Percorsi ottimali per riforme fiscali graduali: il caso dell'imposta progressiva sul reddito

BANCA D'ITALIA

Percorsi ottimali per riforme fiscali graduali: il caso dell'imposta personale sul reddito

di Rossella Bardazzi e Vincenzo Patrizii

Estratto da:
Ricerche quantitative per la politica economica 1995
Numero speciale dei Contributi all'analisi economica del Servizio Studi
1997

PERCORSI OTTIMALI PER RIFORME FISCALI GRADUALI: IL CASO DELL'IMPOSTA PERSONALE SUL REDDITO

Rossella Bardazzi - Vincenzo Patrizii (*)

Il lavoro affronta il problema tradizionale delle riforme fiscali graduali con uno strumento di analisi nuovo per questo campo, quello della dominanza stocastica. Le indicazioni di riforma, così ottenute, hanno una portata più generale in quanto si riduce la loro dipendenza dalla specifica ipotesi sulla struttura del sistema delle preferenze collettive. Il metodo proposto viene impiegato per analizzare il caso del sistema italiano di tassazione personale del reddito. Oltre che a contribuire al dibattito, questa applicazione ha lo scopo principale di mostrare una metodologia di calcolo per le riforme fiscali, basata su dati elementari e potenzialmente utilizzabile in modo diffuso per analisi quantitative.

1. Sommario e conclusioni

Il problema delle riforme fiscali graduali può essere così sintetizzato: in quale direzione variare la struttura esistente del sistema di tassazione in modo che ne risulti il più alto miglioramento per la collettività, a parità di risorse per lo stato.

Come valutare il miglioramento è un aspetto critico di tutta la teoria delle riforme fiscali graduali. Due alternative sono state considerate dalla letteratura: il criterio paretiano (Guesnerie, 1977) e la specificazione di una forma ana-

---

(*) Rispettivamente, Università di Firenze e Università di Bologna. Gli autori desiderano ringraziare: Clopper Almon, Sergio Lugaresi e Claudio Zoli per i commenti a una precedente versione del lavoro; Ursula Herr per aver reso possibile l'utilizzo dei dati riguardanti le distribuzioni delle famiglie a fini fiscali. La ricerca ha beneficiato di finanziamenti Murst (60 per cento). I paragrafi 7-10 e le Appendici si devono a R. Bardazzi e i paragrafi 1-6 a V. Patrizii.

litica della ipotetica funzione di benessere collettivo (per es. Diewert, 1978, Dixit, 1979, Tirole e Guesnerie, 1981). In ogni caso, la struttura di fondo del problema segue quella proposta per la tassazione ottimale da Diamond e Mirrlees (1971). I risultati raggiunti si caratterizzano per due aspetti: da una parte, in quanto si pone il problema dell'aggiustamento graduale del sistema esistente, le indicazioni necessariamente vengono a dipendere dalle caratteristiche della situazione di partenza; dall'altra l'impiego di una funzione di benessere condiziona i risultati con le sue specifiche caratteristiche, mentre il riferimento al criterio paretiano risulta non sufficientemente selettivo.

Esiste, quindi, un primo potenziale gruppo di riforme fiscali che pur non soddisfacendo il criterio paretiano sarebbero, però, accettate come miglioramenti rispetto alla situazione base se valutate mediante una o più tipi ammissibili di funzioni di benessere sociale. Esiste, poi, un secondo gruppo di potenziali riforme fiscali, escluse sulla base di una precisa configurazione della funzione di benessere sociale, che sarebbero accettate se valutate mediante altre pur ammissibili funzioni di benessere. Esiste, infine, un gruppo di riforme, simmetrico al precedente, che risultano in un miglioramento sulla base di un dato tipo di funzione di benessere collettivo, ma che sarebbero rifiutate se valutate sulla base di altre funzioni.

In sostanza, se i criteri di selezione delle riforme fiscali sono basati alternativamente sul criterio paretiano oppure su di una specifica forma di funzioni di benessere collettivo, si rischia di escludere dall'analisi un insieme di riforme che sarebbero di potenziale interesse per il dibattito e per le scelte effettive di politica fiscale.

Scopo di questo lavoro è di restringere queste aree di potenziale contrasto mediante l'impiego di un criterio di valutazione, quello della dominanza stocastica, che può essere visto come una via di mezzo tra il criterio paretiano e la completa specificazione di una funzione di benessere collettivo.

Le caratteristiche del criterio della dominanza stocastica sono tali da permettere di stabilire alcune fondamentali equivalenze tra gli ordinamenti di distribuzioni alternative di indici di benessere individuale ottenute mediante alcune classi di funzioni di benessere collettivo, e gli ordinamenti delle stesse distribuzioni sulla base di gradi successivi di dominanza stocastica[1].

1 Facciamo riferimento ai risultati stabiliti in Hanoch e Levy (1969), Atkinson (1970, 1987) e Shorrocks (1983).

In questo modo si inserisce nella teoria delle riforme fiscali un criterio che risulta essere molto più selettivo del criterio paretiano e meno vincolante della scelta di una precisa forma funzionale per il sistema delle preferenze collettive.

L'utilizzo della dominanza stocastica in campo di valutazioni distributive e, in generale, di politica fiscale è consolidato da tempo[2]. In campo di riforme fiscali, Atkinson e Bourguignon (1989) hanno affrontato il problema di come caratterizzare un sistema di tassazione progressiva sul reddito, con aliquota marginale costante, di modo che la nuova distribuzione dei redditi netti familiari domini stocasticamente la precedente, basata sul quoziente familiare. Questo nostro lavoro, in quanto non pone restrizioni sulla struttura delle aliquote d'imposta, ne costituisce una generalizzazione.

I risultati raggiunti riguardano: le caratteristiche generali e astratte del metodo proposto, la metodologia di calcolo, le indicazioni per il caso dell'imposta sul reddito italiana.

In merito alle caratteristiche generali del metodo, i risultati maggiori possono essere così riassunti.

La direzione di riforma dell'imposta è determinata da due componenti che possono essere analiticamente e concettualmente distinte in componente di efficienza e componente di equità.

Il rapporto di scambio tra queste componenti non è specifico di una forma particolare di sistema delle preferenze collettive e può, quindi, ritenersi di generale applicabilità.

La componente di efficienza ha il suo ruolo tradizionale: a parità di altre condizioni, l'imposta deve essere graduata in relazione inversa all'elasticità dell'offerta dei fattori.

La componente di equità comporta che, a parità di altre condizioni, l'imposta abbia un andamento progressivo.

Viene specificata in termini analitici l'interazione tra equità orizzontale e verticale. Nel definire la direzione di riforma si tiene, quindi, conto anche di

2 I riferimenti essenziali sono Atkinson (1987, 1992), Atkinson e Bourguignon (1987, 1989). Per quanto ci risulta, le prime valutazioni in termini di dominanza stocastica di potenziali riforme dell'imposta italiana sul reddito personale sono contenute in Marenzi (1991) e Lugaresi e Toso (1993). A questi lavori, oltre che ai precedenti, rinviamo per una descrizione dei collegamenti tra benessere collettivo e gradi successivi di dominanza stocastica.

variabili sociali e demografiche oltre che del reddito. La progressività dell'imposta, sebbene resti plausibile, non è più una caratteristica necessaria della componente di equità del sistema di tassazione. La struttura effettiva dipenderà dalle caratteristiche della distribuzione del reddito e delle distribuzioni delle variabili sociali e demografiche.

In merito alla metodologia di calcolo, è stato realizzato un programma applicativo molto versatile che consente di simulare qualsiasi riforma di imposta sul reddito, confrontandola con una qualsiasi struttura di partenza mediante l'impiego del criterio di dominanza stocastica.

Nella fase di programmazione, un particolare sforzo è stato fatto affinché il programma applicativo risultasse facilmente utilizzabile per simulare un ampio numero di scenari. È pertanto possibile simulare strutture di imposta diverse per metodo di generazione delle aliquote, per tipologia di soggetti, per basi imponibili, semplicemente variando i *files* di input e poche istruzioni all'interno del programma.

Relativamente all'applicazione al caso dell'imposta personale italiana, le varie ipotesi considerate hanno permesso di raggiungere alcune conclusioni che in parte contraddicono quanto comunemente ritenuto.

È stato possibile calcolare che una imposta progressiva per detrazione che risulti in un miglioramento rispetto alla situazione attuale richiederebbe una aliquota marginale del 34 per cento. Significativamente più alta di quella attuale a causa di una forte redistribuzione che sarebbe necessaria per compensare in parte coloro che avrebbero un aggravio di imposta.

Il passaggio alla tassazione su base familiare mediante l'applicazione dello *splitting* potrebbe comportare un miglioramento in termini di benessere collettivo e una costanza dell'aliquota marginale massima rispetto alla situazione attuale, ma richiederebbe un significativo aumento delle altre aliquote e, quindi, un aumento dell'aliquota media per finanziare una redistribuzione che, in termini relativi, favorisce tutte le famiglie a bassi livelli di reddito.

Il confronto tra *splitting* e aumento delle detrazioni per le famiglie monoreddito, in modo che ne risulti la parità di gettito, mostra un'aliquota media maggiore e una crescita più rapida delle aliquote marginali nel caso dello *splitting*. Inoltre, e contrariamente a quanto ci si potrebbe attendere, è lo *splitting* a favorire maggiormente le classi di reddito più basse perché comporta, rispetto al sistema delle detrazioni, una maggiore redistribuzione di risorse e una più bassa aliquota marginale iniziale.

Sperando, infine, di non incorrere in una "excusatio non petita, accusatio manifesta", osserviamo come lo scopo di queste simulazioni non sia quello di accreditare una possibile riforma rispetto a un'altra; ma di mostrare come, nel passare da una struttura all'altra dell'imposta, la parità di gettito debba essere perseguita attraverso un percorso di riforma che soddisfi il requisito normativo di costituire un miglioramento rispetto alla situazione di partenza.

L'esposizione del lavoro è così organizzata: i paragrafi 2-6 contengono la descrizione delle caratteristiche analitiche del problema e della sua soluzione; i paragrafi (7-10) presentano le ipotesi e i risultati delle simulazioni svolte relativamente ad alcune ipotesi alternative di riforma del sistema italiano di tassazione personale del reddito; in Appendice I sono descritti la metodologia di calcolo e l'algoritmo impiegato per individuare le direzioni ottimali di riforma; in Appendice II sono descritte le caratteristiche principali del sistema informativo utilizzato come base statistica.

2. La struttura del problema

Il problema della tassazione ottimale del reddito può essere posto, nella forma duale della sua versione tradizionale (Mirrlees, 1971):

$$(1) \qquad \max_{t} \left\{ \int_0^1 t(y)L(w_N)w(F)dF; \qquad \mid \; W(y_N) \geq W(\bar{y}_N) \right\}.$$

Si tratta di un problema di massimizzazione diretta del gettito, sotto il vincolo che la distribuzione dei redditi netti (y_N) garantisca un dato indice di benessere collettivo $W(\bar{y}_N)$.

Nella (1) w indica il salario al lordo delle imposte, ordinato in modo crescente secondo la funzione d'ordine F. Si segue, quindi, l'idea originariamente proposta da Mirrlees (1971) di distinguere gli individui sulla base delle loro capacità e attitudini. Inoltre, $L(w_n)$ indica la funzione di offerta di lavoro individuale, che dipende dal salario netto: $w_N = (1-t)w$. Con $t(y)$ si indica la funzione dell'aliquota media sul reddito. Funzione che potrebbe essere ulteriormente specificata in termini dei parametri strutturali dell'imposta. Per esempio in termini di aliquote marginali e di detrazioni, a loro volta dipendenti litica della ipotetica funzione di benessere collettivo (per es. Diewert, 1978, Dixit, 1979, Tirole e Guesnerie, 1981). In ogni caso, la struttura di fondo del problema segue quella proposta per la tassazione ottimale da Diamond e Mirrlees (1971). I risultati raggiunti si caratterizzano per due aspetti: da una parte, in quanto si pone il problema dell'aggiustamento graduale del sistema esistente, le indicazioni necessariamente vengono a dipendere dalle caratteristiche della situazione di partenza; dall'altra l'impiego di una funzione di benessere condiziona i risultati con le sue specifiche caratteristiche, mentre il riferimento al criterio paretiano risulta non sufficientemente selettivo.

Esiste, quindi, un primo potenziale gruppo di riforme fiscali che pur non soddisfacendo il criterio paretiano sarebbero, però, accettate come miglioramenti rispetto alla situazione base se valutate mediante una o più tipi ammissibili di funzioni di benessere sociale. Esiste, poi, un secondo gruppo di potenziali riforme fiscali, escluse sulla base di una precisa configurazione della funzione di benessere sociale, che sarebbero accettate se valutate mediante altre pur ammissibili funzioni di benessere. Esiste, infine, un gruppo di riforme, simmetrico al precedente, che risultano in un miglioramento sulla base di un dato tipo di funzione di benessere collettivo, ma che sarebbero rifiutate se valutate sulla base di altre funzioni.

In sostanza, se i criteri di selezione delle riforme fiscali sono basati alternativamente sul criterio paretiano oppure su di una specifica forma di funzioni di benessere collettivo, si rischia di escludere dall'analisi un insieme di riforme che sarebbero di potenziale interesse per il dibattito e per le scelte effettive di politica fiscale.

Scopo di questo lavoro è di restringere queste aree di potenziale contrasto mediante l'impiego di un criterio di valutazione, quello della dominanza stocastica, che può essere visto come una via di mezzo tra il criterio paretiano e la completa specificazione di una funzione di benessere collettivo.

Le caratteristiche del criterio della dominanza stocastica sono tali da permettere di stabilire alcune fondamentali equivalenze tra gli ordinamenti di distribuzioni alternative di indici di benessere individuale ottenute mediante alcune classi di funzioni di benessere collettivo, e gli ordinamenti delle stesse distribuzioni sulla base di gradi successivi di dominanza stocastica[1].

1 Facciamo riferimento ai risultati stabiliti in Hanoch e Levy (1969), Atkinson (1970, 1987) e Shorrocks (1983).

In questo modo si inserisce nella teoria delle riforme fiscali un criterio che risulta essere molto più selettivo del criterio paretiano e meno vincolante della scelta di una precisa forma funzionale per il sistema delle preferenze collettive.

L'utilizzo della dominanza stocastica in campo di valutazioni distributive e, in generale, di politica fiscale è consolidato da tempo[2]. In campo di riforme fiscali, Atkinson e Bourguignon (1989) hanno affrontato il problema di come caratterizzare un sistema di tassazione progressiva sul reddito, con aliquota marginale costante, di modo che la nuova distribuzione dei redditi netti familiari domini stocasticamente la precedente, basata sul quoziente familiare. Questo nostro lavoro, in quanto non pone restrizioni sulla struttura delle aliquote d'imposta, ne costituisce una generalizzazione.

I risultati raggiunti riguardano: le caratteristiche generali e astratte del metodo proposto, la metodologia di calcolo, le indicazioni per il caso dell'imposta sul reddito italiana.

In merito alle caratteristiche generali del metodo, i risultati maggiori possono essere così riassunti.

La direzione di riforma dell'imposta è determinata da due componenti che possono essere analiticamente e concettualmente distinte in componente di efficienza e componente di equità.

Il rapporto di scambio tra queste componenti non è specifico di una forma particolare di sistema delle preferenze collettive e può, quindi, ritenersi di generale applicabilità.

La componente di efficienza ha il suo ruolo tradizionale: a parità di altre condizioni, l'imposta deve essere graduata in relazione inversa all'elasticità dell'offerta dei fattori.

La componente di equità comporta che, a parità di altre condizioni, l'imposta abbia un andamento progressivo.

Viene specificata in termini analitici l'interazione tra equità orizzontale e verticale. Nel definire la direzione di riforma si tiene, quindi, conto anche di

2 I riferimenti essenziali sono Atkinson (1987, 1992), Atkinson e Bourguignon (1987, 1989). Per quanto ci risulta, le prime valutazioni in termini di dominanza stocastica di potenziali riforme dell'imposta italiana sul reddito personale sono contenute in Marenzi (1991) e Lugaresi e Toso (1993). A questi lavori, oltre che ai precedenti, rinviamo per una descrizione dei collegamenti tra benessere collettivo e gradi successivi di dominanza stocastica.

dal livello di reddito. Con $y = wL$ si indica il reddito lordo individuale, con $y_N = (1-t)wL$ il reddito al netto dell'imposta e con $\bar{y}_N$ il reddito netto da un sistema di tassazione di riferimento indicato con $\bar{t}$. Infine, il vincolo è in termini di valori della funzione di benessere $W(\cdot)$, qui espressa direttamente in termini della distribuzione individuale dei redditi.

Per i nostri fini è utile osservare che la soluzione alla (1) dipende, ovviamente, dalla forma funzionale data al sistema delle preferenze collettive, W. La diversità tra le ipotesi, pur plausibili, determina una varietà di risultati che, in quanto diversi tra di loro, hanno l'effetto di ridurre il consenso potenziale intorno alle indicazioni di riforma.

Facendo ricorso alla corrispondenza tra ordinamenti delle distribuzioni in base al secondo grado di dominanza stocastica e ordinamenti in base alle funzioni di benessere che siano monotone e concave rispetto agli argomenti[3], il vincolo nella (1) può essere scritto come[4]:

$$(2) \qquad \int_0^H L(w_N)w_N(F) - L(\bar{w}_N)\bar{w}_N(F)dF \geq 0,$$

per ogni $0 \leq H \leq 1$, *con il segno* $>$ *per almeno un valore di* H.

La (2) non è del tutto equivalente al vincolo della (1). Infatti, mentre nella (1) c'è una precisa e completa forma funzionale che descrive il sistema delle preferenze collettive; nella (2), invece, sono incluse solo alcune caratteristiche, quelle che si pensa siano comunemente accettate, del sistema delle preferenze collettive, che non è, quindi, completamente specificato. È proprio questa mancata specificazione che dovrebbe permettere di raggiungere un maggior accordo intorno alle conclusioni dell'analisi.

In particolare, ipotizzare solamente che la funzione di benessere sia crescente e concava rispetto ai suoi argomenti, permette di dare alle conclusioni dell'analisi una validità più generale rispetto al caso di una precisa forma funzionale del sistema delle preferenze collettive, che avrebbe comportato assunzioni più stringenti.

3 Cfr. Atkinson (1970) e Shorroks (1983). Il requisito della concavità è limitato alle funzioni S-concave.

4 Si assume che l'elasticità dell'offerta di lavoro sia maggiore di –1.

Per la successiva trattazione è utile semplificare la notazione, eliminando per il momento il riferimento esplicito all'offerta di lavoro. Pertanto, se nella (1) si pone $y_N(F) = w_N(F)L(w_N)$ e si sostituisce il vincolo in termini di benessere collettivo con la condizione (2) si ottiene:

$$(1a) \qquad \max_t \left\{ \int_0^1 t(y)y(F)dF, \quad | \int_0^H y_N(F) - \bar{y}_N(F)dF \geq 0 \right\}$$

per ogni $0 \leq H \leq 1$, *con il segno* $>$ *per almeno un valore di* H.

3. Caratteristiche del bonus

Non è, però, a una soluzione diretta di questo problema quella a cui siamo interessati. Consideriamo, invece, il caso nel quale per una data una struttura di partenza dell'imposta, indicata con $\bar{t}$, la condizione di dominanza stocastica (2) non sia soddisfatta per una struttura arbitraria dell'imposta.

Per le implicazioni della dominanza stocastica ciò comporta che la distribuzione dei redditi netti y_N ottenuta con il sistema di tassazione è, almeno per una forma ammissibile di funzione di benessere collettivo, socialmente inferiore a quella $(\bar{y}_N)$ ottenuta con la struttura di partenza $\bar{t}$.

In questa situazione immaginiamo che sia possibile dare un trasferimento unitario, che chiameremo "bonus", tale da stabilire la dominanza stocastica della distribuzione y_N sulla distribuzione $\bar{y}_N$ dei redditi netti.

Per un dato valore di $0 \leq H \leq 1$, per il quale la dominanza non sia verificata, il valore del bonus $b(H;t)$ è determinato da:

$$(3) \qquad b(H, t) \geq \frac{1}{H} \int_0^H \bar{y}_N(F) - y_N(F)dF.$$

Ossia, il bonus unitario è pari ad almeno la differenza tra i redditi medi netti delle due distribuzioni, con la media presa sulla prima H parte della distribuzione[5].

Con il bonus unitario così determinato, è immediato osservare che se inizialmente la distribuzione y_N risultava per un dato valore di H non dominare la distribuzione $\bar{y}_N$, quindi:

$$\int_0^H y_N(F) - \bar{y}_N(F)dF < 0.$$

Successivamente, con l'aggiunta del bonus (3), si avrà che y_N necessariamente domina $\bar{y}_N$ in H:

$$\int_0^H y(F) - \bar{y}_N(F) + b(H;t)dF \geq 0. \quad (4)$$

Inoltre, dalla (3) si ottiene che:

$$B(H,t) = Hb(H;t) \geq \int_0^H \bar{y}_N(F) - y_N(F)dF. \quad (5)$$

Ossia il bonus complessivo ($B(H;t)$), da aggiungere al reddito cumulato della prima H parte della distribuzione y_N, è almeno pari alla differenza dei valori delle curve di Lorenz generalizzate relative alle due distribuzioni.

Dalla (4) si può, però, osservare come la condizione di dominanza di y_N su $\bar{y}_N$ sarebbe ugualmente ristabilita se, al posto del bonus unitario, si impiegasse il bonus complessivo della (5). In questo caso si avrebbe che:

$$\int_0^H y_N(F) - \bar{y}_N(F)dF + B(H;t) \geq 0. \quad (6)$$

5 Questa media è comunemente riferita come "media incompleta" (cfr. Atkinson e Bourguignon, 1989).

Il fatto che nel definire il bonus in grado di ristabilire la dominanza, si possa usare tanto la (3) che la (5), indica come non sia necessario attribuire un bonus unitario (pro capite) uniforme a tutti i componenti la prima H parte della distribuzione. Potrebbe essere sufficiente, per esempio, attribuire anche ad un solo componente, compreso nella prima H parte della distribuzione, l'intero bonus complessivo della (5).

In generale, si potrebbe attribuire un bonus non uniforme ai componenti la prima H parte della distribuzione. Questo indica la presenza di un elemento di arbitrio nell'uso del bonus: ristabilire la dominanza di per sé non comporta che il bonus sia attribuito in modo uniforme. Qualsiasi scelta è arbitraria[6].

Qui immaginiamo che il bonus sia dato in modo uniforme. Inoltre, per ragioni chiarite in seguito e dipendenti dai vincoli posti per una facile amministrazione dell'imposta personale sul reddito, il bonus, sebbene determinato con riferimento alla prima H parte della distribuzione, viene poi attribuito in modo uniforme a tutta la distribuzione e non solo, quindi, alla prima H parte che lo ha determinato.

L'attribuzione del bonus all'intera distribuzione, comporta che il bonus complessivo, come definito dalla (5), sia dato da:

$$B(1;t) = b(H;t). \quad (7)$$

Naturalmente $B(1;t) \geq B(H;t)$ per $0 \leq H \leq 1$, proprio per il fatto che $B(1;t)$ include anche il bouns dato alla parte della distribuzione oltre H.

Va osservato, infine, che un bonus (uniforme o meno) implica che la media della distribuzione integrata dal bonus, aumenti dell'entità del bonus stesso. Ciò è evidente dalla (3) una volta che si consideri come la media della distribuzione con il bonus è data da:

$$y_N^{Med} = \int_0^1 y_N(F)dF + B(1;t).$$

6 Il grado di arbitrio è però limitato dalla necessità per la quale il bonus non deve modificare l'ordinamento dei redditi.

A questo proposito, e per riferimento alla successiva discussione del paragrafo 6, è utile osservare che nel caso del bonus unitario distribuito in modo uniforme, anche la media incompleta, calcolata in qualsiasi parte delle distribuzione, aumenterà dell'entità del bonus. Infatti, la media incompleta della distribuzione con un bonus uniforme è data da:

$$(8) \qquad y_N^H = \frac{1}{H}\int_0^H y_N + bdF = b + \frac{1}{H}\int_0^H y_N dF.$$

Nel determinare il bonus secondo la (3) il valore di H è prefissato. Ciò è stato fatto per fini espositivi, ma non è corretto. Potenzialmente, possono essere molteplici i valori di H nell'intervallo 0,1 per i quali la condizione di dominanza di y_N su $\bar{y}_N$ non è verificata. Si pone quindi il problema di quale valore del bonus scegliere per garantire la dominanza. Siccome la dominanza è richiesta lungo tutta la distribuzione, il valore del bonus che la garantisce è necessariamente il più elevato tra tutti i valori positivi della (3) nell'intervallo 0,1.

In breve il bonus che garantisce la dominanza per qualsiasi valore di H è dato da:

$$(9) \qquad b^*(H;t) = \max_H \; b(H;t).$$

Le condizioni prime di questo problema richiedono che per una soluzione interna al campo di definizione (0,1) di H, si abbia:

$$b(H;t) = \bar{y}_N(H) - y_N(H).$$

In sostanza, le condizioni richiedono l'uguaglianza tra il valore medio e il valore marginale della funzione del bonus complessivo $B(H;t)$[7].

7 Nel caso di soluzione d'angolo si avrà: $b\,(H;t) < \bar{y}_N\,(H) - y_N\,(H)$.

4. Nuova struttura del problema

La determinazione del valore del bonus come il più grande tra tutti i valori di $b(H;t)$ in $0 \leq H \leq 1$, comporta che la condizione di dominanza (2) sia necessariamente soddisfatta. Infatti, per le caratteristiche di b^* si avrà che[8]:

$$\int_0^H y_N(F) - \bar{y}_N(F)dF + b^* \geq 0$$

$$\textit{per qualsiasi } 0 \leq H \leq 1.$$

Nel problema (1a), pertanto, la condizione di dominanza può essere sostituita dalla (9). Ma questa semplice sostituzione, comporterebbe che l'entità complessiva del bonus pagato non ha effetti sul livello del gettito. Questa non sarebbe una caratteristica soddisfacente per diversi ordini di ragioni. Sia in pratica, sia come interesse astratto, il problema rilevante è quello per cui il bonus è finanziato mediante il ricorso al gettito dell'imposta.

D'altra parte soddisfare la condizione di dominanza mediante un bonus esogeno al problema, potrebbe al massimo avere il significato di una misura monetaria della perdita di benessere collettivo a causa dell'adozione di una struttura di imposta che non soddisfa il criterio della dominanza.

Infine, un mancato collegamento tra finanziamento del bonus e gettito dell'imposta comporterebbe la rinuncia ad affrontare uno dei maggior problemi normativi dell'analisi delle riforme fiscali: il collegamento tra equità ed efficienza insito nel confronto tra strutture alternative di imposta a parità di gettito.

Per questi motivi il problema (1a) viene ridefinito mediante la sostituzione del vincolo di dominanza con la (9) che genera il bonus e con l'inclusione del costo di finanziamento del bonus tra gli elementi che definiscono la funzione del gettito, che così diventa un gettito netto. Pertanto:

$$(1b) \qquad \max_t \int_0^1 t(y)y(F)dF - b^*(H;t).$$

8 La condizione che segue è scritta immaginando che il bonus b^* sia dato in modo uniforme a tutti i redditieri nella distribuzione.

Dove:

$$b^*(H;t) = \max_H \frac{1}{H} \int_0^H \bar{y}_N(F) - y_N(F)dF.$$

Le condizioni prime sono[9]:

$$\int_0^1 y(F) + t(y)\frac{\delta y}{\delta t}dF + \frac{1}{H}\int_0^H \frac{\delta y_N}{\delta t}dF = 0. \quad (10)$$

Per collegare queste condizioni alla forma generale del problema in termini di esplicita offerta di lavoro, come indicato nella (1), è sufficiente porre:

$$y(F) + t(y)\frac{\delta y}{\delta t} = L(w_N)w(F) + t(y)\frac{\delta L}{\delta t}w(F).$$

Se con G_L si indica la funzione del gettito al lordo del bonus, e con G_N il gettito netto, le condizioni prime possono essere riscritte in modo sintetico come:

$$\frac{\delta G_N}{\delta t} + \frac{\delta b^*}{\delta t} = \frac{\delta G_N}{\delta t} = 0.$$

A queste componenti è possibile collegare la tradizionale distinzione tra effetti dell'imposta sull'efficienza e sull'equità. Il termine $\delta G_L/\delta_t$ misurerebbe l'effetto dell'imposta sulle capacità produttive, mentre il termine $\delta b^*/\delta_t$ costituirebbe una valutazione degli effetti sull'equità[10].

Il problema (1b) così come organizzato ha caratteristiche tali di generalità da porlo potenzialmente in grado di analizzare in dettaglio sia le componenti di efficienza sia quelle di equità della tassazione.

9 Queste condizioni valgono sia nel caso di una soluzione interna per la (9), sia nel caso di una soluzione d'angolo.

10 A parziale correzione di questa interpretazione si deve osservare che il bonus nell'attuale formulazione è attribuito a tutti i redditieri, non solo a quelli che determinano il bonus. D'altra parte questo, come osservato, potrebbe costituire un plausibile vincolo posto dall'amministrazione dell'imposta.

Comunque, la caratteristica principale del modello sta nell'aver stabilito un sistema di analisi teorica per analizzare con semplici strumenti quantitativi il tradizionale problema del rapporto di scambio tra efficienza ed equità senza la necessità di dover ricorrere a una precisa e quindi vincolante formulazione del sistema delle preferenze collettive.

In sostanza l'aver integrato i contributi portati dall'analisi della dominanza stocastica in un modello di tassazione ottimale permette di cercare una soluzione esplicita per la struttura dell'imposta che fin ora non era possibile ottenere a meno di ipotizzare una precisa forma della funzione di benessere collettivo[11].

5. Caratteristiche delle riforme fiscali

Ci poniamo ora il problema di quale siano le caratteristiche della funzione di imposizione che tende ad emergere dal collegamento sopra stabilito tra requisiti di efficienza e di equità distributiva.

Per farlo ci chiediamo quale sia la direzione di variazione dei parametri della funzione di imposta per raggiungere il punto di ottimo descritto dalla (10), se si parte da un punto prossimo a quello di ottimo.

Con $\tau = (\tau_0, \dots, \tau_F, \dots, \tau_1)$ indichiamo il vettore dei parametri della funzione di tassazione $t(y)$. Le componenti di τ possono essere per esempio le aliquote marginali e i valori delle detrazioni.

Dato un vettore iniziale $\bar{\tau}$, la direzione di variazione delle componenti di $\dot{\bar{\tau}}$ per la quale si ha il più alto valore della derivata direzionale della funzione obiettivo, è quella data dalla direzione del gradiente della funzione obiettivo.

Indichiamo con G_N (gettito netto) la funzione obiettivo della (1b), con $\nabla G_N(\bar{\tau})$ il suo gradiente nel punto $\bar{\tau}$, e con ∇^1 il vettore unitario del gra-

11 Il punto tradizionale di riferimento della letteratura in materia è certamente costituito da Mirrlees (1971) dove si ipotizza una versione utilitaristica di funzione di benessere collettivo.

diente[12]. La derivata direzionale della funzione obiettivo nella direzione di un vettore s, con vettore unitario s^1, valutata nel punto $\bar{\tau}$, è data da:

$$D_s G_N(\bar{\tau}) = \nabla G_N(\bar{\tau}) s^1.$$

Questa derivata ha un massimo nella direzione di $s^1 = \nabla^1$, con un valore pari alla norma del gradiente della funzione obiettivo:

$$D_\nabla G_N(\bar{\tau}) = \nabla G_N(\bar{\tau})\nabla^1 = |\nabla G_N(\tau)|. \tag{11}$$

Pertanto, dato un punto iniziale non di ottimo, sia esso $\bar{\tau}$, per raggiungere il punto di ottimo τ^*, si richiede che i parametri della funzione di tassazione siano variati nella stessa direzione del gradiente della funzione obiettivo.

Ci chiediamo, adesso, cosa implichi, in termini di struttura dell'imposta, l'applicazione di questa regola. Per facilitare la presentazione, si immagini che i componenti di τ siano le aliquote marginali di una funzione di tassazione. In particolare, si immagini che a ciascun livello di reddito sia associata una aliquota marginale, per cui: $\tau = (\tau_0, \ldots, \tau_F, \ldots, \tau_1)$. La (11) implica che dal punto di partenza non ottimo, $\bar{\tau}$, un movimento nella direzione dell'ottimo richiede che le aliquote marginali siano variate nella direzione del gradiente unitario. Quindi:

$$\nabla\tau = \nabla^1. \tag{12}$$

Esaminiamo in dettaglio le caratteristiche di questa regola di variazione delle aliquote. Se esprimiamo la funzione di aliquota media in termini delle

12 Quindi: $\nabla^1 = \nabla G_N(\bar{\tau}) / |\nabla G_N(\bar{\tau})|$.

aliquote marginali, abbiamo che: $t = t(\tau(y))$. Pertanto le condizioni prime della (10) sono:

$$\int_0^1 y(F)\frac{\delta t}{\delta \tau} + t(\tau)\frac{\delta y}{\delta \tau} dF + \frac{1}{H}\int_0^H \frac{\delta y_N}{\delta \tau} dF = 0. \tag{10a}$$

Pertanto la (12) in termini espliciti è data da:

$$\Delta\tau = \frac{1}{|\nabla G_N(\bar{\tau})|}\begin{bmatrix} \int_0^1 y(F)\frac{\delta t}{\delta \tau_0} + t(\tau)\frac{\delta y}{\delta \tau_0} dF + \frac{1}{H}\int_0^H \frac{\delta y_N}{\delta \tau_0} dF \\ \cdots\cdots \\ \int_0^1 y(F)\frac{\delta t}{\delta \tau_H} + t(\tau)\frac{\delta y}{\delta \tau_H} dF + \frac{1}{H}\int_0^H \frac{\delta y_N}{\delta \tau_H} dF \\ \cdots\cdots \\ \int_0^1 y(F)\frac{\delta t}{\delta \tau_1} + t(\tau)\frac{\delta y}{\delta \tau_1} dF + \frac{1}{H}\int_0^H \frac{\delta y_N}{\delta \tau_1} dF \end{bmatrix} \tag{12a}$$

È così possibile avere un'idea della struttura dell'imposta che risulta da questo processo di determinazione delle aliquote marginali.

La variazione di ciascuna aliquota marginale è determinata da due componenti che possiamo per comodità indicare come componente di efficienza e componente di equità distributiva.

La componente di efficienza è data dal primo integrale:

$$\frac{\delta G_L}{\delta \tau} = \int_0^1 y(F)\frac{\delta t}{\delta \tau} + t(\tau)\frac{\delta y}{\delta \tau} dF, \tag{13}$$

il cui valore è in generale positivo in quanto misura la variazione del gettito conseguente all'aumento delle aliquote marginali. Potenzialmente questa componente potrebbe avere anche valori negativi, se non altro per alcuni tratti della distribuzione, in risposta a forti contrazioni dell'offerta di lavoro (effetto di Laffer). Si ritiene comunemente che questo effetto possa caratterizzare i casi di alte aliquote marginali che, nel caso di imposta progressiva, corrispondono a redditi relativamente elevati.

Se queste caratteristiche dell'offerta di lavoro sono confermate in concreto la componente di efficienza della (12a) tenderà ad avere un valore decrescente e così determinare aumenti delle prime aliquote marginali relativamente maggiori degli aumenti per le aliquote marginali dei redditi più elevati. In sostanza, per qualsiasi andamento dell'elasticità dell'offerta di lavoro lungo la distribuzione dei redditi l'indicazione che emerge dalla componente di efficienza è quella tradizionale della tassazione ottimale nel caso di beni indipendenti: tanto meno elastica risulta l'offerta di lavoro tanto più alta può essere l'aliquota d'imposta.

La componente di equità distributiva è data dal termine:

$$-\frac{\delta b^{*}}{\delta \tau} = \frac{1}{H}\int_{0}^{H} \frac{\delta y_N}{\delta \tau} dF \tag{14}$$

La sua struttura è tale da spingere l'imposta verso la progressività, in particolare verso aliquote marginali crescenti. Infatti, per le aliquote marginali τ_F, con $F \leq H$, la componente equità è negativa $(\delta Y_N/\delta\tau < 0)$ e a parità di componente di efficienza, determina un minore incremento delle corrispondenti aliquote marginali. Per $F > H$, ossia per aliquote marginali relative alla parte alta della distribuzione dei redditi, la componente equità è nulla, quindi l'incremento dell'aliquota è relativamente maggiore a quello delle aliquote della parte bassa della distribuzione.

6. Riforme fiscali e caratteristiche familiari

Un problema rilevante per le riforme fiscali è quello tradizionale dell'integrazione tra equità orizzontale ed equità verticale.

Se a parità di reddito i contribuenti sono diversi in termini di una o più caratteristiche, come ad esempio il numero dei componenti o dei percettori nel

gruppo familiare, sorge il problema di come il sistema di tassazione possa tener conto di questa differenza.

Il metodo di maggiore rigore scientifico è certamente quello delle scale di equivalenza. I risultati raggiunti sono però dipendenti da alcune specifiche ipotesi sul metodo di stima e sul comportamento individuale che potrebbero non essere di generale accettazione.

Un modo per ridurre questa dipendenza è quello di ammettere solo quelle ipotesi per le quali la generale accettazione presso una collettività possa essere data per scontata. Per esempio, può essere di comune accettazione il fatto che una famiglia con molti componenti abbia un insieme di bisogni maggiore di quello di una famiglia con pochi componenti.

Se la famiglia costituisce il gruppo di riferimento rilevante per definire le caratteristiche di equità del sistema tributario[13], e se è possibile ordinare le famiglie con diverse caratteristiche secondo una scala ordinale comunemente accettata di bisogni, è allora possibile applicare al problema delle riforme fiscali le indicazioni della dominanza stocastica sequenziale (cfr. Atkinson e Bourguignon 1982, 1987; Bourguignon 1989).

Se con q_i si indica la quota delle famiglie ordinate secondo un indice $(i = 1, ..., M)$ decrescente di bisogno, la condizione di dominanza sequenziale, corrispondente alla condizione (2) del caso base, è (cfr. Atkinson e Bourguignon 1982, 1987):

$$\sum_{i=1}^{j} q_i \int_{0}^{H} y_N^i - \bar{y}_N^i dF \geq 0 \tag{15}$$

per ogni $0 \leq H \leq 1$ e per ogni $j=1, ..., M$.

Questa condizione comporta che sia determinato un bonus per ciascuno stadio di verifica. Ci saranno, quindi, un bonus nel primo stadio, quando solo il gruppo $i = 1$ è considerato, un bonus nel secondo stadio, quando i primi due gruppi $i = 1,2$ sono considerati, e così via.

13 Questa è una ipotesi non del tutto pacifica nell'ordinamento tributario italiano che pone alla base dell'obbligazione tributaria il reddito individuale. Ma questo aspetto è sottoposto ad una crescente critica sia sul piano giuridico (cfr. Sentenza n. 358 del 1995 della Corte Costituzionale) sia, soprattutto, su quello economico.

L'ipotesi che qui facciamo è che il bonus determinato in uno stadio di verifica della (15) sia attribuito all'ultimo gruppo incluso. Ciò che spinge verso questa soluzione è la constatazione per la quale è la distribuzione del reddito netto dell'ultimo gruppo a determinare il bonus, visto che nello stadio precedente la dominanza era verificata.

Sebbene si tratti di una ipotesi che riflette il meccanismo di verifica della dominanza, resta pur sempre una ipotesi arbitraria visto che l'attribuzione del bonus a uno qualsiasi dei gruppi che fanno parte dello specifico stadio di dominanza garantirebbe lo stesso risultato.

Secondo il criterio adottato il bonus del primo stadio di dominanza è dato dalla (9) del caso base applicata alla sola distribuzione del reddito del primo gruppo. In particolare[14]:

(16a) $$b_1^* = \max_H \frac{1}{H} \int_0^H \bar{y}_N^1 - y_N^1 dF.$$

Nel secondo stadio:

(16b) $$b_2^* = \max_H \frac{1}{Hq_2}\left[q_1 \int_0^H \bar{y}_N^1 - y_N^1 dF + q_2 \int_0^H \bar{y}_N^2 - y_N^2 dF \right] - \frac{q_1}{q_2} b_1^*.$$

In generale, per lo stadio $j = 2, ..., M$, si ha:

(16c) $$b_j^* = \max_H \frac{1}{Hq_j}\left[\sum_{i=1}^{j} q_i \int_0^H \bar{y}_N^1 - y_N^i dF \right] - \frac{1}{q_j} \sum_{i=1}^{j-1} q_i b_i^* .$$

14 All'interno dello schema adottato, l'analisi che segue rappresenta un caso particolare valido per uguali distribuzioni dei redditi. La sua generalizzazione richiede che l'ordinamento segua una funzione di benessere Duale di Yaari (1987). Siamo grati a Claudio Zoli per questa preziosa osservazione.

Le condizioni prime, come nel caso base, continuano a richiedere l'uguaglianza tra valore medio e marginale:

$$\sum_{i=1}^{j} q_1 \int_0^H \bar{y}_N^1 - y_N^i dF = H \sum_{i=1}^{j} q_i [\bar{y}_N^i(H) - y_N^i(H)].$$

Pertanto il problema (1b) di massimizzazione del gettito netto diventa:

(17) $$\max_t \left[\int_0^1 t(y) y(F) dF - \sum_{j=1}^{M} b_j^* \right].$$

Secondo i risultati dell'analisi per il caso base, le indicazioni che emergono dipendono dal gradiente della (17) nel punto di partenza.

Per analizzare le caratteristiche del gradiente è utile esprimere il bonus complessivo della (17) come:

(18) $$b^* = b_1^*(H_1, t) + b_2^*(H_2, t, b_1^*) + , ..., + b_M^*(H_M, t, b_1^*, ... b_{M-1}^*).$$

Sulla base della (16c), e posto $j = 3$ per esemplificare, si ottiene che il gradiente della (18) è dato da:

(19) $$\frac{\delta b^*}{\delta \tau} = \left(1 - \frac{q_1}{q_2}\right) \frac{\delta b_1^*}{\delta \tau} + \left(1 - \frac{q_2}{q_3}\right) \frac{\delta \hat{b}_2}{\delta \tau} + \frac{\hat{b}_3}{\delta \tau}.$$

Dove:

(19a) $$\frac{\delta b_1^*}{\delta \tau} = -\frac{1}{H_1} \int_0^{H_1} \frac{\delta y_N^1}{\delta \tau} dF;$$

(19b) $$\frac{\delta \hat{b}_2}{\delta \tau} = -\frac{1}{H_2}\left[q_1 \int_0^{H_2} \frac{\delta y_N^1}{\delta \tau} + q_2 \int_0^{H_2} \frac{\delta y_N^2}{\delta \tau} dF \right].$$

Dove H_1, H_2 indicano i valori di H che determinano b_1^* e b_2^* nelle (16a) e (16b) rispettivamente. Lo stesso vale per H_3 nella determinazione di b_3^* e, quindi, di $\delta\hat{b}_3/\delta\tau$, che qui omettiamo di riportare per brevità.

Come nel caso base, anche in questo caso di più gruppi, resta la tendenza alla progressività. In tutti i casi in cui l'aliquota riguarda redditi al di sopra del livello indicato da H, il suo aumento non crea bonus aggiuntivi, quindi tutto il maggior gettito lordo si trasforma in gettito netto.

Come nel caso base, anche per le aliquote al di sotto di H, si ha una tendenza alla progressività. Infatti le aliquote che per data riduzione del reddito netto (i.e. aumento del gettito lordo) creano un maggior bonus sono quelle relative a bassi valori di H: tanto più piccolo è H tanto maggiore sarà il bonus per data riduzione del reddito netto.

Un secondo elemento che descrive le direzioni distributive lo si può dedurre dalla (19), osservando come il coefficiente di $\delta b_1^*/\delta\tau$ sia minore di quello della famiglia meno bisognosa ($\delta\hat{b}_3/\delta\tau$), ed è plausibile, ma non necessario, che sia anche minore del coefficiente del bonus della successiva famiglia ($\delta\hat{b}_2/\delta\tau$).

In breve, ciò significa che il modo più economico, intendendo con questo il modo che ha il minore effetto sul bonus complessivo, per distribuire un dato bonus, è quello di darlo alla famiglia con il più alto indice di bisogno-rappresentatività. Nell'esempio descritto dalla (19) alla famiglia 1 altrimenti alla famiglia 2, comunque non alla 3.

Questa osservazione permette di dedurre la seguente indicazione: tra due alternative riforme, che per ipotesi diano lo stesso gettito lordo, ma con diversi effetti in termini di distribuzione del bonus tra famiglie, è preferibile quella che attribuisce il bonus più alto alla famiglia più bisognosa-rappresentativa, perché in questo modo è minore l'incremento del bonus complessivo ed è maggiore l'incremento del gettito netto.

Se questa indicazione viene applicata al caso di una imposta per la quale le aliquote marginali sono vincolate ad essere le stesse per tutti i tipi di famiglie, come è in Italia, ne scaturisce l'indicazione per la quale tra due riforme di cui una incide sui redditi di tutti i tipi di famiglie e un'altra incide principalmente sui redditi della famiglia meno bisognosa, sarà preferita la prima riforma a parità di bonus per tipo di famiglia.

In altre parole, se la distribuzione del reddito della famiglia più bisognosa fosse anche caratterizzata da un relativo basso valore medio rispetto alle distribuzioni delle successive famiglie (una relazione inversa, quindi, tra reddito medio e indice di bisogno), l'indicazione sarebbe di aumentare le prime aliquote marginali, quelle che colpirebbero tutti i redditi. Questo perché l'onere per le famiglie più bisognose sarebbe più che compensato dal bonus per tutti i livelli di reddito inferiori a quello corrispondente ad H. Si crea, così, uno spazio per tassare le successive famiglie dato che per la prima H parte della distribuzione complessiva (tutti i tipi di famiglie) il reddito è aumentato.

7. Lo scenario di riferimento: ipotesi di lavoro sull'Irpef

Nella prima parte del lavoro si è supposto che la riforma proposta possa essere valutata come un miglioramento in termini di benessere sociale rispetto al sistema attuale dell'Irpef e che sia tale da soddisfare un vincolo di gettito sempre con riferimento alla situazione attuale. È stato pertanto necessario riprodurre il meccanismo di applicazione dell'Irpef con le aliquote e le detrazioni attualmente in vigore (1995). Disponendo dell'ammontare totale dei redditi imponibili e delle frequenze per classe, si sono calcolati i redditi imponibili medi e sulla base di questi si sono calcolate, in successione, l'imposta lorda e l'imposta al netto delle detrazioni. L'imposta lorda per classe è stata calcolata sulla base dei redditi individuali[15] e a questa sono state applicate le detrazioni per redditi da lavoro e per coniuge a carico[16]. In questa fase dell'analisi non si sono invece prese in considerazione le detrazioni per figli e altri carichi familiari. Nel caso delle famiglie bireddito le detrazioni per redditi da lavoro sono state applicate facendo riferimento ai redditi imponibili individuali all'interno della famiglia e alla professione dei percettori di reddito. Per le famiglie monoreddito e mononucleari non è stato necessario distinguere tra la base imponibile di imposta e la base di riferimento per le detrazio-

15 I redditi medi individuali di ciascuna classe coincidono con il reddito medio familiare per le famiglie monoreddito e mononucleari. Nel caso delle famiglie bireddito invece, essi sono stati ricostruiti attribuendo una parte del reddito medio familiare di ogni classe al coniuge, secondo la percentuale di contribuzione, in media, al reddito familiare della classe.

16 Le detrazioni per coniuge a carico sono state attribuite anche alla famiglia bireddito laddove il reddito imponibile del coniuge risultasse inferiore a 5.400.000 lire.

ni. Infine il passaggio dalle grandezze medie al gettito fiscale totale per classe di reddito è stato ottenuto moltiplicando l'imposta netta media della classe per le rispettive frequenze.

Queste ipotesi di lavoro sono state adottate per tutti gli esercizi di simulazione presentati qui di seguito dove il gettito di riferimento dell'Irpef attuale è da intendersi al netto delle detrazioni cui si è fatto riferimento.

8. Gli scenari alternativi

8.1 *Base imponibile e detrazioni*

Il percorso che ha condotto all'applicazione del metodo qui proposto come base per formulare una riforma dell'imposizione diretta si è snodato attraverso simulazioni di scenari ed ipotesi diverse tra loro i cui risultati forniscono elementi importanti per la riflessione sul metodo medesimo.

Il meccanismo dello *splitting*, comune alle simulazioni presentate, è stato applicato ai dati disponibili dividendo per due i redditi familiari e applicando le aliquote fiscali separatamente alle due metà. Questa procedura trova una sua giustificazione nella presenza di due componenti all'interno della famiglia e pertanto non è stata applicata alle famiglie mononucleari la cui base imponibile rimane quella dell'Irpef.

Le detrazioni per lavoro esistenti nel sistema attuale sono state mantenute anche nello *splitting*, con le stesse regole di applicazione e gli stessi importi, al fine di tenere conto del diverso sforzo lavorativo sostenuto da ciascun tipo di famiglia. Non si sono invece applicate le detrazioni per coniuge a carico, la cui esistenza nella legislazione attuale appare giustificata dalle medesime ragioni che potrebbero trovare nello *splitting* una loro sistemazione, cioè quelle di una compensazione 'a somma fissa' per la presenza di due componenti all'interno della famiglia.

Si è inoltre assunto che in qualsiasi scenario gli scaglioni di reddito fossero mantenuti ai livelli attuali e che pertanto la struttura di aliquote marginali della riforma fosse applicata secondo tali scaglioni. Una ulteriore ipotesi riguarda la distribuzione del reddito: data la costanza dell'offerta di lavoro anche la distribuzione del reddito è stata mantenuta costante in caso di riforme

dell'imposizione fiscale, consentendo così esclusivamente l'analisi degli effetti redistributivi della riforma.

8.2 *Verifica della condizione di dominanza stocastica*

Il confronto tra gli scenari alternativi e quello di riferimento è stato condotto in termini di verifica della dominanza. In corrispondenza di ciascuna struttura di aliquote simulate la procedura prevede che sia verificata la dominanza sequenziale che richiede che i redditi netti cumulati risultanti dall'applicazione del nuovo scenario siano superiori ai redditi netti dell'Irpef anch'essi cumulati. Questa verifica viene effettuata per classi di reddito successive e secondo una sequenza che prevede un ordinamento delle famiglie. In particolare si è considerato che le differenze esistenti tra famiglie bireddito e monoreddito in relazione allo sforzo lavorativo e al numero dei componenti fossero state trattate e risolte rispettivamente con le detrazioni per lavoro – doppie per la bireddito – e con il meccanismo dello *splitting* – in sostituzione delle detrazioni per coniuge a carico – . In ragione di ciò non sembra esistere nessuna motivazione che giustifichi un ordinamento tra le famiglie bireddito e monoreddito e pertanto la condizione di dominanza è stata verificata sulla somma dei redditi netti delle due famiglie nei due scenari, quello di riferimento e quello alternativo. Nel caso la dominanza non sia verificata per tutte le classi di reddito, viene calcolato un bonus tale da soddisfare la condizione medesima che viene poi attribuito in maniera uniforme a tutte le famiglie bireddito e monoreddito[17]. La verifica della dominanza prosegue ad un secondo stadio dove vengono considerate tutte le famiglie sommando i redditi delle famiglie mononucleari a quelli delle bireddito e monoreddito. Anche qui viene calcolato l'eventuale bonus per le famiglie mononucleari al fine di assicurare la superiorità dei redditi netti cumulati dello scenario simulato rispetto a quello di riferimento.

8.3 *Determinazione delle aliquote di imposta*

Al metodo qui proposto si richiede di attuare una riforma fiscale che abbia alcuni requisiti cui si è già più volte fatto cenno: che sia la famiglia il fonda-

17 Il metodo di calcolo del bonus nei rispettivi stadi della verifica della dominanza è illustrato nei dettagli in Appendice I.

mentale punto di riferimento, che la riforma costituisca un miglioramento in termini di benessere collettivo, che sia soddisfatto un vincolo di gettito rispetto alla situazione attuale. Oltre a queste caratteristiche delle quali abbiamo appena spiegato la trattazione modellistica, risulta di centrale importanza il processo di generazione delle aliquote fiscali. Se la scelta è quella di mantenere una struttura progressiva per scaglioni, due sono le scelte possibili all'interno del modello: *a)* imporre esogenamente la progressività alle aliquote senza nessun riferimento a un criterio oggettivo; *b)* inserire una procedura endogena per determinare la struttura finale di aliquote. Si sono qui percorse entrambe le strade, progressività esogena e endogena, proponendo anche uno scenario aggiuntivo – *progressività per detrazioni* – che si distingue dagli altri due in quanto in esso si è simulata la generazione di un'aliquota unica per tutti gli scaglioni.

Dovendo scegliere un criterio esogeno per imporre la progressività delle aliquote e non disponendo di un riferimento che renda un criterio preferibile ad un altro, si è deciso di imporre alle aliquote la progressività attuale dell'Irpef (*splitting con progressività attuale*)[18]. La procedura di calcolo si basa su un processo iterativo dove, variando l'aliquota sul primo scaglione, le aliquote marginali sui successivi scaglioni sono automaticamente determinate in base a un coefficiente di progressività esogeno. Ad ogni iterazione la struttura di aliquote così determinata produce un gettito fiscale, sulla base del quale è possibile calcolare i redditi netti da sottoporre alla verifica della dominanza sopra descritta. Superata questa fase con l'eventuale creazione e attribuzione dei bonus, si procede al controllo della parità di gettito con l'Irpef attuale che, se verificato, consente di terminare la procedura iterativa. In caso contrario la procedura continua con l'aumento delle aliquote fino al soddisfacimento del vincolo di gettito.

In sintesi, le fasi di questo scenario possono riassumersi nella rappresentazione schematica di una singola iterazione:

a) aumento delle aliquote secondo un coefficiente esogeno;

b) applicazione dello *splitting* e calcolo dell'imposta al netto delle detrazioni;

18 Si sono calcolate le differenze tra le aliquote marginali dell'Irpef in successione e si è imposto il vincolo che anche le aliquote dello scenario alternativo fossero tra loro separate dalle medesime differenze quali coefficienti di progressività. Le differenze tra le aliquote attualmente in vigore sono: 0,12, 0,05, 0,07, 0,07, 0,05, 0,05.

c) calcolo dei redditi netti per famiglia e verifica della dominanza con creazione dei bonus;

d) verifica della parità di gettito ed eventuale ritorno alla fase *a)*.

Il metodo proposto nel presente lavoro è stato applicato anche in uno scenario nel quale la struttura delle aliquote è determinata endogenamente sulla base dell'incremento di gettito netto generato da una variazione unitaria di ciascuna aliquota (*splitting con progressività endogena*). In questo caso si è imposto alle aliquote di seguire il percorso che massimizzasse la variazione di gettito netto individuato secondo il metodo del gradiente[19]. Volendo rappresentare in modo schematico, analogamente a quanto fatto in precedenza, la singola iterazione di questa procedura, è necessario precisare che in questo caso si fa riferimento a due cicli di iterazioni, uno interno all'altro: il primo per il calcolo del gradiente, il secondo per la verifica della parità di gettito come nella procedura descritta sopra. In sintesi:

a) iterazioni per il calcolo del gradiente:

   (1) variazione unitaria di ciascuna aliquota a parità delle altre, calcolo del gettito secondo lo *splitting*, verifica della dominanza e calcolo dei bonus;

   (2) calcolo delle variazioni di gettito al netto dei bonus per ciascuna aliquota;

   (3) completate le fasi (1) e (2) per tutte le aliquote, costruzione del vettore gradiente;

b) aumento delle aliquote secondo il gradiente;

c), d), f) corrispondono alle fasi *b), c), d)* della procedura precedente (*splitting con progressività attuale*).

Se l'Irpef attuale rappresenta lo scenario di riferimento delle simulazioni le cui ipotesi di lavoro abbiamo finora descritto e delle quali presenteremo qui di seguito i risultati, un ulteriore esercizio è stato condotto per confrontare la simulazione *splitting con progressività endogena* con uno scenario Irpef con aumento di detrazioni per coniuge a carico. Per costruire questo scenario – *aumento di detrazioni Irpef* – e renderlo significativamente confrontabile con

19 L'illustrazione del metodo del gradiente e la implementazione in ambito C++ sono contenute nell'Appendice I.

10. I risultati

10.1 *Progressività per detrazioni*

Una modifica delle aliquote attuali che prescinda dall'introduzione di un nuovo meccanismo quale lo *splitting* e dalla questione del grado di progressività tra le aliquote va nella direzione di un'aliquota proporzionale sui redditi. Qualora si richieda a questa riforma di soddisfare la condizione di dominanza rispetto alla situazione attuale, i risultati ottenuti dalla *progressività per detrazioni* sono quelli riassunti dalla tavola 1.

Tav. 1

PROGRESSIVITÀ PER DETRAZIONI

	Aliquote Irpef correnti (%)							
	10	22	27	34	41	46	51	
	Aliquote simulate							
	34	34	34	34	34	34	34	
Gettito lordo aliquote simulate								236.362 mld.
Bonus totali								77.593 mld.
Gettito netto aliquote simulate								158.768 mld.
Gettito Irpef aliquote correnti								156.809 mld.
Bonus unitario famiglie bireddito								4.701.000
Bonus unitario famiglie monoreddito								4.701.000
Bonus unitario famiglie mononucleari								2.020.000

L'aliquota simulata risulta pari al 34 per cento, cioè esattamente uguale all'aliquota centrale della struttura attualmente in vigore. Una prima immediata considerazione riguarda la differenza tra gettito lordo e gettito netto simulati, cioè il totale dei bonus, che risulta molto elevato soprattutto se confrontato con gli scenari che presenteremo in seguito. Questo risultato può essere letto anche negli importi unitari dei bonus per le diverse famiglie, necessari per

compensare, in termini di reddito netto, il forte impatto dell'aumento delle aliquote soprattutto sui primi due scaglioni che, da soli, rappresentano il 47 per cento dei redditi imponibili totali[26].

10.2 Splitting *con progressività attuale*

Allontanandosi dallo scenario appena illustrato per l'eccessivo ammontare di gettito lordo prelevato e poi redistribuito, nella tavola 2 sono riassunti i risultati della simulazione dello *splitting con progressività attuale*.

Tav. 2

***SPLITTING* CON PROGRESSIVITÀ ATTUALE**

	Aliquote Irpef correnti (%)							
	10	22	27	34	41	46	51	
	Aliquote simulate							
	13	25	30	37	44	49	54	
Gettito lordo aliquote simulate								169.641 mld.
Bonus totali								12.811 mld.
Gettito netto aliquote simulate								156.830 mld.
Gettito Irpef aliquote correnti								156.809 mld.
Bonus unitario famiglie bireddito								541.000
Bonus unitario famiglie monoreddito								541.000
Bonus unitario famiglie mononucleari								650.000

26 Il reddito totale, come base imponibile dell'Irpef, risulta distribuito tra i sette scaglioni secondo le seguenti percentuali: 26 per cento fino a 7,2 milioni, 21 per cento dai 7,2 ai 14,4 milioni, 29 per cento dai 14,4 ai 30 milioni, 14 per cento dai 30 ai 60 milioni, 6 per cento dai 60 ai 150 milioni, 2 per cento dai 150 ai 300 milioni, e infine 1 per cento oltre i 300 milioni.

La struttura di aliquote che garantisce la parità di gettito dello *splitting* con l'Irpef e un miglioramento in termini di benessere collettivo rispetto alla situazione attuale prevede l'aumento di tre punti dell'aliquota sul primo scaglione e di conseguenza delle successive, ad essa legate da un coefficiente fisso. Rispetto all'esercizio precedente l'ammontare del gettito lordo è notevolmente più basso in quanto più contenuto è il ricorso ai bonus per garantire la dominanza rispetto all'Irpef attuale. L'aumento dell'aliquota sul primo scaglione è motivato dalla necessità di coprire la perdita di gettito dovuta allo *splitting*, mentre la variazione delle aliquote successive non segue alcun criterio in termini di contributo al gettito netto ma è legata esogenamente alla variazione della prima aliquota. Il limite di questa procedura è da rintracciarsi proprio nell'arbitrarietà della progressività imposta alla struttura di aliquote. È pertanto l'esistenza di questo limite, che si ripresenta qualunque sia la scelta del coefficiente di progressività purché esogeno, che ha motivato la ricerca di un metodo endogeno per modificare le aliquote lungo un percorso verso la parità di gettito con l'Irpef.

10.3 Splitting *con progressività endogena*

La simulazione dello *splitting con progressività endogena* si basa sul metodo del gradiente per la variazione delle aliquote fiscali, in base al quale, a differenza di quanto visto sopra, i movimenti di ciascuna aliquota non sono in nessun modo legati a quelli delle altre. La struttura di aliquote alla quale si perviene con questo scenario (tav. 3) non si allontana molto da quella dello scenario precedente: da rilevare soltanto l'avvicinamento delle aliquote sugli ultimi due scaglioni che indicherebbero la sostanziale abolizione di uno scaglione di reddito, sottoponendo quindi tutti i redditi oltre i 150 milioni alla stessa aliquota marginale[27].

I bonus unitari non mostrano apprezzabili differenze tra i diversi tipi di famiglie e ammontano in totale a circa 14.000 miliardi di lire. Osservando i risultati disaggregati per classi di reddito familiare presentati nella tavola 4 si possono fare ulteriori considerazioni. La differenza dell'imposta mediamente

27 Da notare che la distribuzione per scaglioni del reddito complessivo come base imponibile dello *splitting* è diversa da quella dell'Irpef. In percentuale, nel primo scaglione si trova il 31 per cento del reddito, il 25 per cento nel secondo, il terzo scaglione comprende il 27 per cento del reddito, il quarto l'11 per cento, mentre negli ultimi tre scaglioni rimane il 6 per cento di base imponibile: rispettivamente 4, 1 e 1 per cento.

pagata da ciascuna classe di reddito applicando l'Irpef attuale e lo *splitting* con le aliquote endogene mette in evidenza che, per tutti i tipi di famiglia, i nuclei familiari con redditi inferiori ai 14,4 milioni vedono ridursi il carico fiscale nel caso in cui sia attuata la riforma con lo *splitting* e le nuove aliquote. Per queste classi di reddito l'aumento delle prime due aliquote e la scomparsa delle detrazioni per coniuge a carico sono più che compensati dal bonus previsto dalla riforma. Nel caso delle famiglie bireddito poi, a partire dal terzo scaglione, l'imposta media per classe della simulazione *splitting* risulta più elevata di quella pagata con l'Irpef e, in termini di percentuale sul reddito imponibile (tav. 5), l'aumento della pressione fiscale registra valori che variano tra 0,2 e 1,47 per cento.

Tav. 3

***SPLITTING* CON PROGRESSIVITÀ ENDOGENA**

Aliquote Irpef correnti (%)

10	22	27	34	41	46	51

Aliquote simulate

15	25	29	37	44	50	51

Gettito lordo aliquote simulate	171.078 mld.
Bonus totali	14.266 mld.
Gettito netto aliquote simulate	156.811 mld.
Gettito Irpef aliquote correnti	156.809 mld.
Bounus unitario famiglie bireddito	635.000
Bonus unitario famiglie monoreddito	635.000
Bonus unitario famiglie mononucleari	679.000

Le famiglie monoreddito invece beneficiano del nuovo sistema lungo tutta la distribuzione del reddito con una differenza di imposta media rispetto alla situazione attuale che rappresenta l'1,79 per cento del reddito complessivo di queste famiglie (tav. 5). Infine le famiglie mononucleari con redditi superiori ai 24 milioni sono colpite negativamente dall'aumento delle aliquote simulate, mentre sono avvantaggiate dalla riforma le classi di reddito più basse che peraltro rappresentano più del 60 per cento della distribuzione delle mononucleari.

Tav. 4

SIMULAZIONE *SPLITTING* CON PROGRESSIVITÀ ENDOGENA
(differenza di imposta media per classe: Irpef (1) – *splitting* (2))

Classi di reddito imponibile familiare		Famiglie bireddito		Famiglie monoreddito		Famiglie mononucleari	
	Fino a	Frequenze (%)	Differenza imposta media (*) (1) – (2)	Frequenze (%)	Differenza imposta media (*) (1) – (2)	Frequenze (%)	Differenza imposta media (*) (1) – (2)
1	2000	0,25	487	2,35	636	3,27	680
2	3000	0,20	425	0,87	485	1,60	614
3	4000	0,21	347	0,78	405	1,49	602
4	5000	0,20	287	0,88	329	1,41	586
5	6000	0,20	271	0,87	213	1,43	566
6	7200	0,26	156	1,22	208	1,52	549
7	9000	0,55	273	3,08	129	5,09	328
8	12000	2,67	165	6,70	–26	13,39	250
9	14400	1,74	–40	4,27	–94	5,63	177
10	15000	0,43	–205	0,93	0	1,47	136
11	17000	1,70	–193	3,71	30	5,37	112
12	19000	2,29	–223	3,87	79	5,54	69
13	22000	3,35	–296	6,01	141	9,81	15
14	24000	2,24	–323	5,76	204	6,26	–35
15	30000	7,30	–268	18,01	302	15,34	–114
16	32000	2,93	–275	5,56	370	3,66	–207
17	35000	4,83	–372	7,33	491	4,32	–274
18	40000	8,10	–243	8,88	683	5,15	–371
19	50000	16,33	–406	10,07	1014	4,31	–551
20	60000	13,61	–407	3,56	1511	1,54	–820
21	80000	15,85	–781	2,65	2145	1,17	–1256
22	100000	6,50	–1299	1,07	3051	0,52	–1967
23	120000	2,93	–357	0,56	3948	0,26	–2667
24	150000	2,34	–275	0,46	3961	0,18	–3495
25	Oltre	2,97	–882	0,56	4618	0,26	–6794
	Totale	100	–455	100	535	100	–11

(*) Valori espressi in migliaia di lire.

Tav. 5

SIMULAZIONE *SPLITTING* CON PROGRESSIVITÀ ENDOGENA
(percentuale della differenza di imposta media (Irpef – *splitting*) sul reddito per classe)

Classi di reddito imponibile familiare		Famiglie bireddito		Famiglie monoreddito		Famiglie mononucleari	
	Fino a	Frequenze (%)	(%)	Frequenze (%)	(%)	Frequenze (%)	(%)
1	2000	0,25	34,98	2,35	55,42	3,27	60,56
2	3000	0,20	17,52	0,87	18,81	1,60	24,72
3	4000	0,21	10,08	0,78	11,70	1,49	17,03
4	5000	0,20	6,39	0,88	7,44	1,41	13,11
5	6000	0,20	4,91	0,87	3,87	1,43	10,25
6	7200	0,26	2,36	1,22	3,15	1,52	8,33
7	9000	0,55	3,31	3,08	1,56	5,09	3,94
8	12000	2,67	1,56	6,70	–0,25	13,39	2,44
9	14400	1,74	–0,30	4,27	–0,71	5,63	1,35
10	15000	0,43	–1,38	0,93	0,00	1,47	0,91
11	17000	1,70	–1,20	3,71	0,19	5,37	0,70
12	19000	2,29	–1,24	3,87	0,44	5,54	0,39
13	22000	3,35	–1,45	6,01	0,69	9,81	0,08
14	24000	2,24	–1,40	5,76	0,89	6,26	–0,15
15	30000	7,30	–0,99	18,01	1,12	15,34	–0,43
16	32000	2,93	–0,88	5,56	1,19	3,66	–0,67
17	35000	4,83	–1,11	7,33	1,47	4,32	–0,82
18	40000	8,10	–0,65	8,88	1,83	5,15	–1,00
19	50000	16,33	–0,90	10,07	2,30	4,31	–1,25
20	60000	13,61	–0,74	3,56	2,78	1,54	–1,51
21	80000	15,85	–1,14	2,65	3,15	1,17	–1,84
22	100000	6,50	–1,47	1,07	3,44	0,52	–2,21
23	120000	2,93	–0,33	0,56	3,61	0,26	–2,44
24	150000	2,34	–0,21	0,46	2,97	0,18	–2,62
25	Oltre	2,97	–0,36	0,56	1,87	0,26	–2,59
	Totale	100	–0,83	100	1,79	100	–0,05

Tav. 6

COMPOSIZIONE PER TIPO DI FAMIGLIA DEL GETTITO PER CLASSE
(Irpef e *splitting* con progressività endogena)

	Classi di reddito imponibile familiare	Famiglie bireddito		Famiglie monoreddito		Famiglie mononucleari		Totale
	Fino a	Irpef (1*a*)	*Splitting* (1*b*)	Irpef (2*a*)	*Splitting* (2*b*)	Irpef (3*a*)	*Splitting* (3*b*)	(1*a*+2*a*+3*a*) (1*b*+2*b*+3*b*)
1	2000	100,00	–2,57	0,00	–28,97	0,00	–68,46	100,00
2	3000	17,32	–4,26	0,00	–21,11	82,68	–74,63	100,00
3	4000	8,70	–4,10	0,00	–19,08	91,30	–76,83	100,00
4	5000	5,32	–3,61	0,00	–20,38	94,68	–76,02	100,00
5	6000	3,15	–4,18	0,00	–15,61	96,85	–80,21	100,00
6	7200	3,92	–2,47	0,00	–21,84	96,08	–75,69	100,00
7	9000	1,52	–7,92	0,00	–20,56	98,48	–71,51	100,00
8	12000	1,46	–4,76	12,41	25,44	86,12	79,32	100,00
9	14400	3,80	4,73	19,07	23,77	77,13	71,50	100,00
10	15000	3,57	5,82	19,24	20,11	77,19	74,07	100,00
11	17000	4,39	6,11	21,78	21,95	73,82	71,94	100,00
12	19000	6,89	8,77	22,47	21,75	70,65	69,48	100,00
13	22000	8,04	9,60	21,15	19,96	70,81	70,44	100,00
14	24000	8,65	9,98	29,19	27,30	62,16	62,72	100,00
15	30000	12,06	13,09	34,05	31,66	53,90	55,26	100,00
16	32000	17,63	18,78	37,46	34,83	44,91	46,39	100,00
17	35000	22,10	23,75	37,82	34,72	40,08	41,54	100,00
18	40000	29,34	30,65	35,12	32,06	35,53	37,29	100,00
19	50000	46,67	48,84	30,72	27,46	22,61	23,70	100,00
20	60000	67,42	69,11	18,79	16,47	13,79	14,42	100,00
21	80000	76,24	77,83	13,68	11,75	10,08	10,42	100,00
22	100000	75,87	77,46	13,46	11,53	10,67	11,01	100,00
23	120000	74,67	75,49	14,46	12,85	10,87	11,66	100,00
24	150000	76,09	76,65	14,63	13,36	9,29	9,99	100,00
25	Oltre	75,89	76,02	13,36	12,64	10,75	11,34	100,00
	Totale	53,07	55,00	21,98	19,98	24,95	25,90	100,00

Una chiave di lettura aggiuntiva di questa simulazione può essere rintracciata con l'aiuto della tavola 6 dove sono riportate le quote – per riga – dell'imposta pagata da ciascun tipo di famiglia avente lo stesso livello di reddito familiare, rispettivamente nel caso dell'Irpef attuale e dello *splitting* simulato. La riga dei totali conferma una considerazione già emersa dall'analisi dei risultati precedenti: la riforma provoca una redistribuzione del carico fiscale dalla monoreddito alle altre due famiglie. L'analisi dello spostamento delle quote per classe tra le famiglie è chiaramente in linea con il risultato sul totale per famiglia con l'eccezione delle classi di reddito più basso dove i segni negativi evidenziano il minor peso fiscale in seguito alla riforma.

10.4 *Aumento delle detrazioni Irpef*

L'ultimo esercizio ha per oggetto la simulazione di un *aumento di detrazioni* per coniuge a carico nell'Irpef. La tavola 7 riassume le oramai consuete informazioni generali sulla simulazione.

Si ricorda che lo scenario simulato prevede l'applicazione dell'Irpef con detrazioni per coniuge a carico pari a 2.534.400 lire: le aliquote che, date queste detrazioni, soddisfano la parità di gettito presentano una progressività ridotta rispetto a quelle della simulazione dello *splitting* con progressività endogena. Anche in questo caso gli ultimi due scaglioni di reddito sono tassati alla stessa aliquota marginale mentre la prima aliquota risulta essere più alta e più vicina a quelle del secondo e terzo scaglione. Ciò è possibile per il margine creato dalla detrazione che consente di aumentare le aliquote poiché la detrazione copre l'imposta media dovuta. Spiegazione analoga si può dare per l'esiguità dei bonus per le famiglie bireddito e monoreddito, laddove le famiglie mononucleari vengono invece compensate con il bonus per la diminuzione dei redditi netti dovuta all'aumento delle aliquote poiché a loro non si applicano le detrazioni per carichi familiari.

Questo scenario (tav. 7) può essere confrontato con la simulazione dello *splitting con progressività endogena* (tav. 3). Il confronto viene fatto in termini di dominanza, calcolando cioè le differenze dei redditi netti cumulati dei due scenari *aumento di detrazioni Irpef – splitting con progressività endogena* (tav. 8). Queste differenze sono calcolate nei due stadi nei quali è articolata la verifica della dominanza: prima la somma dei redditi netti di bireddito e monoreddito, poi quella di tutte le famiglie. Il confronto tra i due risultati non è conclusivo. È possibile notare infatti che nel primo stadio per i redditi cumulati fino a 12 milioni la riforma con lo *splitting* è da preferirsi a quella con l'aumento di detrazioni poiché i redditi netti cumulati dello *splitting* con progressività endogena sono superiori a quelli dell'Irpef con aumento di detrazioni. Un risultato analogo si verifica aggiungendo le famiglie mononucleari nel secondo stadio per i redditi cumulati fino a 24 milioni. L'introduzione delle famiglie mononucleari che non beneficiano delle detrazioni per coniuge e che sono invece colpite da un aumento delle aliquote fiscali avvantaggia ulteriormente lo scenario dello *splitting* rispetto a quello delle detrazioni in queste classi di reddito anche perché in quest'ultimo scenario i bonus delle mononucleari sono più elevati. Tuttavia per la parte restante della distribuzione il risultato è opposto: sono infatti i redditi netti cumulati dello scenario di aumento di detrazioni che dominano su quelli dello *splitting*. Una spiegazione può essere trovata nella differenza di aliquote marginali sui tre scaglioni centrali: in particolare nel caso dell'Irpef è in questi scaglioni che si trova circa il 50 per cento della base imponibile e una riduzione delle aliquote relative aumenta i redditi netti dello simulazione di un aumento di detrazioni[28].

Tav. 7

AUMENTO DETRAZIONI IRPEF

Aliquote Irpef correnti (%)

10	22	27	34	41	46	51

Aliquote simulate (%)

19	23	26	32	43	49	49

Gettito lordo aliquote simulate	160.963 mld.
Bonus totali	4.151 mld.
Gettito netto aliquote simulate	156.812 mld.
Gettito Irpef aliquote correnti	156.809 mld.
Bonus unitario famiglie bireddito	9.331
Bonus unitario famiglie monoreddito	9.331
Bonus unitario famiglie mononucleari	434.267

28 Cfr. le note 26 e 27. Si osservino in particolare le quote di reddito imponibile degli scaglioni centrali nelle due distribuzioni del reddito, Irpef e *splitting*.

Tav. 8

DIFFERENZE DEI REDDITI NETTI CUMULATI
(Irpef con aumento di detrazioni – *splitting* con progressività endogena (*))

Classi di reddito imponibile familiare		I° stadio	II° stadio
	Fino a	Bireddito e monoreddito	Bireddito, monoreddito e mononucleari
1	2000	–94756192	–86797024
2	3000	–125360896	–123564992
3	4000	–148870848	–155627008
4	5000	–169766528	–186011904
5	6000	–184235904	–215444736
6	7200	–202101376	–256540416
7	9000	–234876160	–383516672
8	12000	–158649344	–605147136
9	14400	11522048	–607184896
10	15000	60141568	–602986496
11	17000	275204096	–558542848
12	19000	474349568	–511205376
13	22000	809517056	–404955136
14	24000	1128091648	–257781760
15	30000	2091982848	283025408
16	32000	2331475968	439623680
17	35000	2669854720	678035456
18	40000	2536128512	691535872
19	50000	2050719744	546783232
20	60000	1559330816	343949312
21	80000	1522171904	401391616
22	100000	1767899136	583712768
23	120000	1571782656	494927872
24	150000	1315110912	366706688
25	Oltre	793640960	117211136

(*) Valori espressi in migliaia di lire.

APPENDICE I

ALGORITMO E PROGRAMMA

La descrizione dell'algoritmo utilizzato per simulare il metodo proposto in questo studio è condotta qui di seguito facendo riferimento al programma e alle istruzioni in esso contenute per implementare la procedura descritta nei precedenti paragrafi[29]. Si è ritenuto opportuno soffermarsi sulla procedura di determinazione endogena delle aliquote utilizzata nello scenario *splitting con progressività endogena*. Questo algoritmo è il più complesso tra quelli costruiti per riprodurre gli altri scenari simulati nello studio i quali, pertanto, possono essere da questo enucleati seguendo le indicazioni che saranno precisate più avanti. Una rappresentazione schematica della procedura è presentata nella figura A.1.

I *files* di input utilizzati riguardano:

i) le distribuzioni del reddito;

ii) le aliquote di imposta;

iii) le detrazioni.

In particolare i *files* che contengono le distribuzioni del reddito imponibile familiare sono dieci e si articolano secondo le classificazioni di cui al paragrafo 9. Un esempio può essere quello di un *file* che contiene frequenze e redditi imponibili per classe di tutte le dichiarazioni di famiglie bireddito il cui capofamiglia è lavoratore dipendente e il cui coniuge è lavoratore autonomo. Naturalmente per ogni famiglia il numero dei *files* è determinato dai possibili incroci sulla base delle professioni dei percettori di reddito.

Nella fase iniziale della procedura è compreso il calcolo del gettito dell'Irpef e dei relativi redditi netti che saranno poi utilizzati per la verifica della condizione di dominanza. Il reddito e le frequenze sono quindi aggregati per tipo di famiglia (bireddito, monoreddito, mononucleare) e cumulati, sempre in funzione dei passi successivi. Qui ha inizio la fase iterativa della procedura (TOP).

Con riferimento allo schema in figura A.1, si possono individuare più cicli di iterazioni come già sintetizzato nel paragrafo 8.2[30].

29 Le funzioni C++ utilizzate nel codice del programma riportato in questa Appendice appartengono alle librerie del compilatore Borland C++, versione 4.5.

30 Si veda la rappresentazione della procedura a pag. 25.

Fig. A.1

DESCRIZIONE DEL PROGRAMMA

```
1. Leggi i files di input;
2. Calcola gettito IRPEF con aliquote correnti (getIrpef);
3. Calcola redditi netti IRPEF;
4. Aggrega per tipo di famiglia e costruisci redditi netti cumulati (Rcumcor) e frequenze
cumulate (freqcum);
5. Assegna CHECK = FALSE;
6. Assegna gettito iniziale getInit = 0;
7. TOP:                      //inizio loop esterno ed interno

    1.   Aliquota [K] + = 0,01;     K=1,.....7
    2.   STEP:            //inizio loop struttura completa
    3.   Calcola gettito splitting con aliquote simulate;
    4.   Calcola redditi netti splitting;
    5.   Aggrega e cumula i redditi netti (Rcumnew);
    6.   Verifica dominanza stocastica (I° stadio);
    7.   Verifica dominanza stocastica (II° stadio);
    8.   Calcolo dei Bonus totali;
    9.   Calcolo del gettito netto G_N;
    10.  Se CHECK = TRUE vai alla 7.17,
    11.  Calcola deltaG = G_N - getInit;
    12.  Se K < 7 vai alla 7;
    13.  Calcola gradiente;
    14.  Calcola nuove aliquote;
    15.  Poni CHECK = TRUE;
    16.  Vai alla 7.2;    //applica la struttura completa delle nuove aliquote
    17.  NEXT:
    18.  Calcola il coseno dell'angolo dei due gradienti;
    19.  Verifica la parità di gettito con l'IRPEF;
    20.  Se G_N ≥ getIrpef : STOP. Le aliquote {τ1, τ2, τ3, τ4, τ5, τ6, τ7}
         dell'iterazione N sono la soluzione cercata.
    21.  Se G_N < getIrpef prosegui;
```

Il ciclo più esterno (dalla istruzione 7 alla 7.21) ha termine quando la determinazione endogena delle aliquote secondo il metodo del gradiente produce un gettito fiscale pari a quello dell'Irpef. Il numero delle iterazioni è $i = 1, 2,..., N$ dove N non è determinato a priori.

I cicli di iterazioni interni (dalla 7 alla 7.12) sono funzionali al calcolo degli elementi del gradiente in base al quale si generano le aliquote. Il *metodo del gradiente* è utilizzato per risolvere problemi di ottimizzazione multidimensionale. In generale, si procede nel modo seguente:

Sia P_0 il punto di partenza. Per $i = 1, 2, ... N$ sia scelto un vettore direzione $g_i \neq 0$ di crescita per la funzione obiettivo. Si muova dal punto P_i al punto P_{i+1} di massimo della funzione sulla retta passante per P_i in direzione g_i.

Diversi metodi del gradiente si distinguono per la diversa scelta del vettore g_i: un metodo classico è quello della *steepest descent* – in un contesto di minimizzazione della funzione obiettivo – in cui si sceglie $g_i = -\nabla f(P_i)$ cioè ad ogni passo si muove da P_i verso P_{i+1} sfruttando la direzione di massima pendenza. Per ottimizzare la velocità di convergenza di questo algoritmo si può scegliere il vettore g_i tenendo conto anche delle direzioni g_j, $j = 1, 2, ..., i\text{-}1$ calcolate nelle iterazioni precedenti. Questo metodo è detto del gradiente coniugato in quanto ad ogni passo la direzione è costruita in modo da essere coniugata con le direzioni dei passi precedenti. Nel presente studio è stato adottato l'algoritmo più semplice dei due: si sono infatti impiegati particolari accorgimenti, descritti più avanti, per tenere sotto controllo la direzione seguita nella determinazione endogena delle aliquote e tali controlli hanno dimostrato l'inutilità di complicare eccessivamente l'algoritmo[31].

Nel ciclo interno il numero delle iterazioni (k) è sette, pari cioè al numero delle aliquote. Questa fase dell'algoritmo è mirata alla valutazione dell'effetto, in termini di gettito, della variazione unitaria di ciascuna aliquota tenendo ferme tutte le altre[32]. Un esempio: se le aliquote di partenza sono

$$\{\tau_1,\ \tau_2,\ \tau_3,\ \tau_4,\ \tau_5,\ \tau_6,\ \tau_7\} \qquad \text{A.1}$$

l'iterazione $k = 3$ simula la struttura di aliquote

$$\{\tau_1,\ \tau_2,\ (\tau_3 + 1),\ \tau_4,\ \tau_5,\ \tau_6,\ \tau_7\} \qquad \text{A.2}$$

e così via. Ciascuna di queste iterazioni fornisce l'elemento k-esimo del vettore che rappresenta il gradiente della funzione obiettivo del gettito al netto dei bonus, G_N. Il calcolo di G_N è però condizionato dall'esistenza dei bonus che derivano dalla verifica della dominanza stocastica. Vediamo come.

In generale la condizione di dominanza richiede che, data l'esistenza di H gruppi, la dominanza sia verificata per il gruppo dei più meritevoli, poi per questo gruppo

31 Per una implementazione del metodo del gradiente in linguaggio C++ e per una presentazione dei vari algoritmi si veda Press *et al.* (1992).

32 La decisione del passo unitario nella variazione delle aliquote per il calcolo del gradiente è motivata dalla verifica di una invarianza di risultati qualora il passo fosse ridotto a frazioni di punto: l'unica conseguenza di questa opzione sarebbe rappresentata dall'aumento del numero di iterazioni.

combinato con il gruppo $(H-1)$ e così via finché l'ultima condizione richiede la dominanza generale. Nel caso del presente lavoro, gli stadi di questo procedimento sono due:

i) famiglie bireddito + famiglie monoreddito

ii) tutte le famiglie.

Data la variazione dell'aliquota k-esima e calcolati l'imposta e i redditi netti conseguenti, lo stadio *(i)* è verificato confrontando la somma dei redditi netti cumulati di famiglie bireddito e monoreddito ottenuti nello scenario di riferimento (Irpef) e in quello simulato (*splitting*). Qualora tale differenza risulti positiva in una qualsiasi classe i, significa che per i redditi cumulati fino alla classe i-esima la dominanza non si è verificata. Gli elementi maggiori di zero del vettore delle differenze hanno il significato di trasferimenti monetari (bonus) necessari affinché i redditi netti simulati siano almeno uguali a quelli di riferimento. Trattandosi di una differenza di grandezze cumulate, il bonus 'unitario' è calcolato successivamente dividendo tale differenza per le frequenze cumulate delle due famiglie: tra gli elementi del vettore risultante viene scelto il più grande quale bonus da attribuire a ciascuna unità familiare bireddito e monoreddito. Al termine di questo primo stadio i redditi netti cumulati per classe dello scenario alternativo includono i bonus e sono quindi per definizione maggiori o uguali rispetto a quelli dello scenario di riferimento: la condizione di dominanza è verificata. Il codice C++ relativo al passo 7.6 della figura A.1 è il seguente:

```
/* verifica della DOMINANZA sulle famiglie BIREDDITO + MONOREDDITO
 con calcolo del bonus
Rcumcor = redditi netti cumulati Irpef
Rcumnew = redditi netti cumulati splitting */
            for(i = 1; i<=n; i++){              // dove n sono le classi di reddito
                bonus[i] = Rcumcor[i] – Rcumnew[i];
                if(bonus[i] < 0.) bonus[i] = 0.;
                }
// si divide per le frequenze cumulate
            bonus = ebediv(bonus,freqcum);

// si sceglie il bonus più grande
            for(i = 1; i<=n; i++){
                maxb = max(maxb, bonus[i]);
                }

// si calcolano i nuovi redditi netti con l'aggiunta del bonus
            for(i = 1; i<=n; i++){
                for(j =1; j <= 2; j++){  // dove 2 sono i tipi di famiglia
                    RedNewsplit[i][j] += maxb*Frequenza[i][j];
                    }
            }
```

Il secondo stadio della condizione di dominanza richiede che la condizione sia verificata su tutta la popolazione. In sostanza la procedura è analoga a quella appena descritta con una differenza: nel combinare i redditi di tutte le famiglie la somma è pesata secondo le rispettive percentuali sul totale delle frequenze: 0,57 per la somma delle bireddito e monoreddito, 0,43 per le mononucleari[33]. Il bonus calcolato come nello stadio precedente viene attribuito al reddito netto delle famiglie mononucleari.

Disponendo del reddito lordo, G_L, e dei bonus totali, B, generati dall'iterazione k-esima, si procede al calcolo della variazione del gettito netto, *deltaG*, dovuta alla struttura di aliquote espressa dalla A.2 rispetto alla struttura precedente A.1. La variazione del gettito netto dell'aliquota k-esima non è indipendente dall'ammontare del reddito imponibile che cade nel corrispondente scaglione secondo le distribuzioni attualmente rilevate[34]: l'aumento di gettito di ciascuna aliquota viene quindi standardizzato rispetto alla sua base imponibile.

Al termine del ciclo (k=7) si dispone del vettore che contiene i ΔG_N standardizzati delle rispettive aliquote. Se ne calcola la norma e dal quoziente tra i due si ottiene il vettore gradiente. Le aliquote del punto P_i vengono aumentate nella direzione del gradiente fino al punto P_{i+1}.

Nel programma:

```
/* calcolo della variazione del gettito netto dell'iterazione k-esima */
        Gn = getNew – bonusTot;

/* calcolo del vettore di rapporti tra:
– deltaG (GN dell'iterazione k-esima – GN della precedente struttura)
– redpag (reddito imponibile dello scaglione k-esimo)  */

        deltaG[k] = Gn – getInit;
        rap[k] = (deltaG[k]/(redpag[k]);

// controllo sul loop TOP

        if(k < 7) goto top;
        else

/* calcolo del VETTORE GRADIENTE normalizzato e modifica delle aliquote */

                for(i = 1; i <= k; i++)
                        rapsq += pow(rap[i],2);
                normarap = sqrt(rapsq);
                for(i = 1; i <= k; i++){
```

33 Cfr. tavola A.1.

34 Si fa qui riferimento alla distribuzione del reddito per scaglione secondo il sistema di imposta alternativo (*splitting*).


```
                grad[i] = (rap[i]/normarap);
                aliquorig[i] += grad[i]*normarap*.1;  // nuovo punto Pi+1
                }
```

Le aliquote sono state modificate dando loro l'incremento previsto dal gradiente per un decimo della sua norma. Si è scelto di muovere le aliquote con variazioni molto piccole al fine di registrare eventuali cambiamenti di direzione del gradiente della funzione e migliorare la convergenza dell'algoritmo.

Le nuove aliquote vengono applicate alla base imponibile in una iterazione completa da 7.2 a 7.10 saltando quindi il blocco di istruzioni relative al calcolo del gradiente per procedere invece al controllo sulla parità di gettito. Sempre allo scopo di controllare la direzione segnata dai gradienti è stato inserito il calcolo del coseno dell'angolo formato dai gradienti calcolati nei due punti successivi P_i e P_{i+1} che segnalasse significative variazioni di direzione che, peraltro, non si sono mai verificate[35].

Le istruzioni relative all'ultima parte della procedura appena illustrata sono le seguenti:

```
/* si procede alla simulazione completa delle nuove aliquote */
            aliquote = aliquorig;
            check = TRUE;
            clrscr();
            gotoxy(15,3);
            cprintf("SIMULAZIONE COMPLETA NUOVE ALIQUOTE ");
            gotoxy(5,4);
            aliquote.Display("** Nuove Aliquote **" ,9,3);

            goto step;

/* si conclude la simulazione completa delle aliquote
dell'iterazione n-esima */

            next;
            getInit = Gn;

/* calcolo del COSENO dell'angolo dei gradienti nei punti Pi e Pi+1 */

            coseno = dot(grad,gradPast)/(norma*normaPast);
            toler = 0.8;
            if(coseno < toler){
                    printf("\ATTENZIONE: COSENO %12.5f \n",coseno);
                    sound(440);
```

35 Il coseno non è mai sceso sotto il limite di tolleranza posto a 0,8.

```
                delay(1000);
                nosound();
                exit(1);
                }
        gradPast = grad;
        normaPast = norma;
        iter++;
        k = 0.;
        check = FALSE;

/* controllo sulla parità di gettito con l'Irpef */
        if(Gn < getIrpef)
                goto top;
        else
                printf . . . .
                .
                .
                .
```

L'algoritmo presentato risulta semplificato nel caso in cui la progressività delle aliquote sia esogena rispetto al programma. In un file sono inseriti i coefficienti di progressività che possono essere tutti pari a zero come nel caso dello scenario *progressività per detrazioni* quando si voglia applicare un'aliquota unica oppure diversi tra loro come nel caso della simulazione *splitting con progressività attuale* dove i coefficienti sono quelli della struttura di aliquote attualmente in vigore. In questo caso l'unico ciclo di iterazioni è quello esterno con l'esclusione del blocco di istruzioni 7.10 – 7.18 che riguarda la determinazione endogena delle aliquote insieme all'istruzione 7.1. A tutto questo si sostituiscono due semplici istruzioni che consentono di imporre il coefficiente di progressività esogeno:

```
for(i = 2; i <= 7; i++)
        aliquote[i] = coefProg[i–1] + aliquote[i–1];
```

Il coefficiente di progressività esogeno che nella versione attuale del programma è stato espresso in forma additiva può facilmente essere trasformato in un coefficiente di tipo moltiplicativo.

Infine, lo scenario di *aumento di detrazioni Irpef* è stato simulato intervenendo prima sulla fase iniziale del programma per calcolare la detrazione unitaria tale da causare una perdita di gettito pari a quella dello *splitting* con le aliquote attuali, poi la procedura utilizzata per la determinazione endogena delle aliquote del nuovo scenario Irpef corrisponde a quella descritta nello schema in figura A.1 dove il blocco 7.3 è stato simulato utilizzando le funzioni per il calcolo dell'Irpef invece di quelle per il calcolo dello *splitting*.

APPENDICE II

DESCRIZIONE DEL SISTEMA INFORMATIVO

Alcune tavole e figure possono essere utili per riassumere informazioni significative emerse dai dati utilizzati nel lavoro. Le famiglie rilevate dalle dichiarazioni risultano essere composte per oltre il 40 per cento da famiglie mononucleari cui seguono, in termini di frequenze, le famiglie bireddito e, poco distanti, quelle monoreddito (tavola A.1).

Tav. A.1

Tipi di famiglia	Frequenze percentuali	Reddito imponibile medio
Bireddito	30%	55.183.000
Monoreddito	27%	29.837.000
Mononucleare	43%	22.231.000

Le distribuzioni del reddito per tipo di famiglia sono rappresentate in una serie di grafici che oltre a descrivere l'andamento del reddito medio per classe di ciascuna famiglia, evidenziano per ognuna di esse la composizione del reddito familiare con riferimento alla tipologia di condizione professionale sopra citata: lavoro dipendente, lavoro autonomo e redditi non da lavoro (figg. A.2, A.3 e A.4). È immediato constatare che, seppur diverso, l'andamento bimodale delle distribuzioni dei tre tipi di famiglia rispecchia fedelmente quello delle distribuzioni del reddito dei lavoratori dipendenti relative a ciascuna famiglia. Questo fatto trova un'immediata spiegazione nelle tavole A.2, A.3 e A.4 che riassumono alcune caratteristiche fondamentali delle tre famiglie in relazione alla composizione del reddito imponibile medio. Il reddito da lavoro dipendente risulta essere la fonte di reddito più importante per tutte le famiglie e anche laddove il capofamiglia sia un lavoratore non dipendente, come nel 30 per cento delle famiglie bireddito, il coniuge nel 60 per cento dei casi svolge un lavoro dipendente, con una contribuzione media al reddito familiare pari a circa un terzo che scende invece a meno di un quinto nel caso il coniuge sia percettore di altri tipi di reddito[36]. Una distribuzione analoga delle frequenze tra lavoro dipendente e non dipendente accomuna le famiglie monoreddito e quelle mononucleari; in relazione a quest'ultime si sottolinea tuttavia un reddito medio da lavoro dipendente inferiore a quello del corrispondente segmento all'interno delle monoreddito che si può supporre sia dovuto alla presenza rilevante di redditi da trasferimento, che spiegano inoltre il picco in corrispondenza degli 11 milioni di reddito medio della distribuzione osservabile in figura A.3a.

Fig. A.2

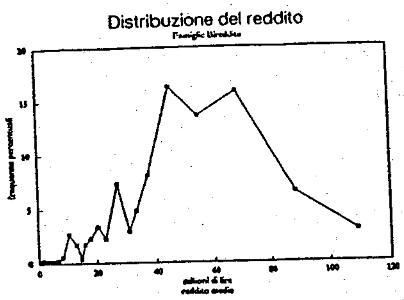


Fig. A.2a

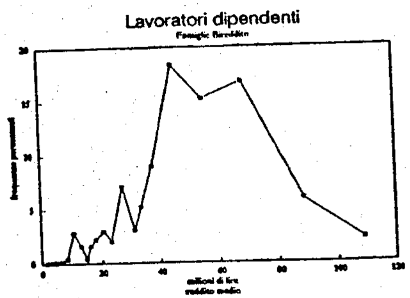


Fig. A.2b

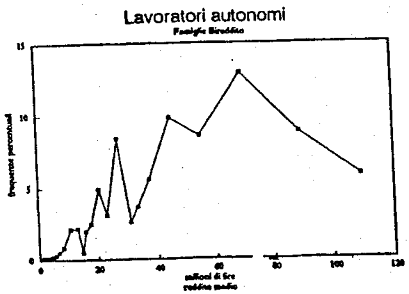
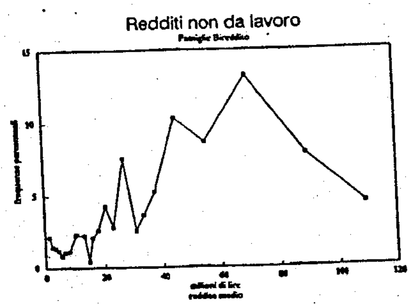


Fig. A.2c



Nelle figure A.2 è rappresentato il 95 per cento del reddito imponibile complessivo delle famiglie bireddito, cioè le classi di reddito fino a 120 milioni.

36 La contribuzione del coniuge al reddito familiare della famiglia bireddito differisce non soltanto per tipo di condizione professionale come si evince dalla tavola A.2, ma anche per classi di reddito con una generale tendenza a un tasso di partecipazione del coniuge al reddito familiare più elevato per classi di reddito inferiori ai 100 milioni per poi decrescere fino quasi ad annullarsi per alti livelli di reddito.

Fig. A.3

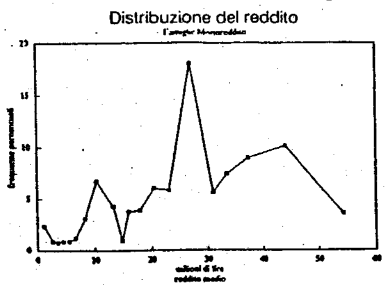


Fig. A.3a

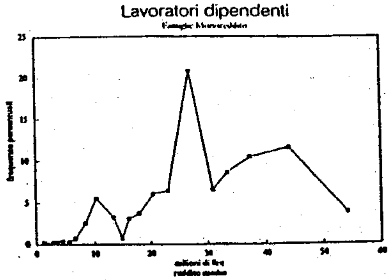


Fig. A.3b

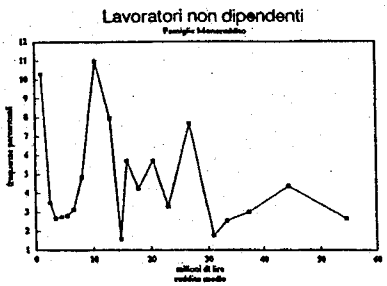


Fig. A.4

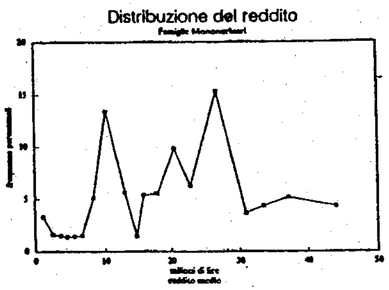


Fig. A.4a

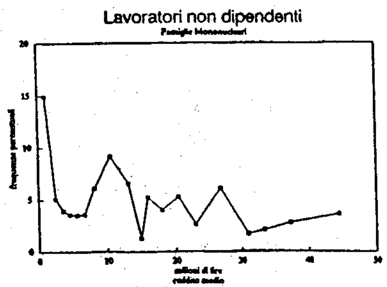
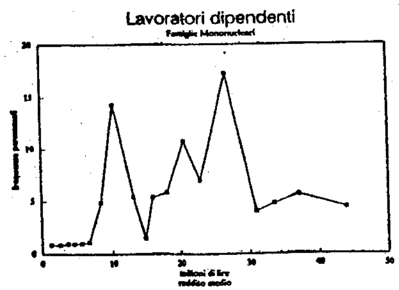


Fig. A.4b



Nelle figure A.3 e A.4 è rappresentato il 95 per cento del reddito imponibile complessivo delle famiglie monoreddito e mononucleari cioè, rispettivamente, le classi di reddito fino a 60 e fino a 50 milioni.

Tav. A.2

FAMIGLIA BIREDDITO (*)

Condizione professionale del capofamiglia	Percentuale sul reddito complessivo delle famiglie bireddito	Reddito imponibile familiare medio *(milioni di lire)*	Coniuge *(valori percentuali)*				Totale (1) + (2)
			Lavoratore dipendente (1)	Contribuzione media al reddito familiare	Non lavoratore dipendente (2)	Contribuzione media al reddito familiare	
Lavoratore dipendente	70,0	50.899.000	60	32,61	40	16,93	100
Lavoratore autonomo	17,9	71.958.000	60	30,36	40	17,24	100
Redditi non da lavoro	12,1	64.359.000	57	31,97	43	19,99	100
TOTALE....	100,0	55.183.000					

(*) Si identifica come capofamiglia il contribuente che, nell'unità familiare, percepisce il maggiore reddito complessivo.

Tav. A.3

FAMIGLIA MONOREDDITO

Condizione professionale del capofamiglia	Percentuale sul reddito complessivo delle famiglie monoreddito	Reddito imponibile familiare medio
Lavoratore dipendente	82,0	30.969.000
Non lavoratore dipendente	18,0	25.677.000
TOTALE....	100,0	29.837.000

Tav. A.4

FAMIGLIA MONONUCLEARE

Condizione professionale del capofamiglia	Percentuale sul reddito complessivo delle famiglie mononucleari	Reddito imponibile familiare medio
Lavoratore dipendente	83,1	22.308.000
Non lavoratore dipendente	16,9	21.860.000
TOTALE....	100,0	22.231.000

BIBLIOGRAFIA

ATKINSON, A.B. (1970), *On the Measurement of Inequality*, in "Journal of Economic Theory", n. 2, pp. 244-263.

ATKINSON, A.B. (1987), *On the Measurement of Poverty*, in "Econometrica", vol. 55, n. 4, pp. 749-764.

ATKINSON, A.B. (1992), *Measuring Poverty and Differences in Family Composition*, in "Economica", vol. 59, n. 1, pp. 1-16.

ATKINSON, A.B. – BOURGUIGNON, F. (1982), *The Comparison of Multi-Dimensioned Distributions of Economic Status*», in "Review of Economic Studies", XLIX, n. 156, pp. 183-201.

ATKINSON, A.B. – BOURGUIGNON, F. (1987), *Income Distribution and Differences Needs*, in G.R. Feiwel (a cura di), *Arrow and the Foundations of the Theory of Economic Policy*, London, Macmillan.

ATKINSON, A.B. – BOURGUIGNON, F. (1989), *The Design of Direct Taxation and Family Benefits*, in "Journal of Public Economics", vol. 41, n. 1, pp. 3-30.

BOURGUIGNON, F. (1989), *Family Size and Social Utility. Income Distribution Dominance Criteria*, in "Journal of Econometrics", vol. 42, n. 1, pp. 67-80.

DIAMOND, P. – MIRRLEES, J. (1971), *Optimal Taxation and Public Production*, in "American Economic Review", vol. 61, n. 1, pp. 8-27.

DIEWERT, W.E. (1978), *Optimal Tax Perturbation*, in "Journal of Public Economics", vol. 10, n. 2, pp. 139-177.

DIXIT, A. (1979), *Price Changes and Optimum Taxation in a Many-consumer Economy*, in "Journal of Public Economics", vol. 11, n. 2, pp. 143-157.

GUESNERIE, R. (1977), *On the Direction of Tax Reforms*, in "Journal of Public Economics", vol. 7, n. 2, pp. 179-222.

HANOCH, G. – LEVY, H. (1969), *The Efficiency Analysis of Choices Involving Risk*, in "Review of Economic Studies", vol. 36, n. 107, pp. 335-346.

LUGARESI, S. – TOSO, S. (1993), *Tassazione progressiva del reddito e correzione del fiscal drag: effetti redistributivi e di benessere sociale*, in "Politica Economica", vol. 9, n. 1, pp. 105-127.

MARENZI, A. (1991), *Gli effetti redistributivi dell'adozione del quoziente familiare per la tassazione dei redditi Irpef*, in "Politica Economica", vol. 7, n. 2, pp. 179-204.

MIRRLEES, J. (1971), *An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation*, in "Review of Economic Studies", vol. 38, n. 114, pp. 175-208.

PRESS, W.H. – TENKOLSKY, S.A. – VETTERLING, W.T. – FLANNERY, B.P. (1992), *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, 2nd. ed., Cambridge, Cambridge University Press.

SHORROCKS, A.F. (1983), *Ranking Income Distributions*, in "Econometrica", vol. 44, n. 1, pp. 219-231.

TIROLE, J. – GUESNERIE, R. (1981), *Tax Reform From the Gradient Projection Viewpoint*, in "Journal of Public Economics", vol. 15, n. 3, pp. 275-293.

YAARI, M. (1987), *The Dual Theory of Choice Under Risk*, in "Econometrica", vol. 55, n. 1, pp. 95-115.