



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE

## FLORE

# Repository istituzionale dell'Università degli Studi di Firenze

### **Confronto tra esperimento e modello teorico per un problema di strutture in muratura**

Questa è la Versione finale referata (Post print/Accepted manuscript) della seguente pubblicazione:

*Original Citation:*

Confronto tra esperimento e modello teorico per un problema di strutture in muratura / G. Tempesta; S. Di Pasquale; S. Briccoli Bati; M. Paradiso; U. Tonietti. - STAMPA. - (1987), pp. 61-79. ( Proceedings of second Meeting on Unilateral Problems in Structural Analysis Prescudin Giugno 17-20 1985).

*Availability:*

The webpage <https://hdl.handle.net/2158/400891> of the repository was last updated on 2017-02-09T10:58:42Z

*Publisher:*

Pringer - Verlag

*Terms of use:*

Open Access

La pubblicazione è resa disponibile sotto le norme e i termini della licenza di deposito, secondo quanto stabilito dalla Policy per l'accesso aperto dell'Università degli Studi di Firenze (<https://www.sba.unifi.it/upload/policy-oa-2016-1.pdf>)

*Publisher copyright claim:*

La data sopra indicata si riferisce all'ultimo aggiornamento della scheda del Repository FloRe - The above-mentioned date refers to the last update of the record in the Institutional Repository FloRe

(Article begins on next page)

**CONFRONTO TRA ESPERIMENTO E MODELLO TEORICO  
PER UN PROBLEMA DI STRUTTURE IN MURATURA**

**Briccoli Bati S., Di Pasquale S., Paradiso M., Tempesta G., Tonietti U.  
Dipartimento di Costruzioni, Università di Firenze**

**SOMMARIO**

In questa nota viene proposta l'analisi teorica e sperimentale relativa a semplici elementi strutturali costituiti da materiale scarsamente reagente a trazione. Lo scopo principale è quello di rendere ragione di alcuni aspetti caratteristici resi evidenti dalle indagini sperimentali [1] dei quali non è noto agli autori sia già stata data giustificazione. Infatti i diagrammi carico-spostamento, ottenuti con procedimenti a deformazione guidata, registrano, nelle fasi iniziali del processo di carico, la presenza di fenomeni tipo snap-through in corrispondenza dell'apertura delle fratture.

Nelle pagine che seguono si mostra come l'assunzione di un modello di comportamento del materiale di tipo elasto-plasto-fragile permetta di descrivere qualitativamente e quantitativamente il comportamento rilevato per via sperimentale: ciò garantisce della buona consistenza del modello teorico proposto.

## 1. INTRODUZIONE

Il problema della determinazione dello stato di tensione all'interno di un solido murario è stato affrontato negli ultimi anni da diversi autori mediante formulazioni basate sull'ipotesi che il materiale muratura presenti un comportamento di tipo unilatero, nel senso che sia incapace di reagire a trazione [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8].

Occorre precisare che le teorie basate sull'ipotesi di materiale a comportamento unilatero non riescono a spiegare i fenomeni rilevati per via sperimentale; nè, viceversa, l'ipotesi suddetta sembra suscettibile di conferme sperimentali. Infatti sperimentando con le murature non è possibile eliminare la loro pur modesta resistenza a trazione. Il richiesto confronto teorico sperimentale può essere quindi effettuato solo postulando un materiale con rottura fragile e prefissata resistenza a trazione. È intenzione degli autori dimostrare che, in questa ipotesi, la struttura reagente ultima cui si perviene al crescere del carico coincide, con buona approssimazione, con la parte di struttura effettivamente reagente nel caso di materiale rigorosamente non reagente a trazione.

Si prendono in esame strutture elementari, convenzionalmente schematizzabili come monodimensionali, costituite, appunto, da materiale poco reagente a trazione: ci si pone come obiettivo quello di controllare l'evolvere della struttura reagente al crescere di un fattore di carico  $\lambda$ .

A tale scopo sono stati esaminati due modelli strutturali per i quali si ritiene valida l'ipotesi di Navier delle sezioni piane. Inoltre si suppone ininfluenza la deformazione dovuta al taglio. L'analisi viene con

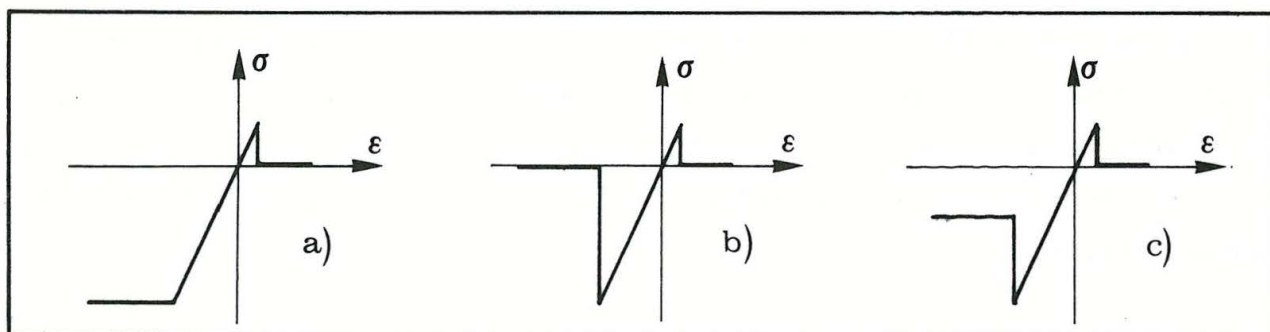


Fig. 1

dotta in regime di piccoli spostamenti supponendo in ogni caso che i fenomeni analizzati non siano soggetti ad instabilità di tipo euleriano.

Il primo modello esaminato è costituito da un pilastro caricato eccentricamente. Come è ben noto questa struttura ha costituito da sempre il banco di prova di tutte le teorie sui solidi poco reagenti a trazione (a tale proposito basti ricordare le celebri memorie di A. Signorini[9]).

L'analisi del secondo modello, costituito da una trave-arco incastrata agli estremi, ha come scopo quello di rendere ragione, mediante una simulazione analitica del fenomeno strutturale, di alcuni aspetti caratteristici dei diagrammi carico-spostamento ottenuti con indagini sperimentali.

In ambedue i casi il modello di comportamento assunto per il materiale tiene conto della, seppure scarsa, resistenza a trazione. La resistenza a compressione viene espressa in funzione di quella a trazione; per la scelta del rapporto 'n' tra i moduli delle due tensioni limite si è fatto riferimento a Résal [10] che indica in  $10 \leq n \leq 20$  i valori comunemente accettati per il materiale muratura.

In ambedue le analisi il modello costitutivo assunto per il materiale, pur conservando l'ipotesi di rottura fragile a trazione, tiene conto della possibile differenza del comportamento a compressione in corrispondenza del valore limite: sono infatti ipotizzati sia un comportamento di tipo plastico che uno di tipo fragile (Fig. 1a, 1b).

La formulazione analitica descrive il problema secondo fasi contraddistinte dal raggiungimento del valore della tensione limite in corrispondenza dei bordi delle sezioni reagenti. Si tratta infatti di descrivere, in termini di carico e spostamento, il comportamento di strutture la cui configurazione è variabile in funzione di carichi crescenti monotonicamente. Si tiene conto della variazione della struttura effettivamente reagente per effetto della comparsa delle fratture. Il processo viene seguito fase per fase, simulando un procedimento a deformazione guidata con lo scopo di poter cogliere anche gli eventuali rami instabili del percorso di equilibrio.

2. IL PILASTRO CARICATO ECCENTRICAMENTE

Si analizza il problema di un pilastro soggetto a carico eccentrico crescente monotonicamente secondo un moltiplicatore  $\lambda$ , costituito da materiale con diversa tensione limite a trazione e compressione (Fig.2). Vengono considerati modelli di comportamento a compressione di tipo elasto-plastico (Fig. 1a) ed elasto-fragile (Fig. 1b) conservando l'ipotesi di rottura fragile a trazione in ambedue i casi.

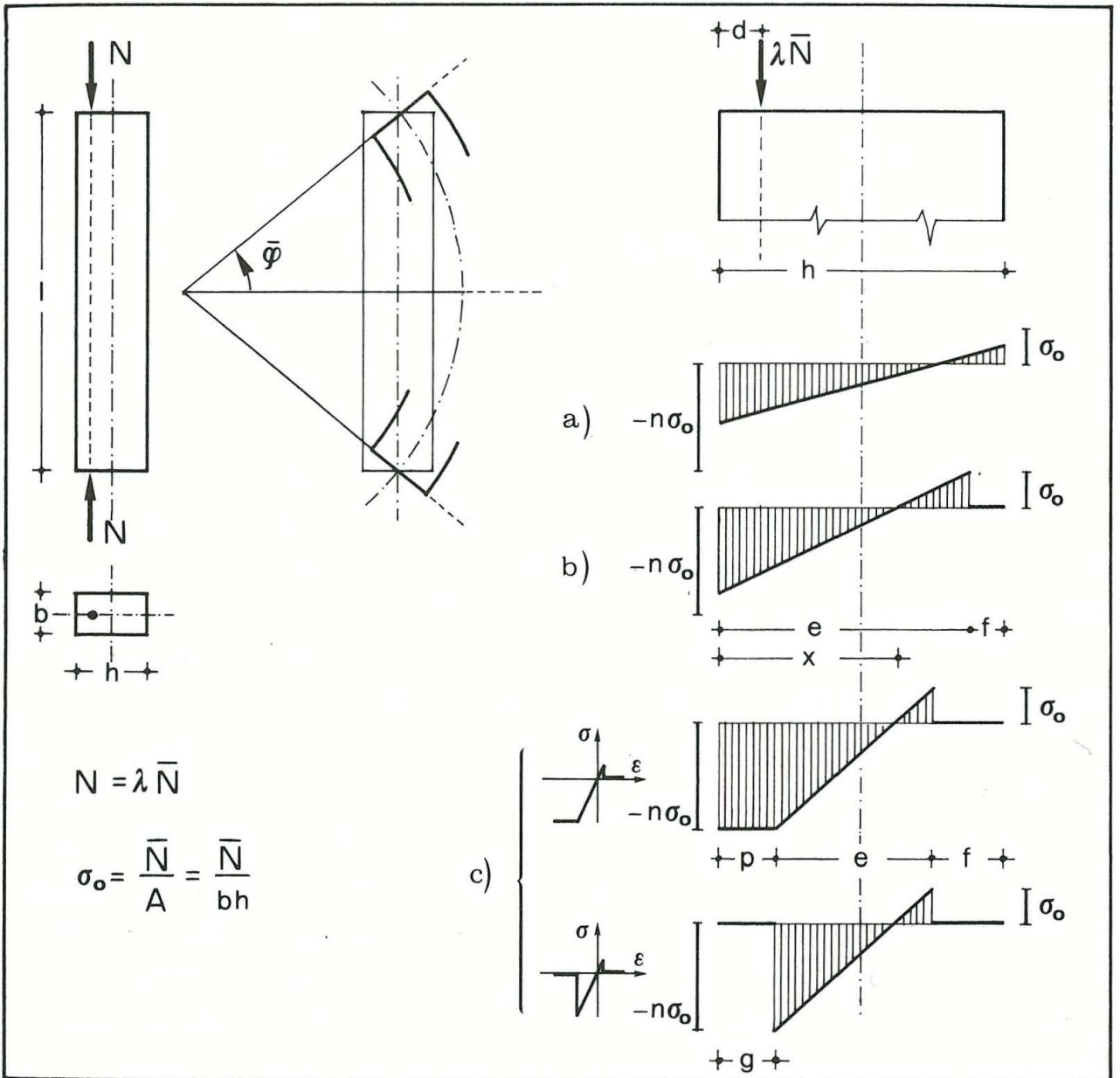


Fig. 2

Sia dunque  $\sigma_0$  il valore della tensione limite a trazione (con  $\sigma_0 = \bar{N}/A = \bar{N}/bh$ ) e  $-\sigma_0$  il valore della tensione limite a compressione. Le fasi del comportamento della struttura sono contraddistinte da valori del moltiplicatore  $\lambda$  compresi in tre intervalli contigui:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \lambda \leq \lambda_1 \\ \lambda_1 &\leq \lambda \leq \lambda_2 \\ \lambda_2 &\leq \lambda \end{aligned}$$

dove  $\lambda_1$  è il valore cui corrisponde il raggiungimento della tensione limite a trazione  $\sigma_0$  al bordo teso della sezione del pilastro e  $\lambda_2$  quello cui corrisponde il raggiungimento della tensione limite a compressione  $-\sigma_0$ .

La condizione  $\lambda_1 < \lambda_2$  impone che la distanza  $h/2-d$  (Fig.2) del centro di pressione dal baricentro sia sufficientemente grande; più precisamente deve essere:

$$d < \frac{n-2}{3(n-1)} h$$

La figura 3 mostra i percorsi di equilibrio  $\lambda, \bar{\varphi}$  per due diversi valori di 'n'. Il parametro  $\bar{\varphi}$ , che rappresenta la rotazione della sezione a meno della costante  $\frac{2\bar{N}l}{EAh}$ , in questa fase è fornito da :

$$\bar{\varphi} = 3\lambda(1-2\bar{d}) \quad \text{con } \bar{d} = d/h$$

Appare evidente che i tratti OA, relativi alla fase elastica, non dipendono da 'n': il valore  $\lambda = \lambda_1$  discende esclusivamente dalla condizione limite al bordo teso della sezione (Fig. 2a); in particolare si ha:

$$\lambda_1 = 1/(2-6\bar{d})$$

I tratti AB sono quelli relativi alla fase elastica fessurata. Tale fase comporta una riduzione della sezione resistente a causa della comparsa della frattura 'f'. Con riferimento alla figura 2b le equazioni che descrivono il problema possono essere poste nella forma:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{x^2 - (e-x)^2}{(e-x)h} = \lambda \\ \frac{x^3}{6h^2(e-x)} - \frac{(e-x)}{6h^2} (2e+x) = \lambda \frac{d}{h} \end{cases} \quad (2.1)$$

Di esse, la prima esprime l'equilibrio verticale e la seconda l'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione effettivamente

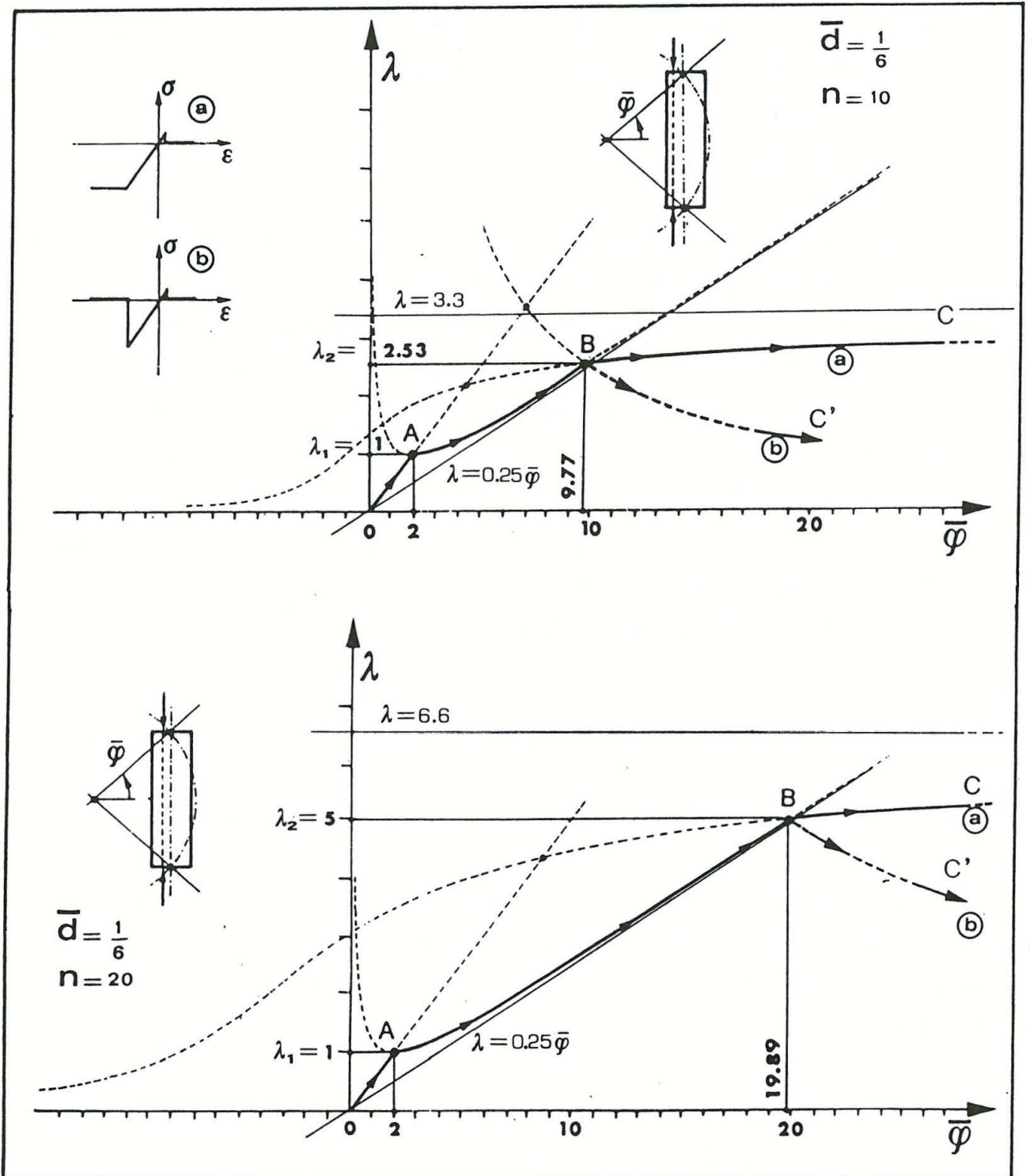


Fig. 3

reagente, di altezza 'e'. Dalle (2.1) è possibile ottenere in forma adimensionalizzata ( $\bar{e}=e/h$ ) la relazione che lega 'e' al moltiplicatore  $\lambda$  :

$$\bar{e} = \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 6\bar{d}\lambda} \quad (2.2)$$

mentre  $\bar{\varphi}$ , tenendo conto del momento d'inerzia della parte reagente della sezione, vale:

$$\bar{\varphi} = 3\lambda (\bar{e} - 2\bar{d}) \frac{1}{\bar{e}^3}$$

I punti appartenenti ai percorsi AB corrispondono alla soluzione della (2.2) che utilizza il segno negativo (la soluzione con segno positivo definisce i punti, alla sinistra di A, rappresentati in figura 3 con linea tratteggiata).

La condizione  $\lambda^2 - 6\lambda\bar{d} = 0$  permette di determinare il valore di  $\lambda$  per il quale la funzione assume il valore minimo:  $\lambda = 6\bar{d}$ ; se  $\bar{d} = 1/6$  il punto di minimo coincide con il punto A. E' facile verificare che tale minimo si trova rispettivamente alla sinistra od alla destra del punto A a seconda che sia  $\bar{d} > 1/6$  oppure  $\bar{d} < 1/6$ .

I tratti AB sono asintotici rispetto alla retta di equazione  $\lambda = 9\bar{d}^2\bar{\varphi}$ . Essa rappresenta il percorso di equilibrio nell'ipotesi di resistenza a trazione nulla.

I tratti BC del diagramma  $\lambda, \bar{\varphi}$  descrivono il comportamento indefinitamente plastico della struttura dopo che il limite a compressione  $-\sigma_0$  è stato superato. Le equazioni, scritte direttamente in forma adimensionale sono:

$$\begin{cases} n\bar{p} + \frac{1}{2} (n-1)\bar{e} = \lambda \\ \frac{1}{2} n\bar{p}^2 + \frac{1}{2}\bar{p}\bar{e}(n-1) + \frac{1}{6}\bar{e}^2(n-2) = \lambda\bar{d} \end{cases} \quad (2.3)$$

avendo posto  $\bar{p} = p/h$ .

Il parametro  $\bar{\varphi}$  rappresentativo della rotazione della sezione reagente è fornito da:

$$\bar{\varphi} = 3\lambda (2\bar{p} - \bar{e} - 2\bar{d}) \frac{1}{\bar{e}^3}$$

La posizione del punto B, funzione di 'n', si può ottenere dalle (2.3). Infatti, ponendo  $\bar{p} = 0$ , si ottiene:

$$\lambda_2 = \frac{3}{2} \frac{(n-1)^2}{(n-2)} \bar{d}$$

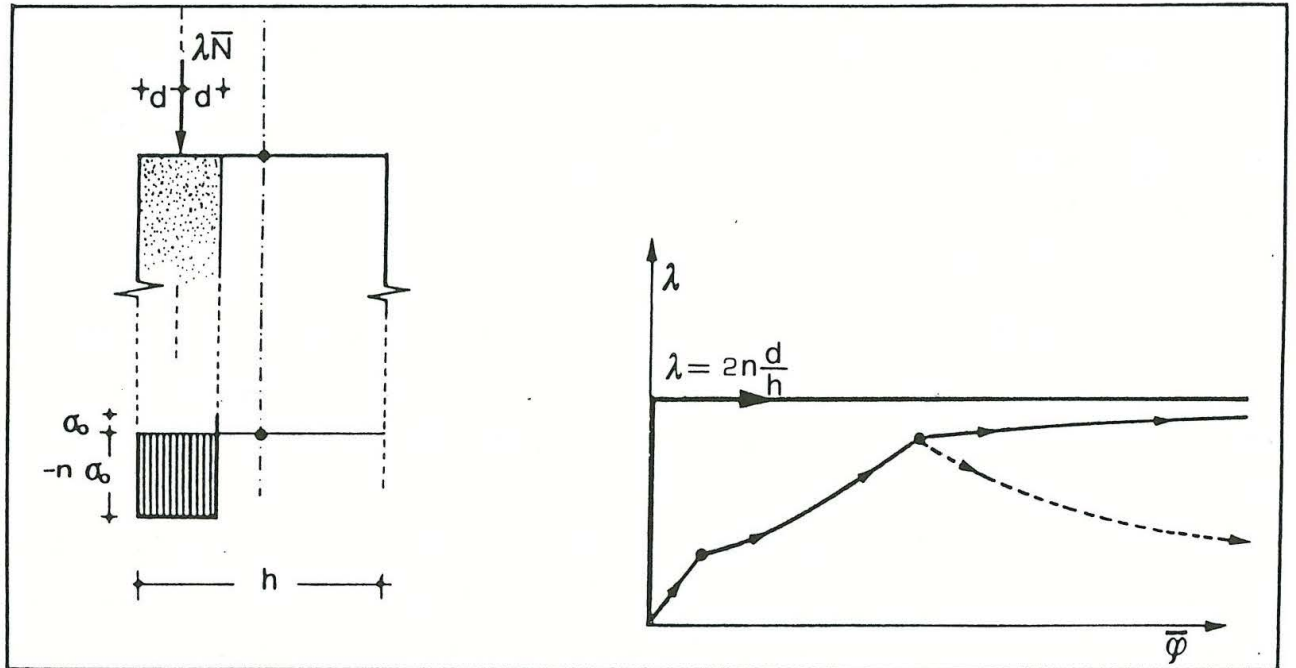


Fig. 4

Il parametro  $\bar{\varphi}$  aumenta indefinitamente ed il percorso di equilibrio è descritto da una curva che tende asintoticamente ad una retta orizzontale di equazione  $\lambda = 2n\bar{d}$ .

In questa situazione la sezione (Fig.4) di area  $'2db'$  è completamente plasticizzata. In particolare deve essere segnalato il fatto che, superata la fase delle fratture, la condizione di equilibrio limite della sezione richiede che l'asse di sollecitazione passi per il baricentro della parte reagente della sezione nella stessa situazione limite. Questa è la constatazione basilare che consente di affermare la validità delle teorie fondate sull'ipotesi di assenza di resistenza a trazione del materiale in virtù delle quali la porzione reagente di sezione e la distribuzione delle tensioni risulta costante durante tutte le fasi del processo di carico. Infatti, detta ipotesi fornisce la configurazione di equilibrio limite della sezione, alla completa plasticizzazione, indipendentemente dalla precedente evoluzione della sezione reagente in funzione del carico.

Se si ipotizza che lo stesso pilastro sia costituito da materiale a comportamento elasto-fragile sia a compressione che a trazione (pur conservando i limiti  $\sigma_0$  e  $-n\sigma_0$ ) le equazioni che descrivono il problema so

no le stesse nelle prime due fasi, mentre nella terza fase, in forma adi mensionale, si ha:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(n-1)\bar{e} = \lambda \\ \frac{1}{2} \bar{g}\bar{e}(n-1) + \frac{\bar{e}^3}{3} (n-2) = \lambda \bar{d} \\ \bar{q} = 3 \lambda (2\bar{g} - \bar{e} - 2\bar{d}) / \bar{e}^3 \end{cases} \quad (2.4)$$

Dalla prima delle (2.4) sostituendo nella seconda e nella terza si ottiene:

$$\bar{g} = \bar{d} - \frac{2}{3} \frac{(n-2)}{(n-1)^2}$$

$$\bar{q} = \frac{1}{4\lambda} (n^2 - 1)$$

In figura 3, il tratto BC' rappresenta il comportamento elasto-fragile a compressione. Esso è rappresentato da una curva concava tendente asintoticamente alla retta  $\lambda = 0$ .

### 3. IL SISTEMA ARCO-TRAVERTE

Si consideri ora il sistema arco-trave incastrato agli estremi; per maggiore semplicità si fa riferimento ad uno schema a deformabilità concentrata in tre soli conci deformabili (Fig.5). Lo spessore dei tre conci deformabili, con comportamento dapprima elasto-fragile sia a trazione che a compressione e successivamente elasto-fragile a trazione ed elasto-plastico a compressione (Fig. 1b, 1a), è stato scelto in modo da dare, nelle varie sezioni, un diverso rapporto tra momento e rotazione relativa.

Siano dunque  $\sigma_0$  la tensione limite a trazione,  $-\sigma_0$ , con  $n > 1$ , la tensione limite a compressione e  $\lambda$  il moltiplicatore del carico. Anche in questo caso le fasi di comportamento della struttura sono contraddistinte ciascuna da valori del moltiplicatore del carico  $\lambda$  compresi in in tervalli contigui.

Per il caso di comportamento elasto-fragile sia a trazione che a com

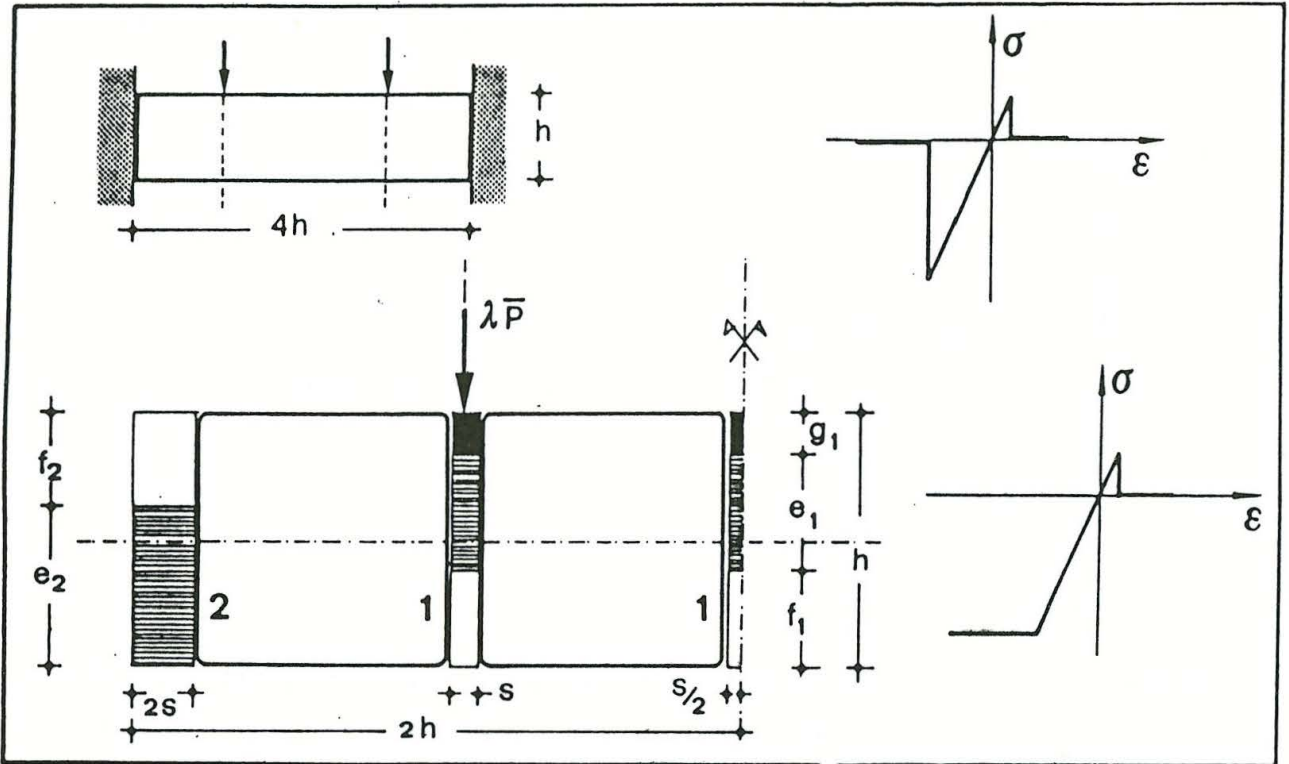


Fig. 5

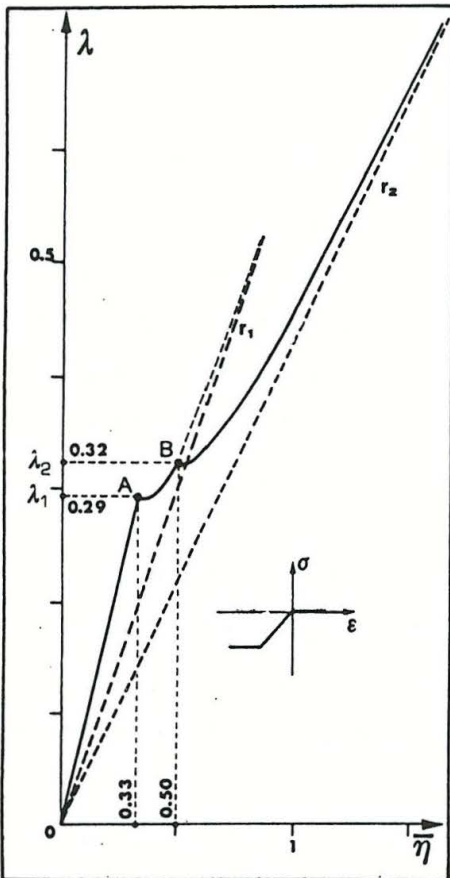


Fig. 6

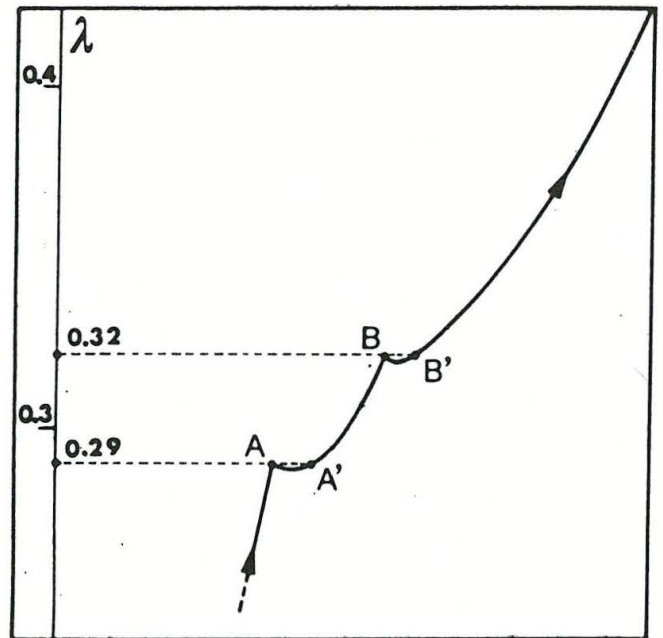


Fig. 7

pressione, gli intervalli sono:

$$0 \leq \lambda \leq \lambda_1;$$

$$\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2;$$

$$\lambda_2 \leq \lambda \leq \lambda_3$$

mentre per il caso elasto-fragile a trazione ed elasto-plastico a compressione essi sono:

$$0 \leq \lambda \leq \lambda_1;$$

$$\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2;$$

$$\lambda_2 \leq \lambda \leq \lambda_3;$$

$$\lambda_3 \leq \lambda \leq \lambda_4;$$

$$\lambda_4 \leq \lambda$$

dove  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  sono i valori del moltiplicatore del carico cui corrispondono rispettivamente il raggiungimento della tensione:

limite a trazione al bordo teso dei concii 1;

limite a trazione al bordo teso del concio 2;

limite di rottura o di plasticizzazione al bordo compresso dei concii 1;

limite di rottura o di plasticizzazione al bordo compresso del concio 2.

La successione dei  $\lambda$  è determinata dalla scelta di 'n' e dalla geometria della struttura e dei carichi.

Le equazioni generali che reggono il problema in esame nella fase elastica non fessurata non presentano alcuna difficoltà di scrittura e pertanto non si ritiene necessario riportarle, mentre quelle valide in fase fessurata in ambedue i casi ma per  $\lambda \leq \lambda_3$  ed opportunamente adimensionalizzate sono:

$$\begin{cases} a_{11}\bar{N} + a_{12}\bar{M} = b_1 \\ a_{21}\bar{N} + a_{22}\bar{M} = b_2 \\ -a_{31}\bar{N} + a_{32}\bar{M} + b_3 = \bar{\eta} \end{cases} \quad (3.1)$$

I coefficienti  $b_i, a_{ij}$  funzioni delle fratture  $\bar{f}_1, \bar{f}_2$  dipendono dalla fase di carico e valgono rispettivamente:

$$a_{11} = \frac{3}{2(1-\bar{f}_1)} + \frac{2}{(1-\bar{f}_2)} + \frac{6(\bar{f}_1 + \bar{f}_2)^2}{(1-\bar{f}_2)^3}$$

$$a_{12} = a_{21} = \frac{12\bar{f}_1 + 12\bar{f}_2}{(1-\bar{f}_2)^3}$$

$$a_{22} = \frac{24}{(1-\bar{f}_2)^3} + \frac{18}{(1-\bar{f}_1)^3}$$

$$a_{32} = \frac{4}{(1-\bar{f}_2)^3} + \frac{1}{(1-\bar{f}_1)^3} ; a_{31} = \frac{1}{6} b_1$$

$$b_1 = \frac{12\bar{f}_1 + 12\bar{f}_2}{(1-\bar{f}_2)^3} ; b_2 = \frac{24}{(1-\bar{f}_2)^3} ; b_3 = \frac{b_2}{12}$$

Le prime due impongono il rispetto delle condizioni di vincolo della sezione di simmetria nella quale agiscono le caratteristiche di sollecitazione  $\bar{N}$  ed  $\bar{M}$ , mentre la terza fornisce il valore dell'abbassamento  $\bar{\eta}$  del baricentro della sezione di simmetria.

Il valore limite  $\lambda = \lambda_1$  è dedotto dalla condizione (3.2) scritta nella sezione 1 in presenza di fratture ponendo  $\bar{f}_1 = 0$ .

$$(1-\bar{f}_1)^2 = -\bar{N}(1-\bar{f}_1) + 6\bar{M} \quad (3.2)$$

mentre il valore limite  $\lambda = \lambda_2$  è dedotto dalla condizione (3.3) scritta nella sezione 2 in presenza di fratture ponendo  $\bar{f}_1 = 0$ ,  $\bar{f}_2 = 0$

$$(1-\bar{f}_2)^2 = -\bar{N}(1+2\bar{f}_2+3\bar{f}_1) - 6\bar{M} + 6 \quad (3.3)$$

Il tratto OA del percorso di equilibrio (Fig.6,7) rappresenta la relazione  $\lambda, \bar{\eta}$  in fase elastica non fratturata. Il valore limite di  $\bar{\eta}$  in fase elastica è :

$$\bar{\eta} = \frac{Ph^2_s}{3EJ}$$

Il tratto AB del percorso di equilibrio rappresenta la relazione  $\lambda, \bar{\eta}$  in fase elastica e fratturata nelle sezioni 1; tale tratto è asintotico alla retta  $r_1$  passante per l'origine che rappresenta il percorso di equilibrio della struttura con resistenza a trazione nulla nelle sezioni 1. Il minimo di  $\lambda = \lambda(\bar{\eta})$  può trovarsi a destra o a sinistra del punto A;

nel secondo caso il tratto viene effettivamente percorso al crescere del parametro  $\lambda$ , mentre nel primo caso si assiste al fenomeno tipico dello snap-through per la nascita e propagazione istantanea delle fratture  $\bar{f}_1$  (Fig.7). Al valore  $\lambda = \lambda_1$  corrispondono dunque due valori distinti di  $\eta$  per l'improvviso cambiamento della struttura reagente che da trave diviene arco.

Per  $\lambda = \lambda_2$  si innescano le fratture agli incastrati 2; il percorso di

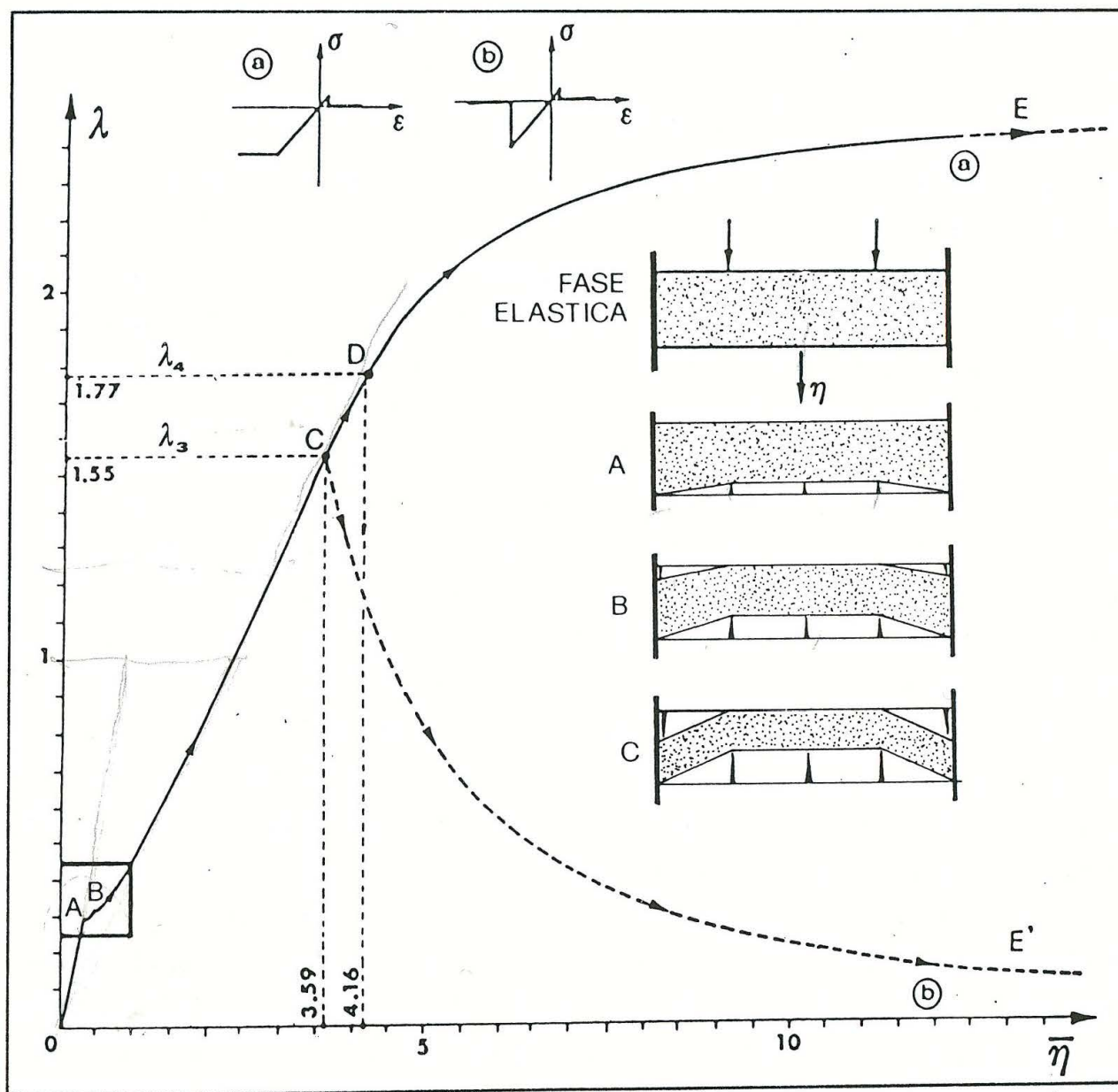


Fig. 8

equilibrio cambia bruscamente o con continuità passando al ramo AB al ramo BC, asintotico alla retta  $r_2$  passante anch'essa per l'origine (Fig.7). Per il ramo BC valgono le stesse considerazioni fatte per il ramo AC. La retta  $r_2$  rappresenta il percorso di equilibrio della struttura nell'ipotesi di resistenza a trazione nulla nelle sezioni 1 e 2 e resistenza a compressione illimitata. Le equazioni delle rette  $r_1$  ed  $r_2$  non sono di immediata determinazione e pertanto tali rette sono state tracciate con un procedimento puramente numerico.

Il raggiungimento della tensione limite di rottura o plasticizzazione a compressione è espresso dalla condizione:

$$n(1-\bar{f}_1)^2 = \bar{N}(1-\bar{f}_1) + 6\bar{M} \quad (3.4)$$

scritta per le sezioni 1, che permette di individuare il valore  $\lambda = \lambda_3$  e conseguentemente il punto C del percorso di equilibrio.

L'evoluzione della struttura reagente per  $\lambda_3 < \lambda_4$  dipende dalla scelta tra comportamento elasto-fragile ed elasto-plastico a compressione. Nella figura 6 sono rappresentati i rami del percorso di equilibrio corrispondenti a ciascuno dei due comportamenti ipotizzati.

Nell'ipotesi di comportamento elasto-fragile anche a compressione valgono ancora le equazioni (3.1) salvo ovviamente le espressioni dei coefficienti  $b_i, a_{ij}$ . In questo caso il percorso di equilibrio della struttura per  $\lambda_3 < \lambda$  descrive il ramo CE' con asintoto  $\lambda = 0$ . E' caratteristico in questa fase il comportamento delle fratture  $\bar{f}_1$  ed  $\bar{f}_2$  (Fig.9); infatti mentre  $\bar{f}_2$  cresce fino a raggiungere il valore limite  $\bar{f}_2 = 1$ , la frattura  $\bar{f}_1$  si richiude via via che viene espulso il materiale nelle zone in cui viene raggiunta la tensione limite a compressione. Questo fenomeno è stato colto in tutte le prove sperimentali effettuate dagli autori e di cui nel paragrafo successivo viene mostrato un episodio (Fig.10).

Se si assume invece l'ipotesi di comportamento elasto-plastico a compressione il percorso di equilibrio della struttura descrive successivamente il ramo CDE. Al punto D corrisponde il raggiungimento della tensione di plasticizzazione in corrispondenza delle sezioni 1: ciò avviene per  $\lambda = \lambda_4$ . Per  $\lambda > \lambda_4$  viene descritto il tratto DE che evolve verso l'asinto

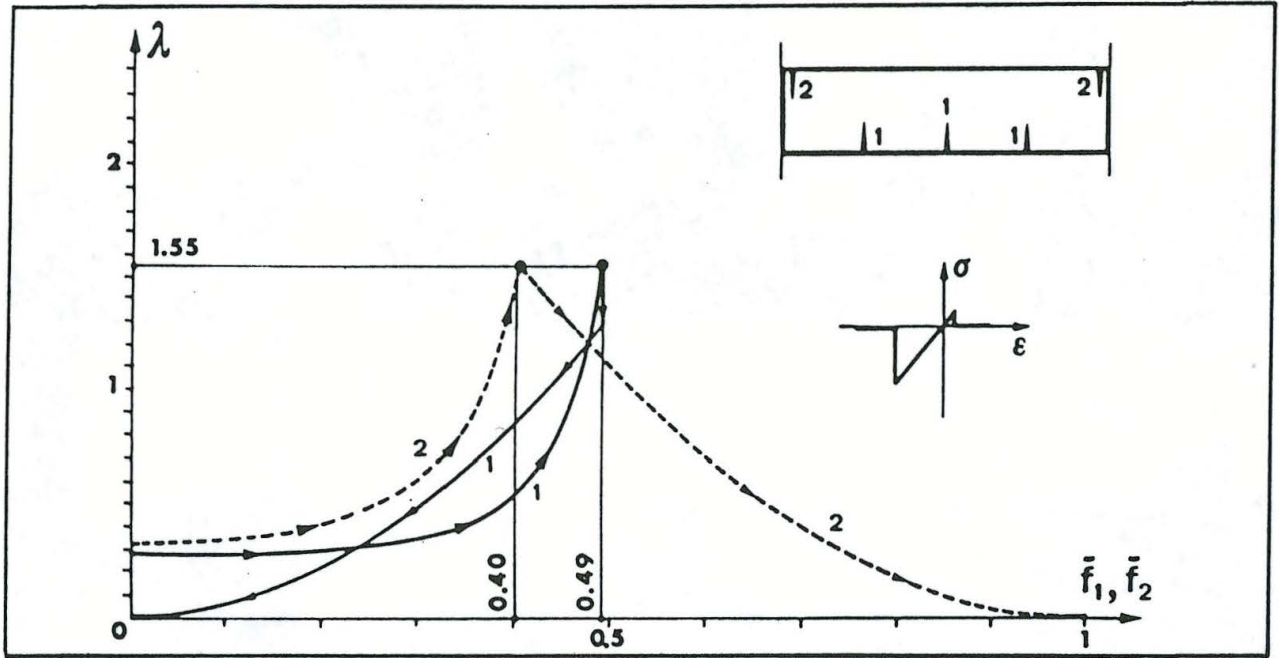


Fig. 9

to  $\lambda = \lambda_{\text{ultimo}} = 0,5n$  che rappresenta il massimo moltiplicatore ammissibile del carico per la struttura esaminata.

E' significativa l'evoluzione della struttura che passa dallo schema di trave incastrata allo schema di arco; la situazione limite fornisce, in armonia con la teoria della plasticità  $\bar{M}=0$  in tutte le sezioni così da individuare una sorta di struttura ad uniforme resistenza.

#### 4. RISULTATI SPERIMENTALI ED OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

La convalida sperimentale alle ipotesi sopra avanzate è stata ottenuta mediante prove eseguite nel Laboratorio annesso al Dipartimento di Costruzioni dell'Università di Firenze. Più precisamente le indagini sperimentali sono state condotte su di una serie di cinquanta travetti di dimensioni cm 49x6x2 in malta plastica normalizzata stagionata a 28 giorni. Del materiale impiegato per la confezione dei travetti erano state determinate le seguenti caratteristiche meccaniche: carico di rottura a flessione, carico di rottura a compressione ed a trazione, modulo di elasti-

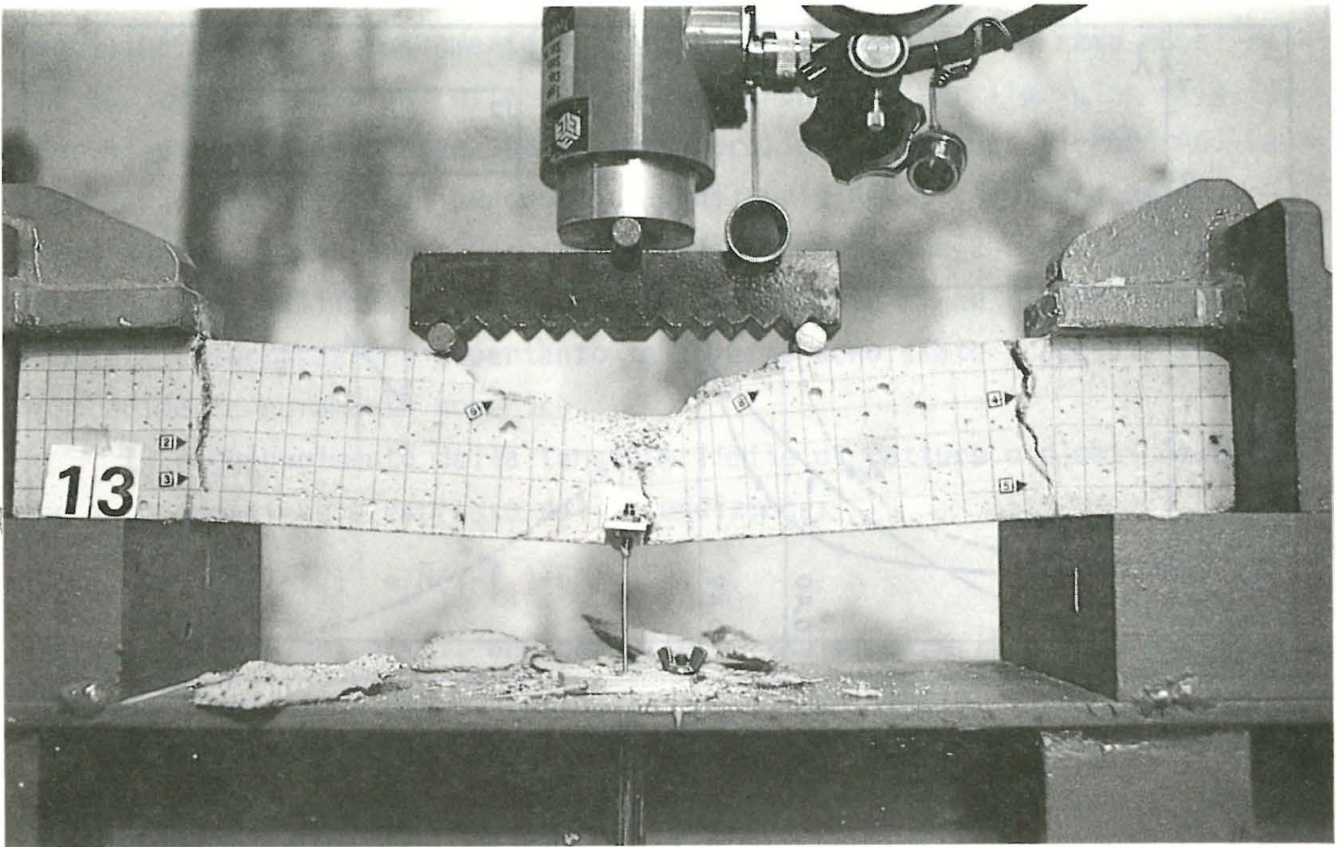


Fig. 10

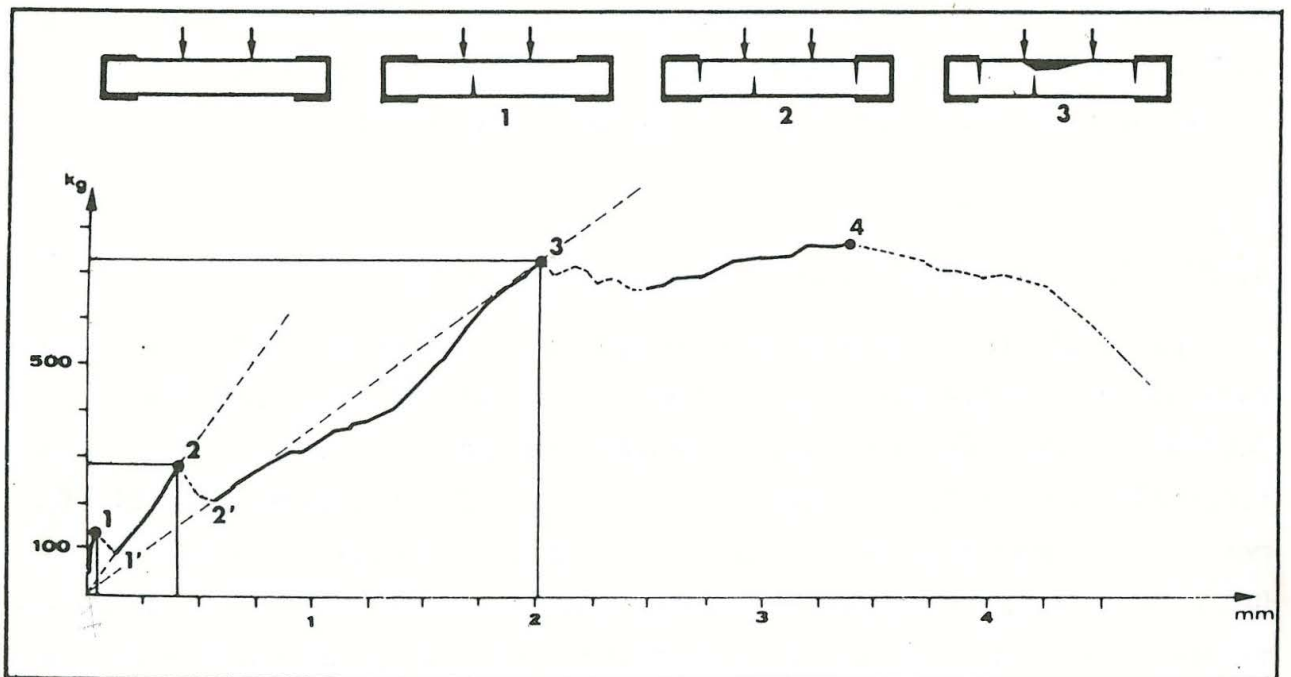


Fig. 11

cità longitudinale. Il processo di carico è stato a deformazione guidata. Tutte le prove eseguite hanno fornito gli stessi risultati.

Il percorso di equilibrio rappresentato in figura 11 ed ottenuto per via sperimentale su di un travetto campione incastrato agli estremi (Fig. 10), costituito da materiale scarsamente reagente a trazione, mostra con evidenza la presenza di fenomeni di snap-through perfettamente corrispondenti a quelli denunciati dal percorso di equilibrio ottenuto mediante simulazione analitica (Fig.6).

Infatti il raggiungimento del limite di rottura a trazione produce una frattura istantanea la cui corrisponde un improvviso aumento della deformazione con conseguente caduta del livello di carico (Fig.11). A partire dal punto 1' ed a crescere del moltiplicatore di carico  $\lambda$  la struttura manifesta il comportamento rappresentato dal tratto 1'-2 del diagramma, passante per l'origine: in altre parole il percorso di equilibrio corrisponde a quello di una trave fratturata fin dall'inizio. Il punto 2 del diagramma corrisponde alla brusca comparsa di fratture in corrispondenza delle sezioni di incastro, con il conseguente riproporsi del fenomeno prima descritto, caratterizzato da un aumento della deformazione e corrispondente caduta del livello di carico. Al successivo incremento del moltiplicatore di carico corrisponde un tratto del diagramma che può essere ancora assimilato ad una retta passante per l'origine ed il punto 3. In corrispondenza del punto 3 si ha la disgregazione del lembo superiore compresso. La prima frattura tende a richiudersi (Fig.9), dando luogo ad un arco con freccia decrescente; le tensioni di compressione crescono rapidamente sino al collasso totale in corrispondenza del punto 4.

Il confronto fra i percorsi di equilibrio relativi al caso teorico ed a quello sperimentale rivela come i fenomeni di snap-through si manifestino in entrambi i casi per valori del moltiplicatore del carico sufficientemente lontani dal valore ultimo. Inoltre anche nel percorso di equilibrio ottenuto per via sperimentale è possibile individuare le rette  $r_1$  ed  $r_2$  che rappresentano i percorsi di equilibrio della stessa struttura ma con resistenza a trazione nulla. Queste circostanze permettono di attribuire scarsa influenza alla resistenza a trazione sul comportamento

globale della struttura e ciò potrebbe costituire una prima indiretta conferma all'ipotesi di considerare le murature incapaci di reagire a trazione.

Il modello teorico proposto permette dunque una adeguata descrizione del comportamento della struttura sia per quanto riguarda le fasi iniziali che quelle precedenti al collasso. Infatti è possibile rilevare che la curva sperimentale è compresa tra le due messe in evidenza dal modello teorico relative alle due ipotesi limite del materiale perfettamente plastico e perfettamente fragile a compressione. Ciò permette di congetturare che assumendo un modello di comportamento intermedio fra i due (Fig. 1c) i due percorsi di equilibrio sperimentale e teorico risulterebbero congruenti per tutte le fasi del percorso di equilibrio.

#### BIBLIOGRAFIA

1. Alessandri, C.; Briccoli Bati, S.; Tempesta, G.; Tonietti, U.: Indagine sperimentale sul comportamento di edifici in muratura: l'esperienza di Salvitelle, Atti del Dip. di Costruzioni, n.13/83, Firenze 1983.
2. Baratta, A.: Metodi di calcolo per le strutture non reagenti a trazione, in: Atti del VII Congresso Nazionale AIMETA, Trieste 1984.
3. Romano, G.; Sacco, E.: Sul calcolo di strutture non reagenti a trazione, in: Atti del VII Congresso Nazionale AIMETA, Trieste 1984.
4. Romano, G.; Romano, M.: Sulla soluzione dei problemi strutturali in presenza di legami costitutivi unilateri, in: Atti dell'Accademia Nazionale dei Lincei, serie VIII, LXVII, 1979.
5. Baratta, A.; Toscano, R.: Stati tensionali in pannelli di materiale non resistente a trazione, in: Atti del VI Congresso Nazionale AIMETA, Genova 1982.
6. Di Pasquale, S.: Questioni di meccanica dei solidi non reagenti a trazione, in: Atti del VI Congresso Nazionale AIMETA, Genova 1982.
7. Di Pasquale, S.: Statica dei solidi murari. Teoria ed Esperienze, in: Atti del Dipartimento di Costruzioni, n.27/84, Firenze 1984.
8. Villaggio, P.: Stress Diffusion in Masonry Walls: Journal of Structural

Mechanics, 9 (1981).

9. Signorini, A.: Sulla pressoflessione del cemento armato, *Annali di Matematica, Serie Quarta*, V (1926).
10. Résal, J.: *Ponts en Maçonnerie*, prem. partie, *Stabilité des voutes*, Paris 1887.