5^{am} A' 25^{am} intelligendum est

¹¹ 22^{am} A' 2^{am} A

¹² 23^{am} A' 3^{am} A

¹³ 22^{am} A' 2^{am} A



[47]

Omne rectilineum specie datum in triangulos specie datos distinguitur.
28 Descriptis¹⁴ in proposito rectilineo triangulo universis: constat propositum per 20^m¹⁵ tertiam huius toties repetitam, quot fuerint triangula.

48.^a

Triangula specie data super eandem lineam descripta datam ad invicem habent rationem.
Quoniam sunt ad invicem, sicut celsitudines, quae datam habent rationem inter se, eam scilicet, quam latera correlativa.

49.^a

29 Rectilinea specie data super eandem lineam descripta datam ad invicem habent rationem.

Singula enim rectilinea secantur in triangulos specie datos per antepaermissam et per praermissam datur ratio inter se triangulorum: hinc per aequam et coniunctam proportionem, totius ad totum rectilineum ratio dabitur.

50.^a

30 Similia rectilinea super lineas datam inter se rationem habentes descripta, datam invicem rationem habent.
Siquidem duplam correspondentium laterum, per 18^m Sexti¹⁶.

51.^a

Rectilinea specie data super lineas datam inter se rationem habentes

descripta, datam invicem rationem habent.
Absolvitur, sicut antepaermissa.

52.^a

31 Rectilineum specie datum super data magnitudine lineam descriptum, datur magnitudine.
Patet, describendo quadratum super eandem lineam: quod per 49^m datam habebit rationem ad rectilineum: quare cum detur quadratum magnitudine, dabitur et rectilineum.

53.^a

32 Duabus figuris specie datis: per datam duorum correlativorum laterum rationem, datur inter reliqua ratio.

<54.^a6>

Item per datam figurarum rationem dabitur laterum ratio.
| 33 Harum utraque absolvitur, ad unam figuram applicando figuram alteri [4 similem, per aequam proportionem.

55.^a

Rectilinei specie et magnitudine dati, dantur latera singula magnitudine.

34 Patet per 25^m Sexti¹⁷ describendo rectilineum sub specie et magnitudine data.

66.^a

In triangulo datum angulum habente, quod sub lateribus datum angulum continentibus continetur, rectangulum datam habebit rationem ad triangulum.

35 Triangulum *abc* datum habeat angulum *a*. Dico quod rectangulum *bac* ad triangulum *abc* datam habebit rationem. Ducatur enim *bd* perpendicularis ad latus *ac*. Datique erunt anguli trianguli *bad* et ipsum triangulum *abd* specie datum.

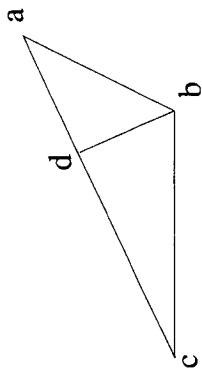
36 Igitur ratio *ab* ad *bd* data: verum sicut *ab* ad *bd*, sic rectangulum *bac* ad rectangulum *bd ac*. Igitur ratio rectanguli *bac* ad rectangulum *bd ac* data. Sed rectangulum *bd ac* duplum est trianguli *abc*. Ergo ratio rectanguli *bac* ad triangulum *abc* data, sicut proponitur.

¹⁴ Descriptis coniectimus Descriptus *A*

¹⁵ 20^m in interl. *A*

¹⁶ 54.^a supplevimus
¹⁷ *Camp. Elem.* VI.18 (*Zamb. Elem.* VI.20, *Eud. Elem.* VI.20) Omnes duae superficies multangulae, sunt divisibiles in triangulos similes atque numero aequales, estque proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relativum latus alterius, proportio duplicata.

¹⁸ 54.^a supplevimus
¹⁹ *Camp. Elem.* VI.25 (*Zamb. Elem.* VI.25, *Eud. Elem.* VI.25) Datae superficiei similem, alicuius propositae aequalem designare.



67.^a

37 In triangulo datum angulum habente, area, qua potentius est aggregatum <laterum¹⁷> datum angulum continentium, latere reliquo, datam habebit rationem ad triangulum.
 Triangulum abc habeat angulum a datum. Dico quod quadrati quod ex bac tamquam uno, excessus super quadratum bc datam habebit rationem ad triangulum abc . Producat enim ba sitque ipsi ca aequalis ad . Et coniungatur ac producat dc donec ipsi be ad aequidistantiam ipsius ac ductae coincidat. 38 Eruntque triangula dac , dbe similia: et ideo ipsae db , be aequales. Secetur per medium ed in puncto f erique per 5^m Secundi *Elementorum*^[xii], rectangulum dce cum quadrato cf aequale quadrato df . Apponatur utrobique quadratum bf , erique rectangulum dce una cum quadrato cf et quadrato fb , aequale quadrato df cum quadrato fb . 39 Sed per penultimam Primi^[xiii], quadratum cf <et¹⁸> quadratum fb simul aequalia sunt quadrato bc . Et quadratum df quadratum fb simul quadratum bd . Igitur rectangulum dce cum quadrato bc simul aequum est quadrato bd , hoc est quadrato bac laterum tamquam unus. Excedit ergo quadratum bac ipsum quadratum bc in rectangulo dce . 40 Demonstrandum itaque quod rectangulum dce ad triangulum abc rationem habet datam. Sic. Cum angulus bac sit datus: dantur anguli trianguli cad ; et triangulum cad specie datur. Quare quadrati ad ad quadratum dc ratio datur. Et quoniam propter aequidistantiam linearum ac , be , sicut ba ad ad sic ec ad cd ; sicut autem ba ad ad sic rectangulum ba ad ad quadratum ad . 41 Itemque sicut ec ad cd , sic rectangulum ec ad ad quadratum cd ; propterea sicut rectangulum ba ad ad quadratum ad sic rectangulum ec ad ad quadratum cd et permutatim. Datur autem ratio quadrati ad ad quadratum cd . 42 Igitur datur ratio rectanguli ba ad ad rectangulum ec ad cd . Sed cum ca , ad sint aequales, iam ipsum rectangulum bad est ipsum rectangulum bac . Ergo ratio rectanguli bac ad rectangulum ecd datur. Cumque angulus bac datus sit, datur per praecedentem ratio rectanguli bac ad triangulum abc . Itaque ex

¹⁷ laterum *supplevimus*

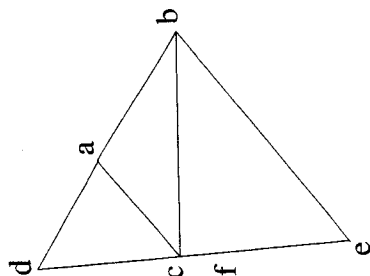
¹⁸ et *supplevimus*

^{xii} *Camp. Elem.* II.5 (*Zamb. Elem.* II.5) Si linea recta per duo aequalia duoque inaequalia secetur, quod sub inaequalibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato totius lineae in se ducto describitur.

^{xiii} *Camp. Elem.* I.46 (*Zamb. Elem.* I.47, *Eucd. Elem.* I.47) In omni triangulo rectangulo, quadratum quod a latere recto angulo opposito in semet ipso ducto describitur, aequum est duobus quadratis, quae ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

aequali, dabitur ratio rectanguli ecd ad triangulum abc . Quod fuit demonstrandum.

80.^a



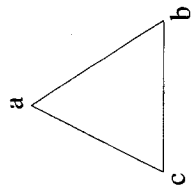
43 In triangulo datum angulum habente, si quod sub lateribus datum angulum continentibus continetur rectangulum datam habeat rationem ad id, quod ex reliquo latere | quadratum, datur triangulum [5v]

specie.
 44 Sit triangulum abc angulum a datum habens: et rectangulum bac datam habeat rationem ad quadratum bc . Aio quod datur specie triangulum abc . Cum enim angulus a datus sit, excessus ipsius¹⁹ quadrati bac tamquam unus super quadratum bc ratio ad triangulum abc ²⁰ per praecedentem datur. Esto talis excessus area d . Datur ergo ratio areae d ad triangulum abc . Sed per antepaermissam trianguli abc ratio ad rectangulum bac datur, quoniam angulus a datus est. 45 Per hypothesin autem datur ratio ipsius rectanguli bac ad quadratum bc . Ex aequali ergo, dabitur ratio areae d ad quadratum bc . Et coniunctim dabitur ratio aggregati ex area d et quadrato bc hoc est ipsius quadrati bac tamquam unus ad quadratum bc . 46 Quare et ipsum bac , quod est laterum ba , ac aggregatum circa angulum a datum habebit rationem datam ad laterum bc . Namque quadratorum datam rationem habentium latera datam rationem habent. Atque ideo per 26^m huius libelli, quam fuit 45^m in ordine *Datorum*^[xvi], triangulum abc dabitur specie. Quod fuit demonstrandum.

¹⁹ post ipsius del. $\square$ A

²⁰ ratio ad triangulum abc signo *potio* in marg. A

^{xvi} *Zamb. Data* 45 (*Eucd. Data* 45) Si triangulum unum habuerit angulum datum, circum vero datum angulum latera utraque, sicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum specie.



$\square bac \left\langle \begin{array}{l} \square \text{ area } d \\ \square bc \end{array} \right\rangle$ per praemissam $\triangle abc$ per
 $\square bac \left\langle \begin{array}{l} \square \text{ per hypothesim} \\ \square bac \end{array} \right\rangle$ antepraemissam

Catanae, VII Aprilis M. D. L. III.

1 Fuit nobis animus, candide lector, non universa Theonis *Dedomena* transcribere, sed necessaria magis, et quae ad planorum triangulorum scientiam facerent, decerpere. Sed neque Theon omnia, quae ad praxim faciunt, complexus est, neque omnia, quae ad proportionales spectant magnitudines. Horum vero nos bonam partem in *Arithmetica* *Datis* tractavimus. Debuerat sane ipse *Datorum* author, sicut multa facillima, ita et coetera elementaria non omittere. 2 Nos vero haec in hoc secundo²¹ libello supplebimus. Ita lector habebis enchiridium datorum brevius, sed rebus usitatis refertius.

Liber Secundus²² Theoremata 1.^a

Magnitudinum datarum datur congeries, datur excessus, datur productum.

Nam congeries per additionem, excessus per subtractionem, productum per multiplicationem exhibentur.

2.^a

3 Dato producto atque multiplicantium altera, datur reliqua.

Nam ex divisione producti per multiplicantem datam, prosilit reliqua multiplicans.

3.^a

Si detur²³ latus, dabitur quadratum; dato autem quadrato, datur latus. Illud enim ex multiplicatione lateris in se, hoc vero per extractionem radicis quadratae absoluitur.

4.^a

4 Si detur multiplicantium aggregatum et productum: dabuntur singulae multiplicantes.

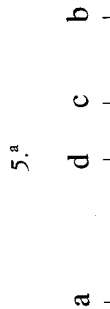
Datur enim 1 per praecedentem quadratum, quod ex dimidio dati aggregati: [6v] itaque si hoc quadratum aequale sit dato producto: iam singulae multiplicantes sunt aggregati dimidia. Secus vero, sit aggregatum multiplicantium ab ipsaeque

²¹ secundo A' tertio A

²² Secundus A' Tertius A

²³ post detur *del.* multip A

multiplicantes bc , ca dimidium aggregati bd . 5 Datur ergo quadratum bd datum et quod ex bc , ca , scilicet per 5^{am} Secundi *Elementorum*^[xv] rectangulum bc ca una cum quadrato cd aequale sunt quadrato bd . Igitur quadratum bd excedit rectangulum bca in quadrato cd : datur ergo per primam huius quadratum cd et per praemissam ipsa cd , scilicet bd data, igitur datur per primam bc et inde cd ; igitur singulae bc ,²⁴ ca dantur.



Si detur multiplicantium excessus et productum: dantur multiplicantes singulae.

6 Nam si multiplicantes sint bc , ca et aggregati dimidium bd , iam sic cd fiet dimidium excessus dati. Datur itaque cd eiusque quadratum. Sed tale quadratum cum rectangulo bc ca iam dato conflatur quadratum bd per 5^{am} Secundi *Elementorum*^[xvi]. Datur ergo quadratum bd et ipsa bd , de qua si auferatur cd iampridem data superest bc data: et haec cum excessu dato conflabit ac reliquam.

6.^a

Si trium magnitudinum proportionalium, duae datae sint, datur reliqua.

7 Nam cum per 16^{am} Sexti^[xvii], rectangulum quod sub extremis, aequale sit ei, quod a media quadrato. Iam ex prima vel 3^a huius absolvitur problema.

7.^a

Si quatuor magnitudinum proportionalium tres quaelibet dentur, datur reliqua.

Nam cum, per 15^{am} 6^[xviii] rectangulum quod | sub extremis, aequale sit | 7d rectangulo, quod a mediis: iam per secundam huius, resolvitur quaestio.

²⁴ bc ex abc A

^{xv} *Camp. Elem.* II.5 (*Zamb. Elem.* II.5, *Eud. Elem.* II.5) Si linea recta per duo aequalia duoque inaequalia secetur, quod sub inaequalibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea quae inter utrasque est sectiones describitur, aequum est ei quadrato quod a dimidio totius lineae in se ducto describitur.

^{xvi} *Camp. Elem.* II.5 (*Zamb. Elem.* II.5, *Eud. Elem.* II.5).

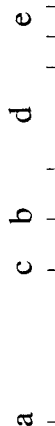
^{xvii} *Camp. Elem.* VI.16 (*Zamb. Elem.* VI.17, *Eud. Elem.* VI.17) Si fuerint tres lineae proportionales, quod sub prima et tertia rectangulum continetur, aequum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima et tertia continetur aequum ei quadrato quod a secunda produciuntur, ipsae tres lineae proportionales erunt.

^{xviii} *Camp. Elem.* VI.15 (*Zamb. Elem.* VI.16, *Eud. Elem.* VI.16) Si fuerint quatuor lineae proportionales, quod sub prima et ultima rectangulum continetur, aequum erit ei quod sub duobus reliquis. Si vero quod sub prima et ultima continetur, aequum fuerit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales esse convenit.

8.^a

8 Si detur multiplicantium ratio et productum, dantur multiplicantes singulae.

Ut si detur ratio ac ad cb nec non et rectangulum ac cb dabuntur ac , cb singulae. Nam per primam Sexti *Elementorum*^[xix], sicut rectangulum ac cb ad quadratum bc sic ac ad cb . 9 Datur igitur ratio talis: sit ergo sicut d ad e sic rectangulum ac cb ad quadratum bc . Iam enim, horum quatuor proportionalium, tribus datis: dabitur reliquam, scilicet quadratum bc , per praemissam²⁵. Quare, per 3^{am}, dabitur ipsa bc quare et ca datur.



9.^a

10 In triangulo rectangulo, si dentur duo latera, datur reliquum. Nam cum per penultimam Primi *Elementorum*^[xx] quadrati laterum rectum angulum comprehendendum simul sumpta sint aequalia quadrato reliqui lateris: ex 3^a huius absolvitur propositum.

10.^a

11 Trianguli, cuius data sunt latera, datur quilibet cathetus.

Trianguli abc data sint latera singula. Aio quod dabitur a quovis²⁶ angulo ad oppositum latus perpendicularis: utpote cd . Nam si latera ac , cb sint aequalia, palam est, quod cd cadit in punctum medium inter ab . 12 Itaque in triangulo rectangulo bcd , cum duo latera²⁷ db , bc dentur: dabitur per praemissam cd reliquum, cathetus scilicet quaesitam.

Si vero ac , cb latera sint inaequalia: tunc iam per penultimam Primi *Elementorum*^[xxi] differentia quadratorum ac , cb iam data, est differentia quadratorum ad , db iam data. 13 Sed talis differentia, per 6^{am} 2^[xxii], divisa per ipsam ab exhibet differentiam ipsarum ad , db .

²⁵ per praemissam in marg. A

²⁶ quovis connectimus quos vis A

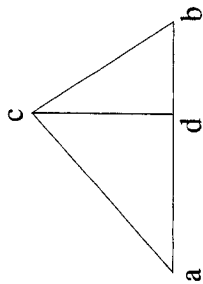
²⁷ latera post corr. A

^{xix} *Camp. Elem.* VI.1 (*Zamb. Elem.* VI.1, *Eud. Elem.* VI.1) Si duorum rectilinearum superficierum, aequidistantium laterum sive triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

^{xx} *Camp. Elem.* I.46 (*Zamb. Elem.* I.47, *Eud. Elem.* I.47) In omni triangulo rectangulo, quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, aequum est duobus quadratis, quae ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

^{xxi} *Camp. Elem.* I.46 (*Zamb. Elem.* I.47, *Eud. Elem.* I.47).

^{xxii} *Camp. Elem.* II.6 (*Zamb. Elem.* II.6, *Eud. Elem.* II.6) Si recta linea in duo aequalia dividatur, alia vero ei linea in longum addatur, quod ex ductu totius iam compositae, in eam quae iam adiecta est, cum eo quod ex ductu dimidia in seipsam, aequum est ei quadrato quod ab ea quae constat ex adiecta et dimidia in se ipsam ducta describitur.



Cum ergo ipsarum ad, db detur aggregatum per hypothesim et nunc differentia: dabuntur ad, db singulae. Nam dimidium differentiae adiectum et subtractum dimidio dicti aggregati, conflabit et residuabit ipsas ad, db singulas. Unde²⁸ rursus kathetus dabitur.

11.^a

14 Trianguli, cuius dantur latera: datur area.

Dabitur enim per praecedentem kathetus ab angulo ad basim: quod autem ex dimidio basis in kathetum producit, est area trianguli per 42^{um} Primi *Elementorum*^(xxiii). Igitur per primam huius, talis area datur.

12.^a

Trianguli, cuius datur basis, et kathetus ad basim datur area.

15 Nam ex 1/2 basi in kathetum²⁹. Si data sit basis et area, dabitur kathetus. Nam³⁰ divisa area in dimidium basis, exit ex divisione kathetus. Denique, si detur kathetus et area, datur basis: nam area in kathetum divisa, prosilit ex divisione dimidium basis.

Corollarium

Ex quibus manifestum est, quod cum in orthogonio triangulo latera rectum angulum comprehendita sint pro kathetis, iam ex dimidio utriuslibet talium laterum in reliquum productur area trianguli ipsius.

²⁸ Unde ~ dabitur in marg. A

²⁹ Nam ex 1/2 basi in kathetum ex kathetus A

³⁰ ante Nam del. De A

^{xxiii} *Comp. Elem. I.42 (Zamb. Elem. I.42, Eucl. Elem. I.42)* Aequidistantium laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato aequalis, ipsa vero superficies triangulo assignato aequalis.

16 Et ex divisione areae in dimidium utriuslibet dictorum laterum, exultat latus reliquum.

13.^a

Trianguli, cuius dantur latera, absque notitia katheti, datur area. Datur enim aggregatum laterum. Datur eius dimidium. Dantur tres excessus, quibus id dimidium excedit singula latera. Datur et solidum sub tribus excessibus comprehensum. 17 Dabitur et per 6^{am} huius, media proportionalis inter dictum dimidium solidumque magnitudo, quae, ut alibi nos ostendimus, est area trianguli.

14.^a

Trianguli circulum circumscribentis, si³¹ data latera³² fuerint: datur circuli diameter.

Si enim triangulum fuerit orthogonium: excessus, quo aggregatum laterum rectum angulum continentium, excedit latus reliquum, est circuli quaesiti diameter. Quod inventum nonnulli tribuunt Archytae, quod nos in speculationibus nostris ostendimus. 18 Sed cum circulus intra triangulum descriptus tangat tria latera: et tres semidiametri ad puncta contactuum sint ad latera perpendicularares: planumque sit propterea, ex ductu talis perpendicularis in dimidium aggregatum laterum, produci aream trianguli: iam ob id, area trianguli per alteram praemissarum data³³ in dimidium aggregati laterum divisa eliciet quaesitam circuli semidiameterum. In omni triangulo.

15.^a

19 Data circuli diametro, dabuntur latera decagoni, hexagoni, pentagoni, quadrati, atque trianguli isopleurorum eidem circulo inscriptorum.

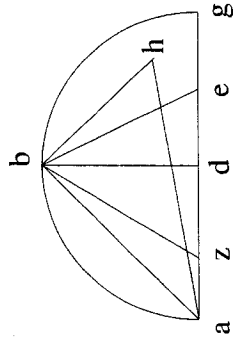
Esto semicirculus abg super diametrum ag centrumque d , bd perpendicularis ad ag , dg secetur per aequalia in puncto e ductaque eb , ipsa eb aequalis sit ez et connectatur bz et ab . Item ipsa ab perpendicularis: ipsique bd aequalis sit bb et coniungatur ab . 20 Erit enim dz latus decagoni, bd latus hexagoni, bz latus pentagoni, ab latus quadrati, ab latus trianguli aequilaterorum tali circulo inscriptorum. Sicut in 13^o *Elementorum* Euclidis, et Ptolemaeus in principio *Magnae Constructionis*^(xxvi) ostendit.

³¹ si post corr. A

³² post latera del. aliquot literas A

³³ regula generalis in marg. A

^{xxvi} *Epit. Magn. Comp. I.1 (Ptol. Synt. Math. I, pp. 32-36)* Data circuli diametro, latera decagoni, hexagoni, pentagoni, tetragoni, atque trianguli, isopleurorum, eidem circulo inscriptorum repetire.



16.^a

[8v]

Dato alicuius praedictarum figurarum latere, dabitur circuli intra quem figura describitur, diameter.

21 Detur, exempli causa, latus decagoni a aio quod dabitur, circuli intra quem decagonus describitur, diameter. Exponatur quaecumque diameter circuli b , iam dabitur, per praecedentem, latus decagoni circulo, cuius diameter b inscripti: sit illud c ; per 7^{am} dabitur his quarta proportionalis, ut scilicet sicut c ad b sic sit a ad d . Eritque d ³⁴ diameter circuli intra quem describitur decagonum, cuius latus a proponitur propter proportionem figurarum.

a c

d b

Corollarium

22 Hinc autem per 9^{am} huius³⁵, dabitur perpendicularis a centro ad latus quodlibet figurae aequilaterae intra circulum descriptae. Et ex³⁶ ductu perpendicularis in dimidium perimetri figurae, consurgit ipsius figurae area. Quae problemata facile convertuntur, sicut in hac 16^a factum est.

³⁴ post d del. aliquot litteras A

³⁵ ante huius del. aliquot litteras A

³⁶ post ex del. ex A

17.^a

Data alicuius arcus chorda, datur chorda residui de semicirculo. Nam cum tales chordae cum diametro semicirculi contineant angulum rectum: absolvetur propositio per 9^{am} huius.

18.^a

23 Datis chordis inaequalium arcuum in semicirculo, dabitur chorda arcus excessus.

Dabitur enim ex praemissa³⁷ per primam huius, rectangulum ex chorda maiore, in chordam residui de semicirculo arcus minoris; sed tale rectangulum ut ostendit Ptolemaeus^{38(xv)} aequale est duobus, scilicet rectangulo ex chorda minore in chordam residui de semicirculo arcus maioris quod datur per praemissam et primam³⁹; atque rectangulum ex semidiametro in chordam arcus excessus. 24 Igitur hoc tertium rectangulum datur, sed semidiameter data, | igitur per 2^{am} [9r] huius, chorda arcus excessus datur.

19.^a

Data chorda cuiusvis arcus; dabitur chorda dimidii talis arcus.

Dabitur enim, per antepaemissam, chorda residui de semicirculo: huius quoque chordae ac diametri dabitur differentia: et huius differentiae dimidium. 25 Sed chorda dimidii propositi arcus media proportionalis est inter dictae differentiae dimidium ac diametrum: ut ostendit Ptolemaeus^{40(xv)}. Dantur autem dictum dimidium ac diameter: ergo, per sextam huius, dabitur chorda dimidii propositi arcus: quae media est trium continue proportionalium.

20.^a

Datis duorum arcuum chordis: dabitur chorda arcus ex his compositi.

26 Nam, per 17^{am} huius, dantur chordae residuorum de semicirculo: dabuntur ergo duo rectangula, quae ex utraque datarum chordarum in chordam residui de semicirculo alterius fiunt, quae⁴⁰ pariter sumpta aequalia sunt rectangulo, quod ex semidiametro⁴¹ in chordam arcus ex arcubus propositis compositi producitur

³⁷ ex praemissa in marg. A

³⁸ ut ostendit Ptolemaeus signo posito in marg. A

³⁹ quod datur per praemissam et primam signo posito in marg. A

⁴⁰ quae in interl. A

⁴¹ semidiametro A diametro intelligendum est

^{xv} Epit. Magn. Comp. 1.3 (Ptol. Synt. Math. 1, pp. 36-37) Si quadrilaterum inscriptum circulo fuerit rectangulum, quod sub duobus eius rectangulis diametris continetur, est aequale duobus quae sub lateribus eius oppositis continentur rectangulis pariter acceptis.

^{xvi} Epit. Magn. Comp. 1.5 (Ptol. Synt. Math. 1, pp. 39-41) Cuiuscunque arcus in semicirculo chorda data fuerit, chordam medietatis talis arcus notam fieri.

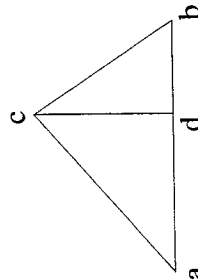
ut ostendit Ptolemaeus⁴²[xviii]. Datur ergo tale rectangulum. Sed diameter data: ergo et chorda arcus dicti ex arcibus datis compositi datur per secundam huius.

Scholium

27 Ex his sex praeceptis a Ptolemaeo traditis emanat omnis chordarum ac sinuum rectorum calculatio. Nam⁴³ nunc dividendo, nunc componendo arcus, notescunt chordae ac sinus non solum singulorum arcuum, sed etiam per singulos graduum quadrantales, immo si lubet per singulas minutias: completa autem tabula chordarum per totum semicirculum, aut sinuum per totum quadrantem, parata est via triangulorum tam planorum, quam sphaeralium calculo. 28 Namque l[quan]titates angulorum per proportionem laterum, et ergo per sinus rectos cognoscuntur: et arcus circulorum in sphaera per sinus similiter notescunt: sicut in *Sphaericorum* libris traditur. Sed nos hic pro triangulis adducemus exemplum.

21.^a

Trianguli, cuius data sunt latera, dabuntur et anguli.
Ut si trianguli *abc* latera singula data sint: aio quod eius anguli dabuntur. 29 Dabitur enim, per 10^{ma} huius, perpendicularis *cd*. Datur ergo ratio *ac* ad *cd*. Sed sicut *ac* ad *cd* sic sinus totus ad sinum anguli *a*, hoc est sinum arcus ab angulo *a* assumpti: tantus est enim angulus, quantus arcus, quem angulus in centro constitutus assumit. Itaque cum quatuor proportionalium magnitudinum scilicet *ac*, *cd* sinus totus et sinus anguli *a* tres datae sint: iam, per 7^{ma} huius, reliqua, scilicet sinus anguli *a* dabitur: et ideo ipsae angulus *a* in tabula sinuum, per sex praemissas, constructa, dabitur. 30 Similiter et angulus *b* per latus *bc* et *cd* perpendicularem notescet, unde et reliquus angulus *bca* datus veniet.



⁴² ut ostendit Ptolemaeus in *mag.* A

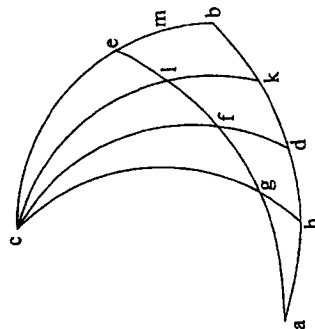
⁴³ ante Nam *del. aliquot litteras* A
xxv Ept. *Magr. Comp.* I.6 (*Hol. Synt. Math.* I, pp.41-43) Datis chordis duorum arcuum in semicirculo, cognoscetur et chorda arcus ex his compositi.

22.^a

Trianguli, cuius dantur anguli, datur proportio laterum.
Nam si datur angulus *a* datur eius sinus: scilicet sicut sinus totus ad sinum anguli *a* sic *ac* ad *cd*: datur ergo ratio⁴⁴ *ac* ad *cd*. Item similiter dabitur ratio *bc* ad *cd*. Quare ratio laterum *bc*, *ca* dabitur. Item angulus *acd* est complementum anguli *a* quoniam cum eo conficit angulum rectum: et ideo datus. 31 Et similiter angulus *bcd* complementum ipsius *b* anguli datur. Hinc ergo, ut prius, dabitur ratio *ca* ad *ad* necnon l[atio] *cb* ad *bd*. Et ideo ratio tam ipsius *ac* quam ipsius *bc* ad ipsum *ab* datur. Similiter in omnibus triangulis te expedies, quamvis perpendicularis cadat extra triangulum: nam tunc per angulum obtusum intrinsecum, sumitur extrinsecus acutus. Sed in triangulis orthogoniis, ipsa rectum angulum comprehendit latera sunt pro kathetis. Et opus est facilius.

23.^a

32 In triangulis sphaeralibus, ex datis lateribus dantur anguli et ex datis angulis dantur latera.



In unica descriptione complectar trianguli orthogonii sphaeralis data: nam ex orthogonio sequuntur praecepta reliquorum triangulorum. Sint ergo in superficie sphaerae quadrantales circulorum maiorum *ab*, *bc* angulum *b* rectum continentes. Quo fit ut *c* punctum sit polus ipsius *ab* circuli; et *a* punctum ipsius *bc* vicissim polus. 33 A quibus polis ad ipsos circulos rursum quadrantales descendant *cd*, *ae* se vicissim in puncto *f* secantes. Item a polo *c* alii duo quadrantales utrinque ab ipso *cd* descendant *cgb*, *clh* qui secent quartas *ae*, *ab* in punctis *g*, *h*, *k*, *l*. Atque ut praeceptorum fundamentum melius intelligatur, ita hos quadrantales disponam:

⁴⁴ post ratio *del. aliquot litteras* A

⁴⁵ *g, h, k, l* : *g, h, k, l* A

ut sinus arcus cf sit medius proportionalis inter sinum totum et sinum arcus ce . Et etiam inter sinum arcus cg et sinum arcus cl . Quare fiet, sicut sinus totus ad sinum arcum cg sic sinus arcus cl ad sinum arcus ce . Quibus suppositis, hæc sequuntur. 34 Aggregatum ipsorum arcuum fa , ad erit quadrans: et ipsi arcus in maxima differentia. Et sinus arcus cf æqualis sinui anguli afd item arcus fg , dk æquales inter se. Et ipsi arcus fl , dk inter se æquales. Unde et ipsi ag , kib arcus æquales invicem: et ipsi ab , le arcus æquales erunt invicem. Item sinus arcus cg erit et sinus anguli alk . | Et e contrario, sinus arcus cl erit et sinus anguli agb . Adhuc secto per medium arcum be in puncto M ratio sinus aggregati arcuum ga , ab ad sinum differentiae eorumdem arcuum, erit sicut quadratum sinus arcus cM ad quadratum sinus arcus Mb . 35 Eandemque rationem habebit sinus aggregati arcuum la , ak ad sinum differentiae eorumdem: et eandem sinus aggregati arcuum fa , ad ad sinum eorum differentiae. Et similiter in omni triangulo sphaerali orthogonio inter quadrantes ae , ab constituto. Sicut igitur ipsorum arcuum fa , ad aggregati sinus maximus est, quia scilicet sinus quadrantis ac semidiameter sphaerae: sic et ipsorum arcuum fa , ad maxima est differentiarum, quae in reliquis triangulis orthogonis inter quartas ae , ab positus.

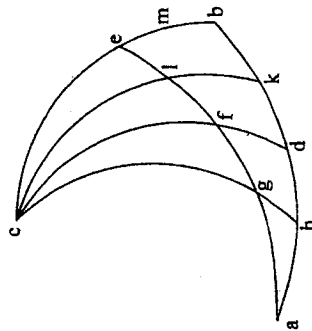
Data Sphaeralium Triangulorum

36 Nunc his iactis fundamentis, veniam ad explicationem datorum.

p.^a

In triangulo igitur agb datis arcibus, dabuntur anguli.

Nam datorum arcuum dantur sinus. Et sicut sinus arcus *ae* hoc est sicut sinus totus ad sinum arcus *eb* sic sinus arcus *ag* ad sinum arcus *gb*. Scilicet tria ex his dantur, scilicet sinus arcus *ag* sinusque totus: igitur et quartum scilicet sinus arcus *eb* qui est sinus anguli *a* dabitur: et iam ipse angulus *a* dabitur. Similiter per arcus *ga*, *ab* dabitur angulus *agb*.

2.^a

37 Item datis duobus arcibus *aa. ab* dabitur reliquis *ab.*

37/ Item datus duobus arcibus *ag*, *g* et eorum complementis *ge*, *g*. Scilicet sicut est Nam sic datus talium arcuum complementa, quae sunt *cg*, *ge*. Scilicet sicut est sinus arcus *cg* ad sinum arcus *ge* sic sinus totus ad sinum arcus *hb*. Igitur dabitur sinus arcus *hb* et ipse arcus *hb* et eius complementum *ab*.

3. a

28 Item dato arcu aa et angulo a dantur reliqui arcus et anguli.

38 Item dato arcu ag et angulo a uantur reliqui arcus et anguli.
Nam sinus anguli a est ipse sinus arcus eb . Scilicet sicut est sinus totus ad sinum arcus eb sic sinus arcus ag ad sinum arcus gb . **39** Igitur sinus arcus gb et ipse sinus arcus eb datur. Et inde reliqua.

4. a

Item datis arcubus ea , ab datur reliquus gb et anguli.

Item datus arcubus ga , ad pat. reliquus arcus le . Sed sicut est sinus arcus le Nam ga est aequalis kb et arcus le aequalis arcui le . Igitur sinus arcus kb ad sinum totum, sic est sinus arcus le ad sinum arcus le . Igitur autem sinus arcus le ad ipse arcus le qui est quantitas anguli agb dabitur. Sicut autem sinus arcus bb ad sinum totum, sic sinus arcus ge ad sinum arcus gc . Scilicet tria ex his nota, cum arcus ge , bb sint complementa arcuum ga et ab datorum, igitur arcus gc et eius complementum gb dabitur.

5. a

Item datis arcibus ab , cb dabitur arcus reliquus ag .

40 Dantur enim ipsorum *ab*, *gg* complementa, scilicet arcus *bb*, *ge* scilicet sicut item datus arcubus *ad*, *gg* tabuli arcus reliquos *eg*.
sinus totus ad sinum arcus *bb* sic sinus arcus *gc* ad sinum arcus *ge*. Igitur sinus arcus *ge* et ipse arcus *ge* datur: quare et eius complementum *ag* arcus datur.

6.^a

Itaque datis circulo a et arcu ab dantur reliqui arcus et anguli.

Nam quantitas anguli *a* est ipse arcus *eb*. Scilicet sicut sinus arcus *eb* ad sinum totum, sic sinus arcus *gb*⁶ ad sinum arcus *ag*. Igitur sinus arcus *ag* et ipse arcus *ag* datur, et reliqua ut prius.

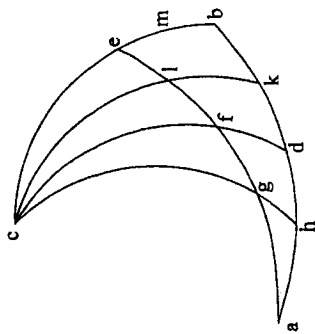
7.^a

41 Item datis angulis a et α ob acutis dabuntur et arcus singuli.

41 Item datus angulus a et agb acutus dabitur et arcus singulorum.

⁴⁶ *post qb del. aliquot literas A*

igitur arcus le et arcus ce complementum ipsius eb . Sed sicut sinus arcus le ad sinum arcus ce , sic sinus totus ad sinum anguli cle . Igitur datur sinus anguli cle et ipse angulus cle ipsique oppositus angulus alk . Sed quantitas anguli alk est arcus cg . 42 Itaque datur arcus cg et eius complementum arcus gb . Et inde reliqui, ut ante. Vel sic. Quoniam sicut sinus arcus eb ad sinum totum sic sinus arcus lk ad sinum arcus la . Ideo dabitur sinus arcus la et ipse arcus la et eius complementum le arcus, et ipsi le aequalis arcus ab . Et inde reliqui, ut ante.



8.^a

Item dato angulo a et arcu ab dantur reliqua.

43 Nam arcus ab est aequalis arcui le datur ergo arcus le et eius complementum arcus al . Scilicet sicut sinus totus ad sinum arcus eb , qui est quantitas anguli a [11v] sic sinus arcus al ad sinum arcus lk dabitur ergo arcus lk et eius complementum, arcus cl , qui est quantitas anguli agb . Datur ergo angulus agb . Ergo et coetera, ut prius, in duobus praemissis datis.

9.^a

Item datis arcu gb et angulo agb , dantur reliqua.

44 Nam sic datur arcus cg et complementum ipsius gb , datur et arcus cl quantitas ipsius anguli agb . Sed sicut sinus totus ad sinum arcus cg , sic sinus arcus cl ad sinum arcus ce , dabitur ergo sinus arcus ce et ipse arcus ce eiusque complementum eb , qui est quantitas anguli a . Igitur per 5^{um} vel 6^{um} datum dabuntur coetera.

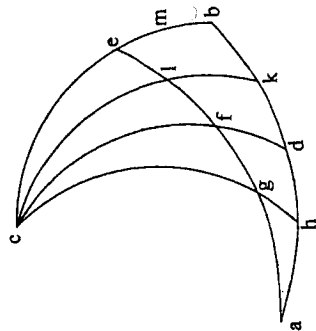
10.^a

Item dato angulo a et aggregato arcuum ga , ab tamquam uno arcu: dabuntur singuli arcus et anguli.

45 Nam sicut est quadratum sinus arcus cm ad quadratum sinus arcus Mb , sic est sinus arcus aggregati ex arcibus ga , ab ad sinum arcus differentiae eorundem:

quare cum tria data sint, dabitur sinus arcus dictae differentiae, et ipse arcus. Cum itaque arcuum ga , ab aggregatum et differentia datae sint: dabuntur arcus ga , ab singuli et reliqui per antedicta.

46 Vel sic quoniam sicut est aggregatum sinus totus et sinus complementi anguli dati a ad differentiam eorundem sinuum, sic est sinus arcus aggregati ex arcibus ga , ab ad sinum arcus differentiae eorundem: et horum tria data sunt: propterea dabitur quartum scilicet sinus arcus dictae differentiae, et ipse arcus differentiae. Quare cum et aggregatum et differentia nunc arcuum ga , ab data sint: dabuntur arcus ga , ab singuli per se, et coetera per superiora praecepta.



11.^a

47 Eodem modo in triangulo afd maximae differentiae cum arcus aggregatus ex arcibus fa , ad sit quadrans, dabitur ipsa differentia.

Vel sic, quoniam sinus totus, sinus arcus cf et sinus arcus ce sint continue proportionales: et duo ex his extrema data sint: dabitur, per 6^{um} huius medium, scilicet sinus arcus cf et ipse arcus cf eiusque complementum fd et hinc per 6^a horum datorum, arcus⁷ singuli fa , ad .

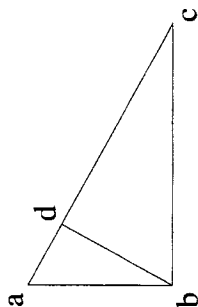
48 Item complura data resolvuntur per tabellam focundam Ioannis Regiomontani: multa per tabellam nostram beneficam, quae omnia latius demonstrata sunt et a Menelao, et a nobis in duobus nostris *Sphaericorum* libellis. Et eorum executio practica per Canones tabularum Ioannis memorati, ac *Tabulae magnae primi mobilis*, et in libellis problematum nostrorum explanatur.

49 Ut autem intelligamus artificium tam focundae, quam beneficae, atque etiam sinus recti tabellarum, sit triangulum abc cuius angulus abc rectus: et bd perpendicularis, ad latus ac in quo linea ab est sinus totus: angulus a quantitas arcus cum qua intratur, in quamlibet dictarum trium tabellarum. 50 Et si ponatur ab gnomon, erit bc umbra versa, ad altitudinem anguli a . Et linea ac radius coniungens extrema gnomonis et umbrae.

⁴⁷ ante arcus del. aliquot literas A

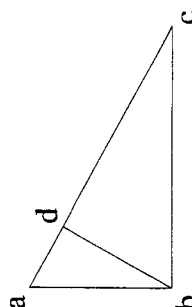
Igitur intranti in tabellam sinus cum angulo a offertur sinus rectus, qui est linea bd nam da est sinus secundus ipsius anguli. Intranti autem in tabellam fecundam cum angulo a offertur umbra versa, qua est linea bc . Intranti denum tabulam beneficam cum angulo ipso a offertur linea ac quam radium appello.

51 Hinc patet structura et collatio harum trium tabellarum. Namque ex notitia duarum linearum, scilicet ab quae est sinus totus, et ex bd notescunt coeterae. In tabella itaque sinus recti, quando angulus a nihil est: sinus quoque bd nullus est: quando autem angulus a continet 30 gradus; sinus bd est dimidium ipsius ab sinus totius, quare scilicet est dimidium lateris hexagoni: quando vero angulus a habet 90 gradus, tunc bd est ipsa ab sinus totus.



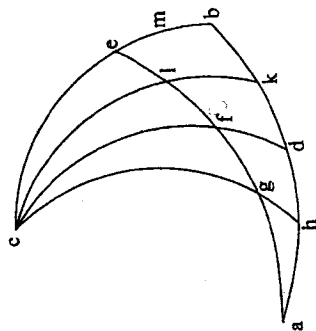
52 In tabella vero foecunda, quando angulus a nihil est, umbra versa bc nulla est. Quando vero angulus a habet 45 gradus: umbra bc aequalis est ipsi ab gnomoni. Quando vero angulus a habet 90 gradus: umbra bc infinita est. | In tabella denum benefica, quando angulus a nullus est, tunc radius ac est par ipsi gnomoni ab . Quando autem angulus a habet 60 gradus: tunc radius ac est duplus ad gnomonem ab . 53 Quando vero angulus a 90 gradus complectitur: tunc radius ac infinitus est, sicut umbra bc aequidistant enim et in infinitum currunt absque concursu.

[12v]



Sed operae precium est intelligere, quo pacto ex his tabellis foecunda et benefica nonnullae quaestiones circa sphaeralia triangula resolvantur. Quam ob rem, superiori descriptione repetita.

Si in triangulo sphaerali agh detur angulus a et arcus gb , aio quod dabitur arcus ah , et coetera. 54 Nam, sicut in *Sphaericis* nostris demonstravimus^[xviii] sicut est quadratum gnomonis ad rectangulum ex umbris versis arcuum gb , ce , sic est sinus totus ad sinum arcus ab . Sed horum quatuor tria sunt, scilicet quadratum gnomonis ac rectangulum ex umbris versis arcuum gb , ce datur, quoniam datur arcus gb et arcus ce , qui complementum est arcus eb dati propter angulum a datum. Et sinus totus datur. Igitur quartum, scilicet sinus arcus ab et ipse arcus ab dabitur. Hinc autem trahitur regula calculandi rectam ascensionem, ac regula supputandi differentiam ascensionalem, quibus utitur Ioannes Regiomontius. 55 Haec quo ad tabulam foecundam, in qua supposito gnomone ab particularum 100000, exarantur umbrae versae per singulos quadrantis gradus.



Veniam nunc ad nostram Beneficam. Sintque in triangulo sphaerali agh arcus ag , gb singuli dati. Aio quod dabitur arcus ab . Vocabo autem radium ac in tabula benefica inventum, numerum multiplicandum. 56 Itaque, quoniam, sicut in *Sphaericis* ostendimus^[xxi], sicut est sinus totus ad numerum multiplicandum arcus gb ⁴⁸ sic | sinus arcus ge ad sinum arcus hb . Et horum tria data sunt. Igitur et quartum, scilicet sinus arcus hb et ipse arcus hb et eius complementum arcus ab dabitur⁴⁹.

Item in eodem triangulo agh dati sint arcus gb cum angulo a . Dico quod arcus ag et reliqui dabuntur.

57 Cum enim, sicut in *Sphaericis* ostendimus^[xxx], sicut est sinus totus ad numerum multiplicandum arcus ce , iam dati propter angulum a et arcum eb datum: sic sit

⁴⁸ numerum multiplicandum arcus gb post corr. A

⁴⁹ et eius complementum arcus ab dabitur signo posito in marg. A

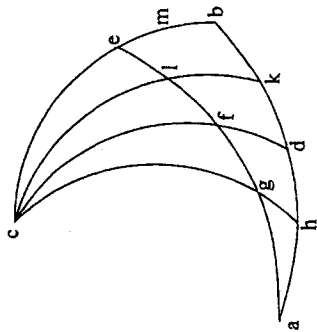
^{xxviii} *Maur. Sphaer. II.31* In triangulo rectangulo ex arcibus circularum maiorum in superficie sphaerae constituto, sinus totus ad sinum arcus unum ex acutis angulis subidentis est sicut quadratum gnomonis ad rectangulum comprehensum sub umbris versis, quarum una complementum reliquae acuti, altera vero arcui eundem acutum subidentem debetur.

^{xxix} *Maur. Dem. Tab. Ben. c.60b, 23-25* Sed per demonstrata Menelaei, sicut sinus ipsius fb ad sinum totum arcus fc sic sinus ipsius be ad sinum ipsius ed . Igitur sicut sinus be ad sinum ipsius ed sic erit sinus totus ad ipsum g .

^{xxx} *Maur. Dem. Tab. Ben. c.60b, 40-42* Sed, sicut ostendit Menelaus, sicut est sinus ipsius ed ad sinum totum, sic iam sinus ipsius be ad sinum ipsius ab . Ergo et sicut sinus ipsius be ad sinum ipsius ab sic sinus totus ad ipsum g .

sinus arcus gb ad sinum arcus ag atque horum tria data sint; dabitur quantum scilicet sinus arcus ag et ipse arcus ag . Sicut proponitur. Item in ipso triangulo agb dentur arcus ag , gb dico quod dabitur angulus a et coetera.

58 Cum enim, sicut ostendimus in *Sphaericis*^{xxxj}, sicut est sinus totus ad numerum multiplicandum arcus ge dati, propter arcum ag datum: sic sit sinus arcus gb dati ad sinum arcus eb . Quorum tria data sunt; dabitur quantum scilicet sinus arcus eb et ipse arcus eb , qui est quantitas anguli a . Quod est propositum.

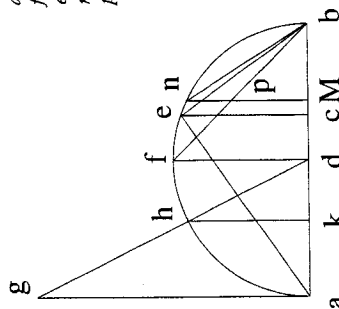


Quae data, quamquam per tabellam sinus sicut alia sexcenta, expediuntur, tamen eorum, per has tabellas foecundam et beneficam facilius succedit operatio. 59 Per has enim excluditur difficultas ac fastidium divisionis: quippe quae fit hic abiectis tantummodo figuris aliquid. Quot videlicet ziffrae adhaerent monadicarum in numero representantem sinum totum, sive gnomonem, eiusve quadratum. Neque enim alia necessitas induxit Regionontanum fabricandi tabellam foecundam: quem nos imitati nostram beneficam adinvenimus, servato gnomone ipsius Ioannis. 60 Quorum omnium demonstrationem nos in secundo *Sphaericorum* nostrorum libello, calculumque in problematibus astronomicis satis explicuimus. Quidquid autem diximus de triangulo sphaericali agb orthogonio, id totum de triangulo agd deque triangulo alk omnique alto sphaericali triangulo l rectangulo fieri potest. 61 Hinc enim derivantur data reliquorum triangulorum sphaeralium, omnesque circa sphaerales arcus quaestiones, et regulae omnes, quibus Ptolemaeus utitur in sua *Magna constructione*. a Menelao sive Mileo geometra sumptis: unde tabula magna primi mobilis, et generales ac particulares declinationum et rectorum ascensionum tabulae ab egregio viro Ioanne Regionontano supputatae sunt.

[13v]

^{xxxj} *Maur. Dem. Tab. Ben. c.60v, 55-56* Verum ut ostendit Menelaus sicut sinus ipsius ab ad sinum totum sic iam sinus ipsius bc ad sinum ipsius ed . Igitur erit sicut sinus bc ad sinum ipsius ed sic sinus totus ad ipsum g .

ae latus pyramidis
 fb latus octahedri
 eb latus cubi
 nb latus icosahedri
 pb latus dodecahedri



24.^a

62 Data sphaerae diametro, dabuntur latera pyramidis, octahedri, cubi, icosahedri, atque dodecahedri solidorum intra sphaeram ipsam inscriptorum.

Esto sphaerae diametros ab quae secetur in puncto c ita ut ac sit dupla ipsius cb . Et a puncto c excutietur usque ad periferiam semicirculi super ab diametrum descripti linea ce perpendicularis. Et coniungatur punctum e cum extremis diametri, per lineas ae , eb . 63 Eritque ae latus pyramidis, eb autem latus cubi. Item a centro semicirculi d perpendicularis item ad diametrum usque ad periferiam educatur df . Et coniuncta fb , erit latus octahedri. Adhuc erigatur ipsi ab perpendicularis et aequalis linea ag et connectatur gd , quae secet periferiam semicirculi in puncto h , a quo perpendicularis cadat ad diametrum bk . 64 Et quoniam ag dupla ipsius ad , iam et hk dupla ipsius kd erit, propter similitudinem triangulorum agd , khd et ideo quadratum bk quadruplum ad quadratum kd , et ideo quadratum hd quincuplum ad quadratum kd . Verum hd tripla^{xxxii} ipsius cd , et ideo quadratum hd nonuplum ad quadratum cd . 65 Igitur dk maior quam cd . Ponatur ergo ipsi dk aequalis dM . Et excitata perpendicularis a diametro ad periferiam usque prodeat Mn . Nam coniuncta nb , erit latus icosahedri. Denum, sicut est hk ad ka , sic sit, per 7^{am} huius, linea eb ad pb . 66 Eritque pb latus dodecahedri: nam sicut ex 11^a Secundi *Elementorum*^{xxxiii} facillime constare potest, vel per conversionem primae tredecim^{xxxiii}; si linea haec bk secetur secundum extremam medianque rationem, maius segmentum eius erit ak . Quamobrem eb , quod est latus cubi, in puncto p divisum ita ut sicut est bk ad ka sic sit eb ad bp : secundum extremam medianque rationem secabitur. Quare maior eius portio bp erit latus dodecahedri, sicut in 18^a

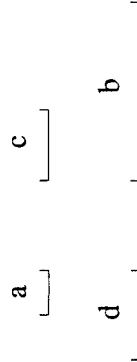
^{xx} ante tripla del. dup A

^{xxxii} *Camp. Elem. II.11, Eucl. Elem. II.11* Datam lineam sic secare, ut quod sub tota et una portione rectangulum continetur, aequum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum. ^{xxxiii} *Camp. Elem. XIII.2 (Zamb. Elem. XIII.2, Eucl. Elem. XIII.2)* Si cubibet lineae bipartitae cuius quadratum quadrati alterutrum suarum portionum sit quintuplum, in longum sibi linea addatur, donec eadem portio reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema divisa erit, maiorque portio eius erit linea media.

25.^a

67 Dato alicuius praedictorum solidorum latere, dabitur sphaerae⁵¹, intra quam solidum describitur, diameter.

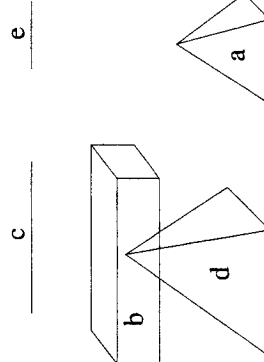
Detur, exempli gratia, latus dodecahedri *a*. Dico quod dabitur sphaerae, intra quam dodecahedrum describitur, diameter. Exponatur linea qualibet *b* quae sit sphaerae diameter. Intra quam descripti dodecahedri, per praecedentem inventa, diametros sit *c*. Et per 7^{am} huius, sit sicut *c* ad *b* sic *a* ad *d*. 68 Erit enim *d* diameter⁵² sphaerae, intra quam⁵³ describitur dodecahedrum, cuius *a* latus proponitur propter proportionem figurarum.



<Corollarium>

Hinc autem, per 9^{am} huius, dabitur perpendicularis a centro sphaerae ad basin figurae solidae inscriptae. Et ex ductu tertiae partis perpendicularis in basin, consurgit soliditas pyramidis, quae multiplicata iuxta numerum basium conflabitur totius figurae solidae soliditatem. Quae data facillime convertuntur: per proportionem, sicut in hac 25^a factum est. 69 Coetera quaque⁵⁴ data circa solidas figuras, hic antea praeceptis, facile veniunt. |

[14v]



⁵¹ post sphaerae del. aliquot literas A
⁵² post diameter del. aliquot literas A
⁵³ quam signo posito in marg. A
⁵⁴ quaque coniectimus non legitur A

^{xxiv} Camp. Elem. XIII.18 (Zamb. Elem. XIII.18, Eucl. Elem. XIII.18) Latera quinque corporum praemissorum ab eadem sphaera circumscripibilem, cuius sphaerae sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum invenire.

26.^a

Solidi specie ac magnitudine dati dantur latera singula.

Esto solidum quodpiam *a* specie datum, ac magnitudine, aequale videlicet solidi cupiam *b*. Aio quod solidi *a* latera dantur magnitudine. Constituat enim data species super lineam *a* quamcumque. 70 Dabitur ergo ratio solidi *a* ad solidum *b*. Sic ergo sit, per 7^{am} huius, linea *a* ad lineam *c*. Et inter ipsas *a*, *c*⁵⁵ ponantur, duae mediae proportionales *d*, *e*⁵⁶. Ita scilicet, ut ratio *a* ad *c* tripla sit rationis *a* ad *d*. Et super *d* lineam constituat species ipsi *a* speciei similis ac similiter posita: quae sit *d*. Eritque ratio speciei *a* ad speciem *d* sicut *a* lineae ad *d* lineam multiplicata per 17^{am} Undecimi. 71 Et ideo sicut linea *a* ad lineam *c*, igitur et sicut solidum *a* ad solidum *b*. Itaque eandem rationem habebit solidum *a* ad solidum *b* et ad solidum *d*. Quare aequale erit solidum *d* solidi *b*. Et perinde *d* solidum erit illud, quod proponitur, quandoquidem et specie et magnitudine constat: dantur igitur et eius latera magnitudine sicut proponitur.

27.^a

72 Data circuli diametro, datur periferia.

Descripto enim circulo, super datam diametrum, datur periferia quamquam convoluta in ambitum. Sed quis vetat lineam convolutam explicare? Datur et in calculo, quam prope vis verum: quemadmodum irrationales lineae assignantur in numeris proprius ac proprius semper ad veritatem. 73 Quamvis ergo per Archimeden^[xxv] ostensum sit, rationem periferiae ad diametrum minorem quidem esse, quam triplam sesquiseptimam, maiorem vero quam triplam ac decem septuagesimas primas superpartientem: et a nobis | etiam inter propinquiores limites conclusa sit; tamen in calculo semper contenti erimus proportionem tripla sesquiseptima. Itaque datam diametrum multiplicabimus per 22 et productum in 7 partiemur: sic ex divisione, dabitur in quotiente periferiae quantitas.

28.^a

74 Data periferia circuli, datur diameter.

Ducta enim in septenarium data periferia: productoque in 22 diviso, dabitur quotiens, diametri scilicet magnitudo: quae duo data, per 7^{am} huius, absolventur.

29.^a

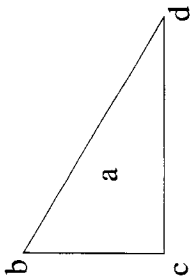
75 Dati circuli dabitur area.

Nam per quintam diffinitionem, circuli dati datur diameter: per antepaemissam, vero data diametro, datur periferia: dabitur ergo triangulum orthogonium, cuius

⁵⁵ *a*, *c* : *a*, *c*
⁵⁶ *d*, *e* : *d*, *e*

^{xxv} Maur. Dim. Circ. 7 (Archim. Dim. Circ. 3) Circuli periferia tripla est diametri, et adhuc excedit minori quam septima parte diametri, maiori autem, quam decem septuagesimis primis.

laterum, quae circa rectum sunt angulum, alterum semidiametro circuli, alterum vero periferiae sit aequale, per 9^{am} huius: dabitur ergo, per 11^{am} huiusmodi trianguli area. 76 Sed talis area, ut demonstravit Archimedes^[xxxv], est aequalis areae circuli. Datur ergo area circuli. Producentur ergo area circuli ex ductu semidiametri in dimidium periferiae.



30.^a

Data circuli area, dabitur et diameter et periferia circuli.

Esto enim area quadam *a* data cuiusdam circulo aequalis. Dico quod dabitur talis circuli et diameter et periferia. 77 Erit enim aliquod triangulum orthogonum *bcd*, cuius angulus *c* rectus, et latus *bc* semidiametro, latus vero *cd* periferiae circuli⁷⁷ talis sit aequale. Quod quidem, per Archimedis demonstrata^[xxxvii], erit areae circuli et perinde datae areae *a* aequale. Igitur ratio *bc* ad *cd* datur. Ergo per 23^{am} praemissi triangulum *bcd* datur specie. Datur autem magnitudine. Igitur per 35^{am} praemissi *bc*, *cd* semidiameter et periferia dantur.

31.^a

78 Data sphaerae diametro; datur sphaerica superficies.

Nam, per 27^{am} huius, dabitur periferia circuli, cuius est talis diameter. Et per 29^{am} dabitur eiusdem circuli area. Sed ad talem aream sphaerica superficies est quadrupla, ut demonstrat Archimedes^[xxxviii], dabitur ergo sphaerica superficies.

32.^a

Datae sphaerae dabitur soliditas.

79 Nam datae sphaerae datur diameter. Et per praecedentem, dabitur sphaerae superficies. Quae cum quadrupla sit ad circumulum sphaerae maximum: et ad talem circumulum quadruplus sit circumulus duplam diametrum habens: iam hic circumulus

³⁷ ante circuli del. aliquot litteras A
xxxv. Maur. Dim. Circ. 4 (Archim. Dim. Circ. 1) Circulus aequalis est triangulo rectangulo, cuius quae quidem ex centro aequalis est uni earum, quae circum rectum angulum, perimeter autem basi.
xxxvi. Maur. Dim. Circ. 4 (Archim. Dim. Circ. 1).
xxxvii. Maur. Sph. et Cyl. 11 (Archim. Sph. et Cyl. 1.33) Sphaerae superficies quadrupla est ad suum maximum circumulum, esque aequalis curvae superficiei eius cylindri, cuius tam axis, quam basis diameter aequalis est sphaerae diametro.

aequalis erit sphaericae superficiei. Sed conus hunc circumulum basim habens et celsitudinem sphaerae semidiametro aequalem, iam acquiperat⁵⁸ soliditatem sphaerae: et datur idem conus: dabitur ergo sphaerae soliditas, ut demonstrat Archimedes^[xxxix].

33.^a

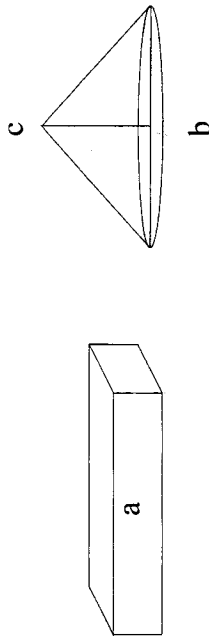
80 Data sphaerae superficiei, datur eius diameter.

Nam si datur sphaerae superficies: datur et eius quarta pars. Sed haec quarta pars est area circuli in sphaera maximi per Archimedis demonstrata^[xl], datur ergo area circuli in sphaera maximi. Quare, per 30^{am} huius, datur huius circuli diameter: sed circuli maximi in sphaera diameter est ipsius sphaerae diameter. Datur igitur sphaerae diameter.

34.^a

81 Data sphaerae soliditate, datur eius diameter.

Sit data soliditas *a* sphaerae cuiusdam. Aio quod dabitur *i* sphaerae talis diameter. Erit enim aliquis conus super basim *b* aequalem superficiei sphaericae et sub celsitudine *bc* aequali semidiametro sphaerae propositae. Qui conus per demonstrata Archimedis^[xli], triplus⁵⁹ erit ad soliditatem sphaerae. 82 Dabitur igitur coni *bc* soliditas, quia scilicet tripla⁶⁰ soliditatis *a* datae. Scilicet coni talis diameter basis quadrupla est ad celsitudinem *bc*. Datur igitur conus *bc* specie ac magnitudine: datur ergo eius dimetientes, per 26^{am} huius. Dabitur ergo *bc* sphaerae propositae semidiameter, ac petinde diameter.



⁵⁸ iam acquiperat A' triplus est ad A
⁵⁹ triplus A aequalis intelligendum est
⁶⁰ tripla A aequalis intelligendum est
xxxix. Maur. Sph. et Cyl. 25 (Archim. Sph. et Cyl. 1.34) Sphaera aequalis est cono, cuius basis sphaericae superficiei, celsitudo vero sphaerae semidiametro aequalis est.
xl. Maur. Sph. et Cyl. 11 (Archim. Sph. et Cyl. 1.33).
xl. Maur. Sph. et Cyl. 25 (Archim. Sph. et Cyl. 1.34).

Additio

Item circuli area data, dabitur diameter, sic.

83 Cum prope verum ratio circularis arcae ad quadratum suae diametri sit sicut 11 ad 14, dabitur ergo diametri in tali circulo quadratum: ergo, per 3^{am} huius, dabitur talis quadrati latus quod est ipsius circuli diameter.

Similiter data sphaerae soliditate, dabitur diameter, sic.

Cum prope verum ratio soliditatis sphaericae ad cubum suae diametri sit sicut 11 ad 21, dabitur ergo talis cubus. Ergo, per 26^{am} huius, dabitur talis cubi latus, quod est ipsius sphaerae diameter.

Lineae { Diameter circuli ——— 7
Periferia ——— 22

Superficies { Area circuli ——— 11
Quadratum diametri ——— 14
Superficies sphaerae ——— 44

Solida { Soliditas sphaerae ——— 11
Cubus diametri sphaerae ——— 21
Conus ——— 5 1/2⁶¹
Cylindrus ——— 16 1/2⁶²

In arce Catanensi, 13 aprilis 1554

| Appendix Quaedam

[16v]

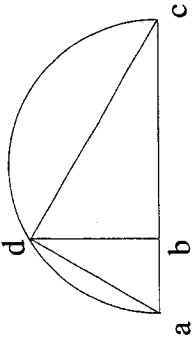
84 Datae magnitudinis, dabitur quadrata radix.

Nulla magnitudo datur, nisi respectu positae magnitudinis. Sit ergo posita magnitudo *ab* data vero magnitudo *bc*. Super tota *ac* describatur semicirculus *adc* et a puncto *b* perpendicularis ad diametrum excitetur *bd*, quae cum media proportionalis sit inter *ab* positam et *bc* datam magnitudinem: iam per diffinitionem radix erit ipsius *bc* datae magnitudinis quadrata. Ut ostendit Euclides^[xiii].

⁶¹ 5 1/2 A 2 3/4 intelligendum est

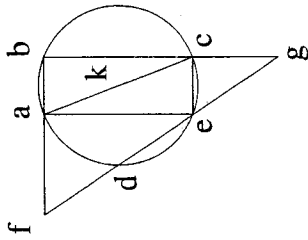
⁶² 16 1/2 A 8 1/4 intelligendum est

^{xiii} *Camp. Elem.* VI.9 (*Zamb. Elem.* VI.13, *Eucl. Elem.* VI.13). Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.



85 Datae magnitudinis dabitur cubica radix.

Sit posita magnitudo *ab*, data vero *bc*. Compleatur rectangulum *abce* cui circumscribatur circulus *abce* cuius centrum *k*⁶³ et inter *ba*, *bc* in infinitum productas protrahatur recta *fd* secans periferiam in punctis *d*, *e* hac scilicet conditione, ut *fd*, *eg* sint aequales (sive ut *fk*, *kg* sint aequales)⁶⁴. 86 Aio itaque quod lineae *ab*, *cg*, *af*, *bc* sunt continue proportionales: atque ideo per diffinitionem *cg* erit ipsius *bc* datae magnitudinis cubica radix: ut ostendit Apollonius. Et Philon byzantius^[xiii].



Sic habes lector optime tam quadratae quam cubicae radices in continuis inventionem. 17 aprilis 1554.

⁶³ cuius centrum *k* signo posito in marg. A

⁶⁴ (sive ut *fk*, *kg* sint aequales) in marg. A

^{xiii} *Maur. Praep.* 27 (*Eutoc. Comm. Sph. et Cyl.* III). Quibuslibet duabus lineis duas medias esse proportionales.

Bibliografia

- # Bibliografia
- [Fine 1532] Oronzio Fini delphinatis liberalium disciplinarum professoris regii, *Protomathesis: Opus varium ac scitu non minus utile quam iucundum, nunc primum in lucem felicititer emissum*, Parisiis, 1532.
- [Freguglia 1988] P. Freguglia, *Ars Analytica Mathematica e methodus nella seconda metà del Cinquecento*, Busto Arsizio, Bramante, 1988.
- [Freguglia 1999] P. Freguglia, *La geometria fra tradizione e innovazione: temi e metodi geometrici nell'età della rivoluzione scientifica (1550-1650)*, Torino, Bollati Boringhieri, 1999.
- [Gardenal 1981] G. Gardenal, *Giorgio Valla e le scienze esatte*, in V. Branca (cur.), *Giorgio Valla tra scienza e sapienza*, Firenze, Olschki, 1981, pp. 9-54.
- [Gardies 2001] J.L. Gardies, *Qu'est-ce que et pourquoi l'analyse? Essai de définition*, Paris, Vrin, 2001.
- [Garibaldi 2002] C.A. Garibaldi, *Euclides et géométrie quaedam. Introduzione*, in *www.maurolico.unipi.it/edizioni/euclide/intro.htm*
- [Garin 1994] E. Garin, *Il ritorno dei filosofi antichi*, Napoli, Bibliopolis, 1994.
- [Giusti 2002] E. Giusti, *Archimedes. Introduzione*, in *Francesco Maurolyci Opera Mathematica*, edizione elettronica, <http://www.maurolico.unipi.it/edizioni/archimede/intro.htm>
- [Grant 1973] E. Grant, *Jordanis de Nemo, Dictionary of Scientific Biography*, New York, C. Scribner's Sons, v. VII (1973), ad vocem.
- [Hardy 1925] Euclid's Data. *Opus ad veterum Geometriae Autorial Archimedis*, Apolloni, Pappi, Eutocii, caeterorumque non modo lectionem, sed ad Geometricae quoque Analysis instaurationem plane necessarium, sed ad Geometricae desideratum. Claudius Hardy Sebast. Fil. in suprema Parisiensis Curia Advocatus, e Regis Christianissimi Bibliotheca Graecae nunc primum editi, Latine vertit, scholisque illustravit. Adiectus est ex eadem Bibliotheca Marini philosophi Commentarius Graece et Latine, quo Dati natura, Datorumque Euclidiorum utilitates explicantur, Lutetiae Parisiorum, impensis Melchioris Mondoni, in insulae Palatinae vico Harlaeo, ad insignem Viperaurum, anno MDCXXV. [Heath 1921] T. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford, Clarendon Press 1921, 2 voll.
- [Heath 1956] Euclid, *The Thirteen Books of the Elements*, translated by T.L. Heath, 3 voll. 1956.
- [Heiberg 1881a] J.L. Heiberg, *Die Handschriften Georg Vallas von griechischen Mathematiken*, Jahrbücher für Klassische Philologie, Supplementum XII, 1881, pp. 375-405.
- [Heiberg 1881b] *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, iterum editi J.L. Heiberg, Lipsiae, in aedibus B.G. Teubneri 1881, 3 voll.
- [Heiberg 1883-88] *Euclidis Elementa editi et latine interpretatus est J.L. Heiberg*, Lipsiae, in aedibus B.G. Teubneri, 5 voll. (1883-1888).
- [Heiberg 1896] J.L. Heiberg, *Beiträge zur Geschichte Georg Valla's und seiner Bibliothek*, Behefte zum Zentralblatt für Bibliothekswesen 16, Leipzig, Otto Harrassowitz, 1896.
- [Heiberg 1898] *Claudii Ptolemaei Syntaxis Mathematica*, editi J.L. Heiberg, Lipsiae, in aedibus B.G. Teubneri, 1898, 2 voll.
- [Herz-Fischler 1984] R. Herz-Fischler, *What are propositions 84 and 85 of Euclid's "Data" all about?*, "Historia Mathematica", 11 (1984) pp. 86-91.
- [Hulsh 1876-77] Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt et libris manuscriptorum editi latina interpretatione et commentariis instructi Fredericus Hulsh
- [Archimede 1544] *Archimedis Syracusani Philosophi ac Geometrae excellentissimi opera, quae quidem extant omnia, latinitate iam olim donata, nuncque primum in lucem edita*, Basileae, per Ioannem Hervagium, 1544.
- [Bellé 2001] R. Bellé, *L'ottica di Francesco Maurolico*, Università di Pisa, Tesi di laurea (Rel.P.D. Napolitani) a.a.2000-01.
- [Boncompagni 1851] B. Boncompagni, *Della vita e delle opere di Gherardo Cremenese traduttore del secolo duodecimo e di Gherardo da Sabbioneta astronomo del secolo decimotercio*, Roma, Tipografia delle Belle Arti, 1851.
- [Brigaglia 1997] A. Brigaglia, *La ricostruzione dei libri V e VI delle Coniche da parte di Francesco Maurolico*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", (17) 1997, fasc. 2, pp. 267-307.
- [Brigaglia, Nastasi 1986] A. Brigaglia, P. Nastasi, *Le ricostruzioni apolloniane in Viète e Ghetaldi*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", (6) 1986, fasc. 1, pp. 83-133.
- [Busard 1984] H.L.L. Busard, *The Latin Translation of Euclid's Elements commonly ascribed to Gerard of Cremona*, Leiden, E.J. Brill, 1984.
- [Cassinet 1981] J. Cassinet, *Le premier livre d'arithmétique de Francesco Maurolycus*, "Cahiers d'histoire des mathématiques de Toulouse", 3 (1981), pp. 1-27.
- [Cassinet 1988] J. Cassinet, *The first arithmetic book of Francesco Maurolico, written in 1557 and printed in 1575: a step towards a theory of numbers*, in *Mathematics from manuscript to print - 1300-1600*, Oxford University Press, 1988, pp. 162-179.
- [Clagett 1974] M. Clagett, *The Works of Francesco Maurolico*, "Physis", 16 (1974), pp. 149-198.
- [Clagett 1978] M. Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, Vol.III Part III, The American Philosophical Society, Philadelphia, 1978.
- [Euclide 1546] *Euclidis Megarensis mathematica clarissimi Elementorum geometricorum libri XV. Cum expositione Theonis in priores XIII a Bartholomaeo Veneto Latinitate donata, Campani in omnes et Hypsiclis Alexandrini in duos postremos. His adiecta sunt Phaenomena, Catoptrica et Optica, deinde Prothectoria Marini et Data. Postremum vero, Opusculum de Levi et Ponderoso bacterus non visum, eiusdem auctoris, Basileae per Ioannem Hervagium, 1546.*
- [D'Alessandro, Mascellani, Napolitani, Saito, Tassora 2001] P. D'Alessandro, P. Mascellani, P.D. Napolitani, K. Saito, R. Tassora, *Elementi di Mauro-TeX: un linguaggio per le edizioni critiche (Manuale per la trascrizione e l'edizione di testi attinenti al Progetto Maurolico)*, Quaderni del Dipartimento di Matematica di Pisa, Sezione di Didattica e Storia della Matematica, Gennaio 2001.
- [Fibonacci 1862] *La "Practica geometriae" di Leonardo Pisano, secondo la lezione del Codice Urbinate n.292 della Biblioteca Vaticana*, in B. Boncompagni (cur.), *Scritti inediti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimotercio*, Roma, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche, 1862, v. II.

- isch, Berlino, Weidmann, 1876-77, 2 voll.
- [Ito 1980] S. Ito, *The Medieval Latin Translation of the Data of Euclid*, University of Tokio Press, 1980.
- [Jones 1985], A. Jones (cur.), *Pappus of Alexandria. Book 7 of the "Collection"*. Edited with Translation and Commentary by Alexander Jones, New York, Springer-Verlag, 1985.
- [Lemay 1978] R. Lemay, *Gerard of Cremona*, Dictionary of Scientific Biography, New York, C. Scribner's Sons, v. XVI Supplement I (1978), ad vocem.
- [Macri 1901] G. Macri, *Francesco Maurolico nella vita e negli scritti*, Messina, 1901.
- [Maurolico 1543] *Cosmographia Francisci Maurolyci Messanensis Siculi. In tres dialogos distincta: in quibus de forma, situ numeroque tam coelorum quam elementorum alisque rebus ad astronomica rudimenta spectantibus satis dissertitur*, Venetiis MDXXXIII.
- [Maurolico 1558] *Theodosii Sphaericorum Elementorum Libri III Ex traditione Maurolyci Messanensis Mathematici. Menelai Sphaericorum Lib. III Ex traditione eiusdem. Maurolyci Sphaericorum Lib. II. Autolyci De Sphaera, quae movetur Liber. Theodosii De Habitacionibus. Euclidis Phaenomena brevissime demonstrata. Demonstratio et praxis trium tabellarum scilicet sinus recti, Fecunda, et Benefica ad Sphaeralia triangula pertinentium. Compendium Mathematicae mira brevitate ex clarissimis Authoribus. Maurolyci de Sphaera sermo.*, Messanae in Fretu siculo impressit Petrus Spira mense augusto 1558.
- [Maurolico 1575] D. Francisci Maurolyci Abbatis messanensis Opuscula mathematica, Venetiis, Apud Franciscum Franciscum Senensem MDLXXV.
- [Maurolico 1575a] D. Francisci Maurolyci Abbatis messanensis Mathematici celeberrimi, *Arithmeticon Libri duo, nunc primum in lucem editi*, Venetijs, apud Franciscum Franciscum Senensem, MDLXXV (pubblicati in [Maurolico 1575]).
- [Maurolico 1685] *Admirandi Archimedis Syracusani monumenta omnia mathematica, quae extant ... ex traditione doctissimi viri D. Francisci Maurolyci*, Panormi 1685.
- [Maurolico 1968] *Maurolyci Abbatis Prologi sive Sermones quidam de Divisione Artium, de Quantitate, de Proportionione*, editi Dr. Gratianus Bellifemine in Pontificio Instituto Melphticensi Professor, Molfetta, Tipografia Mezzina 1968.
- [Maurolico ms. 7463] *Manoscritto Par. Lat. 7463 della Bibliothèque Nationale de France*.
- [Maurolico ms. 7465] *Manoscritto Par. Lat. 7465 della Bibliothèque Nationale de France*.
- [Maurolico ms. 7473] *Manoscritto Par. Lat. 7473 della Bibliothèque Nationale de France*.
- [Maurolico ms. S.P. 116/33] *Manoscritto San Pantaleo 116/33 della Biblioteca Nazionale Centrale "Vittorio Emanuele"* di Roma.
- [Menge 1896] *Euclidis Data cum commentario Marini et scholiis antiquis*, editit Henricus Menge, Lipsiae, in aedibus B.G. Teubneri, 1896.
- [Michaux 1947] M. Michaux, *Le commentaire de Marinus aux "Data" d'Euclide*. Étude critique, Louvain, Bibliothèque de l'Université, 1947.
- [Moscheo 1988] R. Moscheo, *Francesco Maurolico tra rinascimento e scienza galileiana. Materiali e ricerche*, Messina, Società Messinese di Storia Patria, 1988.
- [Moscheo 1992] R. Moscheo, *L'Archimede del Maurolico. Genesi, sviluppi e eredità di una complessa vicenda editoriale in età barocca*, in C. Dollo (cur.), *Archimede. Mito, Tradizione, Scienza*, Firenze, Olschki, 1992, pp. 111-164.
- [Moscheo 1996] R. Moscheo, *Il corpus mauroliciano degli "Sphaerica": problem editoriali*, in C. Dollo (cur.), *Filosofia e Scienze nella Sicilia dei Secoli XV e XVII*. Vol. I Le Idee, Catania, 1996.
- [Moscheo 1998] R. Moscheo, *I gesuiti e le matematiche nel secolo XVI. Maurolica Clavio e l'esperienza siciliana*, Messina, Società Messinese di Storia Patria 1998.
- [Napoli 1876] F. Napoli, *Intorno alla vita ed ai lavori di Francesco Maurolica* "Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche", I. (1876), pp. 1-121.
- [Napolitani 1988] P.D. Napolitani, *Maurolico e Commandino*, in P. Nastasi (cur.), *Il Meridione e le Scienze*, Palermo, Luxograph 1988, pp. 281-316.
- [Napolitani 1997], P.D. Napolitani, *Le edizioni dei classici: Commandino Maurolico*, in W. Moretti, L. Pepe (cur.), *Torquato Tasso e l'Università Firenze*, Olschki, 1997, pp. 119-141.
- [Nemorario 1981] *Jordanus de Nemore "De numeris datis"*. A Critical Edition and Translation by Barnabas Bernard Hughes, University of California Press, 1981.
- [Paravicini Bagliani 1991] A. Paravicini Bagliani, *Medicina e scienze della natura alla corte dei papi nel Duecento*, Spoleto, Centro italiano di studi sull'alt medioevo, 1991.
- [Pasquotto 1998] G.P. Pasquotto, *Maurolico e il principio di induzione*, "Peric dico di Matematiche", 5(2-3), 1998.
- [Pasquotto 2002] G.P. Pasquotto, *"Arithmeticon libri duo". Edizione critica in Francisci Maurolyci Opera Mathematica*, <http://www.maurolico.unipi.it/edizioni/arithmet/ariduo/intro.htm>
- [Passalacqua 2002] L. Passalacqua, *L'Archimede del Maurolico: il "De lineis spiralibus". Differenze ed analogie con l'edizione di Basilea*, Pubblicazioni di Dipartimento di Matematica di Pisa, 2002.
- [Pizzamiglio 1988] P. Pizzamiglio, *Gerardo da Cremona nella tradizione amanuense e tipografica*, Cremona 1988.
- [Regiomontano 1550] *In Ptolemaei Magni Compositionem quam Almagestus vocant, Libri Tredecim conscripti a Ioanne Regiomontano Mathematico Clari ssimo. In quibus universa doctrina de coelestibus motibus, magnitudinibus eclipticis etc. in Epitomen redacta, proponitur*, Norimbergae apud Ioannei Montanum et Ulricum Neuberum, anno MDL.
- [Rivolo, Simi 1998] M.T. Rivolo, A. Simi, *Il calcolo delle radici quadrate e cubiche in Italia da Fibonacci a Bombelli*, "Archive for History of Exact Sciences" 52 (1998), pp. 161-193.
- [Rose 1975] P.L. Rose, *The Italian Renaissance of mathematics. Studies of humanists and mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Librairie Droz, 1975.
- [Rose 1976] P.L. Rose, *Bartolomeo Zamberti's Funeral Oration for the Humanist Encyclopaedist Giorgio Valla, in Cultural Aspects of the Italian Renaissance Essays in Honour of Paul Oskar Kristeller*, edited by C.H. Clough, Manchester 1975, pp. 299-310.
- [Saito 1994] K. Saito, *Quelques observations sur l'édition des Coniques d'Apolonius de Francesco Maurolico*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", 1994.



Maggio 2003
(CZ2/FG9)



Tutte le pubblicazioni delle nostre Case Editrici (riviste, collane, varia, ecc.) possono essere ricercate bibliograficamente e richieste (sottoscrizioni di abbonamenti, ordini di volumi, ecc.) presso il sito Internet:

www.libraweb.net

Per ricevere, tramite E-mail, periodicamente, l'elenco delle novità e delle opere in preparazione, Vi invitiamo a trasmettere i Vostri dati (Nominativo e indirizzo E-mail) all'indirizzo E-mail:

news@libraweb.net



Computerized search operations allow bibliographical retrieval of the Publishers' works (journals subscriptions, orders for individual issues, series, books, etc.) through the Internet website:

www.libraweb.net

If you wish to receive periodic information by E-mail on the list of new and forthcoming publications, you are kindly invited to send your details (Name and E-mail address) to the following E-mail address

news@libraweb.net

- che", 14 (1994), fasc. 2, pp. 239-258.
- [Sutto 1996] J.P. Sutto, *Francesco Maurolico, le premier livre des Arithmétiques et l'induction mathématique*, "Matapl", 45 (1996), pp. 15-23.
- [Sutto 1998] J.P. Sutto, *Francesco Maurolico, mathématicien italien de la Renaissance (1494-1575)*, Tesi di Dottorato, Università Paris VII-Denis Diderot, 1998.
- [Sutto 2000] J.P. Sutto, *Le Compendium du 5^e livre des Éléments d'Euclide de Francesco Maurolico*, "Revue d'histoire des mathématiques", 6 (2000), pp. 59-94.
- [Sutto 2001] J.P. Sutto, *Les Arithmétiques de Francesco Maurolico*, in P.D. Napolitani, P. Souffrin (cur.), *Proceedings of the XXth International Congress of History of Science*, vol. VIII, Brepols, 2001, pp. 75-83.
- [Taisbak 2003] M. Taisbak, *Euclid's Data*, Copenhagen, Museum Tusculanum Press, 2003.
- [Thaer 1942] C. Thaer, *Euclid's Data in arabischer Fassung*, "Hermes. Zeitschrift für Classische Philologie" (rist. Kraus 1967), 77 (1942), pp. 197-205.
- [Thaer 1962] C. Thaer *Die Data von Euklid*, Berlin, Springer-Verlag, 1962.
- [Valla 1501] *Georgii Vallae Placentini viri clariss. de expetendi et fugiendis rebus opus*, Venetis in aedibus Aldi romani, impensa ac studio Ioannis Petri Vallae filii pietiss. mense decembri MDI.
- [Zamberti 1505] *Euclidis megarensis philosophii platonii mathematicarum disciplinarum lanitoris: habent in hoc volumine quicumque ad mathematicam substantiam aspirant: Elementorum libros xiii cum expositione Theonis inignis mathematici quibus multa quae deerrant ex lectionem graeca sumpta addita sub nec non plurima subversa et prepostere: voluta in Campani interpretatione: ordinata digesta et castigata sunt. Quibus etiam nonnulla ab illo venerando Socratico philosopho mirando iudicio structa habent adiuncta. Deputatum scilicet Euclid volumini xiii cum expositione Hypsi. Alex. Indemque et Phaeno. Specu. et Perpe. cum expositione Theonis ac mirandus ille liber Datorum cum expositione Pappi mechanici una cum Marini dialectici protheoria. Ba. Zamber. Vene. Interprete, edibus Ioannis Tacuini, 1505.*

Pervenuto in redazione il primo dicembre 2002