



Aesthetica Edizioni

Emergenze dell'estetica

N. xxx

COLLANA DIRETTA DA
Nicola Perullo

COMITATO SCIENTIFICO

Aurosa Alison
Emanuele Arielli
Alessandro Bertinetto
Pierre Dalla Vigna
Roberto Diodato
Roberta Dreon
Dario Evola
Gioia Laura Iannilli
Marco Senaldi







Paolo Maria Mariano

Quando la bellezza

Il fattore estetico nella rappresentazione matematica della natura



Aesthetica Edizioni



2021 Aesthetica Edizioni

Collana: *Emergenze dell'estetica*, n. xxx

ISSN 2784-9090

ISBN 9788877261557

www.aestheticaedizioni.it

info@aestheticaedizioni.it

Tel: +39 02 24861657 / 24416383

© Mim Edizioni srl
via Monfalcone 17/19
20099 Sesto San Giovanni (Mi)

Indice

0. Prologo	7
1. Incontro con il mondo	21
2. Emergono modelli matematici	39
3. Casualità e determinismo – scelte	65
4. Il fattore estetico nella descrizione della natura	87
5. Proporre assiomi: una scelta funzionale ed estetica	117
6. Terre di confine	143
7. In sintesi	165



0. Prologo

Riflessioni e storie raccolte nelle pagine che seguono queste righe riguardano interconnessioni tra arte e scienza, che per il momento distinguo per convenienza iniziale in termini istituzionali, cioè con riferimento ai modi in cui lo fanno le istituzioni a esse preposte. In particolare, scrivendo di arte avrò in mente le cosiddette arti visuali, la letteratura “d’invenzione”, la musica (sebbene con riferimenti di differente intensità per varietà di frequentazioni), mentre, per quanto riguarda ciò che è considerato scienza considererò essenzialmente la descrizione matematica dell’universo dei fenomeni – principalmente quelli fisici – insieme inteso al momento in senso ingenuo, cioè legato alla percettibilità sensoriale diretta o strumentale.

Queste due classi di pratiche (artistiche e scientifiche) differiscono per aspetti strutturali quali

- scopi e intenzionalità,
- metodi (dichiarare l’assenza di un metodo è anch’esso un metodo),
- linguaggi,
- interazione con le norme e i processi con cui si stabiliscono le norme che le caratterizzano (il canone e la rottura del canone, le regole delle tecniche e dei linguaggi usati, e la tensione a stabilire nuovi linguaggi),
- prerequisiti necessari per la comprensione dei risultati.

Proprio riguardo ai risultati, cioè alle espressioni che classifichiamo come scienza e come arte, con le restrizioni di panorama qui adottate, ci si può chiedere se i processi *interiori* seguiti da *chi* quei risultati raggiunge abbiano o no analogie e di qual forza, o perfino coincidano.

Tentare una risposta richiede di adottare – ritengo – una prospettiva *dall’interno* di quelle pratiche, soprattutto riferendosi a quella porzione di scienza che qui considero, i cui processi sono più ascosi rispetto all’esternarsi dell’arte, intesa come già detto, per la difficoltà di seguire *dall’esterno* i linguaggi formali con cui quei processi si svolgono.

Da questa prospettiva la connessione si trova – sostengo – nel ruolo che ha il *fattore estetico* nel discriminare tra scelte possibili di linguaggio matematico nella descrizione dei fenomeni naturali, fattore che fa il paio con l'efficacia della matematica nello strutturare modelli descrittivi e predittivi (lo sviluppo della tecnologia è una misura di questa efficacia).

Nel maggio 1959, Eugene Paul Wigner – versione anglofona, quella per cui è principalmente noto, del suo nome ungherese originale Wigner Jenő Pál – espresse la sua sorpresa per quella che considerava “l’irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali”. Lo fece in una conferenza al Courant Institute di New York, uno dei posti nobili e ricercati per la matematica. Scrisse con un pizzico di enfasi: “Il miracolo dell’appropriatezza del linguaggio della matematica per la formulazione delle leggi fisiche è un meraviglioso regalo che non capiamo e non meritiamo. Dovremmo essere grati per esso e sperare che rimanga valido nella ricerca futura e che si estenda, nel bene e nel male, a nostro piacere, forse anche per il nostro sconcerto, ad ampi rami della conoscenza”¹.

Wigner aveva allora cinquantasette anni. Quattro anni dopo, nel 1963, avrebbe ricevuto il Premio Nobel per i suoi risultati in fisica atomica. Quella stessa sorpresa avrebbe colto poi Israel Gelfand per l'efficacia della matematica in biologia.

Sostenere che il ruolo del fattore estetico indichi una congiunzione tra i processi che determinano la costruzione dei modelli matematici nelle scienze, naturali e sociali, e ciò che indichiamo istituzionalmente come arte potrebbe suggerire che si è dimenticato come l'arte contemporanea abbia sancito distanza con l'estetica. In realtà, per quanto teorizzato, è stato solo un *tentativo* di eliminazione dell'estetica, di certo conveniente a ridurre sempre più il discorso sul valore a una lotta di potere pubblicitario, ma pur sempre un *tentativo*, perché l'estetica ritorna, s'insinua come un rivolo d'acqua che cerca pertugi, agisce nel nostro stesso atto del vedere o dell'udire, nel momento in cui la percezione fisica diventa conscia e quindi, per sua stessa natura, genera *giudizio* sulla percezione stessa.

Per questo propongo qui una riflessione, per quanto approssimativa, sul ruolo del fattore estetico nelle scelte che si fanno nel descrivere i meccanismi alla radice dei fenomeni nel mondo fisico, o almeno *cercando* di descrivere quei meccanismi.

1 Mia traduzione da Wigner E. P. (1960), The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard Courant lecture in mathematical sciences delivered at New York University, May 1959, Communications on Pure and Applied Mathematics, 13, 1-14.

Non faccio finta d'ignorare la soggezione che la matematica induce perché è del tutto arduo comprenderla nella sua totalità (forse nessuno ci riesce) e comunque è non banale anche addentrarsi in profondità in un singolo campo che non sia il calcolo elementare. Né ho l'intento di sfruttare l'oscurità che a priori si attribuisce alla matematica per affermare o indurre surrettiziamente a credere che essa insegni o sia un esempio di questo o quello, altro dalla matematica, ma a cui a me interesserebbe condurre chi legge, non riuscendoci in altro modo. Ricordo solo che c'è la matematica in sé e la prassi della matematica. Della matematica in sé, come insieme di teorie che strutturano un linguaggio e come insieme di potenzialità concettuali esterne ai fenomeni si può discutere in termini filosofici, meglio se con una conoscenza non superficiale delle tecniche matematiche. La prassi, invece, riguarda il matematico come persona nel suo agire *qui e ora* non solo come "fattore" di matematica ma anche come gestore dei processi educativi e no associati direttamente alla matematica. In quella prassi ha ruolo il fattore psicologico, cioè la personalità, la formazione, le convinzioni di chi opera, piaccia o meno.

L'essere un matematico non è questione di titolo di studio (avere una laurea o un dottorato in matematica); "per matematico", scriveva Antonio Ambrosetti, che matematico lo era, "si deve intendere uno studioso che nelle sue ricerche ha ottenuto qualche risultato di un certo rilievo, qualche teorema significativo", il che vuol dire *non banale*, una volta che si sia d'accordo su cosa voglia dire *banale*, cosa che dipende dalla cultura e dalle capacità immaginative di chi discute. Chiedersi se chi ci è presentato come matematico rientri *effettivamente* nella fattispecie può permettere di porre le sue affermazioni sulla matematica in una prospettiva critica appropriata.

Nella sua frase, Ambrosetti scriveva "ottenuto", evitando di parlare di *creazione* o di *rinvenimento*. Il problema è dibattuto. Sono i risultati della matematica creazioni o scoperte? Per il matematico la questione è abbastanza irrilevante: ritiene *creazioni* i suoi risultati; prima non c'erano e poi, pian piano, appaiono sulla carta o su uno schermo, o tramite i segni del gesso di una lavagna, perfino restano solo immagini *astratte* nella sua mente. L'obiezione è che quei risultati erano *impliciti* agli assiomi (e questi sono ciò a cui si crede a priori; sono le scelte programmatiche) che determinano l'ambiente in cui quei risultati si determinano e in cui hanno validità. La difficoltà della derivazione dei risultati non implica che i risultati non siano impliciti agli assiomi. Così insiste chi obietta alla creatività matematica. Se si asseconda l'obiezione, però, per estensione si dovrebbe anche sostenere che *La Divina Commedia* è

implicita all'alfabeto, al lessico e alla sintassi usati da Dante. Così il soffitto della Sistina è una delle possibili combinazioni delle paste colorate con cui si può dipingere sull'intonaco fresco. E allora si finirebbe col dire che nessuno di noi umani crea niente dal nulla, semmai *combina* ciò che esiste in materia tangibile e/o in possibilità di concetto. Così può anche essere questo il modo di intendere il senso di *creare* in matematica, in letteratura, nelle arti visive, nella musica. E allora, pian piano, si può anche presumere – o avere la sensazione di scoprire – che questi ambiti dell'agire umano abbiano una radice comune nel modo con cui si sviluppa la conoscenza del mondo e nel nostro essere in grado di astrarre *dal* mondo.

L'astrazione è comunque, e forse soprattutto, materia della matematica che “ci conduce al punto in cui la più completa libertà di pensiero è inscindibilmente legata alla più completa necessità. E, in entrambi i casi”, sosteneva Alain Badiou, “come Platone ha immediatamente colto, la questione riguarda la potenza delle forme: libertà originaria nella sua costruzione assiomatica, o nella ipotesi che ne è alla base, necessità trasparente nelle concatenazioni e nelle connessioni che costituiscono la loro dialettica intellegibile”². E quelle radici intersecano anche quanto percepiamo, perfino solo istintivamente, come bellezza. Questa è, però, una questione piuttosto sottile, almeno per me, sulla quale cercherò di dire qualcosa soprattutto riguardo al ruolo che il *sensu estetico* ha nella descrizione in termini matematici dei fenomeni naturali (ma anche in quelli sociali, di cui sono poco esperto e di cui quindi eviterò di scrivere).

Intendo qui il sostantivo *natura* in senso ingenuo: l'ambiente in cui quello che è oggi l'essere umano ha cominciato a manifestare autocoscienza. Non mi addentrerò in queste pagine nella discussione su cosa sia “natura” – c'è un ottimo studio di Pierre Hadot³ in merito. Vorrei, invece, partire dalla consapevolezza che soffermarsi sulla natura dell'attività di ricerca – cioè porsi domande del tipo “qual è il senso di quello che sto facendo?” – voglia dire riflettere sulla struttura e sull'essenza del processo di conoscenza.

Cosa sia e come si sviluppi *il conoscere* è un tema su cui si è tanto detto e tanto si continua a dire, e per me sarebbe arduo anche solo immaginare di fare una panoramica delle proposte d'interpretazione esistenti che aspiri a essere sufficientemente completa. Per cui mi limiterò a presentare lo stato attuale di alcune riflessioni personali che nascono dalla prassi della ricerca in fisica matematica e non pretendono di essere originali, ma solo espressione del vissuto.

2 Badiou, A. (2011), *Il concetto di modello*, Asterios, Trieste, p. 23.

3 Hadot, P. (2006), *Il velo di Iside*, Einaudi, Torino.

Questo libro nasce, infatti, da quelle pause che sono necessarie negli aspetti tecnici dell'attività di ricerca; e nel mio caso quest'attività riguarda la meccanica dei corpi deformabili, in particolare quelli che, per sintesi, tendo a chiamare *complessi* perché caratterizzati da un'influenza di fenomeni microscopici sul loro comportamento macroscopico la cui descrizione richiede un ampliamento del dettato tradizionale della meccanica classica dei corpi deformabili.

Il tempo della riflessione è un tempo guadagnato: aiuta a capire se si abbia qualcosa da dire o se si debba rimanere in silenzio perché ciò che forse si può dire, ma non sappiamo come, è bene che resti in attesa, e ciò che non si può dire, si deve tacere, come Wittgenstein ha ricordato, quasi fosse il bambino della favola, quello che dichiara la nudità del re.

Ci sono anche altri motivi per fare di tanto in tanto qualche pausa. Scrive Imre Kertész il 2 ottobre 1991: "Cronaca come introspezione. Mettere tutto nero su bianco, così come viene. Terminato il *Diario della galera*, consegnato. Trent'anni della mia vita, impacchettati in carta oleata. La fama. Che cosa ridicola. L'altro ieri in televisione. Ieri, verso sera, registrazione alla radio. Dappertutto, in ogni occasione, dico lo stesso.

L'incredibile concentrazione, che caratterizza ogni singolo passo delle sonate di Beethoven – la mia memoria di un tempo, la memoria come etica; tutti questi contatti stanno intaccando il mio senso etico. Sono distratto, non ricordo dei nomi, non mi curo di alcune persone (non do loro nulla di me stesso, non do loro vita). Divento un'industria"⁴.

Fare una pausa è allora anche il tentativo di non essere un'industria, quello che, anche nella scienza, le regole del sistema produttivo sembrano voler imporre, talvolta a scapito della qualità della ricerca. Così talvolta si può perfino finire col favorire scorciatoie perché bisogna fare presto, stampare ed essere citati – fare in modo di esserlo – perché alti valori statistici sulla produttività e la sua diffusione sono richiesti dalle istituzioni e dagli editori. Tutto questo indebolisce l'etica della ricerca perché il risultato in termini di visibilità tende a diventare il *solo* valore e si dimentica che il valore è anche, talvolta essenzialmente, nel tipo di percorso che si è seguito per raggiungere quel risultato.

4 Kertész I. (2017), *Lo spettatore. Annotazioni 1991-2001*, Bompiani (Giunti Editore), Firenze; pag. 5. L'orizzonte di Kertész è l'etica della memoria, quella di deportato ad Auschwitz nel 1944, quindicenne, e liberato a Buchenwald nel 1945, quella che l'ha portato a un meritato Nobel per la letteratura, dopo le difficoltà in patria.



Costruire modelli⁵ matematici di fenomeni naturali significa cercare di cogliere i meccanismi che si ritengono salienti per i fenomeni considerati e di descriverli in un modo che possa essere predittivo della possibilità che quei fenomeni si riproducano e del modo in cui lo facciano. Vuol dire anche introdurre nuovi strumenti matematici o sviluppare quelli esistenti tenendo conto delle suggestioni della fisica, o comunque avendo la prospettiva di utilizzarli nella rappresentazione di un contesto fisico. Quest'ultimo aspetto distingue il lavoro del fisico matematico da quello del matematico puro.

In relazione alla descrizione del mondo fisico, l'attività teorica si confronta con i dati dell'osservazione sul campo e con quelli che emergono dagli esperimenti di laboratorio. Questi ultimi, per essere progettati, richiedono una visione teorica preliminare, perfino solo ingenua, di ciò che si vuole misurare.

Alla fine ognuno racconta la sua storia sul mondo, ed è libero in linea di principio di dire quello che vuole; uno scienziato, però, che sia tale non solo per titolo ma per sostanza, è tenuto a confrontarsi con la rigosità delle argomentazioni formali e con il dato empirico – questo in realtà dovrebbero farlo tutti, scienziati e non. Gli

5 Nella logica formale, definiamo *modello* la costruzione di strutture che permettono di attribuire un significato alle affermazioni in certi linguaggi formali. In altri termini, *modello* si riferisce all'analisi di elementi semantici tramite strumenti sintattici. Prendiamo un linguaggio formale L ; per costruirlo abbiamo bisogno di un insieme A di lettere e di segni, di regole per connettere le lettere tramite segni, formando così proposizioni, infine di una grammatica per distinguere le proposizioni che si possono accettare da quelle che intendiamo escludere da L . Una proposizione P , cioè una sequenza di simboli e segni appartenenti all'insieme A , *connessi* tra loro, è considerata *ben formulata* quando è stata costruita rispettando le regole della grammatica scelta per il linguaggio formale in questione. Prendiamo una proposizione P che non sia né una tautologia, né una contraddizione e sia tale che la sua verità possa essere stabilita, rispetto a un qualche criterio assegnato al linguaggio formale considerato, solo in termini della verità degli elementi che la compongono, quelli che è uso chiamare *atomi*. Lo schema che permette di affermare la verità di P in termini dei suoi atomi logici è quello che in logica formale si chiama *modello*. È una funzione definita sull'alfabeto, e poi per estensione su tutto il linguaggio formale, una struttura aggiuntiva quindi, che designa verità o falsità di una proposizione. Per un pittore il termine *modello* ricorda altro. Così nel linguaggio giornalistico, *modello* è istintivamente riferito qualche volta alle sfilate di moda, qualche altra all'etica del vivere civile. Qui userò il termine *modello* riferendomi alla descrizione matematica di fenomeni naturali, quindi un modello sarà un insieme di relazioni matematiche che hanno funzione descrittiva e predittiva nei riguardi di una qualche classe di fenomeni naturali. *Le equazioni di Navier-Stokes* sono un modello per il moto dei fluidi viscosi. *L'equazione di Boltzmann* è un modello (in realtà un insieme di possibili modelli) per la dinamica dei gas, e così di seguito. Di conseguenza, al di là della coerenza logica dei modelli cui mi riferisco, è necessario avere di volta in volta una chiara visione della loro aderenza alla fenomenologia cui si riferiscono.

In tutto questo testo avrò la tendenza a usare spesso *modello* e *teoria* come sinonimi. In realtà considero una teoria riguardo a qualche classe di fenomeni naturali come una collezione di modelli; d'altra parte questa collezione può avere un solo elemento, cosa che giustifica la tendenza alla confusione che ho appena dichiarato. In ogni caso ritengo che il contesto chiarirà la natura del termine utilizzato di volta in volta.



esperimenti, però, sono numericamente limitati. Possono falsificare una teoria (un modello) e ridisegnare così i confini della sua applicabilità, oppure possono darci indicazioni in positivo, ma il più delle volte queste indicazioni sono insufficienti a rendere univoca l'interpretazione dei dati acquisiti per via sperimentale.

È una molteplicità di fattori ciò che ci indirizza nella costruzione delle teorie sulla natura.

Una tendenza minimalista è quella di agire *per analogia* di qualche pratica ben chiara (o che si presuma tale). In quel caso, cerchiamo di flettere quanto conosciamo per adattarlo a una fenomenologia nuova. Facciamo alcune scelte teoriche perché *si fa così* e altro non sappiamo fare o comunque siamo stati educati a pensare secondo certi schemi, senza essere spinti ad andare oltre quegli stessi schemi. Un approccio di questo tipo sembra essere essenzialmente utilitaristico, a meno che questo non ci appaia per nostri limiti o sia la sola opzione. D'altra parte, l'operare per analogia è utile a iniziare un percorso, e non è detto che non funzioni. Qualche volta è però solo un modo di *sopravvivere* nel proprio ambiente, cercando un riconoscimento che scaturisca dall'essere percepiti congrui e funzionali all'ambiente stesso.

Altre volte si cerca di essere più intraprendenti. Idealmente ogni ricercatore vorrebbe (anzi cerca di) essere così; vorrebbe proporre idee che spingano avanti lo stato della conoscenza nel campo in cui opera; poi ciascuno si scontra con i limiti propri, e talvolta è frenato da fattori molteplici.

Comunque, analogia con quanto è noto e tendenza a intraprendere nuove strade camminano insieme nello sviluppo della matematica. Terence Tao scrive sulla matematica qualcosa che vale per tutte le discipline: “per contribuire in modo qualitativo e utile alla matematica è necessario lavorare duramente: conoscere il proprio campo, conoscere altri campi e strumenti non necessariamente propri del campo in cui ci si perita, porre problemi, discutere con altri matematici, e pensare a “grandi paesaggi”. E sì, una ragionevole quantità di intelligenza, di pazienza e di maturità è altresì necessaria, ma non c'è bisogno di una qualche sorta di genio magico che generi spontaneamente dal nulla risultati profondi, inattese soluzioni di problemi, o altre abilità sovranaturali.” E il *talento* – ritengo – è il modo con cui intelligenza, pazienza, e maturità elaborano le nozioni che si acquisiscono. Tao, infatti, va avanti affermando che “l'immagine popolare del genio solitario (e possibilmente smagrito), che ignora la letteratura e altre conoscenze convenzionali e per qualche inspiegabile ispirazione (mossa, forse, da un pizzico di sofferenza) giunge alla soluzione originale mozzafiato di un problema

che aveva confuso tutti gli esperti, è un'immagine affascinante e romantica ma anche estremamente inaccurata, almeno se ci riferiamo alla matematica moderna. Abbiamo idee e risultati spettacolari, profondi e rimarchevoli in questo campo, naturalmente, ma questi sono conquiste ottenuti con fatica e con il cumulo di ciò che emerge da anni, da decenni, perfino da secoli di lavoro ininterrotto e di progressi di tanti matematici di buon livello e di grande livello; l'avanzamento da uno stadio della conoscenza al successivo può essere del tutto non banale, e qualche volta piuttosto inatteso, ma ancora ha come fondamenta il lavoro precedente, piuttosto che emergere come totalmente nuovo”⁶.

Nella costruzione di modelli matematici della natura scegliamo punti di vista, approssimiamo qualcosa, poniamo attenzione ad alcuni aspetti dei fenomeni perché *riteniamo* (per istinto, per esperienza, per cultura) che siano essenziali. Nelle manifestazioni migliori introduciamo nozioni e strutture matematiche pertinenti a quanto affrontiamo, interpretandole in un certo modo piuttosto che un altro. E poi, infine, quando non abbiamo un'indicazione precisa dall'osservazione sperimentale discriminiamo tra possibili scelte di modello (che sono scelte linguistiche) equivalenti o solo simili perché ciò che scegliamo ci appare più *elegante*. Il giudizio dipende dalla cultura, dalla psicologia, dalla storia personale del singolo ricercatore. Poi capita che anche altri pian piano trovino elegante quella specifica scelta, e non solo per le conseguenze che ne emergono, ma proprio per sé stessa, perché fa capire qualcosa che altrimenti sarebbe rimasta velata. A questo punto, ciò che nasceva da un giudizio soggettivo comincia a essere percepito come un *fatto* ed è progressivamente *acquisito* alla coscienza di chi è successivamente educato alla materia in questione. Contributi disparati alla descrizione di certi aspetti della natura finiscono con il costituire progressivamente un corpo di conoscenza e strutturano nel tempo una visione su quegli aspetti della natura cui si riferiscono. Questa visione può essere sfaccettata, può risentire della presenza di modelli alternativi, ma alla fine abbiamo qualcosa su cui riflettere. Allora, in base alle conseguenze di questa visione, almeno parte della comunità scientifica comincia a trovare necessaria l'analisi dei fondamenti di quel corpo di conoscenze. Ed è questo lo stadio in cui le teorie raggiungono la maturità, stadio in cui possono emergere strutture che unificano classi differenti di modelli. Da questo processo di unificazione emerge ancora – all'inizio quasi solo

⁶ Si veda <https://terrytao.wordpress.com/career-advice/does-one-have-to-be-a-genius-to-do-maths/>. La traduzione è mia

come sensazione che *le cose s'incastano bene* – quello che, infine, chiamiamo *contenuto estetico*. Certo, questa percezione, ancora una volta, dipende dalla cultura e dalla sensibilità di chi guarda. D'altra parte una questione piuttosto importante è se questa percezione sia puramente soggettiva e indotta dalla cultura oppure, e altrimenti, sia essa stessa connessa con *fatti soggiacenti* alla percezione dei fenomeni. Sia chiaro: scrivendo di contenuto estetico non sto invocando un atteggiamento meramente estetizzante; qui l'eleganza è da legare al realizzarsi di una conoscenza che sia costruttiva, cioè che faccia concretamente intravedere qualcosa che altrimenti sfuggirebbe e che *chiarisce* la natura dei fenomeni con cui ci si confronta.

Due fisici teorici come Hermann Weyl (che era anche un matematico e un filosofo) e Paul Adrien Maurice Dirac (che era anche un ingegnere) sostenevano con forza l'importanza quasi esclusiva del fattore estetico nella loro attività scientifica.

Nella prassi, scelte di modello tra opzioni diverse che siano indirizzate da una valutazione di *eleganza* si mostrano effettive, cioè *funzionano*: forniscono previsioni riscontrabili. Dal suo punto di vista, Dirac giustificava una tendenza analoga a quella di Weyl con il credere che se una teoria è bella, allora è vera, il che significa *in accordo con i dati che emergono dall'osservazione dei fenomeni*. Questo aspetto merita attenzione e analisi soprattutto con riferimento alla discussione su cosa sia e come si sviluppi l'attività dello scienziato.

Introducendo una raccolta di articoli sull'estetica nella matematica (articoli scritti da filosofi professionisti), nel 2018 Angela Breitenbach e Davide Rizza posero alcune domande basilari: "Cos'è la bellezza matematica? Possono considerazioni estetiche giocare un qualsiasi ruolo nella matematica o (più in generale) nella teorizzazione scientifica?" Più ancora chiedevano semmai se i giudizi estetici possano essere considerati su basi obiettive o essi "si basino su valutazioni soggettive che appartengono al singolo matematico". Quest'ultima domanda, comunque, sebbene corretta e necessaria, è quanto può naturalmente esprimere un *osservatore esterno* alla matematica. Per un ricercatore, il giudizio è genericamente istintivo; è soggettivo in prima istanza. Di seguito, il risultato di quella valutazione soggettiva cambia progressivamente stato. La questione, però, rimane: quella sensazione ha o meno una radice obiettiva? Un'altra questione posta da Breitenbach e Rizza è la seguente: L'emergenza

7 Breitenbach A., Rizza D. (2018), Introduction to special issue: Aesthetics in mathematics, *Phil. Math.*, 26, 153-160.

di un carattere estetico in matematica rivela qualche analogia importante con la pratica artistica?

Qui mi pare di poter porre perfino una questione forse più specifica: Possiamo sostenere che il processo interiore del matematico e quello dell'artista, nell'atto del loro operare "creativo", abbiano la stessa natura, nonostante le differenze nel tipo e nell'essenza dei risultati, nel modo in cui sono espressi, nella loro connessione con la "verità" (entro i limiti che assegniamo ai modelli tramite le ipotesi che li definiscono) e nella differente possibilità di comprendere i risultati?

Questa domanda differisce dalla visione di Paul K. Feyerabend sulla possibile identità tra arte e scienza. Qui mi riferisco essenzialmente al percorso interiore che lo scienziato teorico e l'artista seguono per raggiungere i loro risultati. Il mio punto di vista riguarda la struttura intima della pratica "primigenia" nella scienza e nelle discipline cosiddette umanistiche.

È difficile definire cosa sia quel *sensu* (o *fattore*) estetico che ho richiamato. Forse possiamo indicarlo per via di negazione, cioè, dicendo da che cosa differisca, o per via di sottrazione, indicando ciò che manca alle scelte prive di eleganza. Di certo, qualunque cosa sia di preciso, la questione straordinaria è che *funziona*, e anche bene. Due sono quindi le questioni pertinenti: Perché funziona? E da dove ha origine?

Per dare una risposta a queste domande, così come ad altre che cercherò di affrontare nel seguito, bisogna fermarsi a riflettere su cosa sia *effettivamente* fare ricerca in matematica e fisica matematica – più in generale ricerca scientifica – sia in senso ideale (quello che dovrebbe essere) sia con riferimento alla pratica giornaliera (quello che concretamente è).

L'essere umano è un animale *simbolico*, sosteneva Ernest Cassirer. Ludwig Wittgenstein, annotando "Il ramo d'oro" di James Frazer, affermò che l'essere umano è un animale *rappresentativo*. Non solo fa uso di simboli per *riferirsi* a qualcosa, ma ha bisogno di simboli anche per *riconoscersi*. Di sistemi simbolici, però, ce ne sono molti, con aree d'impiego, regole e finalità alquanto diverse tra loro. Con molti secoli di progressivo affinamento, il linguaggio matematico è sempre più strutturato come sistema simbolico attraverso il quale si possono esprimere proposizioni al tempo stesso qualitative e quantitative senza ricorrere a strutture esterne se non per facilitare la comunicazione.

Qualche volta si è sorpresi dal contrasto tra l'immagine ideale di quello che dovrebbe essere uno scienziato e la constatazione del comportamento di alcuni che riconosciamo come scienziati. Lo iato

tra il dover essere e quel che si fa dipende dal fatto che la pratica della ricerca è pur sempre svolta da esseri umani, ciascuno dei quali ha il suo modo d'intenderla, di percepire il senso di ciò che fa e di chi vuol essere, senza che l'immagine che ciascuno ha di sé collimi necessariamente con quel che si è. E di questo, quando si parla di scienza o di filosofia, comunque della natura della ricerca tesa alla comprensione del mondo, da qualunque punto di vista si osservi, bisogna strettamente tenere conto.

In queste pagine non disegnerò, non confronterò, non ricostruirò storicamente mappe di territori ben assestati, lodando o criticando la molteplicità di punti di vista disponibili. Se occasionalmente qualcosa del genere si potrà presentare, sarà solo un espediente espositivo. La radice di questi appunti è, e resterà, lo spirito di chi fa ricerca in prima persona in fisica matematica. E a quello spirito adatterò l'esposizione talvolta apparentemente divagatoria.

Quando sarà il caso di esemplificare, gli esempi corrisponderanno a figure di ricercatori che, dopo aver riflettuto sul senso delle teorie che li interessano, sulla natura dei loro fondamenti, su ciò che è considerato vero, si sono chiesti: "E se non fosse così? E se questa ipotesi restrittiva fosse abbandonata? Cosa accadrebbe in condizioni più generali?" E dopo hanno immaginato di poter scavalcare quei recinti, spesso non riuscendoci, talvolta invece superandoli. In questo vagare sembra che passino il tempo a non far nulla. Seguono piste che non è dato sapere in anticipo se portino a qualcosa che stia in piedi o siano solo vicoli ciechi. E anche se di tanto in tanto ne parlano con qualcuno, il dialogo è spesso principalmente con se stessi. Sperano che alla fine qualcosa emerga, e può essere di qualità variabile, ma il desiderio è che sia qualcosa che comporti un passo oltre quanto è già noto, un passo piccolo o grande, ma pur sempre un passo in avanti.

Una volta trovata risposta alle domande, il processo non è concluso. Bisogna formalizzare l'idea guida, esporla, metterla nero su bianco, ed è un lavoro che non si fa da sé e che rende consapevoli di un costo interiore, perché ci obbliga a rivedere idee con le quali ci siamo formati, insomma è un ricominciare da capo, come se quel vagare che lo ha preceduto non avesse già richiesto di ripensare alla natura di quello che si sa, ma per *spiegare* il risultato della ricerca occorre vederlo in prospettiva, mettendolo in relazione con il preesistente patrimonio di conoscenze sul tema specifico e altri patrimoni a esso connessi.

Spiegare è un processo che coinvolge due attori: chi scrive e chi legge. Per chi scrive, l'atto in sé comporta ripensamenti oltre che precisazioni utili a comunicare quel che si era pensato, e talvolta

l'impegno a spiegare permette anche di accorgersi di un qualche errore passato inosservato fino a quel momento. Per chi legge, la spiegazione offerta può prestarsi a più interpretazioni e, di conseguenza, a valutazioni diverse dei risultati che chi scrive intende comunicare. Nella matematica "pura" l'interpretazione trova meno spazio, perché si tratta di conoscere o no la grammatica di qualche settore specifico, nonché lo stato dell'arte pertinente. Se chi legge possiede queste conoscenze, allora intende ciò che legge o tende a farlo e, attraverso la comprensione delle dimostrazioni, può valutare la correttezza del risultato. Nella fisica matematica la situazione è più sfumata perché alla correttezza formale s'accosta l'interpretazione dei meccanismi fisici. In altre discipline che necessitano di una minore sofisticazione matematica la situazione è ancora più sfumata.

In epistemologia, la condivisione di un apparato di nozioni logico-matematiche può essere data per scontata solo di rado perché, sia nella formalizzazione di un problema sia nella sua soluzione, in questione è anche la scelta stessa di un apparato piuttosto che un altro. In entrambi i casi c'è una questione semantica, che riguarda l'interpretazione empirica delle *entità* matematiche utilizzate; c'è una questione sintattica, che riguarda l'ottica entro la quale ci si muove verso la formalizzazione dei principi teorici; c'è una questione metodologica, che riguarda il modo in cui si giustifica la scelta di un modello invece di un altro. Tutto questo è evidente nella formulazione di modelli matematici di fenomeni naturali e nella loro analisi.

Da qui emerge il bisogno di spiegare le motivazioni soggiacenti a certe scelte formali tra altre possibili. A qualcuna di esse si potrebbe essere inclini semplicemente perché sono quelle (o è quella) con cui si ha maggior familiarità o perché la giudica preferibile per qualche altro motivo. Il modo di raccontare un modello diventa quindi *sostanza* analoga a quella formale delle dimostrazioni. Allora il linguaggio non è solo un mezzo per esprimere un'idea; è esso stesso *parte* di quell'idea, perché la scelta linguistica (formale o informale) contribuisce a configurarla, oltre che a disporla in una prospettiva le dà profondità. In questo senso il linguaggio *partecipa* alla sostanza dell'idea. Per questo motivo, quando nella divulgazione si banalizza il discorso ammiccando ai potenziali lettori, cioè usando un linguaggio sciatto per non spaventarli, o enfatico per affabularli, si manifesta sfiducia nei loro confronti e si impedisce loro di comprendere la sostanza di quel che si cerca di esporre, sempre che non si voglia fare uso strumentale di quella sostanza.

Nella descrizione di una qualsiasi classe di fenomeni (fisici, qui intendo in primo luogo) abbiamo bisogno della matematica – ri-

peto – perché il linguaggio matematico è l'unico che permette di *quantificare* e di *qualificare* allo stesso tempo quel che si descrive senza ricorrere (in maniera tacita) a elementi esterni a esso, i quali, restando sullo sfondo senza essere esplicitati, possono determinare implicitamente alterazioni di senso per l'essere percepiti in maniera differente da soggetti diversi.

Nella costruzione di modelli possiamo scegliere vari tipi di formalismo. Se si sceglie quello più frequentato del proprio ambiente, perché ricorrente nel bagaglio medio di formazione nel settore pertinente alla ricerca in questione, il pubblico cui ci si può rivolgere è sicuramente più ampio di quello che una scelta diversa potrebbe invogliare o perfino garantire. Tuttavia, così facendo, si rinuncia alla ricchezza interpretativa che potrebbe offrire la scelta di un altro formalismo, concettualmente più appropriato perché più ricco di capacità espressiva, formalismo percepito perciò come più difficile. Di questa ricchezza interpretativa, e quindi anche del linguaggio che la rende possibile, bisogna curarsi, perché è così che, nei limiti in cui siamo capaci di contribuire all'avventura della ricerca, si può riuscire a dire qualcosa di più, a capire qualcosa che non si è ancora capito, cercando, ogni giorno, di fare un passo avanti, piccolo o grande che sia, un passo che per lo meno abbia una qualche dignità.





1. *Incontro con il mondo*

In cui si discute dell'esistenza di fatti soggiacenti alle percezioni, della ragione e delle conseguenze del suo sonno, delle radici del desiderio di conoscenza e delle motivazioni che animano il desiderio di riconoscimento.

Pensiamo il mondo che ci circonda e noi stessi; discutiamo, interpretiamo, elaboriamo ipotesi secondo quanto conosciamo in termini di nozioni astratte e di esperienza, sia essa diretta o indiretta, cioè narrata da altri, e per questo rielaborata in vari gradi da chi narra, in dipendenza dalle circostanze, dalle inclinazioni psicologiche, dal sentimento del tempo. I frutti della nostra immaginazione, per quanto sfrenata essa sia, hanno radici nell'incontro con il mondo intorno a noi che di quello stesso mondo siamo una porzione, per quanto quelle radici possano sembrare esili o perfino evanescenti. Le torsioni di quella stessa immaginazione possono spingere all'illusione o perfino al rifiuto del mondo esterno al nostro pensiero, nella convinzione che fu di George Berkeley che esiste solo (!?) ciò che è percepito. Che esista o no una realtà esterna al soggetto che osserva è materia di analisi per il filosofo di professione (o almeno ritenuto tale). Lo scienziato – e come ho già detto mi riferisco qui alle scienze cosiddette dure – è consapevole (e non è il solo) che l'osservazione non è il fenomeno in sé ma è essa stessa una rappresentazione del fenomeno. Purtroppo ha istintiva “fiducia” nell'esistenza di fatti soggiacenti alle percezioni; aspira a intendere i meccanismi che li animano. Può essere egli stesso non solo un filosofo della natura, come era inteso al tempo di Newton; in questo, almeno riguardo alla possibilità d'intendere i meccanismi della natura, tende comunque a essere un filosofo speranzoso. E quella speranza vive anche solo in senso pragmatico, per istinto di autoconservazione, rafforzata da ciò che si progetta o si osserva in base allo sforzo teorico. Se tutto fosse illusione, o anche solo un groviglio d'interpretazioni tutte sullo stesso piano di valore veritiero, quel suo sforzo finirebbe forse con l'essere giusto il volo di una falena verso una fiammella invitante e letale. Comunque, ben più



essenziale delle motivazioni interiori del singolo è la consapevolezza che la questione dei fatti soggiacenti ha a che fare con quella sulla natura della verità.

Fatti soggiacenti

Una prova di cinematografia offre una prospettiva alla discussione: *Matrix*. È un film di fantascienza del 1999: il protagonista si accorge (o meglio, è spinto a comprendere) che il mondo dei fenomeni intorno a lui è solo una neuro-simulazione creata da un'intelligenza artificiale: una macchina. Gli esseri umani sono collegati alla macchina e vivono il sogno che la macchina offre loro, un sogno che struttura la società per come è percepita (in questo la simulazione è interattiva: i sogni dei singoli s'intersecano su un terreno comune). Da quest'impianto si sviluppa una vicenda estranea allo scopo di queste pagine, se non perché l'idea su cui si basa visualizza questioni di fondamento sull'interazione tra l'essere umano e il mondo in cui è immerso, o meglio, ciò che del mondo l'essere umano percepisce e ciò di cui congetture l'esistenza tangibile. La questione più immediata è se l'universo dei fenomeni esista di per sé o sia solo una neuro-simulazione. In altri termini, la materia che percepiamo al livello tangibile dell'esperienza quotidiana ha una sua esistenza propria isomorfa a quanto percepiamo, o almeno con l'approssimazione che è attribuibile all'atto della percezione, che è comunque un atto interpretativo, o quanto ci appare è solo illusione?

La domanda si riferisce all'essenza dell'universo materico, non all'apparenza, al colore, al tatto, all'odore, che dipendono dalla natura dei sensi di chi osserva. Se fossimo pipistrelli, infatti, vedremmo il mondo non come appare a occhi umani. Se fossimo inoltre senzienti tanto da teorizzare potremmo forse capire, almeno parzialmente, come si possa vedere il mondo se non fossimo pipistrelli, così come, dotati di occhi umani quali siamo, occhi che vedono i colori, riusciamo a comprendere e perfino a visualizzare la modalità di visione di un pipistrello, o a studiare l'olfatto di un cane; non riusciamo, però, a *percepire in noi cosa voglia dire* avere l'olfatto di un cane, o la vista di un pipistrello o altro. Non è quindi questo il punto o non lo è essenzialmente: la questione riguarda l'essenza del tessuto della realtà, o almeno, di quella che riconosciamo come tale.

In *Matrix*, il protagonista riesce a rendersi conto della natura dell'illusione che vive dopo aver ricevuto uno stimolo da chi è *fuori* da quell'illusione. La circostanza pone in evidenza la difficoltà di

analizzare un sistema nella sua totalità essendo *parte* di quel sistema e *non avendo* alcun riferimento *al di fuori* di quel sistema. Per esprimere una valutazione su un qualche fenomeno del *nostro* reale dobbiamo avere un ambiente di paragone, sia esso a noi esteriore e “contemporaneo”, sia perfino solo interiore, una figurazione mentale (sempre che la nostra interiorità possa essere considerata capace, nell’astrarsi, di “uscire” almeno parzialmente “fuori” dal mondo).

Non abbiamo a disposizione un ambiente esterno all’universo dei fenomeni *nella sua totalità* e a noi *in* ciò che ci circonda, ambiente *esterno* che sia a noi accessibile senza restrizioni, dal quale possiamo esercitare una visione su noi stessi e sul mondo che sia altra dal mondo e da noi stessi, come facciamo quando osserviamo una *parte* del mondo, come un grave che cade, o cerchiamo la traccia di una particella elementare nell’esperimento di un acceleratore; e nell’eseguirlo speriamo che tutto sia stato preparato come previsto nel progetto e abbiamo altresì fiducia nel costrutto teorico che ha determinato quel progetto.

L’esistenza di fatti soggiacenti alle percezioni può forse candidarsi a essere una questione indecidibile?

Ritorniamo alla domanda iniziale, a cosa voglia dire *illusione*. Il riferimento è al nostro sforzo di comprensione dei meccanismi che determinano i fenomeni osservati, alla credenza implicita in quell’agire che la nostra comprensione sia del mondo come esso è *in realtà*, fuori da noi e a prescindere dalla nostra visione. Richiediamo, infatti, che la *struttura* delle leggi che governano i fenomeni fisici sia *indipendente* da chi osserva i fenomeni stessi; è il *principio di relatività*, ed è per se stesso una *prescrizione assoluta*, forse la più assoluta possibile, riguardo alla conoscenza del mondo fisico. Crediamo inoltre, senza averne motivo evidente, che quelle leggi da noi stessi evidenziate siano *perenni*. In realtà, *crediamo* a tante cose, anche quando si sostiene con un certo gusto per l’iperbole di non credere a nulla (ma allora, il termine *nulla* escluderebbe anche l’affermazione che lo contiene... e questi sono gli scherzi della logica del linguaggio...).

Lo sforzo di conoscenza avviene *per espansione*. Partiamo da osservazioni minute, perfino casuali, poi le interpretiamo; correliamo eventi, cerchiamo di costruire una visione coerente che abbracci progressivamente il mondo che abbiamo intorno. L’istinto verso uno sforzo di conoscenza sembra avere una radice biologica: permette, infatti, un maggiore controllo e sfruttamento dell’ambiente che circonda chi possiede quella conoscenza; incrementa le possibilità di difesa dalle insidie; favorisce, quindi, una maggiore capacità di sopravvivenza: chi più conosce può affrontare meglio gli ostacoli, per



quanto ardui essi siano e per quanto siano posti sul cammino con frequenza. In quest'ambito, l'illusione di cui sopra ha una duplice natura: può essere strutturale, relativa cioè al fatto che la realtà che si percepisce è qualcosa di analogo a una neuro-simulazione collettiva, indipendentemente dalla psicologia di chi la percepisce, oppure può essere l'illusione del singolo che non vuole vedere ciò che gli si para dinanzi perché non lo accetta, per una forma di difesa dal dolore. Quest'ultimo aspetto ha a che fare con la psicoanalisi e non compete allo scopo di queste pagine. L'attenzione è qui, infatti, sugli aspetti per così dire *strutturali*, tendenzialmente indipendenti dalle inclinazioni del singolo.

Presumiamo, a puro scopo di discussione, che quanto abbiamo intorno sia solo una neuro-simulazione. Se così fosse, però, questa neuro-simulazione dovrebbe essere generata da qualcosa: una macchina nel film *Matrix*, di per se stessa un fatto soggiacente alla simulazione. Poi, anche lì, la macchina potrebbe essere una neuro-simulazione costruita da qualcuno che può essere la neuro-simulazione di qualcos'altro. Si danno due casi: *la sequenza* "essere una neuro-simulazione generata da qualcosa" *s'interrompe* – ha, cioè, un numero finito di passi – *oppure è infinita*.

Nel primo caso, l'ultimo elemento della sequenza che genera neuro-simulazioni è un elemento che possiamo definire reale, un *fatto soggiacente*: la radice di ciò che percepiamo. Anche nel secondo caso esiste un fatto soggiacente ed è *la sequenza stessa*, o meglio *l'esistere* di quella sequenza infinita.

Se rimaniamo nella neuro-simulazione e non riusciamo ad essere fuori da essa e a guardarla come esterna a noi, non siamo in grado di stabilire a priori se si sia nella prima o nella seconda fattispecie. In questo sta la potenziale (o perfino solo apparente) indecidibilità della domanda sulla realtà dell'universo dei fenomeni.

D'altra parte, ciò che appare concretamente fondamentale è che, qualunque sia la risposta, non possiamo escludere l'esistenza di fatti soggiacenti, perfino se questi avessero una natura cangiante. In questo senso, la ricerca dei fatti soggiacenti a classi di fenomeni è fondamento e fine del processo di conoscenza, o almeno del suo tentativo.

La possibilità di *realismo* si fonda sull'esistenza di fatti soggiacenti. Se ciò che osserviamo è una neuro-simulazione, per quanto fantasiosa, essa risente della natura e delle "regole di funzionamento" pertinenti al fatto soggiacente che l'ha generata, dipende, cioè, dalla sua struttura logica, o meglio, c'è (o si presume ci sia) un'identità di struttura tra fatto soggiacente e sua immagine percepita da un osservatore. Questo è un elemento che *indica* la possibilità di conoscenza, o almeno stimola una speranza in merito. La questione



si sposta quindi sull'*accessibilità* della conoscenza. C'è un elemento che ne evita l'esclusione. È, appunto, quanto ho già indicato: una neuro-simulazione (una illusione) risente in qualche modo dell'essenza dei fatti soggiacenti. Di conseguenza, anche se io che scrivo fossi una neuro-simulazione di qualcun altro o di qualcos'altro, per il fatto di essere cosciente e per il fatto di poter dire e pensare "io" e di poter essere in relazione con quello che credo essere l'ambiente che mi circonda, la mia natura rifletterebbe, almeno parzialmente, quella dei fatti soggiacenti che mi hanno generato.

La questione può essere formulata anche da un altro punto di vista. Pensiamo al mondo in maniera ingenua: esso è la realtà ed esiste per se stessa; in quest'ambiente si sviluppano eventi; gli esseri umani osservano eventi e sono essi stessi parte del mondo. Se prendiamo due osservatori diversi (in generale due sistemi di riferimento in grado di rilevare misure che descrivano uno stesso evento), può darsi che lo narrino, e quindi lo valutino, in maniera diversa, anzi, questa è la norma. Il conseguente scivolamento verso l'affermazione che la realtà sia la sua narrazione e quindi abbia intrinsecamente natura cangiante e possa essere flessa a piacimento, secondo convenienza, soprattutto etica, è appunto uno *scivolamento* perché evita di distinguere tra fatto soggiacente e rappresentazione dello stesso; non tiene neanche conto che la rappresentazione emerge dalla natura dell'osservatore e dalla sua interazione con il fenomeno, interazione che è, essa stessa, un fatto soggiacente alla rappresentazione. Quello scivolamento riduce la valutazione del fenomeno solo a uno scontro d'interpretazioni che possono progressivamente diventare estranee al riconoscimento di un fatto soggiacente e al tentativo di comprenderlo per quello che è; così il tutto tende a ridursi essenzialmente a una lotta di potere.

Nel *Quartetto d'Alessandria*, Lawrence Durrell racconta in quattro volumi una vicenda, sempre la stessa, osservata da punti di vista diversi, da protagonisti differenti (non è l'unico tentativo letterario in questo senso ma ha natura esemplare). Qual è la verità su quella vicenda? Emerge una questione ancora più delicata: in che senso possiamo parlare di verità? Si può tagliare il nodo gordiano affermando che non vi sia una verità ma, con Nietzsche, che ci siano solo interpretazioni, ma lo stesso Nietzsche afferma che anche questa è un'interpretazione. In questo caso, però, rischieremmo di cadere in una forma di aporia: negando la verità stiamo affermando quella che pensiamo essere una verità, quindi o l'affermazione è falsa, oppure è vera, ma allora esiste un'affermazione vera che è proprio ciò che stiamo in quel momento esprimendo. Naturalmente, potremmo annacquare il tutto ricorrendo a gradi di verità,

ma staremmo ritornando al punto di partenza: parlare di gradi di verità vuol dire presupporre l'esistenza *della* verità, per quanto essa sia solo raggiungibile attraverso approssimazioni. Possiamo, al contrario, essere più drastici e affermare che una verità univoca esiste, per quanto racchiusa in sfere celesti, per così dire. Se preferiamo questa scelta, ciò che emerge è, ancora una volta, il problema dell'accessibilità: Presupposto che esista una realtà univoca, possiamo noi raggiungerla con la *consapevolezza* di averlo fatto? La domanda contiene una variazione rispetto alla questione affrontata in precedenza sull'accessibilità. Non esclude *a priori* che si possa avere accessibilità, cioè non pone il dubbio precedente, escluso con il ricorso alla connessione tra percezione e fatto soggiacente; solleva, invece, direttamente la questione della consapevolezza. E mi riferisco a una concezione astratta della consapevolezza, tralasciando i fattori psicologici del singolo che pur esistono e influenzano la percezione e (soprattutto) l'interpretazione degli eventi. La consapevolezza presuppone conoscenza dell'ambiente, possibilità di comparazione con elementi esterni ai fatti soggiacenti considerati e di valutazione delle relazioni tra essi e tra le loro parti, capacità di analisi delle strutture attraverso le quali si esprime una rappresentazione dei fenomeni, almeno per cominciare.

Si può chiedere, però, come l'esistenza unitaria della verità sia compatibile con quanto evidenzia il *Quartetto d'Alessandria*. Chi non è bugiardo tra i quattro osservatori di Durrell: Justine, Balthasar, Mountolive o Clea? E se fossero tutti veritieri? È proprio questo che Durrell suggerisce, ma ciò *non* si traduce nella pluralità della verità, piuttosto nella sua natura *sfaccettata*. In altri termini, nell'universo del *Quartetto d'Alessandria*, le narrazioni dal punto di vista dei quattro personaggi sono l'espressione di un fatto soggiacente, che esiste in quell'universo o, per lo meno, in quello che sottende quell'universo, un fatto di cui rappresentano alcuni aspetti, e questi s'intersecano. Le narrazioni dei personaggi di Durrell si riferiscono, quindi, ciascuna a una differente *sfaccettatura* del fatto soggiacente che le motiva, e lo fanno con diversa precisione, cioè con differenti *gradi di avvicinamento* all'accessibilità completa dei fatti. Ciò non esclude che si possa giungere a un'accessibilità *completa* di quei fatti, cioè che si possa trovare *la* verità delle cose, ma è arduo valutare se o no la si sia raggiunta, perché per farlo bisogna *poterla avere* alla portata ed essere *consapevoli* della sua natura; per esserlo, è necessario un riferimento esterno, che qualcuno spera di trovare nella ragione, qualcun altro nell'istinto (che può darsi sia una forma latente di ragione, cioè l'emergenza di un ragionamento inconscio) o nello svuotamento della percezione di sé.

Ragione

6 febbraio 1799: sul mercato editoriale spagnolo appare *Capricci*, un portfolio di 80 incisioni di Francisco José de Goya y Lucientes, più semplicemente Goya, il pittore della nobiltà e del caprone, della Maja e delle fucilazioni, insomma, dell'interferenza tra ragione e follia, almeno intese in senso ingenuo.

I *Capricci* sono frutto del senso di Goya per il grottesco negli umani; sono una rappresentazione allegorica, umoristica e fantastica dei vizi, delle superstizioni, delle meschinità che Goya percepiva nel suo tempo.

Nel progetto originale, la copertina ospitava la Tavola 43: un'acquaforte e acquatinta, larga 16,7 centimetri e alta 21,6 centimetri, che rappresenta un uomo seduto che posa il capo sulle sue braccia, distese su quello che può essere un blocco di marmo. Un felino accucciato lo guarda. Civette e pipistrelli si ammassano dietro di lui, ansiosi per quanto può trasmettere l'apparenza di occhi sbarrati. Sul lato visibile del blocco – o altro che sia – il titolo: *Il sonno della ragione genera mostri*.

Cosciente del risentimento che le sue immagini potevano suscitare in chi era aduso almeno a parte di ciò che rappresentavano, ma incapace di essere un artista acritico e acriticamente integrato, Goya cercò di stemperare la percezione delle sue intenzioni. Sul *Diario de Madrid*, in prima pagina, pubblicò una sorta di avviso ai naviganti; scrisse che i *Capricci*, giacché tali, dovevano considerarsi frutto della fantasia, per quanto disturbanti, perfino eversivi, potessero apparire.

Fu fatica inutile. Due giorni dopo l'ingresso sul mercato, l'Inquisizione ritirò il portfolio.

Nell'*Helman*, manoscritto conservato nella Biblioteca Nazionale di Spagna, dove si trovano anche i *Capricci*, a proposito del titolo della Tavola 43, Goya scrisse (p. 221) che “la fantasia priva della ragione genera impossibili mostri: unita alla ragione è madre delle arti e origine di meraviglie”. Così Goya coglieva il punto essenziale del processo di conoscenza: l'interazione fruttuosa tra ragione e istinto o percezione istintiva, per meglio dire... intuizione.

Che cosa intendeva Goya per *ragione*? Il suo tempo era quello dell'Illuminismo: la ragione doveva essere la lanterna che illuminava il cammino. Nella Francia della Rivoluzione s'erano templi alla ragione tra il 1793 e il 1794, dopo i massacri del settembre 1792, una scelta che parve funzionale alla gestione di potere, o meglio al consolidamento del nuovo potere, finché anche quella scelta mostrò i suoi limiti.

S'era trattato di sostituire un qualche dogma con un altro dogma, sebbene con diversi vestiti, solo più adatto alla personale affermazione di chi ne promuoveva la sostituzione. Il pensiero razionale è, invece, un processo critico costruttivo che riflette anche su se stesso. E anche un'attenzione esclusivamente dedicata a questo riconoscimento potrebbe rivelarsi, come è già successo, il viatico di un dogma che per sua natura perde l'inclinazione alla critica costruttiva. Proposte alternative sul modo d'accostarsi del sé al mondo intorno a sé s'incontrano e si scontrano, e il dibattito talvolta s'accende. Alla fine si tratta di scegliere tra alternative concettuali, che talvolta s'intersecano, e poi di confrontarsi responsabilmente con le conseguenze delle scelte (Pascal ne sapeva qualcosa). La questione essenziale è il rapporto con il mondo dei fenomeni che ci circonda; riguarda il modo con cui connettiamo gli eventi, il nostro senso della causa e dell'effetto, la nostra capacità di analisi e, soprattutto, di riconoscere i diversi *livelli* di analisi, o meglio il grado di distacco dalle pulsioni personali che in essi riusciamo a esercitare.

In quel Settecento che terminava, Immanuel Kant aveva affrontato la questione. Tra una passeggiata e l'altra a Königsberg, tutte alla stessa ora in quel porto di una provincia prussiana che oggi è un'enclave russa tra Polonia e Lituania, Kant aveva scritto la *Critica della ragion pura* e l'aveva pubblicata a Riga nel 1781, stampata da Hartknoch, perfezionandola nella seconda edizione del 1787; l'anno successivo aveva dato alle stampe la *Critica della Ragion Pratica*; il 1790 era stato l'anno della *Critica del Giudizio*. Con quest'opera triplice, Kant esprimeva la necessità di analizzare la ragione con gli strumenti che essa stessa ha e considerava terminato, almeno negli aspetti essenziali, il suo programma. E possiamo qui intendere per ragione, in senso molto ampio e per brevità impreciso, la capacità di esprimere, argomentare in una logica causa-effetto e valutare le più varie specie di giudizi (conoscitivi, etici, estetici), riconoscendo al tempo stesso i pericoli insiti nella pretesa di conoscere le cose come sono *in sé stesse*, optando per attenersi a una comprensione concreta e verificabile del mondo. È necessario chiarire cosa s'intenda per "verificabile", e la discussione non sarebbe né banale né breve, ma per ora può essere sufficiente considerare il termine in maniera intuitiva.

Per Kant la ragion pura concerne il modo in cui l'essere umano si accosta alla conoscenza del mondo, la sua critica è quindi l'analisi di ciò che possiamo conoscere – e in questo Kant trasferisce l'attenzione sul soggetto della conoscenza – piuttosto che mantenerla tradizionalmente sull'oggetto. Pratica è la ragione che ha a che fare con l'agire etico e accetta principî indimostrabili perché

convenienti *in pratica*, o almeno così considerati da chi ne fa uso. Ciò che concerne il *giudizio* (*Urteilkraft*) riguarda questioni estetiche e teleologiche e quindi coinvolge aspetti individuali (il gusto), in un'azione riflessiva dell'espressione critica, ma con un potenziale contenuto di universalità.

La conoscenza teorica appariva a Kant sintesi tra le categorie della logica, intese in senso astratto, trascendentale, per usare termini kantiani, e le percezioni sensoriali.

Kant è uno snodo nella storia del pensiero filosofico. Si critichi o si adori Kant, difficilmente si può fare a meno di considerare il suo pensiero, formulato nella quiete della provincia, le riflessioni di un genio *in provincia*, lontano quindi dall'azione *diretta* dalle mode e dalle suggestioni dei centri culturali del tempo. E comunque, l'ambiente tedesco aveva inteso l'Illuminismo in maniera per così dire temperata (*Aufklärung*) e quella temperie era articolata da un punto di vista concettuale e sociale¹.

Non so quanto Goya fosse a conoscenza dell'opera di Kant, che divenne in breve un riferimento essenziale negli ambienti intellettuali tedeschi, sia pur con non limpide interpretazioni iniziali. Comunque sia, dato che nelle intenzioni di Goya il portfolio era dedicato alle miserie umane, possiamo ragionevolmente pensare che intendesse la ragione nel senso che Kant aveva discusso nella sua *Critica della Ragion Pratica*, il senso che si riferisce all'agire etico. "Agisci in modo da trattare l'umanità, sia nella tua persona sia in quella di ogni altro, sempre anche come fine e mai semplicemente come mezzo", scriveva Kant. E in questo assegnava un valore universale alla dignità (*Würde*).

Chi sono quindi i mostri generati dal sonno della ragione? Possiamo pensare a una versione storicizzata della definizione di mostro ma ciò potrebbe non bastare perché la questione coinvolge il problema della natura ontologica del male. Che quest'ultima sia una questione per lo meno intricata era presente a Luigi Pareyson, ma anche a Iosif Brodskij (insieme a un'altra legione di analisti del pensiero: poeti, filosofi, narratori, intellettuali di vario genere ma anche qualcuno tra coloro che non si ritengono tali). "Signore e Signori", scrive Brodskij, "qualunque strada possiate scegliere, quella dell'audacia o quella della prudenza, nel corso della vita sie-

1 Il conquistare distanza dallo spirito del tempo proprio, sebbene forse solo per un tempo fugace, come scelta programmatica, può darsi che possa essere molto utile all'artista e allo scienziato per offrire spazio all'immaginazione formativa – in quella formatività che porta all'opera d'arte o ad aprire una strada nella ricerca scientifica, o dia solo la pace necessaria alla riflessione, senza un fine tangibile a breve termine – ma il mio è solo un temporaneo e istintivo sentire, forse non un suggerimento da adottare in maniera sistematica.



te destinati ad entrare in contatto, direttamente, fisicamente, con un'entità conosciuta col nome di Male. Non mi riferisco a una presenza peculiare del romanzo gotico, bensì, per non dire altro, a una palpabile realtà sociale che non potete controllare in alcun modo. Non c'è bontà d'animo, per quanto grande, né astuzia, per quanto sottile, che possa impedire questo incontro. Anzi, quanto più sottili sono i vostri calcoli, quanto più prudente è la vostra condotta, tanto maggiori sono le probabilità di questo appuntamento, e tanto più violento è l'urto. Tale è la struttura della vita che quello che noi chiamiamo Male è capace di un'ubiquità pressoché assoluta, se non altro perché tende a presentarsi nelle sembianze del bene. Non succede mai che entri a casa vostra presentandosi col suo nome: "Salve, mi chiamo Male!" Questo, naturalmente, vi dà un'idea della sua natura di plagiatario, ma il sollievo che si può trarre da una tale osservazione è appannato dalla frequenza con cui viene fatta².

E aggiungerei anche dalla frequenza con cui ci si rifiuta di riconoscerlo perché l'illusione pare meno dolorosa della consapevolezza o perché l'interesse rende proni e acquistabili.

Se ci limitassimo a esempi celebrati dalla narrazione della Storia, potremmo pensare agli orrori emersi dai totalitarismi. Che il nazismo sia da considerare come sonno della ragione mi sembra che possa (o meglio debba) essere istintivo ove si abbia una conoscenza non trascurabile degli eventi storici e una percezione non degradata della dignità umana, sebbene anch'esso propugnasse una sua "ragione", radicata nella psicologia personale degli esecutori del passo dell'oca, rinvigorita dalla frustrazione aggressiva che emerse dalle conseguenze della Prima Guerra Mondiale, di cui la seconda è intesa talvolta come una forma di completamento³. Lo spirito del tempo era anche intriso della moda di correnti esoteriche e occultiste e chi le rappresentava non era necessariamente legato al nazismo: Crowley, madame Blavatsky, Gurdjiev avevano il loro seguito e, sia pur nella ciarlataneria, risuonavano di echi lontani, in certo modo barocchi.

Nella seconda parte del Settecento, nelle arti figurative e in poesia, in un senso marcatamente lontano dalle intenzioni dei nomi appena fatti, soprattutto William Blake aveva avuto un'attrazione per l'alterità dal mondo dei fenomeni – e di Blake ci sono evidenti riflessi nella scrittura di Czeslaw Milosz, a partire da *Ziemia Urlo*⁴.

2 Brodskij I. (1987), *Il canto del pendolo*, Adelphi, Milano, p. 11-12.

3 Si veda l'analisi acuta della transizione tra le due guerre in Weisz E. D. (2019), *La Germania di Weimar – utopia e tragedia*, Einaudi, Torino.

4 Milosz C. (2000), *La terra di Urlo*, Adelphi, Milano.



Theodor Adorno riteneva che l'esoterismo fosse la metafisica degli imbecilli. Michele Mari, nel suo *Tutto il ferro della Torre Eiffel*, un romanzo riuscito, sostiene, citando la posizione di Adorno sull'esoterismo, che comunque non lo possiamo ignorare⁵, sebbene senza spiegare perché. In realtà, quello di cui bisogna tener conto è solo la sua influenza su persone che hanno promosso e abitato alcuni eventi storici, essenzialmente null'altro.

Ragioni storiche e psicologiche (sia personali sia di massa) hanno fatto sì che l'irrazionalismo, l'occultismo e il wotanismo in particolare emergessero e influenzassero il nazismo. In un certo senso ebbero il ruolo di riferimenti e sorgenti di stimolo per immagini, istinti, che spinsero in maniera criminale oltre il patto che unisce la società nel rispetto reciproco dei suoi membri, e lo fecero con apparente e furioso rigore burocratico. Ciò avvenne proprio in un momento di esplosione, soprattutto in Germania, della scienza, cui si accostava l'affermazione di correnti filosofiche razionaliste. Per esse un centro di riferimento era Vienna, per tutto il lavoro che andava da Gottlob Frege a Rudolf Carnap, infine a Ludwig Wittgenstein, che pur operò principalmente a Cambridge, inatteso, tra tanti altri aspetti del suo pensiero, nella sua analisi del linguaggio, quella che invece non emerge nella critica kantiana ma che è necessaria nella discussione sulla natura della ragione, perché è attraverso il linguaggio che la ragione si esprime.

Così potremmo andare avanti con esempi del sonno della ragione; ne sono piene le cronache: taluni di questi esempi sono enfatici, altri sono minimi, subdoli, relativi a comunità perfino piccole, anche solo famiglie, ma comunque possibili generatori di *mostri* nell'accezione di Goya.

La veglia della ragione non esclude di per sé i mostri se non è accompagnata dalla considerazione per il valore primario della dignità umana e si riduce essenzialmente a supporto di strutture di potere repressivo, come è accaduto nei totalitarismi autonominati "scientifici".

La veglia della ragione, poi, non impone – né varrebbe la pena farlo – il sonno al sentimento e all'intuizione, quest'ultima forse l'emergenza di un processo razionale sotterraneo, inconscio. Wolfgang Pauli, che fu tra i fondatori della meccanica quantistica, ammoniva che "non si dovrebbe mai dichiarare che le tesi espresse mediante una formulazione razionale siano gli unici presupposti possibili della ragione umana", anche se poi non sembrava specificare tutte le implicazioni della sua affermazione. In proposito,

5 Mari M. (2002), *Tutto il ferro della Torre Eiffel*, Einaudi, Torino.

ancora Brodskij ricorda che "... la nostra specie ha a disposizione due o tre modalità cognitive: l'analisi, l'intuizione e quello che avevano a disposizione i profeti biblici, la rivelazione. La grande virtù della poesia è che nel processo creativo usi tutte le modalità contemporaneamente, se ti va bene. Quantomeno ne usi due: l'analisi e l'intuizione – una sintesi. E il risultato netto può essere la rivelazione. [...] Il poeta, di suo, è l'esemplare più sano che possa esistere, perché è una fusione di queste due modalità"⁶. Il poeta, proprio lui, vaga aspettando un suono interiore, una *melodia*. Questa è, per Brodskij, "... una melodia che, stranamente, ha un certo peso psicologico, è una diminuzione nella quale cerchi d'inserire qualcosa. L'unica forma organica attinente alla poesia è il modo in cui vivi. Esisti e gradualmente arrivi ad avere una certa melodia in testa. I versi si sviluppano come le rughe, come i capelli grigi. In un certo senso sono rughe, in particolare se pensi allo sforzo richiesto dalla composizione... ti fa venire le rughe. È l'azione del tempo sull'uomo. Ti cesella o ti sfigura o ti increspa la pelle"⁷. Anche il matematico (e non solo, ma qui a quello mi riferisco) fa così: cerca una "melodia" che non è nei suoni ma nelle idee. Studia quello che altri hanno fatto. Lo fa con differenti gradi di approfondimento e ampiezza di visione. Poi, nell'ambito delle proprie conoscenze, si pone qualche domanda a cui quelle pagine su cui è stato chino e tutte le altre per lui disponibili non danno risposta. E allora vaga anch'egli, proprio come fa il poeta, e aspetta che qualcosa emerga, se ha in sé stesso, nel suo talento e nella sua cultura, la capacità di farla emergere. Per suo conto, un poeta può mettere insieme frasi o immagini solo per l'assonanza sonora o emozionale, non tanto per la loro interconnessione logica. La coerenza logica è invece un vincolo insuperabile per il matematico, un vincolo linguistico. Il fisico-matematico ha, in aggiunta, il vincolo dei fenomeni: la sua immaginazione teorica deve aderire ai fenomeni cui la sua analisi si riferisce. Il suo lavoro non ha solo carattere (per così dire) linguistico, non è cioè teso al solo sviluppo di rapporti formali tra gli enti astratti che definiscono la struttura che usa: la matematica. Lo stesso giudizio sul suo lavoro non si basa solo sulla difficoltà tecnica affrontata e sulle prospettive di sviluppo che quanto emerge dall'analisi può aprire, com'è spesso per il matematico puro; la valutazione deve tener conto della profondità di analisi e d'interpretazione della natura dei fenomeni cui si riferisce.

6 Brodskij I. (2015), *Conversazioni*, Adelphi, Milano, p. 222.

7 *Ibidem*, p. 225.

Desiderio di conoscenza

Il processo di conoscenza inizia da una sequenza di sensazioni e reazioni a esse conseguenti per gli esseri dotati di organi di senso, e soprattutto così cominciò per l'ominide che s'alzava su due gambe. C'è innanzitutto un'osservazione ingenua, quella legata alla sola percezione sensoriale, la cui reazione è connessa agli istinti primari quali sopravvivenza, riproduzione, ma tra gli istinti primari c'è anche quello del neotoma, che accumula quel che lo "incuriosisce", e costruisce una tana per lui gigantesca, utile come deposito per ciò che ha trovato e ha collezionato in modo istintivo, senza sapere perché (o almeno, senza che noi riusciamo a capirlo).

Quando emerge la consapevolezza di essere ed essere-nel-mondo c'è lo stupore cui si accompagnano gioia o timore, ma si aggiunge l'organizzazione delle percezioni, che oltre a essere istintiva diventa classificatoria, quindi interpretativa, il che vuol dire che si fanno tentativi congetturali, cioè si ricercano cause. Allora il *desiderio di conoscenza* si sviluppa

- come forma di *difesa* dell'integrità intellettuale e fisica,
- come *curiosità*, cioè conoscenza per la conoscenza nel senso che Croce attribuiva all'attività artistica,
- come elemento di *riscatto* sociale (quando vi è una società intorno al soggetto),
- come via per la *cura*, sia essa fisiologica e/o psicologica,
- come *fuga* anche da se stessi, il che è uno studiare per dimenticare, per sfuggire all'*angoscia*,
- come forma di *potere*, sia essa difesa del potere posseduto, che è quindi difesa di posizione *nella* società, o sua conquista.

Altro fattore, sostiene Giovanni Mari, è "la percezione, che può essere anche dolorosa, di un'assenza, di un vuoto nella personale rete simbolica in cui si vive (nel mondo), e non nel nostro diretto rapporto col mondo. Percepriamo una assenza nel nostro linguaggio, nei simboli e nelle rappresentazioni che lo compongono, in cui avvertiamo che manca qualcosa in termini di *im-potenza* (scienza) e di *in-felicità* (arte): e cerchiamo di riempire questo vuoto"⁸.

E allora è anche un desiderio di senso, ma è anche affetto per le cose del mondo, un sentimento di rispetto per l'abilità costruttiva della vita, o di difesa della vita (dalla lotta alle malattie e quella contro la protervia). E quel guardare il mondo è fluire nelle cose del mondo per cercare di coglierne i meccanismi pertinenti, siano pur essi anche solo potenzialmente cangianti.

8 Mari G. (2020), comunicazione privata.

Che cosa “effettivamente” conosciamo? Creiamo rappresentazioni – e sono azioni interpretative – del *nostro mondo*, cioè di quanto percepiamo con i sensi e con gli strumenti che costruiamo al termine di un processo che si basa su visioni teoriche per lo meno sommarie e porta alla progettazione degli esperimenti; e qui ha ruolo l’immaginazione che accompagna la percezione, essa stessa, di per sé, un’azione interpretativa. Queste rappresentazioni sono modelli di classi specifiche di fenomeni che poi si intersecano formando teorie, e sono immagini (*Bilder*⁹ per Boltzmann, 1890) di ciò che ci appare del mondo e di quanto del mondo congetturiamo e interpretiamo. Presumiamo anche solo implicitamente che ciò che percepiamo rechi almeno la struttura di quanto è ad esso soggiacente (struttura logica con Wittgenstein?).

La possibilità di riuscire a fornire una rappresentazione “veritiera” di una qualche classe di fenomeni dipende anche dalla natura e dalle motivazioni di chi è coinvolto nell’impresa, dal fattore umano quindi. Oltre alle capacità cognitive e alla cultura personale, sono l’influenzabilità, le idiosincrasie, le insicurezze personali ad avere ruolo. Il processo di conoscenza non è qualcosa di rigidamente automatico. Oscilliamo tra il desiderio di qualcosa d’universale e il fare concreto attraverso cui si vive ciascun giorno. In quel fare, che non riguarda solo la scienza, o la narrativa, o la poesia, o le arti visive, o la musica, ma ogni singolo gesto, per quanto razionale o folle che sia, c’è il rischio di cedere alla volontà di potenza come dichiarazione d’esistenza, più enfatica più chi la esprime ha struttura effimera. Tale volontà si esercita talvolta con clamore, ma è spesso sottile, incalzante, pervadente violenza psicologica in luoghi riposti, spesso proprio quelli che dovrebbero essere rifugio dalle ugge degli affanni del mondo. Quel cedimento, per sua natura, involgarisce la ragione motrice del processo di conoscenza; lo spinge verso egolatrie effimere; addormenta progressivamente l’effetto costruttivo e positivo della ragione.

Discutere di “sonno della ragione”, nel senso espresso da Goya nel suo portfolio, implica il considerare l’aspetto etico, più precisamente la *visione* etica dell’impianto concettuale in questione di volta in volta. Per esempio, anche quando si afferma che non è compito dello Stato indicare nel diritto l’applicazione di standard morali (come si è dibattuto in Germania) si cade in una sorta di contraddizione in termini. Ogni norma del diritto emerge dalla vi-

⁹ Boltzmann L. (2004), *Modelli matematici, fisica e filosofia*, Bollari Boringhieri, Torino.

sione che si ha del patto sociale che istituisce e quindi definisce la società. E questa visione è intrinsecamente etica; per questo emana una norma morale. Il problema è stabilire quale “tipo” di etica. A questo punto la scelta diventa “politica”. Quest’ultima – la politica – ha a che fare più con la percezione dei fatti che con i fatti stessi. In media, un politico di professione, più di azioni “concrete” (che pur fa), tendenzialmente cerca di creare *un clima* (a cui essenzialmente anela). Anche questa è un’azione concreta, per così dire, ma ha un’intrinseca volatilità, è un’esperienza fluttuante più che una norma, uno statuto, un’opera pubblica tangibile e fruibile. È però proprio il desiderio di creare un clima per determinare *il consenso* che deve essere gestito con cautela da chi l’ha o solo lo percepisce in altri, anche quando si vuole solo invitare ad avere un atteggiamento fiducioso verso il processo di conoscenza. La cautela è necessaria perché il tentativo di realizzare quel desiderio di creare un clima di consenso può scivolare nella manipolazione a favore del proprio ego o dell’interesse del proprio gruppo di riferimento, stimolando così il sonno della ragione propria e degli altri, la ragione pratica discussa dal pensiero critico di Kant, sul cui epitaffio appaiono le due cose che gli riempivano “l’animo di ammirazione e di venerazione sempre nuova e crescente: il cielo stellato sopra di me, la legge morale in me”. Proprio quella legge talvolta s’incrina, si sfarina, perfino abdica quando si cerca insistentemente il riconoscimento altrui, e questo, negli affari umani, è questione estremamente complessa, e ha anche a che fare con ciò che intendiamo comunemente con dialogo.

Riconoscimento

Il discorso tra due soggetti può essere uno sciocchezzaio (com’è implicito in Flaubert quando descrive Bouvard e Pécuchet¹⁰ ma anche nella verbosità di Woody Allen, che sembra paura del vuoto, per fare qualche esempio di diversa caratura). Può anche essere un teatro in cui l’interlocutore è solo un pretesto per apparire e per influenzare chi quel discorso ascolta. Può essere un dialogo costruttivo.

In ognuno di questi casi ha ruolo diverso, e in ciascun caso cangiante, il riconoscimento reciproco dei soggetti che interagiscono. In maniera analoga, il discorso sui diritti dipende dal riconoscimento che si dà a chi quei diritti rivendica; il pretendere la legalità impli-

10 Flaubert G. (1996), *Bouvard e Pécuchet*, Einaudi, Torino.

ca un necessario riconoscimento del valore della legge, di chi ha un ruolo normativo, e di chi decreta le sanzioni. Da ciò emerge la richiesta che chi quei ruoli esercita sia compatibile con la dignità e la qualità che si riconosce debba avere ciascuno di quei ruoli perché ciò che esprime sia accettato. Così la riflessione su cosa si intenda e si sia inteso per riconoscimento è parte della storia delle idee, ma è anche tema della filosofia della politica e del diritto. Nell'intersezione tra questi campi, Axel Honneth colloca l'analisi pertinente¹¹. Honneth fa parte della cosiddetta "terza generazione" della Scuola di Francoforte, dopo Horkheimer e Adorno, e successivamente Habermas.

Honneth individua nella tradizione europea tre modalità interpretative del concetto di riconoscimento. Nel "pensiero di area francofona, il riconoscimento è qualcosa a cui i soggetti aspirano, mossi da un bisogno di legittimazione o almeno da un ruolo consolidato nel quadro della società di appartenenza"¹². Questa tradizione comincia da La Rochefoucauld e Rousseau, per giungere fino a Sartre. È basata sull'amor proprio e può avere conseguenze stranianti. "Allo scopo di ottenere il "riconoscimento", o meglio un apprezzamento da parte dei suoi simili, il soggetto in questione è proteso a esibire il possesso di qualità che non ha, ma che godono di un'alta reputazione sociale. Questa tendenza [...] genera su entrambi i versanti – nell'opinione pubblica che giudica e nel soggetto giudicato – un problema [...]: sia l'istanza giudicante, che accorda il riconoscimento, sia l'individuo che vi aspira finiscono per dubitare che le qualità esibite abbiano un corrispettivo reale"¹³. Alla base c'è una variazione di senso: l'autocompiacimento è visto non come una mancanza etica, ma come una passione naturale, una visione generata dalla vanitosa rincorsa al favore dal re nella società francese del tempo di La Rochefoucauld e di Rousseau. Da qui il non riuscire a riconoscersi o il rimanere nell'illusione che il soggetto stesso ha generato: "il problema epistemico per cui diventa impossibile lacerare il velo delle opinioni consolidate sugli individui, in concorrenza fra loro, e riconoscerne il "vero" essere". S'aggiunge "il rischio politico-morale che gli individui si vedano assegnare nella gerarchia sociale una posizione abusiva, ingiustificata"¹⁴.

Per contro, nella tradizione di area anglofona, originata da Hume e Smith, e poi continuata da Mill, l'approccio appare di-

11 Honneth A. (2019), *Riconoscimento – un'idea europea*, Feltrinelli, Milano.

12 *Ibidem*, p. 128.

13 *Ibidem*, p. 28.

14 *Ibidem*, p. 42.

verso: “qui “riconoscimento” significa, sì, qualcosa a cui gli esseri umani sono indotti ad aspirare per natura, non tanto, però, allo scopo di acquisire un rango sociale più elevato, quanto piuttosto al fine di essere accolti come membri legittimi della propria comunità: il riconoscimento a cui si aspira possiede dunque anche qui un indubbio carattere normativo, poiché l’approvazione sociale dipende dal proprio comportamento sociale, ossia dal fatto di padroneggiare adeguatamente le norme condivise e di tradurle con coerenza nelle proprie azioni”¹⁵. Questo modo d’intendere si sviluppa in una società d’impronta pragmatica, devota al commercio. Le prospettive in cui si collocano i due intendimenti sono differenti: nella tradizione francofona il punto di vista è quello di chi guarda e attribuisce qualità a un soggetto che si sforza almeno di far intendere di averle; nella tradizione anglosassone il punto di vista è quello del soggetto che riceve il riconoscimento e che attribuisce a un soggetto-altro, sia singolo, sia una comunità, l’autorità normativa per giudicare e riconoscere.

Honneth infine individua una terza tradizione, che emerge in Germania nel Settecento con Immanuel Kant e poi si estende a Fichte e a Hegel, pur avendo avuto qualche vagito nel secolo precedente, nel pensiero di Pufendorf e di Leibniz. Qui l’intendimento è più astratto; il soggetto è soprattutto “spinto dalla preoccupazione di realizzarsi come soggetto razionale, di essere effettivamente in grado di agire per un movente razionale [...] Il “riconoscimento” diventa qui un atto diadico di autolimitazione morale, un atto che coinvolge almeno due soggetti, impegnati a riconoscere l’un l’altro la rispettiva autonomia razionale e la rispettiva appartenenza a una comunità di esseri razionali”¹⁶.

Honneth si chiede se sia possibile individuare una radice cui ricondurre tutte queste tradizioni, nonostante la loro evidente diversità. La trova in aspetti del pensiero di Hegel, e la sua è una suggestione aperta a ulteriori analisi che sono altro da quello che si propongono queste note. Qui basta ricordare che l’esprimere un riconoscimento segue la formulazione di un giudizio – il giudicare è connesso all’atto stesso della percezione – e in questo è un atto che richiede una base conoscitiva ed etica; a sua volta questa s’erge su precedenti atti di riconoscimento di valori; si basa sul saper distinguere quanto serve a costruire da quanto è cosmesi, quest’ultima destinata a sciogliersi dopo aver talvolta solo lasciato corrodere ciò che ricopre.

15 *Ibidem*, p. 128-129.

16 *Ibidem*, p. 131.

L'analisi di Honneth è relativa al riconoscimento sociale, di cui fa parte la valutazione dell'attività dello scienziato, ma l'atto del riconoscere – che è *conoscere-di-nuovo* e quindi *classificare* o *ri-classificare* in riferimento a quanto *già* si *conosce* – è elemento costitutivo del processo di conoscenza anche nel rapporto con la natura: riconosciamo i fenomeni sulla base della nostra conoscenza. Quest'ultima non è solo accumulo di dati; è il *comprendere*, cioè l'abbracciare, il tenere insieme tra loro i dati, interpretandoli, analizzandoli, criticando in termini costruttivi quella stessa analisi, cioè mostrandone i limiti e proponendo prospettive che possano essere intese come più *efficaci* a seguito di analoga critica.

Questo processo è però influenzato dalla *struttura* interiore di chi lo esercita, dai suoi desideri, dalle sue idiosincrasie, dalle convenienze: da tutto ciò che permette di essere sempre più lucidi o – per altro verso – più miopi.

Le motivazioni delle azioni umane emergono sì da fatti soggiacenti ma questi sono così immersi in stratificazioni psicologiche cangianti che il soggetto stesso a stento si può rendere conto delle motivazioni profonde delle sue azioni. Restano le conseguenze tangibili delle azioni; leggiamo, però, spesso la loro valutazione a un'analisi dell'intenzionalità – un po' come si cerca di fare per le opere d'arte – e allora il terreno diventa scivoloso proprio per quelle circonvoluzioni psicologiche che sono sia nel soggetto sia nell'osservatore che fornisce un'immagine delle azioni che ha rilevato, immagine che di per sé assume valore interpretativo e valutativo. Si può scavare attraverso le sovrastrutture psicologiche, con il bagaglio delle proprie, cercando di filtrarne gli effetti? È un processo difficile che richiede attenzione, conoscenza, consapevolezza. Sono incline a credere che si possa “positivamente” percorrere tale processo, evitando di confondere “verità” con “opinione”, trattenendosi dall'usare il primo termine come sinonimo del secondo. Comincia anche da qui la resistenza alla manipolazione.

2. *Emergono modelli matematici*

In cui si riflette sulla natura della matematica come insieme di teorie che strutturano un linguaggio essenziale alla descrizione sia qualitativa sia quantitativa dei fenomeni naturali. Si discute, quindi, di modelli matematici di fenomeni naturali, in particolare di quelli meccanici, e della natura degli algoritmi.

Sia nel rapporto soggetto-società, sia in quello soggetto-mondo-fisico, il processo di conoscenza si esprime e si concretizza attraverso le strutture formali di un linguaggio. La catalogazione dei fenomeni e la loro necessaria descrizione interpretativa – ma già il catalogare presuppone una prima interpretazione – richiedono un linguaggio che permetta di esprimere proposizioni sia qualitative sia quantitative. Aspiriamo, infatti, a costruire teorie concretamente predittive, il che promette controllo e capacità progettuale. Da qui il ruolo della matematica.

La matematica: un linguaggio per l'universo dei fenomeni

La matematica non è solo il far di conto. È un insieme di teorie astratte e di procedure che determinano, nel loro complesso, un linguaggio formale capace di esprimere proposizioni sia quantitative sia qualitative senza ricorrere a strutture a esso esterne. È il risultato di un continuo processo di astrazione dalla catalogazione del dato sensibile fino alla perdita della possibilità di visualizzare gli enti conosciuti solo attraverso le loro (o alcune delle loro) proprietà. Questa caratteristica suggerisce una questione fondamentale: *Perché siamo in grado di astrarre fino alla perdita della capacità di figurazione dei concetti che esprimiamo?* Sospetto che la questione vada ben oltre la matematica stessa, e che non possa evitare di manifestarsi nella matematica perché quest'ultima è di per sé una struttura formale scevra di orpelli intimistici o psicologici o ideologici che dir si voglia, ma nondimeno influenzata da essi attraverso coloro che la praticano con l'intento di suggerire nuove prospettive o risolvere vecchi riottosi problemi in percorsi antichi.



Il sapere matematico *non* procede per rivoluzioni che eliminino ciò che c'è, dichiarandolo falso; semplicemente estende il proprio dominio e nel farlo “raffina”, ricerca e propone nuovi punti di vista, accostandoli a quelli precedenti, apre orizzonti, connette campi apparentemente disparati.

Un esempio per tutti: il cosiddetto *Programma di Langlands*.

Durante la pausa dalle attività didattiche del Natale del 1966, un professore associato trentenne dell'Università di Princeton, di origine canadese, Robert Phelan Langlands, cominciò a pensare a un concetto astratto che gli specialisti chiamano *funtorialità*: la possibilità di mettere in relazione due *categorie*¹ in modo che ciascuna conservi le proprie strutture. In particolare, Langlands vedeva possibili connessioni tra la teoria dei numeri e la teoria delle forme automorfe. La teoria dei numeri riguarda le proprietà dei numeri naturali (1, 2, 3,...) e delle funzioni che hanno numeri naturali come possibili valori. Le forme automorfe sono funzioni a valori numeri complessi, definite su gruppi topologici, che soddisfano certe proprietà d'invarianza. Un gruppo topologico è un insieme che ha la struttura di gruppo (cioè è dotato di un'operazione che a ciascuna coppia di elementi dell'insieme associa un elemento dell'insieme stesso, operazione che ammette un'unica identità, che è invertibile, e che è associativa) ed ha struttura geometrica (quella che è detta topologia²) rispetto alla quale l'operazione che assegna la struttura di gruppo e quella che a ogni elemento dell'insieme associa il suo inverso (cioè quell'elemento tale che la sua composizione con l'elemento cui si riferisce ha come risultato l'identità) sono continue. Come si vede, l'astrazione non si risparmia. D'altra parte, proprio

1 Furono Samuel Eilenberg (1913-1998) e Saunders Mac Lane (1909-2005) a formalizzare la nozione di *categoria*: è una coppia costituita da due enti: uno è una *classe*, cioè una collezione generica di “oggetti” che possono essere univocamente identificati in modo non ambiguo; l'altro ente è esso stesso una classe ma di relazioni, dette *morfismi*, ciascun morfismo pertinente a un oggetto della prima classe e tale da mettere quell'oggetto in relazione con un altro oggetto della stessa classe. Non basta: questi morfismi si possono comporre tra loro in modo che il morfismo che associa l'oggetto *a* all'oggetto *b* e quello che *a b* associa *c* generino un morfismo tra *a* e *c* e questa legge di composizione ammetta il morfismo identità (ogni oggetto ammette una relazione con se stesso) e sia associativa; cioè, se prendiamo tre morfismi – diciamo *f*, *g* e *h* – che si possano comporre tra loro nella sequenza *f-g-b* (la quale vuol dire che prima applichiamo *b*, poi *g*, infine *f*); se componiamo *b* con la composizione di *f* e *g* o *f* con quella di *g* e *h*, il risultato non cambia. Il concetto di categoria si può applicare anche a interi settori della matematica, ed era questo che interessava a Langlands.

2 Assegnare una topologia a un insieme *X* vuol dire scegliere una famiglia *t* di suoi sottoinsiemi, detti *aperti*, dotata delle proprietà seguenti: (1) *X* stesso e l'insieme vuoto appartengono a *t*; (2) l'unione di una famiglia numerabile di elementi di *t* appartiene a *t*; (3) l'intersezione di un numero finito di elementi di *t* appartiene a *t*. Con numerabile si intende che agli elementi della famiglia possono essere assegnate in maniera univoca etichette costituite da numeri naturali: 1, 2,...



attraverso quell'astrazione pareva emergere la possibilità di connessione profonda tra campi ritenuti distanti della matematica. La tendenza a cercare la possibilità di teorie unificate, cioè l'origine comune di tanti rivoli concettuali impiegati nell'interpretazione del mondo, è una corrente carsica che avanza e pervade le discipline e pare connaturata al nostro istinto per lo meno in termini di fascino. E a quel fascino di certo non era insensibile Langlands. Così ne parlò ad André Weil, incontrato a un seminario di Shiing-Chen Chern³ a Princeton nel gennaio 1967. Weil era sessant'enne all'epoca. Era il fratello di Simone, la filosofa, la mistica, l'attivista, la partigiana. Era stato fondatore del Gruppo Bourbaki, che si era proposto di rifondare lo stile e il contenuto dei corsi universitari di matematica in Francia. Della matematica era già un monumento. Nel 1958 era stato chiamato all'Institute for Advanced Studies di Princeton, dopo una carriera brillante per risultati – i migliori mentre era agli arresti in Francia, nella prigione militare di Bonne-Nouvelle, nel distretto di Rouen – ma non per posizioni accademiche, alcune occupate anche negli Stati Uniti, dov'era emigrato nel 1941, per poi andare a insegnare a San Paolo, in Brasile, dal 1945 al 1947, anno in cui era riuscito a trasferirsi con la famiglia a Chicago per poi, infine, spostarsi a Princeton⁴.

Weil ascoltò Langlands e gli chiese di riassumere in una lettera le idee che tentava di esporgli a voce. Langlands scrisse a mano diciassette pagine ricche di congetture che Weil gli chiese poi di dattiloscrittore. “Se volesse leggerla come una pura speculazione, lo apprezzerei. Sennò, sono sicuro che avrò a portata di mano un cestino per la carta straccia”, scrisse della sua lettera Langlands a Weil. Il destinatario lesse e fece circolare la lettera tra i matematici. Cominciò così l'attenzione per il “programma”.

Langlands scrisse un'altra lettera quello stesso anno, indirizzata a un collega francese, Roger Godement, che gli aveva chiesto un parere sulla tesi di un suo allievo, Hervé Jacquet. Più che fare un commento alla tesi di Jacquet di per se stessa, Langlands trovò occasione per indicare prospettive. Sapeva che Godement sarebbe stato ospite a Princeton tra il 1968 e il 1969 ma, nel concludere la lettera, si doleva di non poterlo probabilmente incontrare perché era stato messo in una condizione tale da dover lasciare Princeton.

³ Chern è stato uno studioso di riferimento nella geometria differenziale. Di lui ricordiamo in particolare le cosiddette “classi di Chern”, strutture geometriche che hanno trovato applicazione, per esempio nella teoria delle stringhe, in modi che forse Chern stesso non immaginava quando le congetturò e cominciò a studiarle.

⁴ Un chiaro ritratto di Weil è dovuto alla sua stessa penna: Weil A. (1994), *Ricordi di apprendistato. Vita di un matematico*, Einaudi, Torino.

Quell'anno, Langlands andò ad insegnare per due anni all'Università Tecnica di Ankara, dove rimase fino al 1968, acquisendo familiarità con la lingua turca. Tornò negli Stati Uniti, all'Università di Yale, dove aveva conseguito il dottorato nel 1960 (era stato uno studente universitario precoce), e nel 1972 tornò come professore all'Institute for Advanced Studies di Princeton, rimanendovi fino a raggiungere lo status di professore emerito.

Il programma di Langlands ha indirizzato una messe di studi in matematica; il lavoro su di esso ha fruttato quattro Medaglie Fields, il premio più ambito dai matematici prima del compimento dei quarant'anni: Vladimir Drinfel'd (Chicago) nel 1990, che ne presentò una versione cosiddetta geometrica, Laurent Lafforgue (Institut des Hautes Études Scientifiques) nel 2002, Ngô Bao Châu (College de France) nel 2010, Peter Scholze (Bonn) nel 2018, che ha proseguito il lavoro sulla versione geometrica, trasformando la geometria algebrica aritmetica, con l'introduzione degli spazi perfettoi.

La versione geometrica del programma di Langlands mostra connessioni stringenti con i problemi matematici che emergono nella descrizione dei fenomeni fisici. Edward Witten, fisico di grandissima influenza, soprattutto per ciò che riguarda la teoria delle stringhe, collega di Langlands all'Institute for Advanced Studies, Medaglia Fields nel 1990, offrì nel 2007 una prospettiva in merito: "Il programma di Langlands è incredibilmente vasto e prospettico. Il suo aspetto più profondo, per quanto ne sappiamo, coinvolge la teoria dei numeri nella quale Langlands cominciò a lavorare quarant'anni fa. Tuttavia, il programma di Langlands ha tutti i tipi di manifestazioni. La parte che ho provato a capire personalmente è la sua forma "geometrica", in cui alcune idee della teoria dei numeri sono convertite in affermazioni di tipo geometrico. Per lungo tempo i matematici che hanno lavorato sul programma di Langlands geometrico hanno fatto uso esteso delle idee della fisica matematica – in particolare di un'area detta "teoria di campo conforme", che è importante sia per la fisica dello stato condensato, sia per la teoria delle stringhe. Tuttavia le idee fisiche erano riadattate in un modo che a un fisico poteva parere strano. Tutto questo mi ha infastidito per molti anni, anzi proprio per decenni. Mi pareva che se idee con base fisica fossero state pertinenti al programma di Langlands, allora sarebbe dovuto essere possibile riformulare il programma di Langlands geometrico in termini che sarebbero stati più riconoscibili da un fisico. Alla fine, dopo tante false partenze, ho avuto qualche successo in questo. Al di là di tutto il duro lavoro necessario, personalmente capisco solo una piccolissima porzione

del programma di Langlands. Penso, però, di essere nella maggioranza dei ricercatori che lavorano su di esso. Si tratta di un tema così vasto che pochi possono veramente averne un visione d'insieme. Ed è ancora troppo presto per dire dove ci porterà alla fine”⁵.

Per il suo lavoro, Langlands è stato insignito di numerosi premi, tra cui, nel 2018, il *Premio Abel*, assegnato dall'Accademia delle Scienze norvegese, quello che ha raggiunto effettivamente lo statuto di Nobel per la matematica, “per il suo programma visionario che connette la teoria delle rappresentazioni a quella dei numeri”⁶. D'altra parte, però, i premi sono un corollario piacevole, qualche volta remunerativo. Il valore, quando c'è, ha altri fini: lotta con il tempo in modo solitario e silente.

Più di tante altre cose, il programma di Langlands evidenzia implicitamente il carattere d'immanenza trascendentale della matematica (che è immanente perché parte dal dato sensibile e in esso ricade la sua applicazione, ed è trascendente perché dal dato si astrae ben oltre le possibilità di figurazione), quello stesso carattere che John Keats riconosceva (anche nel suo caso implicitamente) nella poesia, ben prima di Mallarmé, di Rielke, di Ungaretti.

In astratto, si fa matematica per fare matematica non tanto per l'utilità che la matematica può avere al momento in cui la si fa. Certo, la suggestione iniziale può venire da un problema pratico, industriale, oppure dalla necessità di formalizzare l'interpretazione teorica di qualche fenomeno fisico osservato, ma nello sviluppare la matematica pertinente l'attenzione finisce con il ridursi all'atto in sé. D'altra parte, quando si insegue e si ottiene un risultato matematico non è semplice stabilire se e a cosa possa in futuro servire. Semmai la questione è riconoscere il valore di quel risultato. La valutazione dei risultati – cioè il riconoscimento della loro efficacia e dei limiti pertinenti – richiede competenza e sensibilità: la prima serve per comprendere gli aspetti tecnici, cioè il linguaggio con cui quei risultati sono espressi, la seconda è essenziale per non limitare la valutazione al solo “tasso di difficoltà” degli sviluppi, ma tenere conto della *profondità* del risultato, dei suoi aspetti prospettici, cioè della possibilità di considerarlo come un'apertura verso ulteriori panorami. Competenza e sensibilità sono poi influenzate dalle propensioni psicologiche di chi giudica; possono essere acute o avvolte nella nebbia. Se poi il processo di valutazione si svolge tra più soggetti, anche quando il dialogo conseguente è propriamente

⁵ La traduzione è mia. Il testo originale di Witten si trova in <https://www.ias.edu/ideas/2007/langlands-mathematics>

⁶ Si veda <https://abelprize.no/abel-prize-laureates/2018>

costruttivo, basato sul riconoscimento e sul rispetto reciproci, e non è solo la cortina dietro cui si svolge una lotta brutta per la preminenza, possono nascere confusioni e incomprensioni, soprattutto errori. Questo aspetto ancor più evidenzia la difficoltà del giudizio, un processo che offre il fianco alla *diminutio* o all'*exaltatione sua* strumentali. Il giudizio è un atto che emerge dall'intersezione di competenza ed etica. Per questo la sua formulazione deve essere affrontata con consapevolezza e responsabilità. E questo non è per nulla semplice e riguarda i processi valutativi in tutti i campi. In sé, per essere tale da essere condiviso, il risultato di una valutazione deve essere tale che chi ne viene a conoscenza non perda il grado di fiducia che ripone nel modo in cui questo processo si è svolto, o meglio nel modo in cui lo svolgersi di quel processo valutativo è raccontato. Si guadagna la fiducia attraverso il proprio agire, ma la si perde anche attraverso quello. Il tempo e le circostanze possono dar luogo ad aggiustamenti delle valutazioni, sia nel riconoscimento degli abbagli, sia in semplici riposizionamenti. Di certo il tempo non cancella gli effetti che valutazioni errate hanno avuto su chi le ha subite, ma può rivitalizzare le idee rimaste latenti per loro intrinseca "necessità" nel rapporto del soggetto con il mondo.

Un'idea della matematica che rimane in un qualche cantuccio, anche per lungo tempo, può pian piano emergere all'attenzione di qualcuno che cerchi qualche strada per affrontare un qualche problema di cui ritiene opportuno interessarsi, ed emerge perché indica una strada, suggerisce un'analogia, contiene uno strumento tecnico che permette di andare avanti in quella esplorazione.

Come insieme di teorie e di tecniche, nel suo strutturare e manifestare un linguaggio con capacità di quantificare e di qualificare, senza ricorrere a strutture ad esso esterne, la matematica è essa stessa la rappresentazione di una teoria della molteplicità: è la formalizzazione degli schemi che soggiacciono alla nostra tendenza istintiva a organizzare le nostre percezioni e le nostre azioni. È questo l'aspetto che dà ragione dell'apparentemente innaturale efficacia della matematica nel rappresentare una qualche classe di fenomeni o perfino di costruire una visione complessiva dell'universo. Ciò che descriviamo non è il mondo in sé, ma l'immagine che ci dà la nostra percezione del mondo: la fisica che descriviamo e che è – *crediamo* che sia – il "tessuto" dei fenomeni che percepiamo. L'immagine percepita è in noi, ed è dovuta alla nostra natura, cioè al modo che abbiamo di registrare gli eventi, ma è proprio da quella registrazione che emerge la matematica come struttura libera da contingenza, semmai a essa legata solo per le ragioni dell'ispirazione iniziale e delle applicazioni successive. I numeri, infatti, scaturiscono *dalla*

prassi della nostra esperienza sensoriale, dall'esigenza e dalla volontà di organizzare i dati, quasi implicita all'idea stessa di percezione. Poi i numeri diventano (e si manifestano come) idea astratta per ricadere ancora sul mondo empirico in ogni atto di misura. Da ciò mi pare emerga anche l'idea che si ha del concetto di teoria nella logica formale: una struttura astratta che è proiettata sull'ambiente fenomenologico per esprimere modelli specifici. Uno studioso di logica formale direbbe più tecnicamente che una teoria è una categoria connessa da un funtore con la categoria del mondo fisico (o almeno quello che ci appare come tale). Di là dalla formalizzazione del concetto, però, *nella prassi* una teoria fisica nasce dall'astrazione dell'esperienza, quindi essenzialmente dal processo inverso rispetto a quanto formalizzato dallo studioso di logica. Con *esperienza* non intendo solo l'esperimento di laboratorio ma includo la percezione ingenua del mondo come anche la costruzione di esperimenti mentali, cioè di figurazioni ideali che nascono comunque dalla percezione empirica o comunque dalla speranza dell'esistenza di una qualche fenomenologia. Non c'è visione che non sia pensata, infatti. In aggiunta, anche le osservazioni su concetti metafisici emergono dalla nostra percezione del mondo, dal fatto che siamo così fatti, ed è una percezione che poi fluttua in ciascuno, da cui le varie opinioni, giacché la nostra materia organica e la nostra psicologia sono così come sono.

Percezione e astrazione hanno un "luogo" comune d'incontro: quello dove sono elaborate. Ciò giustifica la loro congruità logica e di struttura. La questione non è quindi tanto l'efficacia, in linea di principio, quanto l'adeguatezza delle scelte formali (e non sempre – o del tutto – alternative) che la matematica, nel suo ruolo di linguaggio, propone nello studio dei fenomeni fisici.

Nel distinguere l'attività di un matematico puro da quella di un fisico-matematico, si potrebbe dire che per il primo *verum est quia ens*, per l'altro *verum est quia faciendum*. Il primo si accosta a un'architettura formale già esistente o perfino ne inventa una nuova; la verità delle sue affermazioni risiede nella coerenza logica e nella correttezza degli sviluppi della dimostrazione. Preciso che per *dimostrazione* intendo un processo che si possa sviluppare in un numero finito di passi logici e che sia inequivocabile in un dato sistema formale, qualunque sia la sua difficoltà. Una volta verificata la correttezza della dimostrazione, rispetto agli assiomi che caratterizzano l'ambito in cui si opera, il risultato è un'affermazione *vera* in quell'ambiente formale: è, cioè, un teorema, un'affermazione non più in discussione, semmai può essere il punto di partenza di successivi sviluppi. Per il fisico-matematico, invece, la correttezza

formale e la difficoltà del discorso matematico che sviluppa non sono gli unici elementi da considerare nella valutazione del suo lavoro. Per quanto la matematica possa essere un linguaggio espressivo, anche in dipendenza della padronanza che ha di essa chi la usa e chi ha la capacità e la fortuna di svilupparla, l'essenza di una teoria sta nelle premesse, nell'aderenza degli oggetti astratti che la compongono a enti fisici, perfino alla sola idea che di tali enti abbiamo. L'analisi delle premesse e delle approssimazioni successive che portano a conclusioni particolari è quindi l'elemento essenziale, anche se non l'unico. Su questo elemento dev'essere innanzitutto indirizzato il discorso critico che si sviluppa nel tentativo d'interpretare il mondo e con esso rapportarsi. Implicito è, più in generale, un invito alla riflessione costruttiva.

Scrivono Imre Kertész: “Nella mancanza del mito o, al contrario, nell'ombra degli innumerevoli miti da quattro soldi, ci sembra di non avere niente su cui riflettere, se non i nostri problemi economici”⁷. Si potrebbe quasi pensare alla possibilità, perfino al desiderio, di un romanticismo razionale che sia fruttifera commistione tra l'analisi critica e l'aspetto intuitivo ed emozionale di un discorso e di qualsiasi azione a esso connessa. Più che essere codificata ed essere meritevole di un'etichetta che con il tempo sia seguita da prefissi come *post*, *pre*, *ultra*, o quant'altro la fantasia o la convenienza del momento suggerisca, questa commistione è *vissuta* in chi si sforza di sviluppare la matematica come ambito per se stesso o di adoperarla come strumento per esprimere in maniera formale e computabile la propria interpretazione dei fenomeni che sono oggetto di osservazione.

L'esempio primario in cui quest'attività manifesta tutta la sua natura è la meccanica.

Sviluppando modelli: meccanica

Per descrivere in sintesi cosa sia la meccanica, intesa come disciplina teorica, si può affermare che *la meccanica è la scienza della descrizione del moto* e poi aggiungere che *la meccanica è l'arte della descrizione del moto*.

Entrambe le affermazioni hanno ragion d'essere, la seconda a completamento della prima, anche se consideriamo scienza e arte in maniera istintiva e ingenua, senza addentrarci nella discussione su cosa sia effettivamente scienza e su cosa sia arte, definizione,

⁷ Kertész I. (2012), *Il secolo infelice*, Bompiani, Milano.

quest'ultima, anche più complessa, tanto da indurre il sospetto d'essere inesprimibile in maniera compiuta, nonostante la numerosità dei tentativi.

Chiarire il perché della vicinanza tra le due frasi richiede alcune riflessioni, tutte inscindibili dall'aver un'idea non ambigua di cosa sia il *moto* di un corpo e anche di cosa si debba considerare *corpo*.

È un concetto, quello del moto, che ci appare istintivo. Vediamo la gente camminare per strada, il vento che ne agita capelli e vestiti, e fa vibrare le fronde degli alberi e gli stessi rami, da cui si sollevano i passeri e si allontanano volando, per poi posarsi su altri rami, sui tetti, sul greto dei fiumi, dove l'acqua scorre e porta con sé la vita. Di tutto questo diciamo che è moto. Lo è *rispetto* a noi che guardiamo. Sono in moto se viaggio seduto e assopito in un treno? La risposta non è indipendente dalla definizione di chi osserva il mio stato. Se l'osservatore è solidale con il treno, o meglio, se *coincide* con il treno stesso, vedrà me fermo, semmai dirà che il petto si muove su e giù per comandare il respiro ma, eccetto quest'aspetto, per l'osservatore (rozzamente) io sarò *fermo*. Altro direbbe un osservatore seduto sulla banchina della stazione a veder transitare il treno che va via. Per quell'osservatore io sarei *in moto*.

In realtà si può parlare di moto come *condizione rispetto a un osservatore* che non è necessariamente un essere umano. Un osservatore è, infatti, un sistema di riferimento, un termine di paragone e di misura almeno per la posizione di un corpo nello spazio e per il tempo. Fenomeno e sua osservazione sono *compenerati* nella valutazione del moto. La questione è quindi chiarire in che relazione siano le registrazioni che possono fare dello stesso fenomeno due distinti osservatori. Per poter almeno aspirare a un chiarimento, però, è necessario che tra i due osservatori ci sia una relazione; è necessario, cioè, che i due possano scambiarsi in qualche modo i dati in loro possesso.

La ricerca di valutazioni che abbiano una struttura *indipendente* dall'osservatore è ciò che spinge e motiva il riflettere sull'origine e sulla natura delle leggi fisiche. Anzi, più precisamente, *le leggi del moto* – cioè le relazioni che regolano il moto di un corpo – *emergono* dalla richiesta d'*indipendenza dall'osservatore* della natura del fenomeno osservato.

È questo un convincimento che ha rivelato la sua importanza pian piano nel tempo, in un certo senso insito, ma non esplicito, nei ragionamenti che, in un processo germinale, portarono nel 1750 Leonhard Euler (Eulero), sessantatré anni dopo la pubblicazione dei *Principia* di Newton, a proporre in termini differenziali e con

riferimento allo spazio tridimensionale, a leggere di fronte all'assemblea dell'Accademia di Berlino, e a pubblicare due anni più tardi l'equazione differenziale

$$f = ma,$$

secondo la quale la forza f “motrice” di un corpo è proporzionale alla variazione di velocità nel tempo del corpo, cioè alla sua accelerazione a , e il fattore di proporzionalità è proprio la massa m , che nella relazione precedente è immaginata costante. Nei *Principia* di Newton non si trova l'espressione della legge del moto nei termini dettati dalla relazione differenziale $f = ma$. C'è consapevolezza che alla quantità di moto (cioè al prodotto della massa per la velocità) non debba associarsi una nozione di forza, convincimento che appare, al contrario, nei predecessori di Newton; semmai c'è la consapevolezza che la forza debba essere connessa alla *variazione nel tempo* della quantità di moto, per essere compatibile con il principio d'inerzia che Newton stesso introdusse. Nei *Principia* c'è però presenza simultanea di una nozione di forza correlata a un impulso, che è la variazione istantanea della quantità di moto, e di una nozione associata alla variazione continua di quantità di moto, quella espressa dalla relazione analitica di Eulero quando la massa è costante. Nel primo caso si tratta di ciò che accade quando colpiamo con l'unghia una biglia di vetro per farla rotolare su un piano o urtiamo con la stecca una palla su un biliardo. Il secondo caso riguarda un corpo che cade.

Il contributo di Eulero non è però solo limitato all'espressione in termini differenziali di un'idea che era già in Newton. L'atto di formalizzazione di Eulero si basa sulle idee di Newton ma è coscientemente presentato come un “nuovo” principio perché va oltre gli esempi di moto presentati da Newton e i metodi geometrici con cui sono trattati nei *Principia*; si propone come relazione “universale”; determina il tratto essenziale di quella che possiamo chiamare, come d'uso, *meccanica classica*. Ciò nulla toglie all'enormità dell'opera di Newton, ma contribuisce a chiarire in prospettiva quanto le idee maturino seguendo percorsi accidentati, diventando talvolta carsiche per poi riemergere fruttifere.

Parlare di moto in termini classici vuol dire considerare il tempo e lo spazio come entità separate, presumere di poter raggiungere qualsiasi velocità e passare da un livello d'energia a un altro con continuità, cioè attraversando tutti i valori intermedi. In quest'ambito, un moto è una famiglia di configurazioni di un corpo che sono ordinate dal tempo secondo la relazione *prima-dopo*. La variazione



di posizione nell'unità di tempo determina la velocità. Se quest'ultima è costante nel tempo rispetto a un dato osservatore, per un altro che si muova con quella stessa velocità il corpo è fermo: è l'esempio del treno di cui sopra. Invece, ciò che per un osservatore è chiaramente indicativo della possibilità di moto è la variazione di velocità, l'accelerazione quindi, che è associata alla forza che "incita" il moto, a meno della massa; questo il ragionamento classico.

Si pone, però, la questione se $f = ma$, una *relazione di bilancio* tra le azioni esterne a un corpo e gli effetti che queste provocano, sia davvero un principio primo inderivabile da altri, o altrimenti sia in fondo una *definizione* di forza. Cos'è, infatti, una forza? Possiamo pensare al concetto di forza senza far riferimento all'accelerazione?

L'idea di richiedere invarianza delle leggi fisiche rispetto a osservatori differenti aiuta a costruire un punto di vista differente dai ragionamenti espliciti di Eulero e prima ancora di Newton.

Se incitiamo il moto di una pallina in laboratorio con una macchina appropriata, misuriamo due grandezze: la variazione di posizione nel tempo, la *velocità* quindi, e la *potenza* che la macchina sviluppa per indurre la velocità misurata. Non misuriamo direttamente una forza, quella che nei manuali elementari di fisica vediamo rappresentata da una freccia nelle figure sulla pagina, quella freccia che chiamiamo *vettore*.

Potenza e velocità: questo è quanto misuriamo. La *forza* è ciò che connette le due misure. In questo senso *il concetto di forza non è primario ma derivato*. L'essenza di quest'affermazione può essere resa più chiara dall'introduzione di qualche aspetto formale, per quanto riferito a condizioni elementari, quelle utili alla descrizione del moto di una massa puntiforme.

Sia $p(v)$ la potenza, un numero, quindi, esercitata da un dispositivo di laboratorio per indurre una velocità v , un vettore, alla pallina. L'ente che collega la misura della potenza a quella della velocità è un altro vettore, diciamo h , tale che $h \bullet v = p(v)$, relazione in cui il punto tra h e v indica il prodotto tra vettori che fornisce come risultato un numero reale⁸; h indica la forza *totale* che sviluppa potenza p nella velocità v . Essa include f .

Sia v la velocità riferita alla misura di un dato osservatore. Un altro osservatore, che differisce rispetto al primo solo per un moto determinato da rotazioni e traslazioni, registrerà una velocità v' dif-

⁸ In realtà, h è un covettore, cioè una funzione lineare definita sullo spazio di vettori a cui appartiene v e il punto tra h e v indica più in generale il prodotto di dualità, cioè il valore che h assume quando è valutato su v . Quando il sistema di riferimento è ortonormale, h può essere identificato con un vettore e il punto con l'usuale prodotto scalare.



ferente da v . Se poi trasmette v' al primo osservatore, nel sistema di riferimento di quest'ultimo il valore della velocità ottenuto dalla trasmissione sarà $v^* = v + c + q \times (y - y^\circ)$, ove il simbolo \times rappresenta il prodotto vettoriale tra la velocità di rotazione reciproca q dei due osservatori e il vettore posizione della pallina rispetto a un punto y° , scelto arbitrariamente nello spazio ($q \times (y - y^\circ)$ è un vettore ortogonale al piano che contiene i vettori q e $y - y^\circ$), mentre c è la velocità di traslazione relativa, entrambe misurate dal primo osservatore. Quest'ultimo ha quindi a disposizione due velocità, v e v^* , e su entrambe può valutare la forza h , cioè ciò che indica l'interazione della pallina con il suo ambiente. Dal prodotto $h \bullet v$ ottiene la potenza già misurata; da $h \bullet v^*$ ricava un valore della potenza associato alla misura del secondo osservatore. Se accettiamo l'idea che gli osservatori debbano vedere *lo stesso fenomeno fisico*, possiamo ragionevolmente presumere che *registrino la stessa potenza*. Questo è un *assioma*, cioè qualcosa che si considera vera per principio, senza altra discussione, ed è un assioma d'invarianza perché impone che qualcosa rimanga inalterato comunque si guardi. "... rimane sempre nella scienza l'idea di oggetti e di rapporti invarianti, che si traduce nei principi e nelle leggi scientifiche..." scriveva Federico Enriques nelle note pronunciate all'apertura del IV Congresso Internazionale di Filosofia del 1911, organizzato a Bologna.

La scelta di adottare l'assioma d'invarianza della potenza ha implicazioni non banali. L'assioma stesso si esprime formalmente dicendo che l'uguaglianza $p(v) = p(v^*)$ deve essere verificata per ogni scelta di c e di q , il che vuol dire $h \bullet c + h \bullet q \times (y - y^\circ) = 0$ per ogni scelta di c e di q . L'arbitrarietà di c e di q implica necessariamente

$$h = 0 \text{ e } (y - y^\circ) \times h = 0,$$

cioè le *leggi del moto*: la forza totale deve annullarsi (detta anche seconda legge della dinamica; la prima è il principio di azione e reazione) e così il momento totale – il vettore $(y - y^\circ) \times h$ è detto infatti *momento* di h , rispetto a y° .

Che cosa ha a che fare $h = 0$ con $f = ma$? La relazione è immediata se si *suppone* che h sia la somma di due termini, diciamo h^{in} e f , con h^{in} definito dal richiedere che la potenza da esso prodotta sia pari al negativo della variazione nel tempo dell'energia cinetica (quest'ultima pari alla metà del prodotto tra la massa e il quadrato della velocità, più precisamente della sua intensità) *per qualsiasi scelta della velocità*. Se si calcola la variazione dell'energia cinetica nel tempo e si tiene conto dell'arbitrarietà della velocità, ne segue

l'identificazione di h^m con il negativo del prodotto ma , cosicché $b = f + h^m = 0$ diventa $f = ma$.

L'annullamento del momento delle forze come condizione per il moto apparve nel 1703 in una nota di Jakob Bernoulli, anch'egli di Basilea, come Eulero. I Bernoulli erano emigrati nel 1583 da Anversa (Antwerp dai palazzi ricamati) in Svizzera. Nel Settecento tanti membri di quella famiglia furono rilevanti per la storia della meccanica e, più in generale, della matematica tutta. Johannes, fratello minore di Jakob, che dopo la scomparsa di Newton era forse il matematico più noto del suo tempo, fu il mentore di Eulero. I figli di Johannes, Daniel e Nicolas II, trasferiti nel 1725 a San Pietroburgo tra i primi professori dell'Accademia che Pietro il Grande aveva istituito l'anno precedente, assicurarono al diciannovenne Eulero una prima occupazione retribuita nel loro istituto.

Le leggi del moto nella meccanica classica si possono quindi derivare come conseguenza dell'assioma d'invarianza della potenza rispetto a cambiamenti d'osservatore che coinvolgano nel tempo solo rotazioni e traslazioni rigide di *tutto* lo spazio. L'efficacia dell'assioma deriva dalla scelta di descrivere la forma e il moto di un corpo in uno spazio di punti euclideo, lineare nel senso che, se si considera il segmento che unisce due punti arbitrari, a esso si possono sommare arbitrariamente altri segmenti, raggiungendo altri punti ma rimanendo sempre nello spazio stesso, e si può fare questo all'infinito.

Nella maniera tradizionale, al contrario, le due leggi del moto sono *postulate*. La loro forma è presunta direttamente: due assiomi. Ad esso si aggiunge un terzo: l'esistenza di un qualcosa chiamato *forza*. Poi, in particolare, si esprime una parte della forza totale come il prodotto della massa per l'accelerazione, oppure, nel caso di massa variabile, come la variazione nel tempo della quantità di moto: un quarto assioma. Poi bisogna dimostrare che la struttura di quelle leggi non varia al variare dei cambiamenti di osservatore (la richiesta di quest'invarianza è anch'essa un assioma).

Se si ricorre, invece, all'assioma d'invarianza della potenza, è necessario postulare la definizione di potenza, presumere la sua invarianza, appellarsi a un'espressione di energia cinetica e imporre l'eguaglianza della potenza del termine h^m con la variazione nel tempo di tal energia.

In entrambi i modi di procedere s'ipotizza l'esistenza e la positività della massa. L'ipotesi non sorprende. Si può comunque chiedere se anche la massa sia un concetto primitivo così come lo siano l'espressione esplicita e l'esistenza stessa dell'energia cinetica, sebbene la questione, almeno per la massa, possa sembrare quasi oziosa, vi-



sta l'osservazione del mondo che fa parte dell'esperienza giornaliera. Eppure, anche in questo caso si può dimostrare, almeno per i corpi estesi nello spazio e deformabili, che l'esistenza della massa, la sua positività e l'espressione dell'energia cinetica possono essere *ricavate* dalla richiesta di invarianza, rispetto alla valutazione di osservatori che differiscono l'un l'altro per moti rigidi, della struttura del bilancio di energia totale, almeno nello schema tradizionale della meccanica dei corpi deformabili.

Comunque sia, nella richiesta d'invarianza della potenza rispetto a osservatori che differiscono tra loro solo per traslazioni e rotazioni, non vi è una significativa riduzione degli assiomi, almeno per ciò che riguarda il moto della pallina puntiforme sin qui considerato. La questione è quindi se ci siano motivi per preferire uno dei due modi di analisi. La scelta non è tanto materia di oscillazioni del gusto; semmai è indirizzata dall'analisi dei fondamenti della meccanica nelle sue diverse espressioni, un'analisi che non è da confondersi con l'interesse per la struttura formale delle teorie.

La rilevanza concettuale e la flessibilità – aspetti di convenienza – dell'approccio basato sull'invarianza della potenza emergono con chiarezza quando si voglia analizzare la meccanica dei corpi in cui eventi a piccole scale spaziali determinano comportamenti peculiari che possono essere sfruttati in realizzazioni tecnologiche ricercate, comportamenti la cui descrizione pone problemi teorici per nulla banali. Anzi, più propriamente, quel punto di vista contribuisce alla costruzione di una struttura teorica generale che unifica modelli specifici della meccanica, riferiti alle molteplici manifestazioni della materia condensata. Molto più ampio è, in realtà, l'insieme delle questioni che possiamo considerare pertinenti alla meccanica, estremamente più ampio di quanto si faceva cenno in *Questioni Meccaniche*, il primo trattato di meccanica di cui si abbia notizia, per il quale gli storici ancora dibattono se si debba attribuire ad Aristotele o ad Archita da Taranto, oppure si possa solo affermare genericamente che sia stato scritto da qualcuno del Liceo ateniese per interpretare nei termini della filosofia naturale aristotelica alcuni fenomeni naturali che includono casi specifici, relativi a solidi deformabili e a fluidi.

Per convenienza, tendiamo a suddividere la meccanica in settori in funzione della classe di fenomeni coinvolti e degli strumenti teorici utilizzati per rappresentarli.

Distinguiamo la *meccanica del punto materiale* e da quella dei *sistemi di punti materiali*. In quest'ultimo caso la moltitudine fa perdere il dettaglio; così è arduo seguire con esattezza ciascun singolo moto e si ricorre a metodi statistici: l'analisi dei gas è l'esempio paradigmatico. Il corpus che emerge è indicato sia come *meccanica statistica* sia



anche come *teoria cinetica* per distinguere successivi aspetti peculiari. Se poi, in maniera più realistica, consideriamo l'estensione dei corpi nello spazio, parliamo di *meccanica dei corpi rigidi*, riferendoci a quelli caratterizzati dal vincolo che ne mantiene invariata la forma lungo *qualsiasi* moto, e, più in generale, di *meccanica dei continui* quando si prevede per i corpi anche la possibilità di cambiare forma e volume. La meccanica dei corpi rigidi è, quindi, un caso particolare di quella dei continui, la quale può essere ancora suddivisa in maniera gerarchica tra *meccanica dei corpi semplici* e quella dei *corpi complessi*, la seconda una generalizzazione non banale della prima.

In tutti questi ambiti distinguiamo inoltre tra processi dissipativi e non dissipativi, e in assenza di dissipazione tra *meccanica lagrangiana* e *meccanica hamiltoniana*, seguendo per la prima il punto di vista di Joseph-Louis Lagrange e di Eulero, per la seconda quello di William Rowan Hamilton. Possiamo passare dall'una all'altra formulazione tramite l'operazione detta *trasformata di Legendre*, di cui non è necessario conoscere la natura formale, ma solo l'esistenza, ai fini delle questioni discusse in queste righe.

Sin qui l'ambito è quello classico: c'è, infatti, netta distinzione tra spazio e tempo, considerati indipendenti, e soprattutto si presume che la velocità di un corpo possa essere *qualunque* – ciò è evidente nell'assioma d'invarianza della potenza – quindi arbitrariamente grande, perfino infinita. Non si fa un esplicito riferimento alle dimensioni spaziali dei corpi: lo schema è utile alla descrizione di una varietà di fenomeni che fanno dalla scala molecolare a quella planetaria. I fenomeni a scala atomica e a quella subatomica suggeriscono di pensare, in accordo con Max Plank, che i valori dell'energia – qualunque cosa pensiamo di essa – non varino in maniera continua ma per salti: a quelle scale possiamo presumere di avere “pacchetti” di energia. Consideriamo allora la dinamica di un sistema di punti dotati di massa descritta in maniera completa dalla meccanica classica. Se trasferiamo a questo sistema l'idea che i valori dell'energia non varino in maniera continua ma siano distinti in livelli diversi, consideriamo gli stati stazionari per ciascun livello e introduciamo in termini di probabilità la possibilità di passare da un livello energetico a un altro, cominciamo a costruire quella che chiamiamo comunemente *meccanica quantistica* e che va ben al di là di quanto chiamiamo *meccanica classica*. Se infine consideriamo la scala dell'universo, rileviamo anche lì l'insufficienza della meccanica classica nell'interpretare i dati registrati in maniera che possiamo considerare soddisfacente. Anche in questo caso ha ruolo la relazione tra misure effettuate da osservatori differenti.

Ho già richiamato la necessità che due distinti osservatori possano informarsi l'un l'altro dei dati che registrano. Nella formula $v^* = v + c + q \times (y - y^0)$, classica, la velocità di traslazione reciproca c e quella di rotazione q tra i due osservatori, che differiscono per un moto costituito da una sequenza di traslazioni e rotazioni, possono essere qualsiasi. Questa è un'idealizzazione, in un certo senso metafisica perché non si è mai registrata una velocità infinita. In realtà i due osservatori non possono scambiarsi informazioni con qualcosa che sia fisicamente più veloce di un raggio di luce (almeno per quel che ne sappiamo). Questo pone un *limite* alla possibile scelta delle velocità, ed è un limite *assoluto*, almeno nella visione di Albert Einstein, connessa all'esperimento del 1887 di Albert Abraham Michelson ed Edward Morley. Ciò che mette in relazione i due osservatori deve tenere quindi conto di questo limite. Da qui nasce quella che chiamiamo *teoria della relatività ristretta*. La sua generalizzazione, la *teoria della relatività generale*, che poi è una rappresentazione della gravitazione, trova un fondamento essenziale sull'idea di *covarianza*: la struttura delle leggi fisiche non deve variare *qualunque sia* lo stato dell'osservatore – e questa è una richiesta *assoluta* molto stringente. Entrambe le teorie, quella ristretta e quella generale, costituiscono quanto chiamiamo *meccanica relativistica*.

Tutti questi aspetti della meccanica s'intersecano e si fertilizzano a vicenda. Esprimono *rappresentazioni* di classi di fenomeni in determinate condizioni e forniscono approssimazioni differenti di comportamenti fisici che osserviamo.

Tra altre, rimane, però, una questione alla radice del processo di conoscenza: Che cosa *effettivamente* descriviamo? Non conosciamo una risposta che sia esente da discussione dubitativa. Non facciamo altro che cercare. Costruiamo modelli, che sono – continuo a ripetere – rappresentazioni di quello che percepiamo dell'universo dei fenomeni, schizzi del panorama, purtuttavia efficaci a rendere evidenti i meccanismi che riteniamo caratterizzino quel panorama. La successiva analisi matematica di un modello può evidenziare aspetti qualitativi di fenomeni che conosciamo o perfino predire la possibilità che si verifichino altri ancora non rilevati e di essi valutare proprietà indicative. La quantificazione è assicurata dal calcolo numerico, che è approssimato quando non sono disponibili soluzioni esplicite dei problemi che emergono nel modello, cioè soluzioni espresse in termini di combinazioni di funzioni elementari (l'esponenziale di qualcosa, un qualche polinomio, il logaritmo di qualcos'altro ecc.). Per di più, la costruzione delle approssimazioni numeriche è il modello di un modello.

Mitologia degli algoritmi

Nei modelli sono in gioco equazioni differenziali, soprattutto quelle alle derivate parziali: esse descrivono come una qualche “entità” vari nel tempo e nello spazio a causa dell’azione di un altro “ente”. Il rivolgersi alle analisi numeriche, almeno per trovare una qualche soluzione approssimata di quelle equazioni, presume che si dimostri l’esistenza di qualcosa che si possa considerare in qualche senso soluzione delle equazioni stesse. Dimostrazioni di quel tipo si basano generalmente sull’iniziale costruzione di uno schema approssimato. Per quello schema si deve dimostrare che, al raffinarsi dell’approssimazione, si va a finire su una soluzione delle equazioni considerate nel senso in cui si è definito l’essere soluzione all’inizio della procedura. Dal punto di vista numerico un aspetto importante è che proprio quel tipo di dimostrazione teorica implica strutture di calcolo (quindi algoritmiche). E qui s’apre un campo, quello degli algoritmi, che spesso è inteso in forma quasi mitologica.

Nella comunicazione non specialistica capita di leggere o di ascoltare frasi del tipo “un algoritmo predice che...”, “saremo controllati dagli algoritmi”, “è stato prodotto da algoritmi...”, il cui fine pare essere quasi solo quello di solleticare l’emozione.

Si tende a non spiegare *esattamente* di cosa si tratta, un po’ per sfiducia nelle capacità di comprensione del lettore (o dell’ascoltatore), un po’ per ignoranza di chi scrive o si esprime solo verbalmente. Si crea quindi una *mitologia degli algoritmi*: diventano essi quasi elementi antropomorfi; appaiono come entità astratte, nuovi oracoli di Delfi, controllati da pochi adepti in grado di utilizzarli. E questa mitologia serve: fa vendere i risultati di alcune analisi algoritmiche, quelle che riguardano i mercati e le tendenze sociali, e soprattutto permette maggiore controllo di chi si ferma alla superficie di ciò che gli si pone dinanzi, per propri limiti, per distrazione, perché inconsciamente *vuole* essere distratto.

L’aumentata possibilità di controllo sociale che si tende ad associare all’uso degli algoritmi risiede non solo nella capacità *pratica* di gestire in qualche modo grandi quantità di dati, ma anche, e talvolta soprattutto, nell’autorità che questa tendenza alla mitologia consegna agli algoritmi stessi. E si tratta di un’autorità che spesso è solo percepita in maniera emozionale, non normativa, ma non per questo è meno efficace nel sostenere l’uso d’influenza sociale che dei risultati degli algoritmi si riesce a fare.

La ricezione dei risultati dell'analisi delle tendenze sociali può condizionare le nostre scelte in tanti aspetti del vivere civile. La redattrice dell'inserito culturale di un quotidiano di grande tradizione mi diceva una volta che il loro direttore suggeriva di guardare le statistiche dei motori di ricerca per scegliere i temi, invece di *suggerire* i temi. Queste scelte cercano spesso essenzialmente un facilità presunta, piuttosto che sforzarsi di creare un nuovo lettore e di rafforzare quello distratto.

Allora pare opportuno riflettere sulla natura e sull'uso degli algoritmi; e nel farlo ci si accorge che la loro essenza si collega alla natura intima dei *modelli* del mondo fenomenologico e alla *coerenza* che essi esprimono e da cui sono sorretti.

Un algoritmo è una procedura di calcolo esplicita, *non ambigua*, che si svolge in *un numero finito di operazioni* e fornisce, perché è *realizzabile*, un numero, un'espressione, l'evidenziazione di una proprietà specifica.

È la formalizzazione calcolabile di una visione che si ha di una classe di fenomeni, utile a quantificarne aspetti che sono ritenuti essenziali da chi propone l'algoritmo stesso. Esprime una *procedura eseguibile* che sia *coerente* in un dato sistema linguistico formale. Per *coerenza* intendo qui *non contraddittorietà*. Un algoritmo ha quindi la necessità di essere espresso in un linguaggio che non introduca ambiguità per sua stessa natura e che permetta agli utilizzatori la riconoscibilità e l'interpretazione univoca delle strutture che costituiscono l'algoritmo stesso. Per questo, la matematica è il linguaggio attraverso cui un algoritmo richiede di essere espresso, il che vuol dire *formulato* nella sua struttura, da un lato astratta, dall'altro eseguibile.

La sequenza di operazioni che ci è stata insegnata nella scuola media inferiore per il calcolo della radice quadrata di un numero con il solo uso di carta e penna è un algoritmo che ha tutte le caratteristiche che ho elencato sinora.

D'altra parte, chi ha necessità di calcolare la radice quadrata di un numero, se può, fa uso di strumenti elettronici di calcolo e lascia che sia il programma (l'implementazione di un algoritmo) che altri ha costruito a eseguire le operazioni che egli avrebbe fatto su carta. Alla fine ha usato lo stesso algoritmo che gli fu insegnato nell'adolescenza (se ha avuto accesso a una educazione scolastica adeguata), ma quell'algoritmo è stato ora codificato in un linguaggio di programmazione, anch'esso privo di ambiguità e capace di fornire una

sequenza realizzabile di eventi entro la macchina calcolatrice, quegli eventi da cui emerge il numero che, alla fine, appare sullo schermo. Nel leggerlo si esprime un atto di fiducia in chi ha trascritto lo schema analitico nel linguaggio di programmazione in uso nella macchina calcolatrice disponibile. La fiducia è che il programmatore abbia adottato *esattamente* lo schema che conosciamo (o che, si presume, abbiamo conosciuto e poi forse dimenticato). Certo, potremmo fare prove in casi semplici: dovremmo verificare che la radice di quattro è due, che quella di nove è tre, che quella di centoventuno è undici, e così via. D'altra parte, però, questo non assicurerebbe che il codice nella macchina calcolatrice da noi usata sia corretto perché potrebbe esserlo per i numeri che abbiamo verificato, cioè per i casi semplici, quelli che si ricordano a memoria, per poi inserire qualche variazione da un certo punto in poi. Nell'uso di quella macchina calcolatrice, se non abbiamo una percezione esatta e diretta di come sia stata programmata, non facciamo altro che esprimere un atto di fiducia in chi quella macchina ha fornito: *crediamo* quindi che sia stata programmata correttamente; al più possiamo fare paragoni con i risultati di altre macchine calcolatrici e il risultato positivo può al massimo corroborarci nella nostra fiducia iniziale tramite quella che è, in fondo, una successiva fiducia *comparativa*.

Non ci si limita al calcolo di una radice quadrata, naturalmente. Le questioni coinvolte nell'ideazione e nell'uso degli algoritmi sono molto più estese e di certo più complesse. La procedura per estrarre la radice quadrata di un numero è esempio di un algoritmo che dalla matematica si muove per ritornare in essa. D'altra parte quella stessa radice quadrata può comparire in una formula che descrive un qualche fenomeno naturale; può essere, cioè, elemento di un modello matematico che proponiamo per descrivere qualche aspetto del mondo intorno a noi. In questo senso un algoritmo è una porzione calcolabile di un modello, e può anche coincidere con un intero modello, come spesso accade per l'analisi di dati di monitoraggio sociale sulle opinioni o sui consumi, o di fabbisogno idrico o d'intensità di traffico, o altro. In questo senso, nell'analizzare un algoritmo dobbiamo pensare al *significato* e al *senso* che ha ed esprime attraverso i risultati, spesso per il tramite della loro raffigurazione visiva (grafici, simulazioni).

Un modello matematico di fenomeni naturali è un insieme di segni, una *rappresentazione* di una porzione di mondo, o dell'universo tutto, il cui *significato* emerge in rapporto alla classe di fenomeni a cui il modello si riferisce. Il suo *senso* è nel rapporto con l'ambiente concettuale in cui quel modello si pone e in cui è



utilizzato⁹. Entrambi, significato e senso, contribuiscono all'efficacia e alla pregnanza del modello e della sua parte algoritmica. Possiamo avere un algoritmo che abbia significato, ma non abbia senso nell'ambito considerato; così, viceversa, possiamo spacciarne uno che abbia o solo sembri avere senso, anche quando non ha significato. In entrambi i casi rileviamo uno scollamento tra la coerenza formale e l'insieme dei fatti soggiacenti. Quest'affermazione, però, implica che vi sia un'essenza dei fenomeni e che *la* verità di un modello si misuri da quanto esso approssimi la fenomenologia a cui si riferisce. Certo, si potrebbe obiettare che i fenomeni subatomici mostrano natura diversa secondo il modo con cui si osservano; così accade per fenomeni a scale spaziali più grandi: la loro valutazione cambia se o no un osservatore si muove rispetto a un altro a velocità prossime a quelle della luce. La questione, però, è cosa sia un fenomeno. Le osservazioni subatomiche mostrano *solo* la natura molteplice dei fenomeni cui si riferiscono? Può essere così, ma può essere anche che il fenomeno *sia la coppia* evento-osservatore. D'altra parte, nell'analizzare la natura richiediamo poi che le leggi fisiche siano indipendenti dagli osservatori. Così la questione mantiene la sua natura delicata.



L'osservazione dei fenomeni è essa stessa un'interpretazione; per non parlare dei modelli la cui costruzione muove da osservazioni. D'altra parte, però, ci sono fatti soggiacenti, come ho già osservato.

Se pur l'osservazione perfino solo immaginifica (l'esperimento mentale reso popolare da Einstein) e la costruzione di modelli che muove da essa sono interpretazioni, esse devono essere espresse in maniera da poter essere esposte all'analisi critica. È proprio quest'ultima che può generare il raffinamento dell'osservazione e della formulazione dei modelli, la loro aderenza ai fatti soggiacenti.



Nel suo *Che cos'è la pittura?*¹⁰, Julian Bell discute degli stessi concetti cui ho fatto cenno per gli algoritmi – significato e senso – per la pittura, anch'essa una forma di rappresentazione, sebbene inabile a quantificare, anzi a prevedere quantificazioni, quelle che un modello matematico fa, in particolare attraverso la sua forma algoritmica. Bell scrive del senso che possiamo attribuire al termine “rappresentazione”. Citando strutturalisti e post-strutturalisti di

⁹ Una discussione estesa e dettagliata sulle varie accezioni di *significato* e *senso* è rintracciabile in Peruzzi A. (2004), *Il significato inesistente: lezioni sulla semantica*, FUP, Firenze.

¹⁰ Bell J. (20189), *Che cos'è la pittura?*, Einaudi, Torino.



matrice francese (Jacques Lacan, Michel Foucault...), e interpretando il loro voler sentire come mito l'atto della rappresentazione, così sintetizza: "La rappresentazione è (o meglio era) un invisibile ambiente spaziale (una configurazione, una griglia, una geometria astratta...) entro il quale ha luogo l'esperienza. All'interno di questo ambiente fanno la loro comparsa soggetti come "tu" e "io" e oggetti come "questo" o "quello": essi esistono puramente in quanto differenze, come effetti di distanziamento in questo ambiente onnicomprensivo. Però... la rappresentazione in sé non esiste. È soltanto un'idea..."¹¹ Nonostante l'affermazione netta, la questione si offre ancora alla discussione perché dipende da come s'intende il concetto di *rappresentazione*. L'immagine che vediamo in un dipinto può essere intenzionalmente la rappresentazione della visione di un evento, ma può anche essere intesa come un oggetto in sé, indipendente da ciò cui possa riferirla l'interpretazione di chi la guarda; d'altra parte può anche essere la rappresentazione di un aspetto emozionale, perfino esclusivamente personale. Un esempio evidente dell'ultimo caso è un dipinto di Liliana Totaro, *Tempo sospeso*, del 2016: una natura morta iperrealista che ricorda la maniera fiamminga. Un vaso di vetro con un fiore, su sfondo scuro, un orologio da tasca accanto, sullo stesso ripiano, sette fiammiferi, un turacciolo, due conchiglie bianche, luce, sfumature di scuro: questa è l'immagine; di essa la pittrice afferma che si tratta del proprio autoritratto, e lo fa in maniera asciutta, senza polemica, senza voler colpire l'attenzione dell'osservatore; esprime una dichiarazione semplice per un quadro che è di certo per lei una rappresentazione di se stessa. In questo possiamo dire con Bell che la rappresentazione è un'idea, ma poi aggiungere che è tale da essere potenzialmente resa concreta in rivoli molteplici, per fini differenti e con diversi intendimenti interpretativi. Per ciò che riguarda i modelli matematici di fenomeni naturali, la rappresentazione *in sé* esiste non solo come idea potenzialmente concreta: essa è il modello.

Bell poi insiste, affermando che l'idea della rappresentazione è stata "inventata per attribuire alle cose una sorta di promessa di riserva, che non potranno mantenere, riguardo alla loro stabilità, al significato e alla loro presenza. Se i significati slittano, questo suggerisce che esista uno spazio entro il quale possono slittare. Definire questo spazio, tuttavia, significa cadere in errore: non esiste alcuna geometria che abbraccia ogni cosa, esiste soltanto l'emergere

11 *Ibidem*, p. 217.

localizzato delle differenze”¹². Anche questo è, per così dire, un atto di fiducia, cioè quello che non esista una teoria del tutto che sia raggiungibile dalle possibilità umane, ma che esistano teorie di varia natura che siano locali, che valgano, cioè, per classi di fenomeni. Ed è un atteggiamento opposto all’altro atto di fiducia di chi cerca con grande lena la teoria che unifichi in fisica le interazioni elementari – cioè esprima un legame soddisfacente tra la teoria della gravitazione e la meccanica quantistica, nella consapevolezza che il nodo della questione sta proprio in quel “soddisfacente” – quella teoria che un po’ pomposamente, e a beneficio di pubblico, è chiamata “teoria del tutto”. Che abbia ragione Julian Bell, da critico d’arte, o i fisici della teoria quantistica dei campi è materia da lasciare forse solo al tempo e al cumulo *nel* tempo dei risultati della ricerca. Ciò che di certo sappiamo è che per una data classe di fenomeni possiamo avere differenti modelli coerenti per il loro non essere contraddittori, ciascuno ottenuto per slittamento dall’altro, o perfino per cambiamento di prospettiva, e per ognuno di essi ci possono essere differenti algoritmi, basati su approssimazioni diverse e su metodi di calcolo differenti.

Nel formulare ipotesi, sia quelle che definiscono un modello, sia quelle più specifiche di calcolo, si fanno scelte, ho già ricordato. Talvolta sono indirizzate dagli esperimenti, la cui progettazione, però, dipende da una qualche visione teorica, per quanto imprecisa, perfino ingenua, di quello che si va a osservare; fanno eccezione gli esperimenti involontari, quelli in cui per qualche evento non controllato si manifesta un fenomeno inatteso. Quest’ultimo caso, però, dà luogo a nuove interpretazioni, a congetture, all’idea di costruire nuovi esperimenti per riprodurlo.

Spesso i risultati sperimentali lasciano aperte differenti possibilità d’interpretazione teorica. La scelta tra esse, soprattutto quando in un certo qual modo paiono equivalenti, è indirizzata da quello che ritengo si possa chiamare *sensu estetico* e a cui mi sono già riferito senza saperlo altrimenti definire se non come un’istintiva tendenza all’economicità di concetti e all’armonia; a entrambi questi aspetti contribuiscono la cultura personale del ricercatore, la propria indipendenza, la sensibilità, le idiosincrasie, le insicurezze: tutto quanto caratterizza il ricercatore come persona. Gli indirizzi suggeriti da questo senso estetico sono spesso terribilmente efficaci nell’allontanare la nebbia così come efficace è la matematica nel descrivere gli affari della natura. E non si tratta solo di algoritmi. La matematica non è solo una questione di calcolo; è articolazione logica di strutture

12 *Ibidem*, p. 217.

astratte, un insieme di teorie che manifesta il poter essere linguaggio peculiare perché permette di quantificare e qualificare senza ricorrere a elementi esterni a esso stesso. Quest'interpretazione – la matematica come costruzione e connessione di strutture astratte – è in qualche modo tarda, o almeno, tardo è stato il suo essere dominante, perché non sempre la matematica è stata intesa in questo modo ampio. Se per Euclide, le idee di punto, linea, parallelismo e pochi altri assiomi emergevano dall'astrazione del mondo osservato e ne componevano la geometria, o almeno ambivano a farlo, dando luogo a mondi ideali, per altri, soprattutto per chi era più interessato all'aritmetica e all'algebra, la matematica era essenzialmente l'applicazione del far di conto. Così fu anche, e forse soprattutto, per Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi, dal cui nome deriva *algoritmo*. Si ritiene che nacque tra il 780 e il 785 d. C., dove non si sa di preciso, sebbene si tenda a indicare il distretto di Qutrubbull, tra Tigri ed Eufrate, poco distante da Bagdad. Studiò nella Bayt al-Hikma, la *Casa della Sapienza*, a Bagdad, un istituto, lo chiameremmo oggi, che aveva il compito di recuperare e tradurre in arabo quei risultati delle "scienze" del tempo che erano disponibili ma erano scritti in altre lingue. Al Califfo Al-Mamun, succeduto al padre Harum al-Rashid, quinto Califfo della dinastia Abasside, Al-Khwarizmi, ormai proclamato matematico (e scienziato in senso più ampio) presso la biblioteca della stessa istituzione in cui aveva studiato, dedicò il suo trattato sull'astronomia e quello sull'algebra. In quest'ultimo, *Hisab al-jabr w'al-muqabala*, presentava una visione essenzialmente applicata dell'algebra. Il suo testo riguardava l'algebra elementare (binomi, trinomi...) e l'analisi di equazioni algebriche lineari e quadratiche. Il testo aveva carattere didattico e tutto il materiale era discusso a soli fini pratici: la soluzione di problemi concreti che s'incontrano nella vita giornaliera. Il punto di vista era quindi essenzialmente algoritmico, teso, cioè, a quantificare. Gli aspetti qualitativi del discorso matematico risiedono, invece e per esempio, nei teoremi che stabiliscono le caratteristiche degli spazi in cui si trovano possibili soluzioni e che indicano se le approssimazioni di calcolo esplicito, cioè le procedure algoritmiche, convergono a soluzioni delle relazioni matematiche che definiscono un qualche modello oppure no.

È in tutti questi aspetti che si annidano i limiti *strutturali* degli algoritmi.

Li distinguerei in due classi. La prima è costituita da quelli che tenderei a chiamare *limiti ab initio*: riguardano il modello di cui l'algoritmo è espressione calcolabile con un numero finito di operazioni. Hanno a che fare non solo con il significato e il senso del modello stesso, quindi con la natura e la struttura delle relazioni

formali (equazioni, disequazioni, o altro) che definiscono il modello, ma anche con la specificazione dello stato iniziale del fenomeno che si descrive e le sue condizioni al contorno.

La seconda classe è quella dei *limiti procedurali*: l'errore dovuto all'approssimazione numerica, e che si può quantificare, e le ipotesi semplificatrici (ove siano adottate) che permettono di rendere calcolabile almeno una porzione di modello.

A questi si aggiungono limiti successivi al processo algoritmico: riguardano come chi usa l'algoritmo interpreta i risultati quando per essi non ci sia un'interpretazione univoca. Il risultato dell'estrazione di una radice quadrata non ha bisogno d'interpretazioni su cui discutere: è corretto o no. L'analisi statistica di dati sociali, invece, offre la possibilità di visioni differenti sul senso dei valori statistici ottenuti.

C'è anche un altro aspetto cruciale: la complessità della codificazione dell'algoritmo nelle macchine calcolatrici, che è correlata al controllo sul suo senso e sul suo significato. Per codificare in linguaggi di programmazione alcuni algoritmi, è necessaria l'opera di decine di esperti per anni. I programmi sono spesso costruiti in una maniera per così dire aperta: presentano diramazioni che possono permettere modifiche delle strutture già codificate e che sono effettuate dallo stesso programma, il quale dà luogo a un nuovo algoritmo, o meglio a una diramazione (o variazione) del precedente. L'albero delle diramazioni può diventare sempre più complesso, tanto da far perdere al singolo il controllo di tutti i passi del processo algoritmico. Quest'aspetto può diminuire il controllo sulla natura dei risultati, sebbene le diramazioni avvengano secondo regole che sono state assegnate all'inizio e che possono anche comprendere elementi di casualità algoritmica, cioè di generazione di numeri o di alternative di programma, secondo qualche distribuzione comunque preassegnata da chi ha formulato l'algoritmo.

La questione del controllo del processo algoritmico è cruciale per le sue conseguenze. Se ad esempio si decide di adottare una procedura algoritmica che fornisca statistiche sulle intenzioni di un insieme ampio di persone, diciamo una popolazione, in modo da prendere decisioni facendo a meno delle strutture di mediazione sociale, le questioni da porsi prima di tale passo sono molteplici. Qual è la natura dell'algoritmo che si vuole, anche solo in linea di principio, adottare? Come sono filtrati i dati? Quale è il campione su cui si basa la statistica? Com'è fatta questa statistica? E soprattutto, *chi* è il controllore del processo, e qual è la sua natura? C'è

comunque un mediatore; ha nome diverso ma sempre mediatore è, e il risultato dipende dalle finalità del mediatore.

L'esposizione dei risultati forniti da un algoritmo non dovrebbe esimersi da un chiaro elenco dei limiti propri dell'algoritmo, limiti che delimitano o perfino possono inficiare l'uso di quei risultati e soprattutto la narrazione che di essi si può avere intenzione di proporre a un pubblico ampio, soprattutto se tendenzialmente non provvisto delle informazioni e delle nozioni necessarie per esercitare un'analisi critica che non sia fine a se stessa. Se si limita in maniera cosciente l'esposizione critica dei limiti di qualche specifico algoritmo i cui risultati si vogliono usare a fini sociali, l'atto in sé evidenzia, in fondo, la tendenza a desiderare una narrazione che abbia solo *l'effetto di reale*, non che cerchi di essere quanto più congrua ai fatti cui l'analisi algoritmica si riferisce.

In sé l'algoritmo è solo uno strumento, un coltello con cui si può tagliare il pane o ferire una persona, secondo le intenzioni di chi lo utilizza. L'uso e l'esposizione dei risultati di una qualsiasi struttura algoritmica hanno per questo un contenuto etico. E quest'aspetto diventa fondamentale quando riguarda e tende a influenzare aspetti del vivere sociale, dalle mode alle decisioni sull'economia.

Non sempre i risultati delle analisi algoritmiche sono spettacolari. Non sempre stimolano la fantasia. Non è semplice comunicarli evidenziando le caratteristiche dei modelli da cui gli algoritmi emergono e i limiti delle approssimazioni di calcolo stesse: c'è bisogno di linguaggio comune tra chi spiega e chi ascolta; questa corrispondenza non è neanche ricorrente tra gli addetti ai lavori. Ci può essere la tentazione (e spesso a essa si indulge) all'enfaticizzazione, perfino alla mitizzazione, per ragioni psicologiche e sociali, per desiderio di riconoscimento, almeno inteso nel senso che gli attribuiva Jean-Jacques Rousseau (cogliere la benevolenza del re), piuttosto che una chiara espressione dei limiti in cui quei risultati valgono. Ne guadagna forse l'affermazione personale di chi racconta di mirabilie presenti o solo vagheggiate. Di certo, chiunque lo faccia non riconosce – e immagino dovrebbe – che il pensiero razionale è un processo critico costruttivo che riflette anche su se stesso, sulle proprie espressioni; anzi, l'enfaticizzazione tradisce proprio quel pensiero razionale in favore della demagogia. In aggiunta, la veglia della ragione non impone il sonno al sentimento e all'intuizione. L'immaginazione abbraccia il mondo ma deve essere riconosciuta per com'è, non sostituire la ragione; semmai accompagnarla e stimolarla. Tutti questi aspetti devono

contribuire al discorso critico che si sviluppa nel tentativo d'interpretare il mondo e con esso rapportarsi, sia scrivendo formule sulla lavagna, sia immaginando i versi di una poesia, sia narrando la favola di un luogo della terra, sia creando le basi di una società più giusta, almeno quella che per qualche motivo possiamo credere sia tale.

3. *Casualità e determinismo – scelte*

In cui si discute della natura del caso e delle sue leggi. Si comincia poi a riflettere su cosa possa far discriminare tra scelte apparentemente equivalenti nella costruzione dei modelli matematici dei fenomeni osservati.

Ho già ricordato che la moltitudine nasconde il dettaglio, ma forse dovrei dire più precisamente che la moltitudine tende a distogliere dal dettaglio con la molteplicità (da cui la complessità) delle relazioni che si sviluppano tra gli enti della moltitudine. Guardare a essa può voler dire doversi accontentare di analisi statistiche per mancanza d'informazioni ma poi, quando la moltitudine può essere considerata infinita, allora si può anche ritornare a visioni deterministiche. D'altra parte i due approcci talvolta s'intersecano in modi inattesi, che finiscono con l'indicare nuovi sentieri.

Il terrorista algebrico

È di Eric Hobsbawm l'idea che il Novecento sia un *secolo breve*, stretto tra l'inizio della Prima Guerra Mondiale e il termine della Guerra Fredda: 1914-1991. I due eventi determinarono cambiamenti radicali non solo nei rapporti di forza tra le nazioni, ma soprattutto nelle dinamiche sociali all'interno delle nazioni stesse, anche a causa della mutata geografia politica. In questa interpretazione, la porzione del Novecento antecedente la Grande Guerra appartiene ancora all'Ottocento, per visione del mondo e articolazione della società. L'Ottocento, secolo *lungo* per contrasto, un'età d'imperi, parafrasando un altro titolo di Hobsbawm, deborda per stile e modi di vivere nel conteggio temporale novecentesco e porta in sé i germi di ciò che caratterizzerà il tempo immediatamente successivo.

È nel contatto tra i due secoli, tra gli imperi e la loro distruzione, che si evidenziano più le interconnessioni che le diversità tra le porzioni che costituiscono il tessuto d'Europa. All'inizio del Novecento, Vienna fu uno dei crogioli di queste interconnessioni. Era un tempo

di signore eleganti in mantella e cappellino inclinato, di signori impeccabili, ma anche di prostituzione diffusa e di esseri umani che si ammassavano negli anfratti delle fogne, non trovando altro rifugio a causa della propria povertà. Era un tempo di passioni sotterranee, figlie delle ideologie emerse nel secolo precedente, che sarebbero cresciute e che avrebbero attraversato l'Europa, infuocandola.

Samuel Fischer, l'editore, oppresso dall'otite, partiva da Vienna e andava a Venezia a festeggiare il diciannovesimo compleanno del figlio Gerhardt: era il 1913. Arthur Schnitzler lo inseguiva, accompagnato dalla moglie Olga, e si fermava al Grand Hotel. Per le strade di Vienna passeggiavano in quei giorni Hitler, Stalin e Tito: erano giovani. Il primo faceva il paesaggista men che mediocre e covava con il proprio risentimento sociale le idee antisemite del sindaco Lueger, scomparso tre anni prima; l'altro, il georgiano, stava la maggior parte del tempo nella casa dei Trojanovskij; l'ultimo faceva il collaudatore di auto, ed era mantenuto da Liza Spruner. Non sappiamo se i tre s'incrociarono senza sapere l'uno dell'altro nel parco del castello di Schönbrunn, quando erano ancora ignari del ruolo che avrebbero avuto nel loro futuro: portatori di lutti e di distruzione in varia misura.

Vienna era un distillato d'Europa.

Era il tempo delle lettere di Rilke a signore abbienti, di lui più anziane, che gli permettevano di mantenere uno stile di vita non propriamente parco. E poi c'era Kafka a scrivere da Praga a Felice Bauer, l'eterna fidanzata, per dirle (in sostanza) che aveva deciso d'essere indeciso, una cosa che avrebbe fiaccato la pazienza di chiunque. Ed era anche il tempo in cui Klimt dipingeva donne quasi evanescenti nella ricchezza dell'oro e delle decorazioni, mentre Oskar Kokoschka ritraeva forsennatamente Alma Mahler, prima che lei lo allontanasse per accompagnarsi al più rassicurante architetto Walter Gropius.

Era un tempo di gente molto povera e di altra straordinariamente ricca, come lo furono i Wittgenstein. Misero al mondo un figlio, Ludwig, che avrebbe lasciato tracce profonde nella storia della filosofia scrivendo poco ma parlando soprattutto a Cambridge, come forse avrebbe fatto quel vecchio greco dalla moglie bisbetica, che conosciamo attraverso la scrittura di Platone (ma poi ognuno ha il suo Socrate... "Come Shakespeare, il suo fratello oscuro, Amleto è un saccheggiatore. Montaigne usurpò l'immagine di Socrate contrapponendo Senofonte a Platone. Amleto fa di Montaigne il suo Socrate, mentre Shakespeare sogna disgiuntamente Falstaff nei panni del Socrate di Eastcheap"¹). Ludwig non sfruttò la sua ric-

1 Bloom H. (2011), *Anatomia dell'influenza*, Rizzoli, Milano, p. 138.

chezza – tendeva alla figura del mistico anacoreta – se non quando, più tardi, nel mezzo del secolo breve, pagò le camicie brune naziste con la fortuna di famiglia per salvare dalla deportazione le sue sorelle e il fratello, un pianista per cui Ravel aveva scritto, tra il 1929 e 1930, un concerto per pianoforte per la mano sinistra, l'unica che a Paul Wittgenstein era rimasta dopo la Grande Guerra. Altri compositori seguirono Ravel nell'attenzione per la ferita del fratello di Ludwig: Britten e Prokofiev tra gli altri. Ludwig pagò per salvare i suoi fratelli (fu costretto a farlo) proprio quelle camicie brune piene di esaltata protervia per le quali i viennesi avevano esultato al loro attraversare il Ring per entrare in città.

Il tessuto urbano viennese si modificava: da qualche tempo l'industria edile aveva raggiunto proporzioni tali da risentire solo marginalmente del crollo della borsa nel 1873. Si ristrutturavano antichi edifici o si sostituivano. Otto Wagner, Josef Hoffmann e Adolf Loos lavoravano in contrasto con lo stile imperiale, perfino di fronte all'Hofburg, come fece Loos nella Michaelerplatz.

Tra quelle strade Sigmund Freud si sedeva al caffè, tra odori e colori di cibo, tra bevande calde e pasticcini, tra parole che volavano e giornali che frusciano. In certo qual modo possiamo pensare che fu proprio quel clima ribollente, raffinato, talvolta nevrotico, talaltra lascivo, di certo un coacervo di diversità emozionali che emergevano dalle diverse anime dell'Impero austro-ungarico, a determinare il pensiero di Freud.

Dal 21 al 28 settembre 1913 ci fu a Vienna il congresso di fisica che anticipò quello Solvay di Bruxelles, del 27-30 ottobre. Fu quest'ultimo quello in cui Einstein cominciò a giganteggiare, estendendo la sua influenza culturale, talvolta pienamente capito, talaltra interpretato secondo convenienza, fuori dalla fisica e dalla matematica intese come discipline. Soprattutto quell'anno fu l'ultimo di pace in terra europea prima della macelleria della Grande Guerra, cui seguì altra pace, sia pur breve, e altra macelleria.

Sette anni e poco più di venti giorni prima, il 5 settembre 1906, Ludwig Eduard Boltzmann moriva per sua mano a Duino, che guarda Trieste e il cui nome è tramandato alla memoria collettiva dalle elegie di Rilke. Boltzmann aveva ceduto al peso della depressione anche per le condizioni fisiche compromesse, trascurate per negligenza.

Da sempre Boltzmann oscillava tra l'euforia e la cupa tristezza. Aveva anche scherzato su quell'oscillazione, attribuendola alla sua nascita, il 20 febbraio 1844, a Vienna, la notte tra il Martedì Grasso e il Mercoledì delle Ceneri. Vienna, però, non fu l'humus della sua

iniziale educazione. Il padre, Ludwig Gottlieb Boltzmann, impiegato alle poste, dovette trasferirsi presto a Wels, infine a Linz, dove morì nel 1821 e dove Boltzmann frequentò con successo il ginnasio. Poté permettersi di avere Anton Bruckner come insegnante privato di musica, grazie alle sostanze della madre, Maria Pauernfeld, figlia di un mercante di Salisburgo, dove una Pauernfeldstrasse ne ricorda il nome e l'importanza, ai suoi tempi, per quella città.

Al momento della scomparsa, Boltzmann era un fisico affermato e aveva avuto una carriera piuttosto rapida. Aveva però dovuto districarsi con qualche fatica e non poche sofferenze psicologiche nell'architettura dei rapporti di potere che in genere deturpano l'accademia nel suo senso profondo, piuttosto che onorarla. Sosteneva d'essere più portato per gli integrali che per gli intrighi. Nel suo ambiente, indicandolo, dicevano di lui che era un *terrorista algebrico*.

Quel modo di appellarlo evidenziava un'avversione per le strutture formali della matematica, avversione tutt'oggi persistente, nei campi di ricerca in cui l'uso sostanzioso di quelle strutture non sia tradizionalmente diffuso. La fatica necessaria per acquisire strumenti concettuali formali e il timore di scoprire di non essere in grado di capire (e per alcuni di primeggiare) motivano probabilmente quell'avversione. Come sempre, ha ruolo il fattore psicologico. Ad esso si aggiunge il non rendersi conto che, rispetto allo studio della natura, in particolare rispetto alla descrizione dei fenomeni fisici, la matematica appare *il* linguaggio per la sua capacità di poter descrivere *insieme* aspetti qualitativi e quantitativi della nostra percezione dei fenomeni, senza ricorrere a costrutti o concetti esterni alla matematica stessa, se non per ragioni strumentali, siano anche solo l'offrire una percezione istintiva di concetti formali quando lontani dall'essere facilmente visualizzabili. A una ridotta padronanza linguistica (che, per chi si cimenta nella descrizione dei fenomeni della natura, è una ridotta capacità di dominare gli elementi formali che determinano il linguaggio "utile" alla descrizione dei fenomeni in analisi) corrispondono minori capacità espressive, quindi una ridotta acutezza nel descrivere e nell'interpretare la natura.

Ci sono due espressioni matematiche che hanno consegnato Boltzmann alla storia delle idee: una di esse è incisa sulla sua tomba e connette l'entropia dello stato di un sistema termodinamico alla probabilità che si realizzi proprio quello stato; l'altra è la descrizione statistica della meccanica dei gas, quella che conosciamo come *equazione di Boltzmann*, al cui studio si dedica una branca intera della fisica matematica. Entrambe quelle espressioni appar-

vero in un ampio articolo, *Ulteriori ricerche sull'equilibrio termico delle molecole di un gas*, che Boltzmann pubblicò nel 1872 sugli Atti dell'Accademia Imperiale delle Scienze di Vienna. Fu eletto in quell'Accademia nel 1885. Era allora professore a Graz; vi era tornato da Vienna, in competizione con Ernst Mach, anche lui fisico e filosofo, che da Praga voleva spostarsi di nuovo a Graz, dove aveva occupato una cattedra tra il 1864 e il 1867. La spuntò Boltzmann, che a venticinque anni aveva ricevuto l'incarico per una cattedra di fisica matematica a Graz, e lì era rimasto fino al 1873, quando poi si era spostato a Vienna, la sua alma mater. Circa dieci anni prima, a Vienna, si era iscritto, diciannovenne, come studente di fisica, nell'istituto fondato quattordici anni prima da Christian Doppler e diretto allora da Josef Stefan. Di lui Boltzmann divenne assistente l'anno dopo il conseguimento del dottorato, tre anni dopo l'iscrizione. Preservò l'amicizia con il suo professore negli anni della fama crescente, fino alla scomparsa di Stefan nel gennaio 1893, quando i colleghi viennesi pensarono di sostituirlo, riportando proprio Boltzmann a Vienna. Ci riuscirono nel 1894, l'anno in cui a Boltzmann fu attribuito il dottorato honoris causa dall'università di Oxford. La facoltà viennese rinunciò ai fondi per una cattedra di chimica fisica, per concedere a Boltzmann uno stipendio che lo scienziato, ormai considerato eminente, potesse ritenere appropriato. Boltzmann tornò a Vienna, ma non furono gli anni d'oro di Graz, dove, prima dell'ingresso nell'Accademia Imperiale, era diventato Preside di Facoltà nel 1878, poi Rettore nel 1887, infine Consigliere di Corte nel 1889.

Nel 1895 Mach si trasferì a Vienna e lo scontro tra atomisti e anti-atomisti riprese vigore. Gli uni, tra cui Boltzmann, attribuivano realtà fattuale agli atomi, gli altri, che si appoggiavano a Mach in termini filosofici, si opponevano. In realtà, la posizione di Boltzmann era piuttosto sfumata: per lui gli atomi erano *Bilder*, immagini, costruzioni mentali che ci permettono di dare una descrizione efficace di alcuni meccanismi del mondo, efficace nel senso di aderire all'esperienza che facciamo di quei meccanismi, descrivendoli e prevedendo il loro accadimento. In una conferenza tenuta nel 1899 alla Clark University, Boltzmann affermò che "non consideriamo che sia compito della scienza indagare su quale sia la causa vera e propria del fatto che il mondo dei fenomeni si svolga così e su che cosa in certo qual modo si nasconda dietro di esso e che cosa lo faccia muovere. Può rimanere una questione aperta che ciò sia o possa essere compito di un'altra scienza o se, forse per analogia con qualche altro insieme di parole, non abbiamo semplicemente aggiunto parole a parole, che, connesse in tal modo, non

esprimono nessun pensiero chiaro”². In questo modo, Boltzmann cercava una via di soluzione alla controversia: si poteva o no dare concretezza al concetto di atomo, ma in ogni caso bisognava utilizzarlo. Le discussioni, però, soprattutto quando fanno riferimento a strutture concettuali complesse, di difficile chiarificazione, hanno molte origini e sfaccettature psicologiche, spesso inconsce in chi ne è protagonista. Risolvere una controversia può implicare la necessità di dover superare quegli aspetti psicologici, il che è in genere proprio la difficoltà maggiore. Capì così a Boltzmann. Cominciò a percepire una sorta di solitudine culturale a Vienna, nonostante tre viaggi negli Stati Uniti, con relativa serie di lezioni. Aveva già sofferto d’insoddisfazione per i luoghi, e fu per lui una sensazione ricorrente. Nel gennaio 1888, proprio quell’insoddisfazione aveva dato inizio alla fine del suo secondo periodo a Graz, quello che aveva portato quattordici anni di riconoscimenti. Gli fu proposto di trasferirsi a Berlino per occupare la cattedra di Gustav Robert Kirchhoff, scomparso il precedente ottobre. Il clima sociale incerto di quei giorni – nel novembre precedente gli studenti avevano manifestato contro gli Asburgo – lo aveva reso sensibile alla proposta, ma comunque incerto. Aveva infine accettato l’offerta ma già a marzo 1888 aveva chiesto che il contratto fosse sciolto. Cominciavano fenomeni di nevrasenia e di sindrome maniaco-depressiva, potremmo dire con una terminologia psicanalitica, forse sommaria, inesatta, ma comunque indicativa.

Il desiderio di allontanarsi da Graz era ancora presente. Eugen von Lommel, un fisico sperimentale, lo aiutò a trasferirsi a Monaco nel 1890, su una cattedra di fisica teorica. Da lì, tre anni dopo, Boltzmann tornò di nuovo a Vienna – ho già ricordato – ma da Vienna, di nuovo, andò via. Nel 1900 accettò un incarico a Lipsia ma tutta la procedura di trasferimento provò Boltzmann al punto di rendere necessarie per lui cure psichiatriche. Fu uno sforzo vano: due anni dopo tornò di nuovo a Vienna, dopo il pensionamento di Mach, l’avversario filosofico. Per riportarlo indietro, il Ministro della Ricerca e dell’Istruzione dovette intercedere con l’Imperatore: fu necessario convincere Francesco Giuseppe che Boltzmann non era pazzo.

Cominciava la fine che giunse a Duino, dove Boltzmann arrivò debilitato dall’asma, da una vista sempre più debole e (forse) dall’angina pectoris. Non valse a fermare l’ultimo gesto neanche il conforto di Henriette von Aigentler, sua moglie dal 17 luglio 1876, di dieci anni più giovane. Nonostante la famiglia di Henriette fosse

² Boltzmann L. (2004), *Modelli matematici fisica e filosofia*, Bollati-Boringhieri, Torino.

influyente, non era riuscita ad assicurarle la possibilità di frequentare l'università e di ottenere la laurea, anche con i buoni uffici del Ministro dell'Istruzione, collega del padre; una situazione per lo meno amara. Henriette e Ludwig si erano sposati proprio quando Boltzmann non sapeva ancora se la competizione con Mach gli avrebbe fruttato la cattedra a Graz.

Appetito per il caso

Della vita e dell'opera di Boltzmann si sono occupati con acume e profitto molti. Nel loro elenco emerge Carlo Cercignani, soprattutto per i suoi contributi allo sviluppo dell'eredità scientifica di Boltzmann, al di là delle note storiche sulla vita di Boltzmann, di cui pure ha scritto³. Per questo motivo, qui di seguito voglio solo raccogliere alcune osservazioni su ciò che implica l'*equazione di Boltzmann*, frutto del primo periodo d'insegnamento a Graz, equazione del 1872, come già ricordato, e che descrive il comportamento di un gas al variare delle condizioni ambientali.

Un modo per rappresentare un gas, che ha radici nell'opera di Eulero e in quella dei Bernoulli, è quello di considerarlo come un corpo continuo, cioè di *identificarlo* con una regione estesa dello spazio di cui ogni porzione sia occupata da molecole, senza che ci siano vuoti che rendano quella regione disconnessa. Per quanto utile a descrivere una certa ampia fenomenologia fisica, il modello non tiene conto della presenza nei gas di un numero *finito*, sebbene enorme, di molecole in ogni regione limitata dello spazio e del fatto che ciascuna di esse è, rispetto alle altre, libera di muoversi (rispetto a un qualche osservatore) fino alla collisione con una o più sue vicine. La difficoltà principale nel formulare un'adeguata rappresentazione della dinamica dei gas è proprio nella finitezza dell'alta numerosità delle molecole, ciascuna immaginata come una pallina massiccia ma molto piccola. Se quelle molecole potessero considerarsi infinite, immaginare un gas come qualcosa che pervade completamente una regione regolare dello spazio (lo schema continuo) sarebbe sufficiente e, soprattutto, naturale. Se si adottasse lo schema continuo, però, non si riuscirebbe a discutere gli effetti del cammino libero delle molecole, cioè il tratto di spazio che possono percorrere prima di scontrarsi con altre loro pari, e che è un aspetto peculiare dei gas.

³ Di Carlo Cercignani si veda ad esempio il suo *Ludwig Boltzmann e la meccanica statistica*, La Goliardica Pavese, Pavia, 1997, cui sono debitrice le notizie biografiche di questo capitolo, non quelle d'ambiente, però.

Davanti alla pluralità delle molecole di un gas, Boltzmann rinunciò a seguire ogni singola molecola e scelse un approccio statistico. Si rifugiò nella *funzione di distribuzione delle velocità*, che esprime la frazione di tempo in cui una data molecola in un punto ha velocità in un dato intervallo possibile, oppure la frazione di molecole che a un dato istante e in quello stesso punto hanno una certa velocità. Nell'articolo del 1872, Boltzmann fece in modo che entrambe le interpretazioni fossero possibili. L'equazione cui attribuiamo il suo nome prescrive che la variazione nel tempo della funzione di distribuzione è determinata dalle collisioni tra le molecole e solo da quelle. La sua applicazione a casi concreti richiede innanzitutto di specificare con quali tipi di collisioni si ha a che fare, se siano, cioè, urti elastici o parzialmente anelastici, interazioni tra coppie di molecole o collisioni multiple e contemporanee. C'è poi il problema d'assegnare le condizioni iniziali: è, cioè, necessario specificare lo stato del gas a un dato istante. Se la caratterizzazione delle collisioni è materia di modellazione, quindi di scelta degli elementi che si ritengono salienti per la dinamica che si vuole analizzare, l'assegnazione della funzione di distribuzione all'istante iniziale è spesso materia d'immaginazione.

Gestire l'ignoranza

Nello scegliere di descrivere in termini statistici il moto delle molecole di un gas, Boltzmann essenzialmente *gestisce l'ignoranza*. Tralascia, infatti, il dettaglio della dinamica delle singole molecole, che considera siano ciascuna retta in maniera deterministica dalla meccanica newtoniana, e riesce a fornire informazioni su un sistema costituito da un numero enorme ma finito di molecole, che altrimenti sarebbe arduo analizzare proprio per la difficoltà procedurale di seguire le molecole singolarmente. Accettata, allora, una descrizione statistica, una questione connessa è se e come si possa ottenere da essa l'approccio continuo in maniera rigorosa, partendo dall'equazione di Boltzmann, nell'ipotesi che il numero di molecole che costituisce un gas tenda all'infinito e, contemporaneamente, il loro diametro tenda a zero. Rispondere alla questione stabilirebbe un ponte tra i due approcci, quello statistico, riferito a un numero finito di molecole, e quello continuo, dimostrando rigorosamente (e non solo ritenendolo intuitivamente) che il secondo è il limite del primo al tendere del numero di molecole all'infinito. Risultati di grande sofisticazione analitica sono disponibili nella letteratura pertinente, ma rimangono socchiuse questioni non banali.

C'è comunque qualcosa in più in termini concettuali. Nonostante l'approccio di Boltzmann alla dinamica dei gas sia statistico, infatti, riusciamo a controllare in qualche modo l'arbitrarietà che istintivamente riteniamo sia associata al caso. Già nell'articolo del 1872, Boltzmann dimostrò che, nel caso stazionario (cioè indipendente dal tempo), una particolare distribuzione, detta di Maxwell perché proposta da James Clerk Maxwell, è l'unica soluzione dell'equazione di Boltzmann. L'informazione è ben diversa dall'aver un comportamento arbitrariamente casuale, sebbene quell'informazione abbia in sé natura statistica. Maxwell fu colui che capì come si poteva descrivere in termini quantitativi e qualitativi l'elettromagnetismo, con tutte le enormi conseguenze tecnologiche che quel suo risultato (sintetizzato nelle equazioni di Maxwell) ha portato.

Per dimostrare l'unicità della soluzione maxwelliana, Boltzmann utilizzò un ente, diciamo H , pari al prodotto della distribuzione delle velocità delle particelle per il suo logaritmo e mostrò che per un gas mantenuto isolato H *decresce in media nel tempo*. Non solo: la variazione *nel* tempo di H tende a un limite che è lo stato stazionario del gas, descritto dalla distribuzione di Maxwell e solo da quella. Inoltre, l'effetto delle fluttuazioni decresce al crescere in numerosità delle particelle. L'interpretazione è che proprio il negativo di H (cioè " $-H$ ") rappresenti l'*entropia*: ciò che indica la dissipazione, quanto è collegato all'irreversibilità, quindi, al degrado, infine alla morte, nella percezione che ciascuno di noi ha della vita intorno a sé e della propria.

Oggi sappiamo che un prodotto analogo a quello che definisce H indica la perdita d'informazione in un processo in cui interagiscono più fattori tra loro connessi. Per essere più precisi, consideriamo un insieme di possibili eventi e suddividiamolo in sottoinsiemi più piccoli, di ampiezza finita (una volta che si sia definita una nozione di ampiezza nello spazio degli eventi considerato), accontentandoci solo di sapere se un dato evento appartiene o no a un certo sottoinsieme. La misura (diciamo l'ampiezza, per avere una migliore analogia visuale) del singolo sottoinsieme definisce (quando sia divisa per la misura di tutto l'insieme) la probabilità che compete al sottoinsieme stesso. A essa si può associare una funzione di distribuzione da cui dipende H . Il cosiddetto *teorema H* – cioè la dimostrazione che H decresce – è compatibile con l'idea che l'irreversibilità sia un effetto collettivo dovuto all'interazione di vari fattori, i quali, ciascuno per proprio conto, possono riferirsi a un qualche comportamento reversibile, descritto dalla meccanica classica.

D'altra parte, se procediamo indietro nel tempo e calcoliamo H , rileviamo che ancora una volta H decresce, quindi il suo negativo

cresce, cioè – nell'interpretazione che gli abbiamo dato – crescerebbe l'entropia. Questo vorrebbe dire che se fossimo capaci di andare indietro nel tempo da soli, senza entrare a far parte di una macchina più grande di noi, che a noi fornisca energia, pur diventando più giovani (e forse facendo gli stessi errori) dovremmo in ogni caso dissipare energia (cioè comunque invecchiare, per dirla in maniera inesatta ma brutalmente e visivamente efficace). Allora, il negativo di H rappresenta davvero l'entropia? Ciò che possiamo affermare è che nell'ambito delineato dall'approccio di Boltzmann, H indica qualcosa che è *assimilabile* al comportamento entropico che rileviamo in natura, quello per cui lo stato più probabile per un gas è, a causa degli urti, quello in cui l'energia è ripartita equamente tra gli urti (si ha cioè una distribuzione omogenea). D'altra parte, al contrario di quello che parrebbe fare l'entropia, H non definisce un'orientazione del tempo proprio per il suo decrescere ripercorrendo all'indietro la storia del moto. Inoltre, poiché la dinamica di ogni singola molecola nello schema di Boltzmann è newtoniana (cioè descritta dalla meccanica classica) e non prevede dissipazione (è, cioè, conservativa, mentre il moto collettivo mostra dissipazione), vale il cosiddetto *teorema del ritorno* di Jules-Henri Poincaré: ogni molecola tornerà molto vicino allo stato iniziale dopo un tempo abbastanza lungo. La circostanza si concilia ancora con l'interpretazione che la dissipazione emerga da un comportamento collettivo, se si considera che il tempo di ritorno può essere enorme e che gli stati iniziali che non favoriscono l'equipartizione dell'energia tra le molecole, se il gas è isolato, sono poco probabili. Qui, però, bisogna fare attenzione a non considerare dissipazione e irreversibilità come sinonimi. In entrambi i casi si ha dissipazione. D'altra parte, però, ci sono processi lungo i quali si ha perdita di energia con sviluppo di calore ma essi sono reversibili. È questo il caso dei cosiddetti *materiali a memoria di forma*: l'esempio è quello di leghe metalliche in cui i cristalli possono essere in due strutture differenti, una detta austenitica, di forma cubica, l'altra martensitica, di forma tetragonale. Variazioni di temperatura o deformazioni possono determinare una transizione da una fase all'altra e viceversa, fornendo energia per variazione di temperatura oppure per azione meccanica. Ne risulta un processo ciclico che, però, non ripercorre gli stessi passi (cioè non attraversa gli stessi stati) in andata e nel ritorno. Ne risulta dissipazione, ma non irreversibilità.

Chiarito questo si può tornare alla descrizione dei gas proposta da Boltzmann, nella quale, infine, la scelta di utilizzare la funzione di distribuzione è dovuta alla difficoltà di seguire la dinamica delle

molecole una per una, ed è, per questo, un'approssimazione. In questo caso l'approccio statistico evita una difficoltà procedurale. Il teorema H emerge in tale ambito. Il negativo di H è solo *una possibile rappresentazione* di ciò che intendiamo – direi quasi istintivamente – per entropia. Vi sono enti differenti in varie teorie che possono rappresentare l'entropia, e possono essere perfino molteplici nella stessa teoria. Hanno, però, caratteri comuni. La dissipazione ha allora natura intrinseca o è dovuta ai limiti dell'osservatore? La questione è delicata; ogni tentativo di risposta coinvolge le convinzioni profonde di ciascuno sulla natura del mondo fisico. Analoga natura di fondamento ha la questione, correlata alla precedente, se la natura abbia un'intrinseca struttura stocastica (cioè casuale) o sia solo la necessità di gestire la nostra difficoltà a descrivere popolazioni numerose di eventi, di cui non riusciamo a conoscere i dettagli, a suggerirci di pensare in termini probabilistici.

Quando riflettiamo sulle conseguenze di una qualche rappresentazione in termini matematici di classi di fenomeni, l'analisi critica deve sempre distinguere – o almeno sforzarsi di farlo – tra ciò che è direttamente fenomenologia percepibile in maniera ingenua e la nostra interpretazione del significato fisico degli enti matematici che introduciamo, senza dimenticare che la percezione stessa è essa stessa interpretazione. Ci sono, però, livelli diversi d'interpretazione. Per esempio, nei processi dissipativi distinguiamo tra l'evidente (nel senso di percepibile) tendenza al disordine – o meglio, al “degrado” energetico – dei sistemi isolati e ciò che riteniamo *rappresentati* quella tendenza in un qualche modello matematico pertinente. L'optare per una rappresentazione deterministica o probabilistica di una classe di fenomeni (perfino dell'intera struttura fisica della natura) è una nostra *preferenza* o una delle due scelte è adeguata alla struttura fondamentale del mondo intorno a noi – è, cioè, *ragione originaria*?

Se si afferma, per esempio, che si è inclini a credere (o a considerare) che l'universo sia nato per caso da un magma caotico e indistinto, si può chiedere come mai ci sia una sì grande ricchezza e articolazione delle leggi che scriviamo per rappresentare il mondo e perché sia possibile osservarle, o comunque dedurle, e ancora perché queste siano associate a invarianze rispetto al modo con cui si osservano i fenomeni, cioè siano in struttura indipendenti dall'osservatore – che è l'*armonia* che riscontriamo (o ci pare percepire) nella natura – e infine perché quelle leggi paiano essere immutabili nel tempo. Tutto questo è una forma di ordine.

Si potrebbe affermare che, appunto, ciò è *per caso*, per emersione senza ragione e senza coscienza da un insieme di eventi possibili, ma allora bisognerebbe soffermarsi e discutere su cosa riteniamo sia il *caso*, a cui pensiamo istintivamente in termini d'imponderabilità. Per non limitarsi a essere vaghi, preferendo una scelta a un'altra per ragioni d'interesse o di psicologia personale, si dovrebbe cercare di concordare su una definizione di *caso*. In questo la matematica aiuta: il calcolo stocastico, da Blaise Pascal (pieno Seicento) in poi, propone appropriate definizioni di probabilità e ne investiga le conseguenze; è un tentativo di razionalizzare ciò che istintivamente indichiamo come *caso*, un modo per stabilire un dialogo tra la nostra intuizione, all'inizio vaga, di quel concetto e l'organizzazione razionale della matematica. L'analisi stocastica – cioè tutto ciò che è derivato dalla nozione matematica di probabilità – mostra che il caso ha leggi ben definite. In un certo senso è meno incontrollabile di quanto istintivamente, e quindi ingenuamente, saremmo portati a pensare, anzi, i processi descritti da equazioni differenziali stocastiche hanno perfino proprietà di regolarità. È stato Martin Hairer a costruire una teoria della regolarità per le equazioni differenziali stocastiche. Per questo ha meritato la Medaglia Fields nel 2014.

Dire *per caso* significa comunque invocare implicitamente una ragione che non sia giusto un'incontrollabile arbitrarietà, ma sia per lo meno quella indicata dalle leggi del calcolo delle probabilità. E allora, qual è l'origine di queste leggi? Perché esse sono quelle che sono? Questo equivale a chiedersi perché la matematica sia quella che è.

Potremmo cercare di evadere queste domande, osservando che tutta la matematica – quindi anche il calcolo delle probabilità – emerge, *operativamente*, dalla nostra istintiva tendenza a organizzare la percezione sensoriale, e quindi è essa stessa parte del mondo. Poi potremmo aggiungere che, *concettualmente*, la matematica emerge dalla possibilità ideale (fuori dal mondo?) delle strutture che la costituiscono, da ciò la sua efficacia nel descrivere il mondo.

Non so come si possa stimare la probabilità che da un insieme di eventi possibili emerga proprio un universo così strutturato come il nostro. E comunque, anche se in qualche modo qualcuno lo facesse, quale che fosse il risultato rimarrebbe la questione del perché ci sia questo insieme di eventi possibili e non ci sia un solo evento, oppure giusto il nulla (che è comunque qualcosa, come testimonia lo zero), o non ci sia solo l'essere cristallizzato e immobile, ma ci sia la possibilità che eventi *succedano* alla nostra percezione, e così di seguito, in una cascata di ragioni e di significati da cui emerge solo

che, per quanto riusciamo a capire o crediamo di capire, grande rimane la nostra ignoranza. E allora grande dovrebbe essere l'umiltà nell'accostarsi al processo di conoscenza.

A margine

L'attribuzione al caso di un ruolo fondamentale nella struttura del mondo fisico è anche ricondotta al modo con cui riusciamo a interpretare i fenomeni quantistici. D'altra parte proprio l'idea probabilistica – per dire, la posizione dell'atomo intesa in qualche modo come nuvola di probabilità – proprio quell'idea che sottende la meccanica quantistica è una nostra rappresentazione dei fenomeni che osserviamo. Per essi è essenziale il ruolo dell'osservatore, non solo inteso in senso classico, come sistema di riferimento, ma anche come *ambiente* che definisce un esperimento. Nell'atto dell'osservazione – ma anche solo nella *possibilità* di osservare – l'osservatore diventa parte del fenomeno. E osservatore è un qualsiasi sistema in grado di registrare in generale dati, per lo meno la collocazione dei fenomeni nello spazio e nel tempo.

I nostri risultati – siano essi sperimentali o teorici, o emergano dalla commistione dei due aspetti – corroborano alcune idee, falsificano altre; siamo fiduciosi che ci diano informazioni sulla struttura originaria del mondo, ma non siamo mai del tutto sicuri che il velo che abbiamo sollevato sia l'ultimo e non vi sia un altro velo. Anzi, forse tendiamo a essere sicuri del contrario e questa sicurezza viene proprio dalle domande che di volta in volta ci proponiamo, impiegando tempo a discutere se esse abbiano senso o meno, in un continuo esercizio filosofico, sia esso cosciente o meno.

Una questione filosofica

È poi proprio la filosofia che tende ad associare il ruolo del caso al libero arbitrio. Si argomenta che se il mondo fosse *solo* deterministico (secondo la meccanica newtoniana e la teoria della relatività, in dipendenza dalle velocità coinvolte e dalla scala cui osserviamo porzioni di mondo, comunque sia entrambe visioni deterministiche *ab origine*), allora saremmo burattini: date le condizioni iniziali e note le leggi che regolano l'evoluzione del nostro comportamento, gli eventi futuri sarebbero indipendenti dalla nostra volontà; sarebbero semplicemente il nostro ineluttabile destino. In questo non ci aiuterebbe Boltzmann perché il suo approccio probabilisti-

co è, ripeto, essenzialmente una gestione dell'ignoranza dell'osservatore, il superamento di una difficoltà procedurale. Nella teoria di Boltzmann la struttura fondamentale rimane deterministica; il libero arbitrio parrebbe allora un'illusione in questi contesti; la nostra incapacità di prevedere il futuro di strutture particolarmente articolate, quali la società umana, sarebbe solo associata ai limiti della nostra capacità di stabilire le reali condizioni iniziali e della conoscenza delle leggi che regolano il comportamento dei sistemi in esame. A poco varrebbe la consapevolezza che le leggi deterministiche possono essere tali che una piccola variazione delle condizioni iniziali può portare a soluzioni drasticamente distanti (un'instabilità strutturale). L'imprevedibilità sarebbe sempre effetto della nostra imperfetta conoscenza delle condizioni iniziali; non sarebbe qualcosa d'intrinseco, di fondamentale. Con l'assenza di libero arbitrio, con l'ineluttabilità del comportamento, quindi, s'indebolirebbe la responsabilità fino a perdere senso, con le ovvie conseguenze sociali. D'altra parte, è proprio così o anche in un mondo deterministico c'è posto per il libero arbitrio? E in che senso?

Un modello deterministico di una classe di fenomeni è un insieme di relazioni funzionali – tipicamente equazioni che coinvolgono variazioni infinitesime degli enti che le costituiscono: *equazioni differenziali* – che non contengono elementi probabilistici, cioè non si riferiscono a processi che hanno natura casuale, quelli che chiamiamo anche stocastici. Un modello, però, rappresenta solo aspetti che riteniamo essere salienti per una qualche classe di fenomeni, perfino dell'intero universo. Di conseguenza, un primo pertugio perché il libero arbitrio possa esercitarsi è proprio in quella discrepanza tra la fenomenologia fisica e la sua descrizione, la quale potrebbe essere perfino un' *impressione*, sebbene un'impressione che funziona, piuttosto che un'essenza fondamentale. È questo un aspetto fondamentale che non attiene alla difficoltà di determinare le *esatte* condizioni iniziali.

D'altra parte, se poi per ventura un qualche insieme di equazioni differenziali, prive di aspetti stocastici, fosse una descrizione *completa* di una qualche classe di fenomeni fisici o dell'intero universo e non lasciasse alcun interstizio tra rappresentazione e fatti osservati, dovremmo comunque considerare gli aspetti strutturali di quelle equazioni. Se pur riuscissimo a determinare con esattezza le condizioni iniziali, infatti, dovremmo tener conto che non sempre siamo in grado di dimostrare l'esistenza di soluzioni (che sono previsioni) per tempi lunghi, ma solo per intervalli brevi di tempo, in una vista limitata del futuro. Percorso quell'intervallo, dovremmo ripartire e stabilire un prolungamento nel tempo della soluzione,

ove sia possibile e non sempre lo è; ma anche se lo fosse, anche in questo processo di riposizionamento riapparirebbe la possibilità del libero arbitrio e avrebbe a che fare con la coscienza del soggetto, con l'io che decide. Percepriamo, infatti, il tempo presente mai come istante isolato, semmai cogliamo un *intervallo di tempo*, per quanto piccolo, per quanto influenzato da una memoria evanescente e infarcito dal continuo scivolamento verso il futuro. Nella prassi delle azioni umane, la valutazione delle condizioni iniziali non è quella matematica, relativa a un istante; è piuttosto riferita a una porzione di tempo, una media su quella porzione. È qui che nel nostro agire quotidiano si annida la possibilità del libero arbitrio, anche se il mondo avesse una natura rappresentata interamente da strutture matematiche deterministiche. È qui che si stabilisce una situazione ben diversa dall'assegnazione istantanea delle condizioni iniziali e al contorno della porzione di mondo che consideriamo, per equazioni che sono una rappresentazione di quella porzione.

C'è anche qualcosa di più: se anche queste equazioni fossero una descrizione *esatta* dell'evidenza fenomenologica, le loro soluzioni potrebbero ammettere biforcazioni, potrebbero, cioè, presentare alternative, equivalenti fino a quando una qualche fluttuazione non facesse propendere per l'una o per l'altra. Il fenomeno è molto studiato da chi si interessa di analisi matematica. Le biforcazioni, poi, potrebbero perfino presentarsi in cascata, dando luogo a quello che chiamiamo *caos deterministico*.

Spesso riusciamo a dimostrare in maniera rigorosa solo poche proprietà delle espressioni matematiche che riteniamo rappresentino classi di fenomeni. Per quanto la nostra intuizione fisica e l'esercizio critico della ragione suggeriscano – e così gli esperimenti facciano in casi specifici – che proprio quelle espressioni sono adeguate, e non lo siano altre, ciò non toglie che siano talvolta, se non spesso, *difficili*. Per fare un esempio giustamente celebrato, possiamo ben dire che le equazioni di Einstein della teoria della relatività generale sono *belle*, che ci comunicano quel senso di eleganza che spesso ci indirizza nelle scelte per costruire un modello, ma, di certo, non si può ignorare lo sforzo matematico che la loro analisi richiede. Un altro esempio è quello delle *equazioni di Navier-Stokes*, un modello deterministico e molto efficiente della dinamica di fluidi semplici, viscosi, incompressibili, privi di energia interna: l'acqua per esempio, e in un certo senso. Furono proposte da Claude-Louis Navier e George Stokes, il primo un ingegnere e fisico-matematico francese vissuto tra la fine del Settecento e la prima parte del secolo successivo, l'altro un fisico-matematico irlandese, professore a Cambridge, nato e vissuto in

pieno Ottocento. Quelle equazioni così eleganti sono essenzialmente la forma che prende $f = ma$ nel caso dei fluidi semplici viscosi; sono una particolare rappresentazione di come si comporti quel tipo di fluido quando è sottoposto all'azione di agenti esterni che tendano ad alterarne lo stato. Nonostante un'enorme messe di risultati rigorosi profondi e di analisi numeriche che riguardano quelle equazioni, ancora non riusciamo a dimostrare in ambiente tridimensionale se, date generiche condizioni iniziali, esistano sempre soluzioni regolari né tantomeno si ha una visione completa dell'attivazione della transizione tra moto regolare e moto turbolento. La tensione verso la possibilità di una descrizione completa di quest'ultimo è molto sentita nella comunità scientifica sia per l'interesse teorico sia per l'importanza dei flussi turbolenti nelle applicazioni dell'ingegneria meccanica.

Del moto turbolento dei fluidi si ha esperienza comune. Chiunque sia andato in aereo può darsi che abbia percepito talvolta qualche sobbalzo dell'areoplano seguito dalla voce del pilota che si affretta a rassicurare dichiarando di aver attraversato una zona di forte turbolenza. Serve anche meno: un po' tutti hanno prima o poi affrontato un forte vento che solleva vortici di polvere o d'altro, un esempio di quello che possiamo intendere per fluido in regime turbolento. Un'idea è che il moto turbolento nei fluidi semplici viscosi nasca da una cascata di biforcazioni delle soluzioni delle equazioni di Navier-Stokes, ma dimostrarlo rigorosamente e in una forma che colga la variegata natura del fenomeno è tutt'altra cosa. A questo s'aggiunge che la turbolenza non è limitata ai fluidi semplici come può esserlo l'acqua, e lì le equazioni che ne descrivono il moto sono un po' più articolate di quelle di Navier-Stokes, e spesso offrono ulteriori difficoltà d'analisi anche se, qualche volta, i termini che s'aggiungono semplificano il lavoro. Comunque, anche solo limitandosi alle equazioni di Navier-Stokes, chiunque fosse in grado di costruire per esse una teoria completa della regolarità delle soluzioni scriverebbe una pagina (e forse più d'una) di storia della matematica, oltre a conquistare il milione di dollari messo a disposizione dal Clay Institute per premiare questa impresa, ma quest'ultimo aspetto finisce con l'essere un dettaglio.

Altri esempi meriterebbero di essere elencati. Tutti manifesterebbero essenzialmente ancora una volta che abbiamo dinanzi sentieri inesplorati e dobbiamo cercare di affrontarli con la giusta umiltà e attenzione, ma anche con coraggio.

In fondo, una descrizione deterministica della natura non appare così *ineluttabile* come si potrebbe pensare. D'altra parte, per suo conto, una formulazione probabilistica non lascia solo il passo all'arbitrarietà, anzi può assicurare la formazione di strutture coerenti, quelle che riscontriamo anche nella turbolenza che pur tentiamo di affrontare in termini probabilistici. È quest'ultima la strada giusta per la descrizione della turbolenza o lo è quella della regolarità delle equazioni di Navier-Stokes? O lo è altro? Il problema è aperto.

Microfessure

Anche un caso meno ricorrente mostra la varietà delle circostanze dove si può scegliere di seguire una via deterministica oppure optare per un approccio probabilistico. Me ne sono occupato all'inizio della mia attività di ricerca, quando cercavo di descrivere il comportamento di solidi indeboliti dalla presenza di microfessure diffuse nel loro interno. Mi era parso abbastanza presto che la questione dovesse essere affrontata da un punto di vista che estende la struttura tradizionale della meccanica dei corpi deformabili, un punto di vista su cui – per caso fortuito – da un po' avevo cominciato a riflettere. Adottando quel percorso, era necessario considerare le interazioni scambiate tra microfessure vicine, azioni mediate dalla deformazione della materia intorno alle microfessure (una fessura non esiste di per sé: è determinata dalla materia che le è *intorno*). Una volta derivate le leggi del moto adatte (per lo meno in un certo senso) a quella classe di corpi, un problema era la scelta delle cosiddette *equazioni costitutive*, cioè delle relazioni che specificano una qualche classe particolare di materiale microfessurato e che dovevano tener conto delle possibili variazioni della distribuzione di microfessure. All'inizio cominciai a occuparmi dell'aspetto più semplice: il comportamento elastico, in cui la distribuzione di microfessure rimane costante nel tempo. Un inizio d'analisi ragionevole pareva essere un approccio apparentemente fantasioso: immaginare uno schema discreto che rappresentasse la struttura del materiale e le interazioni tra i suoi elementi, e poi trasferirne le proprietà al modello matematico che descrive il corpo alla scala macroscopica. Il trasferimento presume alcune ipotesi, una delle quali è che la distribuzione di microfessure nel corpo sia periodica, ci sia, cioè, uno schema a una scala spaziale piccola, che si ripete identico a se stesso lungo tutto il corpo. In questo caso l'aspetto chiave è la scelta dello schema discreto. Il resto segue abbastanza

naturalmente. Capita, però, che la distribuzione di microfessure in un qualsiasi corpo reale sia molto difficilmente periodica. Cosa fare, allora?

Un modo per approssimare quell'irregolarità mi parve essere quello d'immaginare che qualche proprietà geometrica o meccanica dello schema discreto, immaginato periodico, avesse natura stocastica, cioè potesse variare casualmente. Naturalmente non bastava dire questo: bisognava precisare che *tipo* di casualità. Era una scelta approssimata, ma era quanto di meglio mi fosse venuto in mente sulla base di quanto fosse a mia conoscenza in quel momento.

Tra le proprietà geometriche disponibili pensai di considerare la distanza tra microfessure vicine, per la quale si può immaginare che non vi sia prevalenza di un qualche intervallo di valori, presunti più probabili di altri: non avevo informazioni specifiche che suggerissero un'alternativa o che facessero decidere per qualche valore specifico. Presa quella decisione (per fare un modello si deve *decidere* qualcosa), il risultato fu un sistema di equazioni differenziali stocastiche, la cui analisi rigorosa sfuggiva a quanto ero in grado di fare. Rimaneva l'analisi numerica, cioè la ricerca di soluzioni approssimate. Anche lì, pur essendo in grado di costruire formalmente lo schema di approssimazione, la pratica dell'implementazione in un codice di calcolo non rientrava nelle mie competenze e in quello che mi sarebbe piaciuto imparare a fare. Chi se ne occupò lasciò calcolare la macchina per un mese circa, ininterrottamente. L'analisi numerica stocastica prevedeva, infatti, che si sviluppassero tantissimi casi deterministici, e furono diecimila, l'uno differente dall'altro per valori diversi del parametro considerato casuale nel modello. Sull'insieme dei dati ottenuti era poi necessario sviluppare un'analisi statistica. Alla fine i calcoli evidenziarono – in maniera che per me costituì una certa sorpresa – la formazione di strutture che indicavano la tendenza delle microfessure a cooperare determinando i prodromi della nascita di una frattura macroscopica proprio nel modo previsto dallo schema deterministico pertinente. Quei risultati indicano anche come quella frattura si formi se si realizza un esperimento analogo a quello rappresentato dall'analisi numerica. Ed è un esperimento banale: un foglio di carta, tenuto fermo da un lato e sottoposto a trazione in un punto dall'altro lato, fino a strapparlo.

L'altro aspetto, perfino curioso, era come l'analisi probabilistica evidenziasse i prodromi di quei fenomeni di fragilità sebbene nel modello il materiale fosse considerato ancora in fase elastica, nelle condizioni in cui l'analisi deterministica non prevede formazione di fratture. E c'era anche di più: la media dell'analisi probabilistica non indicava nulla, proprio come l'analisi deterministica. Le flut-

tuazioni della media determinavano l'ambito in cui quei prodromi della frattura si manifestano.

Niente di straordinario, ma è una testimonianza di come una descrizione stocastica possa generare strutture organizzate in ambiti disparati. Esse stesse, talvolta, sono analoghe a quelle che emergono da una descrizione deterministica dello stesso fenomeno, sebbene con ipotesi ulteriori. Anzi, le possono perfino anticipare, in qualche modo⁴.

Scelte e leggi fisiche

La preferenza tra un approccio deterministico e uno probabilistico nella descrizione di classi di fenomeni fisici dipende in fondo dalle circostanze dall'analisi critica dei dati a disposizione e dall'interpretazione dei fenomeni. È *utile* avere a disposizione entrambi i punti di vista. "A fianco di un'incertezza ponga una certezza", consigliò Camille Corot, pittore, a Odilon Redon, che era di cinquantaquattro anni più giovane e si avviava alla pittura che interpretò in termini onirici. Ricorrere all'uno approccio o all'altro è materia di ragione e d'intuizione. È spesso una questione procedurale. La struttura originaria della natura appare velata; si mostra solo in parte; forse talvolta solo ci illude ma probabilmente non è mai maliziosa.

Abbiamo a disposizione una classe di fenomeni che percepiamo sia in maniera istintiva sia attraverso esperimenti progettati sulla base di qualche idea teorica preliminare. Dei dati che riceviamo, estraiamo gli aspetti che riteniamo caratterizzino in maniera essenziale quei fenomeni. La scelta è frutto della cultura e della psicologia di chi la esercita. Dipende dalla capacità di cogliere – quasi istintivamente – la natura del meccanismo che abbiamo di fronte, di penetrarne i fatti soggiacenti a quella classe di fenomeni. Allora, il modello che emerge dall'analisi asserisce la verità sulla classe di fenomeni in questione? Chi l'ha formulato *crede* di sì; chi lo ascolta può rimanerne entusiasta ma aspetta, a volte per prudenza, altre sperando in un fallimento, di vedere le conseguenze di quel modello. C'è poi chi ha costruito un modello alternativo, sia pur diverso per soli aspetti secondari. Supponiamo che entrambi i due modelli (due versioni possibili della descrizione di una qualche classe di fenomeni) siano non contraddit-

⁴ Per dettagli tecnici e risultati numerici si veda Mariano P. M., Giofrè M., Stazi F. L., Augusti G. (2004), Elastic microcracked bodies with random properties, *Prob. Eng. Mech.*, 19, 127-143.

tori, che descrivano con precisione aspetti non banali, sia pur perfino diversi ma ritenuti salienti, della fenomenologia cui si riferiscono. Chi ha ragione tra i due, chi torto? E anche se l'avessero entrambi, in che misura l'avrebbe uno rispetto all'altro? Certo, possiamo affidare al tempo la risposta, aspettando di confrontare i risultati teorici con il dato empirico.

Possiamo esprimere, nel frattempo, una forma di giudizio a priori? Come facciamo a scegliere?

Non si tratta di intavolare trattative tra proposte diverse dove prevalga chi ha al momento più influenza, quando non sia la ragionevolezza (ove di essa se ne abbia una definizione univoca); il braccio di ferro non è tra le proposte (sebbene alcuni lo vivano così) ma con la *natura*. Nelle formulazione dei modelli matematici è essenziale chiarire innanzitutto il *legame* tra *ogni* elemento formale che si introduce e gli aspetti fisici a cui esso si riferisce. L'adeguatezza delle scelte formali si giudica in base alla *coerenza logica* (struttura e disponibilità di dimostrazioni matematiche associate) e alle *implicazioni* sia teoriche sia fattuali (previsioni e possibilità di progetto di esperimenti). L'esperimento *delimita i confini* di una teoria o, al massimo, la *corroborata*. Le implicazioni sono un fatto ex-post.

Discriminiamo tra scelte di modello alternative in base alla nostra cultura e al nostro sentire del momento, perfino in dipendenza dalla nostra distrazione; siamo influenzati dal rigore logico; percepiamo e (soprattutto) apprezziamo aspetti estetici, anzi è proprio da questi che siamo indirizzati – se non proprio condotti – nell'ideazione dei modelli, soprattutto quando il dato fenomenologico è incerto. Ciò che nel ricercatore è determinante in principio è il proprio *bagaglio culturale* e il proprio *senso estetico*. L'iniziale accento solipsistico cerca una strada per raggiungere i fatti soggiacenti, per diventare patrimonio condiviso (Kant?): per “individuare” una *legge fisica*. Questa è una *proposizione condizionale* riferita a classi di fenomeni di cui esprime relazioni ricorrenti che si pensa siano la *struttura essenziale* di quegli stessi fenomeni. Non è proposizione isolata; appartiene a un *contesto*: la teoria che le è pertinente. Pretendiamo che la sua struttura sia *indipendente da come osserviamo i fenomeni in questione*. È associata a *simmetrie* e per essa contano *rotture di simmetrie*. Ad essa si giunge per *tentativi* e attraverso percorsi accidentati, lungo i quali hanno ruolo l'analogia, la fortuna, la capacità di deduzione (inferenza necessaria), quella d'induzione (inferenza ampliativa solo probabile), quella di abduzione (un percorso per indizi, dal particolare al particolare).

La necessità dell'*analisi* e della *chiarificazione* dei fondamenti di una teoria emerge a uno stadio avanzato del suo sviluppo. La

conoscenza fisica evolve, infatti, per *raffinamenti* e *sostituzioni*, queste ultime spesso intese, anche giustamente, come *rivoluzioni* (nel senso di Thomas Kuhn⁵), sebbene procedano in maniera carsica prima di evidenziare un salto concettuale. Al contrario di quanto accade nella matematica, la fisica tende a “dichiarare” l'*obsolescenza* di certe sue porzioni. Ha bisogno della matematica ma al contempo *suggerisce* linee di sviluppo alla stessa matematica. Proponiamo *principi* in cui *crediamo* fino ad evidenza contraria. Da essi deduciamo conseguenze che ci fanno valutare i principi *ex post*. E così ha inizio l'analisi dei fondamenti.

Investigare i fondamenti di una teoria vuol dire *scarnificarla*, togliere dai principi quanto diventa superfluo perché può essere derivato da un insieme più ristretto – e quindi controllabile – di assiomi; vuol dire predisporre il terreno a formulazioni teoriche di cui quella teoria di partenza diventa caso particolare, oppure preparare il suo abbandono. Settori della *meccanica* sono esemplificazioni pertinenti; proprio quella meccanica che è la scienza del *moto* dei corpi. Muoversi rispetto a chi o cosa? Il moto è un *concetto relativo*, ho già scritto in precedenza: ci si muove rispetto a un qualche riferimento, che è di per se stesso un osservatore. Da qui la scelta di determinare leggi che siano “*in struttura*” *indipendenti* dalla scelta degli osservatori e dai loro cambiamenti. E poi, quali corpi? Ha importanza la scala spaziale... macroscopica, microscopica...

A qualsiasi scala ci poniamo, però, le leggi fisiche *derivano* da richieste di invarianza di alcuni enti (in ambito classico la potenza esterna delle azioni, la cosiddetta potenza relativa, il bilancio dell'energia, la seconda legge della termodinamica...) rispetto a come osserviamo il fenomeno, cioè rispetto a cambiamenti di osservatore descritti in qualche modo che deve essere di volta in volta specificato. Ritorna Wigner nello stesso scritto citato all'inizio di questo libro: “Senza le leggi di invarianza le teorie fisiche potrebbero non avere fondamenti di fatto; se la legge empirica dell'epistemologia non fosse corretta, non avremmo l'incoraggiamento e l'assicurazione, che sono necessità emotive, senza cui le “leggi di natura” non avrebbero potuto essere esplorate con successo”. Con “legge empirica”, Wigner si riferisce all'accuratezza, riscontrata negli esperimenti, di teorie che hanno origine formale, come, ad esempio, “la teoria quantistica del Lamb shift, come concepita da Bethe e codificata da Schwinger, [che] è una teoria puramente matematica

5 Kuhn T. S. (2009), *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Einaudi, Torino.

e il solo contributo diretto dell'esperimento fu quello di verificare l'esistenza di un effetto misurabile".

Il tutto s'inserisce nel processo molto più generale in cui, progressivamente si cerca di unificare le teorie fisiche *credendo* di poter accedere a "un quadro che sia una fusione coerente in una singola unità dei quadri più piccoli, formati sui vari aspetti della natura" (ancora Wigner⁶).

È davvero possibile portare a termine questo programma?

6 Si veda la nota 1 a pag. 8.

4. *Il fattore estetico nella descrizione della natura*

In cui si discute con maggiore dettaglio della natura del fattore estetico nella matematica e nella fisica matematica e delle connessioni con “il fare artistico”.

Prendiamo due volumi di matematica pura sullo stesso argomento (algebra, analisi, geometria), facendo attenzione a scegliere uno pubblicato dopo il 2000, l'altro cinquanta, ottanta, cento anni prima. Apriamoli senza pretendere di capire, anzi, con il sospetto fondato che anche solo i titoli dei capitoli possano dare l'impressione di essere l'ingresso in territori alieni, forse incomprensibili, forse tediosi, di sicuro rigorosi. Comunque sia, se guardiamo soltanto le pagine, possiamo trovare che i due libri si distinguono per caratteri di stampa diversi o per l'impostazione stessa della pagina, o anche per estensione; troviamo, però, la stessa struttura narrativa in entrambi i testi, quella basata sulla sequenza ipotesi-tesidimostrazione.

Se poi avessimo curiosità di leggere con una certa attenzione e possedessimo una familiarità adeguata con i temi affrontati in quei due libri, quali essi siano, allora troveremmo nel volume più recente i concetti di quello più antico utili al secondo – forse espressi in maniera un po' diversa, o più generale – e poi, molto probabilmente, troveremmo sempre nel volume più recente qualcosa di più o di diverso rispetto a quanto c'è in quello più antico, anche solo in termini di contestualizzazione dell'argomento. Rimarremmo probabilmente delusi se pensassimo di trovare nel libro più recente una critica tale da sovvertire perfino drammaticamente quanto espresso nel libro più antico.

La ragione di quest'assenza è che, come ho già ricordato, la matematica, in quanto insieme di teorie formali e di tecniche, evolve per precisazioni, per nuove contestualizzazioni, per offerta di nuovi punti di vista, per aperture di panorami, per l'introduzione di nuovi concetti, più che per sostituzione di concetti ritenuti obsoleti con altri emersi da nuove proposte; la matematica semplicemente estende il proprio territorio concettuale.

In questo senso, la ricerca in matematica non è propriamente un processo che rende stantio o erroneo quanto è stato dimostrato correttamente in precedenza nella struttura concettuale che gli è pertinente, semmai lo precisa, lo fa evolvere. Diverso è ciò che accade anche solo in quanto è più prossimo alla matematica pura, cioè la fisica matematica, e soprattutto è diverso da quanto accade nella tecnica. Parliamo infatti, e forse con una certa esagerazione lessicale, di archeologia industriale, classificando così lo studio di tutte le testimonianze inerenti al processo di industrializzazione fin dalle sue origini; di certo non parliamo di archeologia della matematica, semmai di *storia* della matematica. L'analogo della necessaria sostituzione della teoria tolemaica con quella copernicana non si registra in matematica. Certo, le "flussioni" di Newton sono state sostituite dalle "derivate" ma, in realtà, il substrato è comune; l'adozione del concetto di derivata è avvenuto per successive precisazioni. L'erroneità riguarda eventualmente una dimostrazione in un dato costruito formale matematico, non tanto l'intero impianto del costruito stesso.

Quella peculiarità del modo in cui la matematica si sviluppa nel tempo prescinde dal fatto che esista un territorio di matematica potenziale che venga di volta in volta *disvelato* o, al contrario, che sia il ricercatore a *inventare*, non a *scoprire*. In termini di prassi, il matematico percepisce tendenzialmente la propria attività di ricerca come invenzione.

Il procedere nella ricerca consiste nel domandarsi se sia possibile o no estendere la validità dei concetti e/o dei costrutti su cui il ricercatore in un dato momento focalizza la sua attenzione ad ambiti più generali di quelli in cui essi abitano, e poi se alcuni problemi ammettano soluzioni (una volta che si definisca cosa voglia dire soluzione per quel problema) e quali siano le proprietà di quelle soluzioni, anche quando non si è in grado di esprimerle in maniera esplicita. Un'altra domanda ancor più fondamentale è chiedersi se e in che senso campi diversi della matematica siano tra loro correlati e se l'individuazione di tali relazioni possa aprire nuove prospettive concettuali, e in che modo. Quest'ultimo aspetto è stato enfatizzato dal programma di Langlands, cui ho già fatto cenno.

In questo processo, la matematica può essere ambito di esperienza estetica non solo perché alcune sue espressioni, una volta visualizzate attraverso calcoli numerici si mostrano in forme affascinanti, come capita con i frattali, quanto e forse soprattutto perché quest'esperienza estetica può manifestarsi nella ricerca teorica, e riguarda solo formule su un foglio di carta o su una lavagna. In realtà l'affermazione è un po' ambigua perché *esperienza estetica*



si presenta come concetto di definizione imprecisa; così scrivere di esperienza estetica può forse indicare una prospettiva molto ristretta o una molto generale. In ogni caso, intendo dire che il *processo* interiore nel ricercatore teso allo sviluppo delle strutture formali che compongono la matematica e l'*utilizzo* di quelle strutture come linguaggio utile alla rappresentazione qualitativa e quantitativa di fenomeni naturali possono entrambi essere motore di esperienza estetica. È quello il momento in cui la dimensione esperienziale del *fare* matematica pone il ricercatore davanti a se stesso, al desiderio di superare i propri limiti di comprensione, allo sforzo di trovare una connessione che *lo soddisfi* perché la percepisce come *elegante* attraverso tutto il suo bagaglio di precomprensione. Quella sensazione riguarda il vedere *come gli elementi di ciò che costruisce s'interconnettono in armonia con un senso di necessità*.

Arte nella matematica

Se, però, si dichiara che il dimostrare un teorema nuovo possa indurre di per sé una possibile esperienza estetica, si dovrebbe anche avere idea sia dell'*arte* sia di cosa voglia dire *costruire* strutture matematiche, piuttosto che farne uso a vari gradi di complessità. Questi due aspetti possono essere percepiti in maniera differente anche da chi è coinvolto direttamente nell'impresa di estendere il dominio della matematica.

Se si avesse un approccio storicista alla questione, e si tentasse di sintetizzare i tentativi di definire l'arte raccolti nella storia del pensiero, la lista conterrebbe proposte ciascuna delle quali non sembra essere decisiva *in toto*, sebbene tutte contribuiscano a costruire il tentativo di un *ritratto dell'arte*.

Si può allora tentare un approccio che si basi sulla comparazione tra aspetti di ciò che possiamo intendere come esperienza estetica e il *fare* matematica in un senso che si possa forse intendere come *creativo*.

Si potrebbe convenire con Luigi Pareyson che vi è possibilità di "artisticità" nell'intera operosità umana, nel senso della "formatività", cioè della capacità di *fare*. Questa possibilità si esprime nella capacità di formare un'opera "in modo singolarissimo e personalissimo, inconfondibile eppure onniriconoscibile, inimitabile eppure esemplare, irripetibile eppure paradigmatico, e dove si può parlare di stile si deve parlare di arte"¹.

1 Pareyson L. (1988), *Estetica*, Bompiani, Milano, 1988; p. 65.





Sebbene ci possa essere possibilità di “artisticità” nell’intera operosità umana, non si tratta semplicemente di *fare a regola d’arte*, cioè solo di *applicare* in maniera rigorosa e inappuntabile tecniche note; semmai si tratta di *adottare* alcune tecniche o di inventarne di nuove e di connettere idee per creare qualcosa d’inimitabile perché *unico* e d’imitabile perché *esemplare*.

La questione è quindi il *livello* di contenuto estetico, cioè la sua *densità* in un’opera e il *permanere* di quest’ultima nel tempo. Quel *permanere* implica la necessità che quel livello estetico possa essere percepito, sebbene in modalità differenti ma almeno in qualche grado non trascurabile, in contesti storici e culturali tra loro diversi. Per ciò che concerne la matematica, si possono elencare molteplici esempi della duplicità unicità-esemplarità, anzi si può dire che la ricerca in matematica si *nutre* di essa e da essa è indirizzata. Così si può dire per l’ideazione di modelli matematici di classi di fenomeni naturali.

La percezione del mondo fisico e le idee che su di esso ci formiamo stimolano la ricerca matematica perché la loro rappresentazione e la loro interpretazione pongono problemi formali nuovi. Altre volte la ricerca in matematica è suggerita da immagini “fantastiche” che il matematico riesce a visualizzare talvolta solo in vaghe porzioni. L’esperienza sensibile, lo stato psicologico, l’espressione critica della ragione e la cultura personale di chi opera alimentano l’immaginazione.

Così Nicolai Hartmann, filosofo di Riga, riteneva che si esprimesse anche l’opera d’arte. Essa manifesta la possibilità di “innalzare l’empirico” facendolo penetrare “nell’ideale e nel simbolico”. Nella visione di Hartmann, l’artista “perfora” il dato sensibile: da esso parte e lo trascende². Per suo conto, un risultato *creativo* in matematica delimita “nell’ideale e nel simbolico” una porzione che, quando è utilizzata nella costruzione di modelli matematici di fenomeni naturali, permette di riscoprire nell’empirico la sua necessità e la sua funzione. D’altra parte, i modelli matematici di fenomeni naturali sono sì *rap-presentazioni* suggerite dai dati empirici ma al contempo tendono ad andare al di là di essi. Si cerca di formalizzare la descrizione di quello che ritiene siano gli aspetti essenziali (qui il punto) dei fenomeni in analisi. Per questo il ritratto che emerge è *incrinato*, per usare il termine che Theodor Adorno attribuiva alla raffigurazione che l’arte fa della realtà, mostrando ciò che la trascende³.

2 Hartmann N. (2017), *Aesthetics*, Walter De Gruyter, Berlino.

3 Adorno T. W. (2021), *Teoria estetica*, Einaudi, Torino.



Nell'esperienza matematica si trascende il dato empirico, cioè la visualizzazione iniziale di un qualcosa, sia pur astratto, ma sempre collegato all'esperienza, che ispiri un percorso di ricerca, o l'osservazione di un fenomeno fisico che suggerisca un problema matematico, per lo meno pertinente alla costruzione di modelli di quel fenomeno. Così si costruiscono le strutture astratte che implicano (spesso indirettamente) dati empirici o solo figurazioni mentali di qualche natura. Da ciò si può forse individuare una qualche connessione con l'affermazione di Adorno che l'arte estrinseca ciò che è nella cosa ma anche nella negazione della cosa, riferendosi alla disomogeneità tra arte e storia. Quella disomogeneità permette espressione e negazione dei contenuti ideologici negli aspetti formali dell'arte⁴. La connessione non è, di certo, con il dibattito sociale. Semmai per la matematica abbiamo espressione e "negazione" degli aspetti fisici che hanno suggerito alcuni strumenti e alcuni concetti. Sono questi ultimi espressione perché sono stati suggeriti dai fenomeni (si pensi al calcolo differenziale che iniziò con Leibniz e Newton, per quest'ultimo suggerito dalla necessità di descrivere la meccanica di un punto dotato di massa, sottoposto all'azione del campo gravitazionale). Sono negazione perché quei concetti matematici poi hanno vita e relazioni proprie, indipendentemente dalla loro originaria connessione con i fenomeni fisici.

La matematica in sé è sconnessa dal dibattito sociale anche quando è utilizzata per le scienze sociali, soprattutto per l'economia. D'altra parte, le previsioni di modelli matematici dell'economia, della dinamica delle popolazioni, della diffusione di epidemie possono essere utilizzate per giustificare decisioni politiche, in maniera pretestuosa o sostanziale. Inoltre, la formulazione di quei modelli stessi, quando questi riguardano le strutture sociali, può essere indirizzata (non di rado lo è) da una qualche visione ideologica di chi tale formulazione propone. Ciò, però, riguarda le applicazioni della matematica, non il *farla*, sviluppandone il territorio concettuale.

La circostanza potrebbe portare a distinguere l'esperienza artistica da quella matematica, o, più in generale, scientifica se si seguisse la posizione di György Lukács per il quale la scienza riguarda i fatti e le loro connessioni, l'arte invece "ci offre anime e destini"; è ontologicamente correlata alla "verità del mito"⁵. Il *fare* matematica non è associato, infatti, a motivi esistenziali e sentimentali; certo, è influenzato dallo stato d'animo di chi opera, ma la sua natura ne

4 Adorno T. W., *ibidem*.

5 Lukács G. (1970), *Estetica*, 2 voll., Einaudi, Torino.

è lontana. Muove dall'astrazione dell'esperienza. La matematica si manifesta, però, anche come linguaggio quantitativo e qualitativo allo stesso tempo; così linguaggio è l'arte nella visione di Charles W. Morris, ma è "il linguaggio per la comunicazione dei valori", per come essi stessi sono diventati linguaggio⁶. L'arte ha per questo natura valutativa, informativa e costruttiva nel senso del termine anglosassone "performance". E per questo suo legame con i valori deve essere "senza rappresentazione di un fine" che sia etico o utilitaristico, per usare le parole di Kant. Valori etici, quali essi siano, non sono associati ai risultati della matematica (come anche l'utilità non è in genere immediatamente pertinente al risultato matematico, con le debite eccezioni), semmai quei valori sono espressi dal modo in cui i risultati della matematica sono applicati e dal modo con cui quegli stessi risultati sono stati raggiunti. I vari modi di proseguire nella ricerca e di diffondere ciò che da essa emerge (anche solo in termini divulgativi) sono influenzati dalla struttura etica di chi opera, naturalmente non negli aspetti tecnici, ma nelle decisioni e negli atti che sono pertinenti all'interazione con l'ambiente sociale.

Il processo di valutazione del valore tecnico che emerge nei risultati della matematica e del loro possibile valore estetico è il riflesso sia della cultura sia del tenore etico di chi esprime quel giudizio. È utile, se non necessario, che chi giudica abbia capacità di visione prospettica; deve essere in grado d'intravedere la potenziale fertilità di un risultato nel territorio generale della matematica, o d'intuire persino solo vagamente la possibilità di quella fertilità. La visione prospettica è ostacolata dall'estrema specializzazione dei temi di ricerca e dalla frammentazione della presentazione dei risultati, una frammentazione che spesso confonde le tracce che possano indicare il *sistema* in cui quei risultati specifici si collocano. Si tende a sfuggire alla vena trattatistica che ebbero Newton, Euler o, per guardare solo al Novecento, il gruppo di eccellenti matematici francesi che prese il nome Bourbaki per quasi tutta la matematica, o la scuola americana di Clifford Ambrose Truesdell III, per lo più nel suo primo periodo, per la meccanica dei corpi deformabili, e altri singoli studiosi nei loro settori, una vena che ha contribuito a rappresentare interi scenari. La prevalenza dello specifico ha invece determinato in taluni uno stile di corto respiro nella scrittura e quella tendenza diffusa a considerare la sola difficoltà tecnica come metro unico di valutazione, senza tener conto, o facendolo solo marginalmente, dell'ambiente in cui un risultato si pone e della

⁶ Roberts L. N. (1967). Art as Icon; an Interpretation of C. W. Morris. In: *Studies in American Philosophy*, Tulane Studies in Philosophy, vol 4. Springer, Dordrecht.

prospettiva che esso reca. Eppure, inventare strumenti concettuali che permettano di ottenere risultati non banali e nuovi in maniera che sia “naturale” e che “illumini” nuove prospettive di ricerca, o permetta di ricontestualizzare risultati già noti, è spesso origine di profondità concettuale e di eleganza.

Formativa è per Luigi Pareyson l’arte che “mentre fa inventa il modo di fare”. “La formazione dell’opera d’arte è un puro tentare”⁷, e la riuscita, la forma raggiunta, “è criterio a se stessa”⁸. Certo, il matematico non ha nell’operare la libertà del pittore o dello scultore o del poeta. Deve dar conto della sua immaginazione attraverso la logica della dimostrazione. Un teorema, infatti, è tale quando è *vero* nella struttura concettuale in cui si colloca, altrimenti non è un teorema: è una congettura, un’ipotesi, perfino una proposizione indecidibile, ma non un teorema, o un lemma, o un corollario. La libertà per chi opera nella matematica si esprime nell’invenzione dell’ambiente e degli strumenti d’attacco al problema che di volta in volta si pone. Gli estremi della dimostrazione e il suo sviluppo devono invece subire una rigorosa verifica a ogni passo, devono soddisfare un criterio di necessità e soprattutto non devono dar luogo a equivoci.

Nonostante la chiarezza logica che il processo invoca, vi è un problema di “godimento” dei risultati della matematica: è necessaria un’educazione pertinente. C’è bisogno di educazione anche per il “godimento” di un quadro, invero, ma in quel caso all’educazione può talvolta sopperire l’intuizione del singolo, grazie a una sensibilità personale adeguata. È molto più difficile che ciò accada quando si è di fronte a un risultato non banale della matematica, perché è richiesta la conoscenza del linguaggio formale pertinente. La divulgazione aiuta solo per la superficie dei risultati e per certi versi può perfino essere pericolosa, perché può deviare il senso e il significato delle cose, banalizzandoli o enfatizzandoli, perché, in fondo, la divulgazione è il teatro d’ombre di un teatro d’ombre. Così, spesso, in mancanza della conoscenza del linguaggio formale necessario, s’impone un principio di autorità nella valutazione: *è stato detto da... conosco quella scuola... se è apparso su quella rivista, figurati...* e così di seguito. Questo, però, accade anche in tanti altri ambiti del fare umano, non ultime le arti figurative e la musica, con ovvia influenza sulla loro fruizione, sulla produzione, sul mercato⁹.

7 Pareyson, *op. cit.*, p. 69.

8 Pareyson, *op. cit.*, p. 65.

9 Per quest’ultimo aspetto si veda Fumaroli M. (2011), *Parigi-New York e ritorno*,



C'è poi il problema dell'*unicità* che tendiamo ad attribuire istintivamente all'opera d'arte, quasi indipendentemente dall'idea che dell'arte possiamo avere. In contrasto, si può sostenere che la possibilità di dimostrare un teorema seguendo percorsi diversi non gli attribuisce l'intrinseca unicità dell'opera d'arte. Una diversa dimostrazione, però, *ricontestualizza* un teorema, donandogli una differente prospettiva che può essere talora vaga, talaltra un'indicazione chiara di nuovi sviluppi; in ogni caso l'enunciato di un teorema e una sua qualche dimostrazione manifestano *insieme* caratteristiche di unicità. Cambiando la dimostrazione si realizza un ente (la coppia enunciato-dimostrazione) anch'esso unico.

Non tutto si esaurisce nell'enunciato di un risultato e nella tecnica di dimostrazione: il modo in cui è presentato il lavoro fatto – lo stile di scrittura, quindi – è sostanza esso stesso e, indirettamente, aumenta il valore del risultato quando indica, anche in maniera implicita, nuove prospettive di analisi. La forma della presentazione può infine essere anch'essa luogo di esperienza estetica. Di questo era consapevole Benedetto Croce, quando scriveva che “anche il pensiero logico, anche la scienza, in quanto si esprime si fa sentimento e fantasia: che è la ragione per la quale un libro di filosofia, di storia, di scienza può essere non solo vero ma bello, e a ogni modo vien giudicato non solo secondo logica ma anche secondo estetica, e si dice talvolta che un libro è sbagliato come teoria o come critica o come verità storica, ma rimane, per l'affetto che l'anima e che in esso si esprime, in qualità di opera d'arte”¹⁰. Qui la discussione s'indirizza verso la questione del rapporto tra verità e bellezza. Nella matematica questo rapporto risente dei limiti indicati da Kurt Gödel, che dimostrò, in termini di logica formale, l'esistenza di proposizioni indecidibili per sistemi formali in cui si possa sviluppare l'aritmetica e per i quali sia possibile la codifica di formule autoreferenziali. Possiamo quindi trovare, per esempio, una proposizione che ci sembri bella (e questa è una questione soggettiva, al momento) ma che non sia dimostrabile, non solo per i nostri limiti ma perché non lo è in assoluto, nei termini indicati da Gödel. In questo caso, però, la verità non sfugge, o almeno lo fa fino a quando non si è dimostrata l'indecidibilità di quella proposizione specifica che ci sembrava bella. Al termine della dimostrazione si riconcilia il rapporto tra verità e la bellezza che pareva emergere, ma nel caso dell'indecidibilità questo rapporto è per lo

Adelphi, Milano. Si veda anche Danto A. (2008), *La trasfigurazione del banale, una filosofia dell'arte*, Editori Laterza, Bari.

10 Croce B. (1962), *Aestetica in nuce*, Laterza, Bari, p. 40.





meno flebile o, almeno, la verità è che quella proposizione è indecidibile. D'altra parte, in linea di principio non tutte le proposizioni indecidibili (almeno se valutabili come tali) sono "belle", o almeno percepibili come tali nell'ambito dello sviluppo di un campo della matematica che emerga come consequenziale e armonico nelle sue strutture, come non tutti i teoremi sono belli. Se si guardano gli scritti che matematici d'alta scuola fanno talvolta a margine delle loro attività, si rileva sempre la dichiarazione che i teoremi profondi sono invariabilmente belli¹¹. È una bellezza che nasce dall'armonia concettuale, dal vedere che i concetti si interconnettono in maniera talvolta sorprendente, talaltra proprio come si era solo sperato o solo sognato che facessero. Un teorema profondo è una sorpresa per chi ne viene a conoscenza; è ciò che mancava in un dato contesto, una torcia che quel contesto illumina e permette di vedere ulteriori pertugi attraverso i quali raggiungere nuovi panorami; suggerisce che non era da solo a mancare, in realtà manca ancora qualcos'altro e quel qualcos'altro, una volta raggiunto e *aggiunto* perché dimostrato, mostrerà che si può andare oltre o anche solo permetterà di chiedersi se si può andare oltre.



Dall'astrazione ai fenomeni



In matematica, *accessibilità e consapevolezza della verità* si raggiungono attraverso la *costruzione* e il *completamento* della dimostrazione, in seguito alla quale un'affermazione può, a ragione, chiamarsi *teorema*: un contenuto di verità in un dato sistema formale che obbedisce a regole logiche definite. Il risultato si riflette sulle relazioni tra le strutture formali utilizzate nella costruzione di modelli matematici di fenomeni naturali ma non (o comunque non necessariamente) sull'*adeguatezza* dei modelli stessi, riguardo alla classe di fenomeni cui si riferiscono. Per *adeguatezza* intendo la capacità di descrivere i dati osservati e di prevedere nuovi fenomeni; includo anche la capacità di offrire una prospettiva di sviluppo alle idee che costituiscono il modello stesso e la possibilità di connessione con proposte riferite ad altre fenomenologie.

Lo sforzo di costruire un modello matematico di fenomeni naturali, a partire da altri tentativi già fatti e accettati in questo senso, non implica una prona *adesione* a quanto si è stati usati fare e pensare sino ad allora. Quel nuovo tentativo d'andare avanti nella

¹¹ Si veda in merito Hardy G. H. (2002), *Apologia di un matematico*, Garzanti, Milano.



ricerca può estendere il substrato da cui parte, sottolinearne i limiti, perfino contraddirlo, per lo meno in parte. È quanto è successo con la relatività ristretta, prima, e poi con quella generale, che emergono dalla meccanica newtoniana e la estendono, tracciando uno scenario in cui essa appare come caso particolare.

Molto più piccolo è anche il caso dell'estensione che ha avuto l'impianto tradizionale della meccanica dei corpi deformabili quando si sono manifestati desiderio e necessità di descrivere il comportamento di alcune classi di materiali con microstruttura attiva. Il loro ruolo è sempre più rilevante nelle applicazioni tecnologiche, come accade, per esempio, per i cristalli liquidi negli schermi degli apparecchi elettronici. Quell'ampliamento delle pratiche della meccanica classica dei corpi deformabili indica in maniera chiara l'azione dissodante dello status quo delle nostre conoscenze teoriche che può essere determinata dalla costruzione di un più ampio metamodello matematico, una struttura astratta che guida l'edificazione di modelli specifici: un modello di modelli. La sua formulazione nasce dallo scavo dei fondamenti delle teorie adottate per interpretare i fenomeni e progettare esperimenti. Più complesso è l'esperimento più profonda e dettagliata è la visione che ne sostiene la progettazione e l'interpretazione. Quanto è accaduto nel passaggio dall'idea del bosone di Higgs al conseguente (e più tardo) esperimento di Ginevra è esemplare. È un caso eccezionale per il gigantismo dei mezzi economici e tecnologici richiesti per realizzare l'esperimento, ma in esso si manifesta la norma del procedere.

La visione che si ha di un fenomeno si rende concreta nel modello matematico che formuliamo di quel fenomeno e nella cui costruzione si è indirizzati dai dati che in qualche modo sono a disposizione. I dati, però, non contemplan tutti i casi possibili; devono essere interpretati attraverso una visione teorica che non sempre coincide con quella che ha indirizzato la costruzione degli strumenti utilizzati in laboratorio e l'ideazione stessa degli esperimenti che hanno suggerito il modello pertinente; per quelli successivi è quest'ultimo a essere d'indirizzo.

Non banale è spesso il ruolo del *Gedankenexperiment*, termine coniato dal fisico e chimico danese Hans Christian Ørsted e reso popolare da Albert Einstein. Si tratta dell'esperimento mentale, del figurarsi un meccanismo che esemplifichi ciò che si ritiene siano gli elementi essenziali dei fenomeni in analisi. E sono proprio tali elementi che si cerca di esprimere nei termini della matematica, per avere di essi – continuo a ripetere – una discorso sulla natura che riesca a quantificare oltre che qualificare, e abbia la possibilità

di essere predittiva. Nel farlo, talvolta ci si trova davanti a scelte egualmente possibili, senza alcuna indicazione empirica per l'una o per l'altra. Non tutte le scelte sono equivalenti, così come non tutte le opinioni sono uguali. Discernere tra differenti possibilità nella costruzione di un di modello può essere materia di giudizio a posteriori, un giudizio basato dalle previsioni che ciascuna scelta permette di fare. Questo tipo di giudizio, però, nonostante possa corroborare la proposta teorica, non è decisivo, salvo che qualcuno dei risultati espressi da una versione del modello o da altre possibili non sia falsificato o solo messo in discussione da qualche esperimento, cosicché si possa essere più inclini a una versione del modello stesso piuttosto che a un'altra.

Il tentativo di falsificare una teoria (un modello singolo essa stessa o un'architettura di modelli) non è altro che lo sforzo di stabilirne i confini di validità, e ciò che è interno a tali confini può essere anche tale da dirci poco o nulla riguardo all'oggetto della teoria, perfino del tutto inadeguato. C'è anche un giudizio a priori o, per così dire, *in corso d'opera*. E in questo, così come in quello *ex post*, ha ruolo un fattore estetico.

L'essenza di un modello matematico è in tutto il complesso delle scelte iniziali che lo determinano e che sono indirizzate dai dati: in quelle scelte vi è *in nuce* il *contenuto di verità* del modello stesso, il suo *grado di adeguatezza*.

Del *senso estetico* che indirizza nella costruzione dei modelli matematici non riesco a dare una definizione priva di equivoci, come, d'altronde, succede quando si cerca di definirlo in arte. In esso, però, includo la sensibilità per la riduzione delle ipotesi, la sinteticità delle deduzioni, l'ampiezza delle conseguenze da pochi principi a priori, la *forza* descrittiva degli strumenti considerati, intesa come orizzonte incluso nella proposta teorica cui si giunge, la possibilità di evitare l'introduzione di elementi ad hoc che determinino una conclusione già immaginata e quindi non derivata rigorosamente da principi primi considerati semplici perché *istintivamente* paiono di per sé evidenti. L'avverbio che ho appena usato contiene un fattore storico e uno psicologico. In chi costruisce un modello, l'istinto per le scelte principali è in un certo senso innato, ma è di certo influenzato dall'ambiente storico, dalle nozioni possedute, dal modo in cui quelle nozioni sono in ciascuno interconnesse ed elaborate (in breve dal talento personale), dalla sua posizione nei confronti del lavoro di ricerca, quindi dalle motivazioni intime. La combinazione di questi fattori è ciò che può permettere di cogliere e di



esprimere in una teoria fisico-matematica quelle che Wolfgang Pauli chiamava “immagini di possente contenuto emozionale, che non sono pensate, ma contemplate”, immagini che sono collegate alla simmetria, alla semplicità intesa non come banalità quanto come essenziale e sottile armonia. Da esse emerge un contenuto di quella che possiamo considerare conoscenza “dal modo in cui”, continuava Pauli, “tali immagini preesistenti vengono ad essere congruenti col comportamento degli oggetti esterni”, con la fenomenologia del mondo, quindi, nei limiti della nostra osservazione¹². E riconosciamo l'eventuale bellezza dei modelli matematici, che ci paiono oggi adeguati a descrivere quanto osserviamo e pensiamo del mondo fisico, proprio in quest'armonia sotterranea che attraversa e sorregge quelle teorie. Ci sfugge il perché di quest'intima bellezza (o almeno quella che percepiamo come tale) nelle cose della natura e nelle strutture concettuali astratte che l'osservazione suggerisce, anche solo indirettamente. Forse il senso di questa bellezza è insito in noi che osserviamo e ci sforziamo di unificare le teorie e ridurre strutture concettuali articolate a principi primi, forse no, ma è proprio da quel senso di armonia, sia istintivo sia frutto di educazione, che nasce la formulazione dei modelli matematici del mondo.



Nel 1984, scrivendo proprio del modo d'affrontare la costruzione delle teorie nella fisica delle particelle, Yōichirō Nambu, premio Nobel per la fisica nel 2008, indicava due strade¹³. La prima ha natura pragmatica: è il tentativo di individuare la struttura dei fenomeni fisici osservandoli e interpretandoli nei termini dei concetti e degli strumenti teorici noti, quello che Nambu chiama *il modo di Yukawa*. L'altra, che per Nambu è *il modo alla Dirac*, consiste nel partire dalla formulazione di strutture teoriche eleganti e cercare la loro rilevanza nel mondo fisico, nella convinzione che quella che percepiamo come bellezza debba ritrovarsi nella natura, anzi sia insita in essa. “Naturalmente,” scrive Nambu, “la questione di cosa costituisca un'idea bella e rilevante è dove la fisica comincia a diventare un'arte”¹⁴.



La ricerca in fisica (più specificatamente in fisica matematica) si nutre di entrambe queste visioni, che hanno legami più intimi di quanto possa apparire. L'eleganza insita nei concetti matematici si riverbera sulla struttura di un modello, per quanto ne con-

12 Si veda Chandrasekar S. (1987), *Verità e bellezza. Le ragioni dell'estetica nella scienza*, Garzanti, Milano 1987, pp. 99-115.

13 Nambu Y. (1985), Directions of particle physics, *Supplement of Progress of Theoretical Physics*, 85, 104-110.

14 Nambu Y., *ibidem*.



tengono i concetti usati. È questa bellezza che ha fatto scrivere a Wendelin Werner, insignito nel 2006 della Medaglia Fields, il premio ambito dai matematici non ancora quarantenni: “non credo che la mia ricerca sarà utile per le applicazioni quotidiane in venti o cinquanta anni. E non è neanche il mio obiettivo. [...] la mia motivazione deriva dall’essere capace di creare una struttura matematica elegante [...]”¹⁵.

Uno scultore, un pittore, un musicista si sarebbero espressi allo stesso modo riguardo al proprio lavoro. D’altra parte, ciò che chiamiamo eleganza in matematica, emerge dall’armonia che appare nell’osservazione del mondo, atto da cui la matematica stessa deriva nei suoi costrutti elementari, in termini di prassi, di esperienza, per poi estendersi nell’astrazione resa possibile da un “universo” concettuale potenziale (sia pur esso stesso solo congetturato come contenitore) di relazioni e di concetti che strutturano la matematica nella sua forma più astratta.

Si potrebbe obiettare che, argomentando come ho fatto sinora, inserisco fattori non propriamente fisici né, tantomeno, matematici. E si potrebbe sostenere ciò anche di fronte a quella strana evidenza per cui, storicamente, il fattore estetico nelle teorie fisiche non pare in contrasto con l’efficacia descrittiva delle stesse, tanto da fargli assumere una posizione primaria, in un certo senso finalistica, come è nella visione di alcuni ricercatori come Paul Dirac, per esempio¹⁶. D’altra parte, nella nostra ricerca dei fatti soggiacenti, anzi, più precisamente, nel tentativo di dare di essi una rappresentazione funzionale – nel senso che sia predittiva – introduciamo principi (minima azione, bilancio dell’energia, invarianza della potenza esterna o della potenza relativa rispetto a cambiamenti di osservatore isometrici, obiettività delle equazioni costitutive, seconda legge della termodinamica, richiesta di covarianza di una sua espressione in termini di campi, e via discorrendo. Introduciamo quei principi perché ci paiono plausibili e non contraddittori sia da un punto di vista logico, sia nella comparazione con i dati sperimentali (dati che spesso otteniamo progettando esperimenti sulla base di quei principi). Li introduciamo perché permettono di andare avanti e possiamo cambiarli con qualcosa che riesca ad andare più in là senza dissodare e distruggere utili sentieri già tracciati, quando ci siano evidenze per questi cambiamenti, accettati solo davanti alle loro

¹⁵ Nambu Y., *ibidem*.

¹⁶ Dirac P. A. M. (2019), *La bellezza come metodo*, Raffaello Cortina Editore, Milano.

conseguenze, e (in genere) non senza resistenze. Allora, passiamo forse da un realismo che potremmo chiamare istintivo a una sorta di meta-realismo, per quanto ingenuo possa essere. La scelta di quei principî nella costruzione di un modello – siano essi di fondamento o abbiano solo un ruolo ancillare di natura strumentale; siano stati introdotti precedentemente o siano una proposta specifica di chi quel modello intende edificare – è un atto di cultura e di gusto, ma anche costituisce una tensione di verità che nasce da una riflessione interiore e poi si confronta con l'insieme dei fenomeni in analisi.

In fondo fa così anche l'artista nel suo intimo, quando la sua azione non sia solo la furbizia di un atto pubblicitario affamato di mercato. Sostiene Anselm Kiefer: “La nascita di un quadro risponde a un procedimento complesso e il mio umore cambia continuamente nel corso della sua elaborazione. All'inizio attraverso degli stati “fisici” in cui, per così dire, mi sento rinchiuso dentro la materia del quadro, in cui faccio tutt'uno con l'esistente. È uno stato che ha inizio nell'oscurità, una sorta d'urgenza, di palpitazione. Ignoro che cosa significhi, ma è qualcosa che mi spinge ad agire. In quel momento sono immerso nella materia, nel colore, nella sabbia, nell'argilla, nell'accecamento dell'istante, non c'è distanza. Paradossalmente, questo “qualcosa” informe che ha luogo nella più stretta prossimità, con la testa quasi dentro il colore, è anche estremamente preciso. Allora indietreggio un po' e cerco di vedere, di distinguere cosa ho davanti, e poi mi chiedo come proseguire il lavoro avvalendomi di ciò che è già stato fatto. A quel punto ho qualcosa di fronte a me con cui confrontarmi. Posso fare riferimento a qualcosa che sta lì, all'esterno, davanti a me. Il quadro è là e io sono qui, nel quadro. A questa condizione subentra subito la delusione, un senso di mancanza. Non è una mancanza provocata da qualcosa che non avrei visto o che avrei tralasciato di svelare. È una mancanza che non può essere riempita con l'aiuto di nessun'altra forma. Da quel momento in poi non potrò concludere se non riferendomi ad altri elementi altrettanto incerti, che possono essere storici, figurativi o di altra natura”¹⁷.

La finalità dell'artista, però, riguarda una verità emozionale. Lo scienziato, invece (e qui penso sempre alla fisica matematica per ragioni di familiarità e di abitudine), *pretende* di offrire una verità indipendente dall'osservatore; i risultati delle sue analisi derivano spesso dall'imposizione di tale indipendenza (si veda ad esempio il teorema di Emmy Nöther: a ogni trasformazione dello spazio e del tempo che lasci invariata la struttura della somma tra l'e-

¹⁷ Kiefer A. (2018), *L'arte sopravvivrà alle sue rovine*, Feltrinelli Editore, Milano, pp. 32-33.

nergia cinetica e un potenziale corrisponde un integrale primo del moto, cioè una quantità che si conserva: una legge fisica come la conservazione della “quantità di moto” ($f=ma$, per intenderci, è la conseguenza di una certa richiesta d’invarianza rispetto a osservatori che traslano l’uno rispetto all’altro). Quale ruolo ha quindi il fattore estetico che potrebbe essere inteso solo come esperienza soggettiva? Forse la questione può essere ribaltata: Percepriamo una qualche scelta nella costruzione di una struttura teorica come più “bella” di altre perché essa è *più di altre* connessa con la struttura dei fatti soggiacenti ai fenomeni e quindi la percepiamo come tale (cioè bella) perché anche noi siamo fatti della pasta di quei fatti? È per questo o per altro che ci affascinano i costrutti che unificano le proposte teoriche e che tendono a cercare principi primi? Può darsi che gli aspetti sollevati dalle queste domande siano pertinenti e indichino fattori compresenti nel processo di conoscenza. Può darsi anche che quello che percepiamo come fattore estetico abbia in sé una componente di tipo culturale, che può mutare al variare dello spirito del tempo. Dipende dalle circostanze specifiche e da chi quel fattore percepisce e segue.

Nelle arti figurative si è cercato di escludere l’estetica, riducendo la valutazione all’esplorazione dell’intenzionalità, al riconoscimento delle istituzioni pertinenti e alla quotazione del mercato. L’azione del critico/filosofo, che attribuisce valore d’arte all’opera, è diventata parte dell’opera stessa, opera talvolta ridotta al puro gesto di un attimo, perfino gesto vuoto, teso solo a generare clamore. In questo modo si è lasciato (intenzionalmente?) maggiore spazio alle torsioni del mercato e alla manipolazione, cioè alla convenienza del critico “stipendiato”¹⁸. Rimane, però, l’interazione non mediata tra l’osservatore e l’opera. E allora l’estetica rientra inevitabilmente dagli interstizi dell’uscio oltre il quale la si è voluta porre, per riuscire a rafforzare in maniera conveniente alcuni aspetti della soggettività.

Uno scienziato teorico, tendenzialmente allergico alla soggettività, per sua inclinazione e per formazione culturale, è comunque *istintivamente* portato ad apprezzare l’eleganza delle formulazioni (almeno quella che percepisce come tale) e a tendere a essa. Questo non vuol dire che egli sia incline a un estetismo fine a se stesso, immergendosi nel quale dimentica che tutto il suo lavoro *presume* il poter accedere alla struttura dei fatti soggiacenti ai fenomeni e il poter avere consapevolezza di averli raggiunti. Si rende, però, conto che, quando è posto davanti a scelte all’apparenza approssimativamente equivalenti, è proprio un certa sensazione estetica che lo fa

18 Si veda ancora Fumaroli M. (2011), *Parigi-New York e ritorno*, Adelphi, Milano.

propendere per una scelta tra quelle possibili e che – talvolta senza evidente ragione – tutto questo *funziona*, cioè si mostra aderente ai dati disponibili, pur essendo sostenuto da elementi meta-realistici, pur definendo e utilizzando strumenti matematici perfino difficilmente visualizzabili nell’immaginazione, ma i cui effetti ricadono nella concretezza delle “cose percepite”.

In tutto questo processo bisogna sempre ricordare che un modello matematico di fenomeni naturali non è la realtà della natura. Per un verso è una *mappa* del territorio osservato da chi lo costruisce; per un altro verso è uno *strumento di visione prospettica* su possibili territori ignoti. In questo senso un modello (e intendo un modello matematico) è una narrazione di una porzione del territorio fenomenologico osservato, una narrazione differente da una di tipo verbale e di essa più sintetica, ma anche si sforza di prevedere ciò che non è alla vista, ma è potenzialmente misurabile, sebbene con una qualche dose d’indeterminazione.

Segue una progressiva analisi critica di quanto è stato formulato, analisi basata su esperimenti, sia quelli di laboratorio “meccanico”, sia quelli mentali, sia quelli derivanti da elaborazioni numeriche, un’analisi basata anche su ulteriori elaborazioni teoriche che includono la riflessione sui fondamenti della teoria stessa. Quest’analisi permette la ricognizione e la ridefinizione delle frontiere della teoria, perfino può determinare l’abbandono della teoria stessa.

Possono esserci anche casi in cui, pressappoco, si ottengono previsioni dello stesso tipo da modelli che si distinguono per aspetti di contorno. In questi casi la scelta tra un modello e l’altro è indirizzata (quando non da interessi di scuola) ancora una volta dal senso estetico. Per esso conta – ho già scritto – l’economia delle ipotesi, la consequenzialità delle concatenazioni concettuali priva dell’introduzione di fattori ad hoc che non emergano “naturalmente” da principi primi. Il giudizio e la conseguente preferenza, però, sono condizionati dal fattore umano.

Un’idea nuova che sia anche solo istintivamente percepibile come bella e rilevante non è sempre attesa e accettata con entusiasmo dalla comunità scientifica. Talvolta si preferisce che si propongano solo piccole variazioni di quanto è noto. Le ragioni riguardano, da un lato, la pigrizia nel variare il proprio modo di pensare, dall’altro il desiderio inconscio di sentirsi al sicuro: essere ancora in gioco e ancora culturalmente dominanti. Ed è proprio quest’attrito psicologico uno dei peggiori ostacoli alla ricerca. La questione non è marginale; a volte diventa determinante nella prassi.

In apertura al loro libro sui fondamenti matematici della teoria dell’elasticità, Jerrold E. Marsden e Thomas R. J. Hughes ricordano

che “i ricercatori in teoria dell’elasticità sono fortemente dogmatici” – il termine che usano è “opinionated”, che vuol dire anche supponente, oltre che dogmatico – “anche quando hanno torto”; e si potrebbe dire *soprattutto quando hanno torto*, citando una battuta di Pedro Ponte-Castañeda, che così precisò in una sera fiorentina del gennaio 2018, a me che citavo le parole di Marsden e Hughes, i quali, prendendo le distanze da possibili dispute inutili, continuano dichiarando che “durante il nostro lavoro nel campo abbiamo rifiutato di battagliare, e nell’adottare quest’approccio pacifistico, rilasciamo una dichiarazione generale: questo libro non è né completo né imparziale”¹⁹. Lo stesso potrei dire di quello che qui scrivo.

Questo è solo un esempio; in altri campi si possono osservare situazioni analoghe, ma è proprio ciò che dovrebbe essere superato. Nelle discussioni intorno a posizioni scientifiche, la questione, infatti, non è tanto stabilire quanto quelle posizioni siano differenti l’una dall’altra, ma quanto piuttosto il modo con cui sono coinvolte nel medesimo progetto di conoscenza. Gli ostacoli che si frappongono sono l’eventuale dislivello culturale tra i protagonisti del “conflitto” e la struttura psicologica dei protagonisti. Se spesso il dislivello culturale può essere colmato con lo studio, più ardui sono gli ostacoli di natura psicologica. Questi ultimi non solo riguardano i rapporti tra le persone coinvolte nell’attività di ricerca e il modo in cui essa è comunicata a chi non partecipa direttamente, ma possono anche influenzare le scelte compiute dal singolo ricercatore. La competizione tra singoli e tra gruppi ha un ruolo nello sviluppo dell’attività scientifica ma può trasformarsi da stimolo in effetto deleterio quando la competizione stessa diventa l’unico orizzonte di lavoro.

Sono altri gli aspetti che invece illuminano sempre la strada. Nel costruire un modello matematico, per esempio, ci si dovrebbe chiedere se la proposta sia eccessivamente utilitaristica, cioè se siamo principalmente interessati a ottenere un risultato, qualunque esso sia, solo per le conseguenze accessorie che emergono dalla sua esibizione (carriera, desiderio d’apparire, rivalsa... e così via), oppure se quel lavoro sia motivato essenzialmente dal desiderio di conoscere e le conseguenze accessorie, quando si presentano, siano niente più che corollari piacevoli. La questione sottesa a quest’attività di ricerca – la descrizione in termini matematici dei fatti della natura – è quanto in profondità si riesca ad andare, cioè quale sia il significato profondo di ciò che si propone, al di là delle connessioni formali tra gli enti matematici utilizzati, e quanto i risultati

¹⁹ Marsden J. E., Hughes T. R. J. (1993), *Mathematical Foundations of Elasticity*, Dover, Mineola, NY, p. xi.

permettano di comprendere *di più* ciò a cui si riferiscono e quante prospettive di ulteriori indagini aprano.

Non ignorare simili questioni può almeno indurre a riconoscere la necessità di una continua estensione delle proprie conoscenze a supporto dell'indagine che si persegue. L'approfondimento progressivo è necessario. Possono emergere connessioni inattese tra campi apparentemente disparati, connessioni che permettono di risolvere problemi intricati e aiutano a progredire nella ricerca. L'approfondimento può anche determinare gerarchie di modelli, che, intersecandosi, strutturano teorie articolate. Gli esempi in tal senso sono molteplici. Quello forse più popolare è legato alla meccanica quantistica.

Nella visualizzazione abituale dell'atomo, rappresentato come una specie di sistema solare in miniatura, immaginiamo le particelle subatomiche come punti materiali dotati di massa, sebbene questa figurazione di comodo non sia del tutto aderente al modello matematico da cui emerge. Chi si preoccupa per curiosità (per lo meno) di avere qualche informazione successiva, si accorge, per esempio, che gli elettroni si comportano talora come "palline", talaltra come onde, secondo il tipo di osservazione che di essi facciamo. Ci si può poi rendere conto che, per tentare di trovare un'origine comune di quelle che ci paiono essere le forze fondamentali alla base della natura, è forse utile pensare a una particella subnucleare non tanto come a una pallina dotata di massa, per quanto piccola la si possa immaginare, né solo come un'onda, quanto piuttosto come a una corda vibrante. Da quest'idea si è costruita la cosiddetta *teoria delle stringhe*. Le conseguenze di questo punto di vista, per quanto intrigante e fruttuoso di risultati, non hanno ancora permesso d'identificare una teoria unificata del mondo fisico.

Si è allora pensato di considerare una corda vibrante chiusa (una sorta di anello) come il bordo di una membrana, anch'essa vibrante, sviluppando la cosiddetta *teoria delle brane*, considerate come elementi costitutivi *più profondi* – nel senso di più fondamentali – dei fenomeni osservati. Di questa teoria esistono varie versioni a dimensioni diverse. E s'immaginano anche *brane* associate a stringhe aperte, le *D-brane*, introdotte per non avere una teoria che impedisca flusso di energia lungo stringhe, possibilità compatibile con il principio di conservazione dell'energia. Si è pensato poi a una teoria che unifichi le proposte sulle *stringhe* e sulle *brane* ed estenda l'orizzonte nel tentativo di *reductio ad unum* della rappresentazione delle forze fondamentali della natura, un tentativo che richiede di pensare che il mondo che osserviamo sia la proiezione tridimensionale, o quadridimensionale (se consideriamo il tempo

come una “dimensione” degli eventi) di un universo a dimensione più grande. Il percorso s’addentra sempre più nell’astrazione, e pare non riuscire a fermarsi, almeno a oggi.

La costruzione e l’analisi di modelli matematici di fenomeni fisici ha risultati profondamente differenti dalle manifestazioni della letteratura, delle arti figurative, della musica. Differenti sono soprattutto le possibilità di comprendere pienamente la natura delle teorie proposte e i loro risultati, sebbene il successo commerciale di opere divulgative necessariamente superficiali – non di rado utili, ma talvolta colpevolmente apologetiche – sia indicativo di un desiderio sempre più diffuso di comprendere porzioni delle elaborazioni teoriche sulla struttura del mondo. E più che un desiderio intellettuale, potrebbe essere il tentativo di *appoggiarsi* a un qualche ambito che si presenti portatore di solide certezze, quando poi, osservando dall’interno, si vedrebbe che si tratta di un cammino incerto, percorso in maniera inquieta.

La divulgazione nasconde talvolta la *problematicità* del discorso scientifico; è naturalmente acritica perché non può esprimere con esattezza dettagli cruciali; d’altra parte, se così non fosse, non sarebbe divulgazione. È quindi necessario accostarsi a essa con cautela, soprattutto quando è utilizzata – talvolta perfino travisando il senso delle teorie di cui si occupa – per supportare o giustificare inclinazioni filosofiche o scelte politiche che convengono anche solo psicologicamente a chi le propone. Da quanto riferisce Maurice O’Connor Drury annotando, da psichiatra interessato alla filosofia, le sue conversazioni con Wittgenstein, il filosofo viennese ebbe in merito una posizione drasticamente critica. Wittgenstein osservava – sostiene Drury – che “questi libri che tentano di divulgare la scienza sono un abominio. Assecondano il desiderio della gente di essere solleticata dalle meraviglie della scienza, tralasciando l’enorme fatica che implica la comprensione del suo oggetto. Un buon libro, per esempio, è invece *The Chemical History of a Candle* di Faraday. Faraday prende un fenomeno semplice come la combustione di una candela e fa vedere di che complicato processo si tratti. Dimostra continuamente ciò che sta dicendo con esperimenti dettagliati. Tra gli scienziati che hanno raggiunto la mezza età, c’è una certa tendenza oggi ad annoiarsi del proprio lavoro effettivo e a lanciarsi in assurde speculazioni popolari semifilosofiche. Eddington ne è un esempio, come anche l’interesse di Broad per la ricerca dei fenomeni psichici. Broad pretende che il suo interesse sia pu-

ramente scientifico, ma è ovvio che questo genere di speculazioni e di esperimenti lo eccita terribilmente”²⁰.

Comunque sia, nonostante la diversità dei risultati e del modo con cui sono e possono essere fruiti, il *percorso interiore* di chi svolge un’attività creativa nella costruzione e nell’analisi di modelli matematici del mondo fisico presenta inaspettate somiglianze, coincidenze, sovrapposizioni con quello di un pittore, di un romanziere, di un musicista. Costoro, però, non hanno necessariamente il dovere del fisico-matematico di confrontarsi con la logica esattezza delle dimostrazioni e con la necessità che le ipotesi fatte per procedere abbiano un senso fisico pertinente ai fenomeni in esame e siano congrue con i dati empirici a disposizione, i quali possono corroborarle, renderle dubitabili, o infine negarle. Il fisico-matematico vive, in questo, uno scontro-incontro con il mondo empirico fuori di sé e solo percepito da sé – con tutti i limiti che l’idea stessa di percezione implica – lungo un processo che deve essere perseguito con rigore logico, con la percezione dei limiti del conoscere, che è una forma d’indispensabile umiltà.

Confronti

Per cercare di capire meglio il ruolo del fattore estetico nella costruzione di modelli matematici della natura, si può – almeno per alcuni tratti – procedere per accostamenti e giustapposizioni d’idee, un modo di argomentare che, in generale, tende ad accompagnare la discussione sul concetto di arte in senso teoretico. È, infatti, arduo, se non impossibile costruire riguardo alla nozione di arte un linguaggio formale, strutturato nella sequenza definizione-affermazione-dimostrazione propria della matematica. Se si cercasse di procedere in questo modo, si finirebbe con l’arenarsi già nel formulare le definizioni. Sarebbe necessario concordare circa il significato di ciascuno dei termini usati, inclusa la parola “arte”, che richiama, assieme ad altre, differenti bagagli storici, psicologici, sociali. E anche se insistessimo nel cercare di sviluppare un discorso sull’arte usando simboli della logica formale, in modo da renderlo quasi una favola matematica, difficilmente potremmo esprimere quel sentimento che ci convince intimamente di essere di fronte a un’opera d’arte, e lo fa quasi senza ragione apparente ma di certo con soddisfazione, donando una sorta di senso di completezza, quasi un barlume di felicità.

20 Wittgenstein L. (2013), *Conversazioni e ricordi*, Neri Pozza, Vicenza, pp. 160-161.

In un ambito che facesse ricorso alle strutture della logica formale, avremmo forse solo criteri di giudizio schematici, perfino manichei, ed essi sarebbero superati dai capolavori perché questi – nel tempo – indicano da sé i criteri della loro stessa valutazione. Comunque si sviluppino le discussioni filosofiche sull'arte e sulla scienza, i *buoni* scienziati e i *buoni* artisti continueranno a lavorare perché il loro lavoro è ciò che a loro *piace* fare. Tutti loro contribuiscono in maniera differente a “narrare” il mondo, ciascuno con i propri limiti. Poi è ancora più incerto cosa voglia dire veramente essere un buon scienziato o un buon artista, definizioni burocratiche a parte, ed è perfino forse anche misterioso cosa possa significare essere entrambe le cose, prescindendo dagli aggettivi, cioè se uno scienziato possa considerarsi un artista e in quali condizioni.

La proposta di modelli matematici del mondo empirico e il lavoro di filosofi, di narratori, di poeti, di pittori, e di tutti coloro che per qualche motivo chiamiamo artisti emergono dall'interazione degli esseri umani con sé stessi e con l'ambiente circostante. Nell'osservare, percepiamo il mondo per mezzo dei nostri sensi e degli strumenti che costruiamo partendo da qualche idea preliminare sui fenomeni in analisi. Una prima suggestione per la costruzione di modelli emerge da questa pratica: l'osservazione, perfino solo stupita. Ad essa segue l'immaginazione. Talvolta è l'immaginazione che ci travolge. Presupponiamo che ci possa essere qualcosa; costruiamo una teoria pertinente, e poi cerchiamo di corroborarla con qualche esperimento.

Le suggestioni iniziali, da qualsiasi parte provengano, si trasformano in espressioni formali quando entra in gioco la matematica. Emerge allora la necessità del rigore formale.

Il rigore, però, è proprio anche dell'arte. Ogni artista insegue una forma propria di rigore, ma proprio perché propria, l'artista non è obbligato a seguire sempre strutture logiche esterne alla sua opera, a differenza del matematico.

Nella narrativa d'invenzione e nella poesia, la suggestione indotta dall'osservazione del mondo può avere aspetti lirici, simbolici, solo allusivi, perfino elusivi. In sé, l'osservazione della natura per come ci appare è il punto di partenza, possa piacere o no. Registriamo i fenomeni e di essi discutiamo. Le teorie scientifiche, le espressioni della narrativa, della poesia, quelle delle arti figurative, in un certo senso perfino quelle della musica propongono narrazioni interpretative dei fenomeni – esse stesse *sono* fenomeni – sia pur con stilemi linguistici e con risultati diversi, come diverse sono le finalità e le necessità che hanno queste espressioni del processo di conoscenza, ciascuna nella sua forma propria.

Quando costruiamo modelli matematici di aspetti dell'ambiente che ci circonda, visto che stiamo rappresentando (qualitativamente e quantitativamente) una o più classi di fenomeni, esprimiamo una narrazione, sia pur con il vincolo stringente di adeguatezza formale e aderenza alla fenomenologia cui quella narrazione si riferisce.

Un modello matematico di fenomeni empirici, com'è inteso in queste pagine, è un insieme di relazioni tra enti matematici, principi primi, ipotesi e loro conseguenze, in una certa cornice formale che sembra appropriato adottare per rappresentare e interpretare i fenomeni in analisi. La sua accettazione da parte della comunità scientifica è materia del tempo, dipende da analisi ripetute ed estese, che riguardano non solo la correttezza di sviluppi formali nelle strutture matematiche usate ma anche e soprattutto una comprensione chiara dell'interpretazione fisica degli enti matematici utilizzati e la coerenza logica del percorso seguito, ripeto. Chi sviluppa questo processo, fa i conti con la propria cultura e con la storia delle idee che riguardano, direttamente o indirettamente, la questione che affronta. L'elemento culturale e quello psicologico sono talvolta un freno al dialogo perfino tra chi opera nello stesso settore della ricerca, oltre a essere un naturale ostacolo alla comprensione dei risultati per i non addetti ai lavori. Questi elementi sono, però, anche motore primo di sviluppo.

Spesso si risolvono problemi matematici o si riesce a descrivere in maniera più efficace una classe di fenomeni solo cambiando l'ottica da cui si guarda. Sensibilità e cultura del singolo ricercatore determinano la possibilità di cambiamenti di prospettiva sui problemi affrontati. Spesso un aiuto giunge dalla possibilità di permettere alla mente di fluire libera, sia perché immersa nella contemplazione di arte visuale, o di musica, sia perché trasportata da un romanzo o da una poesia: si dà alle idee il tempo di decantare.

Per suo conto, la costruzione di un modello ha due aspetti essenziali: uno è formale e riguarda le relazioni matematiche e le loro conseguenze; l'altro è puramente concettuale e riguarda l'analisi del meccanismo che s'immagina sotteso ai fenomeni osservati e la spiegazione della connessione che s'ipotizza esistere tra l'idea fisica e l'espressione analitica, geometrica, algebrica che riteniamo la possa descrivere. Non si può eludere l'invito a motivare le ipotesi, o evitare l'analisi della loro natura e il perché si scelga di adottare proprio certi strumenti formali e non altri, sebbene la convenienza spesso spinga proprio all'elusione perché, talvolta, si seguono alcuni percorsi anche palesemente sconnessi per la sola ragione che altro non si sa fare, e la carriera e la vanità richiedono che si produca qualcosa che giustifichi l'ambizione.

I teoremi hanno la struttura... *se... allora...* Quando essi sono prodotti nell'ambito di modelli matematici che descrivono classi di fenomeni dell'universo empirico, la questione fondamentale è comprendere il contenuto fisico e logico di quanto segue *se* e precede *allora*, cioè le ipotesi. Infine è necessario interpretare il senso fisico di quanto segue *allora*, cioè il risultato dell'analisi formale o numerica. L'osservazione può influire sul fenomeno: essa diventa parte del fenomeno, in modo più o meno pronunciato a seconda della scala spaziale a cui si rivolge l'osservazione e dei metodi che si utilizzano. Cerchiamo allora leggi che siano obiettive, cioè *indipendenti* dalle valutazioni del singolo osservatore. Non solo: è necessario chiarire sempre la natura delle ipotesi. Dopo aver scritto l'equazione differenziale $f=ma$, con f la forza che agisce su un punto materiale di massa costante m , soggetto a un'accelerazione a , Eulero stesso adattò quell'equazione ai corpi rigidi estesi nello spazio, e la *estese*, indicandone la controparte per classi di corpi deformabili quali i fili elastici. Il percorso era reso possibile dalla consapevolezza del senso e del significato di quella equazione, non solo della sua struttura formale. Dopo il lavoro di Einstein sappiamo che quella legge è valida in quella forma fino a quando la velocità approssima quella della luce.

È la stessa storia della scienza a ricordarci che dobbiamo sempre pensare a ciò che segue *se* e precede *allora* nell'analisi delle teorie.

Al *senso estetico* che contribuisce a guidare la costruzione di una teoria fisico-matematica, o almeno di parti di essa, ho già sostenuto di pensare, grossolanamente, nei termini della tensione verso la riduzione delle ipotesi (il rasoio di Ockham, almeno in una forma per così dire *moderata*), alla sinteticità e all'efficacia delle deduzioni. È sempre sorprendente riuscire a derivare l'intero impianto di una teoria da pochi principi primi adottati a priori, una forma di "gioia" in chi riesce a fare quel percorso che, per suo conto, delinea l'orizzonte di quella teoria. Il riconoscere pochi e chiari principi primi permette di controllare efficacemente una teoria in modo tale da facilitare l'individuazione di qualche strada utile a superare i limiti di quella stessa teoria, ampliandola, perfino sostituendola con qualche altra rappresentazione più efficace della classe di fenomeni in questione.

Una volta mi capitò di presentare queste idee in un ambiente in cui gli ascoltatori avevano formazione umanistica. In quell'occasione sostenni l'assenza di una netta distinzione nel modo in cui artisti e scienziati (quelli che, per tradizione, consideriamo tali) *vivono* ciò che percepiscono come attività creativa. In quell'occasione, Pietro Giannini, filologo classico, raffinato cultore di Pindaro, criticò il mio punto di vista sostenendo che poteva essere *pericoloso*. La

critica era motivata dal suo guardare con rispetto alla scienza, anche solo per le realizzazioni tecnologiche che dalle idee scientifiche emergono. Dalla scienza, Giannini pretende un lavoro asettico e conclusioni incontrovertibili; pretende *verità*. Con la sua critica intendeva dire – spiegò – che se si accettasse un'eccessiva vicinanza tra arte (almeno quello che istintivamente, per tradizione e per educazione, intendiamo essere tale) e scienza, si potrebbe in quest'ultima insinuare una qualche tendenza alla riduzione del rigore logico, una predominanza dell'impulso immaginifico. L'artista può rendere dominante la finzione, perfino abbandonarsi completamente a essa, mentre lo scienziato è ancorato alla necessità di attenersi a quelli che registra come fatti.

Se avessimo minore preoccupazione, ci si potrebbe comunque chiedere perché dovremmo pensare di accostare quello che scrive sulla lavagna o su un pezzo di carta un matematico che cerca di dimostrare un teorema, o un fisico che propone una teoria sui meccanismi di qualche classe di fenomeni, a qualcuno che si siede su una sedia e dichiara "the artist is present", mentre qualcun altro, il critico, spiega a suo dire perché quel gesto è arte e non un'operazione di marketing, e talvolta deve sforzarsi molto per convincere. In quell'azione il critico si *sente* parte primaria dell'opera; è partecipe della sua fama, che si riflette su di lui, e del guadagno in molti sensi a essa correlato. La sua opera non giunge come un approfondimento *che segue* la percezione emozionale dell'opera; diventa *parte* dell'opera. Perché, allora, dovremmo paragonare il frutto sofferto del rigore logico con l'impulso dell'estro o con il calcolo di operazioni definite arte che, invece, cercano solo il clamore?

Naturalmente, si potrebbe affermare che questa curva della discussione riguarda solo i *livelli di qualità*, ma poi si aprirebbe la questione di come si possa valutare quella qualità. È, però, sufficiente limitarsi a sostenere questo, sia pur evitando la discussione sulla valutazione? O c'è qualcosa di diverso da dire?

Se osserviamo *L'Allegoria della Pittura* di Johannes Vermeer, sedendo sul banchetto che le è di fronte nel *Kunsthistorisches Museum* di Vienna, e non sappiamo che la ragazza raffigurata nel quadro mentre Vermeer stesso, di spalla, la dipinge, rappresenta Clio, la musa della Storia, e non siamo neanche coscienti che delle carte geografiche dietro di lei esistono gli originali che possono essere usati per determinare le dimensioni della stanza dove verosimilmente Vermeer lavorava, non manchiamo di provare una sensazione che si può chiamare *esperienza estetica*²¹.

21 Si veda anche Bertram G. W. (2008), *Arte*, Einaudi, Torino.



Se siamo dentro la Cappella Sistina e alziamo lo sguardo, non c'è bisogno di qualcuno che parli: ci possono sfuggire particolari, collegamenti simbolici e storici, possiamo non conoscere le difficoltà tecniche che Michelangelo dovette superare, ma lo *stupore* è immediato, perché la volta e il muro del *Giudizio Universale* arrivano alle nostre radici; ci parlano di noi; solleticano qualche moto interiore che in noi è latente. In questo caso non ci serve un'operazione di marketing; semmai attendiamo il critico perché ci *aiuti* a riflettere *oltre* il nostro ritenere istintivo che lì, dipinto su quel soffitto e su quel muro di fronte a noi, ci sia qualcosa di straordinario, quasi inumano, che ci guarda e cerca in noi che guardiamo e qualcosa infine trova. Che cosa possa essere non so. Un'idea in merito pareva averla William Faulkner e la attribuiva a uno dei personaggi creati per il suo romanzo *Zanzare*, Dawson Fairchild, un personaggio ispirato da Sherwood Anderson, che permise la pubblicazione dei primi romanzi di Faulkner, quando ancora era un giovane su cui gli editori non avrebbero investito. Sostiene Fairchild, e quindi Faulkner attraverso di lui, che "l'arte ci ricorda la gioventù, quell'epoca in cui la vita non ha bisogno di farsi sollevare tante volte il viso perché la si trovi bella. Questa è pressappoco tutta la virtù dell'arte: è una specie di Battle Creek, Michigan, per lo spirito". E Battle Creek, già alla fine degli anni Venti del Novecento, quando fu scritto *Zanzare*, era un luogo di cura celebre. "E quando l'arte ci ricorda la giovinezza, ci ricordiamo del dolore e dimentichiamo il tempo"²².

Può un teorema di analisi, di geometria, di algebra, ricordarci la giovinezza e farci dimenticare il tempo? Forse sì, forse no. Dipende dal singolo, dal suo rapporto con se stesso e con il mondo, dalla sua cultura, dalla sensibilità, cioè dalla capacità di percepire connessioni sottili tra le cose del mondo che ne evidenzino l'armonia, quella che appare anche nel caos.

L'immagine che Faulkner esprime in *Zanzare* è veicolo di suggestioni; emerge con il denso, impetuoso, necessario fluire della sua scrittura. Faulkner, però, sempre in *Zanzare*, e sempre attraverso la bocca di Fairchild, sostiene anche che "arte significa tutto ciò che è coscientemente ben fatto, a mio parere. Vivere, o fabbricare una buona falciatrice, oppure giocare a poker"²³. Riappare qui l'idea di Luigi Pareyson dell'arte come attività "formativa", in cui quello che chiamiamo capolavoro determina per sé stesso i modi del suo farsi. Quest'ultimo aspetto distingue tra l'opera d'artigianato, sia pur fine,

22 Faulkner W. (2014), *Zanzare*, Einaudi, Torino, p. 324.

23 Faulkner, *op. cit.*, p. 185.



e l'unicità d'ideazione propria dell'opera d'arte. Come in pittura riusciamo a indicare "un'opera di scuola", o in letteratura un romanzo ben costruito nel solco di una qualche tendenza corrente, ma non particolarmente rilevante da un punto di vista letterario, così ci si deve rendere conto che anche nella produzione scientifica ci sono tanti articoli che riassumono attività di "routine", dove solo si cambia una virgola, o anche meno, se non nulla, rispetto a quanto è noto. Tutta questa messe di lavoro, però, concima il terreno e aiuta a disossarlo. In realtà si trovano persino mistificazioni o indebite appropriazioni nella foresta di articoli pubblicati su riviste scientifiche, assieme a tanti esercizi accademici, accettati per la pubblicazione con ragioni di varia natura, anche solo per distrazione o perché prodotti da chi appartiene alla tribù al momento influente. La valutazione preventiva, anonima, degli articoli scientifici proposti alle riviste, è utile perché tende a eliminare tante scritture irrilevanti (e talvolta anche qualcosa di buono), ma è spesso basata sull'impressione e sulla fiducia o la sfiducia basata sulla conoscenza che il recensore ha dell'autore. Il recensore si trova dinanzi un manoscritto di venti, trenta pagine, o anche di più, e non ha talvolta voglia di rifare tutti i conti da cui un articolo deriva, o non è capace di farli e non vuole dichiarare la propria incapacità, o si trova, nel valutare un manoscritto, di fronte alla difficoltà oggettiva di controllare in dettaglio tutti i passi del processo che ha portato ai risultati esposti. Un esempio di quest'ultimo caso è quello degli articoli che riportano simulazioni numeriche. Gli autori riassumono il modello matematico da cui sono partiti, o lo esprimono in dettaglio, se ritengono che sia nuovo; indicano poi lo schema di approssimazione numerica adottato e le sue proprietà, e presentano i risultati. Del processo d'implementazione negli strumenti di calcolo è detto poco o nulla, e, invero, sarebbe per lo meno lungo e stancante raccontare tutte le fasi. Chi giudica un manoscritto che riguarda questo tipo di lavoro non può valutare se nel processo di elaborazione numerica non ci siano state approssimazioni incongrue con quanto dichiarato in linea teorica, talvolta con una tendenza all'enfatizzazione del risultato, lieve in alcuni, più pronunciata in altri. Cerca di valutare, sulla base della sua esperienza, se ci siano evidenze incongrue. Poco altro riesce a fare.

Analogo problema si ha per i rapporti sulle attività sperimentali. Si è costretti, talvolta, a fidarsi della serietà di chi scrive. E la fiducia è in qualche modo corroborata dalla conoscenza dell'ambiente in cui quella specifica ricerca è stata sviluppata. L'influenza delle scuole, che appare anche negli ambiti umanistici, spesso in maniera incisiva, ha il suo peso, soprattutto se il livello della rivista, per la

quale un dato lavoro è valutato, è alto ed è quindi forte la pressione per pubblicare su di essa, per i vantaggi che ciò comporta.

Come per le attività umanistiche, la preparazione di chi opera in un certo campo scientifico non è uniforme, con conseguenti difficoltà di comunicazione, che talvolta si tramutano in incomprensione e astio. Per questo contano l'onestà intellettuale, la presenza o l'assenza dell'inclinazione a provare ostilità per coloro che, a torto o a ragione, possono essere considerati concorrenti, il cedere alla simpatia o all'antipatia, l'ambizione. Non ultima conta la cultura di chi giudica.

Ignorare questi aspetti non è utile alla coscienza critica, e intendo *critica* in senso kantiano, quindi analitico e costruttivo. La questione non è quindi il voler confondere il frutto sofferto del rigore logico con ciò che emerge da un impulso estetico. Semmai è necessario riflettere su come si sviluppano scienza e arte in termini di ricerca.

La produzione artistica non emerge improvvisamente da un gesto estemporaneo di estro. È il risultato della commistione e della sedimentazione di fattori istintivi, storici, culturali, ideologici. E così la produzione scientifica non è il frutto di un automatismo razionale. Ha necessità di coerenza interna; si basa su processi che presuppongono il controllo dei risultati. È mossa, però, almeno nelle sue espressioni concettualmente più rilevanti, da un atto intuitivo che emerge da riflessione inconscia, dalla connessione di elementi disparati, raccolti in maniera varia. È ancorata alla percezione del reale. Si confronta con la storia delle idee che riguardano di volta in volta l'oggetto di studio specifico.

È falso sostenere che, al contrario della riflessione filosofica, l'attività scientifica non ha uno sguardo retrospettivo. Nel proporre un modello matematico del comportamento meccanico di un materiale, o di qualche altro fenomeno fisico, per esempio, chi scrive è tenuto a rapportarsi a quanto è stato fin lì scritto sullo stesso argomento; gli è richiesto – anche solo da chi valuta il risultato nella fase di pre-pubblicazione – di rilevare analogie e differenze tra il proprio lavoro e quanto già esistente. Un rapporto analogo con la storia attende l'artista, sebbene si sviluppi in termini differenti, essenzialmente inconsci, associati a quanto l'artista *ha visto*.

Non considero quindi pericoloso evidenziare le analogie tra il percorso interiore del matematico o del fisico matematico e quello dell'artista.

Semmai trovo pericoloso il pensare allo scienziato come a un nuovo sciamano, lo scimmiettare teorie scientifiche per irrobustire la propaganda di proprie inclinazioni "filosofiche", per così dire,

psicologiche oppure commerciali. Sono azioni indirizzate alla gestione di potere o all'autoglorificazione e basate sulla sostanziale ignoranza di chi ascolta, in un processo analogo a quello che porta a costruire il valore di un'opera d'arte solo per il tramite di un lavoro pubblicitario, indifferenti al chiedersi se ci si trovi di fronte a un concreto valore estetico, e quale questo valore sia.

Scrivendo di una sua visita a Kassel, a seguito dell'invito (non so se reale o immaginario) delle curatrici di dOCUMENTA-2012, manifestazione internazionale d'arte contemporanea, Enrique Vila-Matas ricordava come Stephane Mallarmé avesse suggerito a Edouard Manet di non dipingere tanto l'oggetto in sé, quanto l'effetto che produce²⁴. A ciò Vila-Matas attribuiva il momento di passaggio da quella che chiama "opera piana" al *concetto* "come luogo privilegiato".

Ci si allontana in tal modo dall'idea di arte in cui è cogente la necessità di connessione tra il contenuto (il concetto) e la forma sensibile-materiale. D'altra parte, questo era il retaggio tradizionale dell'idea romana di *ars*, di capacità tecnica, che si associa al greco *techné*, usato per arte e tecnica, in un'idea del *saper fare* che si eleva progressivamente, nel corso della storia, a idea di contenuto. Superando la maestria dell'artigiano, il *saper fare* attinge a un valore universale che in qualche modo è alle radici della percezione del mondo da parte dell'essere umano e che è all'origine di quella che chiamiamo *esperienza estetica*, nella terminologia spesso necessariamente vaga e allusiva della filosofia. Era alla *scientia* che nel mondo antico si attribuiva un primario scopo concettuale, sebbene fosse una scienza che ancora non si sviluppava nel modo con cui la intendiamo oggi. In realtà, il momento di passaggio a cui Vila-Matas si riferisce può ricondursi a quando nell'arte è diventata predominante la presenza contemporanea dell'opera del critico che spiega all'utente che ciò che percepisce è arte. Sotto quest'aspetto, il modo di operare nell'arte contemporanea si avvicina per certi versi a quello della matematica e della fisica teorica. Se non siamo addentro alle pieghe di ampi settori della matematica o della fisica, infatti, non riusciamo a percepire la portata dei risultati, perfino la loro stessa natura, se qualcuno non li spiega in termini che non richiedono la conoscenza raffinata del linguaggio tecnico. La necessità in questo senso è analoga a quella del critico che spiega le intenzioni dell'*artista* contemporaneo.

La scienza, però, porta con sé come conseguenza del rigore un principio di autorità. La divulgazione (rigorosa o furbesca che sia) sfrutta questo aspetto: regala la sensazione di poter essere parte di un'impresa "grande" senza lo sforzo dell'approfondimento. D'altra

24 Vila-Matas E. (2015), *Kassel non invita alla logica*, Feltrinelli, Milano, p. 84.

parte, il desiderio d'inseguire una molteplicità di lettori, stimolando la fantasia e spesso, anche involontariamente, l'illusione, spinge talvolta a una progressiva semplificazione che finisce per nascondere i limiti delle teorie, anche perché questi sono spesso espressi in maniera tecnica e richiedono uno sforzo di comprensione che non è solo salottiero.

La trasmissione dei risultati della ricerca matematica e fisica ha, senza dubbio, una valenza culturale essenziale, così come in ogni altro campo del sapere. Però sono gli esseri umani a farla. Allora, tutte le discussioni sul modo in cui funzionano i mezzi d'informazione di massa finiscono per essere una riflessione sulle debolezze e sulla nobiltà umana, e sulla gestione del potere, per quanto effimero esso possa essere.

Comunque sia, se si prescinde dalle questioni legate alla fruibilità dei risultati della scienza, ai modi con cui si divulgano e alle ragioni (talvolta inconsce) che sorreggono una maniera o un'altra, rispetto all'arte, intesa nel senso tradizionale, in scienza sembra emergere una minore arbitrarietà di giudizio: in matematica la dimostrazione è sempre decisiva circa la correttezza del risultato ed essa è tale – cioè è realmente una *dimostrazione* – se non lascia dubbio o possibilità di interpretazione; in fisica l'esperimento, indirizzato da una visione teorica, può corroborare la visione stessa o falsificarla; per un'installazione, per un quadro si può dibattere a lungo senza concludere.

Nel giudizio sulla rilevanza dei risultati, sia in arte sia nella fisica matematica, fattori culturali e psicologici hanno ancora una volta ruolo. Non mancano cattive interpretazioni, tentativi di oscuramento, riscritture cosmetiche, plagi. Tutto ciò può perfino affliggere risultati che con il tempo, comunque, rifioriscono e finiscono con il mostrarsi rivoluzionari. Se già nella ricerca in matematica pura tutti questi aspetti sono latenti, i problemi diventano più gravi quando ci si sposta nella fisica matematica, cioè in quegli ambiti in cui si costruiscono modelli matematici del mondo empirico, per la molteplicità d'interpretazioni che possono esserci di fatti fisici, e lo stesso accade procedendo in altri settori, passando dalla fisica teorica alla chimica, alla biologia, e così via. Che poi alla fine tutto l'impianto funzioni ragionevolmente dipende dall'impegno di chi apre strade dove altri vedono il cammino ostruito o solo piccoli pertugi. È questo ciò che mantiene il fascino e favorisce in un certo senso una forma di mito. Da questo ritratto può sembrare che sia tutta una gara per primeggiare. Non lo è. Tuttavia, a volte il comportamento degli esseri umani coinvolti nella ricerca la fa apparire tale. Staccarsi da questa tendenza è materia di sensibilità e di etica, ma anche della consapevolezza che, alla fine, è il tempo che dà il giusto peso alle cose.

Di sicuro la scienza offre un insieme di valori essenziali. L'elenco comprende una tensione compulsiva alla ricerca della *verità* delle cose, l'attitudine al rigore logico, l'attenzione alla validità dei risultati indipendentemente dalla nazionalità, dalle origini sociali, dal gruppo etnico, dalla religione di chi li ottiene, l'internazionalizzazione, la ricerca di analisi e confronto con i fatti, la disponibilità a rivedere le proprie convinzioni alla presenza di evidenze opposte. La scienza, però, è un'impresa umana. Soffre della bassezza e della nobiltà degli esseri umani.

Una volta, uno storico e un giornalista, entrambi coinvolti nella divulgazione scientifica, mi dissero insieme e con intensa partecipazione che non dobbiamo porre l'accento sui difetti della gestione della ricerca scientifica perché i valori ideali proposti dalla scienza, se largamente accettati, potrebbero contribuire in maniera decisiva alla costruzione di una società più giusta. Per loro, porre l'accento su questi difetti avrebbe avuto un effetto psicologico negativo sulla possibilità che proprio quei valori fossero largamente accettati, vista la preferenza istintiva per le illusioni che possano giustificare e far sfogare le proprie frustrazioni o placare l'ansia del vivere, preferenza che alimenta una non trascurabile (e spesso dannosa) aversità verso la scienza in alcuni settori della società.

Pur riconoscendo il senso di "real Politik" che animava le loro parole, la mia risposta – allora implicita, nondimeno idealista – fu che se si evitasse di menzionare quegli aspetti spiacevoli, proponendo giusto una versione mitigata dei fatti, si tradirebbe proprio quei valori che si vuole promulgare, con la conseguenza – alla lunga – di sminuirli perché, infine, i fatti emergono, anche se talvolta è oramai troppo tardi perché la loro consapevolezza abbia un effetto costruttivo. Incidentalmente, tra quei valori, i miei interlocutori includevano la "mancanza di un principio di autorità", dimenticando che implicitamente essi stessi affermavano *una forma di principio di autorità*. D'altra parte, per quanto solo temporaneamente, il principio di autorità *agisce* nella scienza: la quantità di conoscenza necessaria per valutare i risultati pone in campo quel principio.

Nonostante questi aspetti, però, l'impresa scientifica prosegue e fiorisce vitale perché tutti i suoi lati apprezzabili sono più resistenti di quanto le nostre paure prevedano.

Un esempio di gestione ragionevolmente esemplare della valutazione dei risultati scientifici nell'ottica della pubblicazione su una rivista di settore m'è capitato di vederlo nello schedario al terzo piano di una casa di Baltimora. Non è stato l'unico posto ma quello è stato di certo significativo. Qualche dettaglio in merito segue.



5. *Proporre assiomi: una scelta funzionale ed estetica*

In cui si discute della propensione a scegliere principi che strutturano i fondamenti di una teoria fisico-matematica, principi da cui derivare la teoria stessa e le sue conseguenze, e di come su quella scelta possa avere influenza il fattore estetico.

Assiomatizzare una teoria fisico-matematica vuol dire evidenziarne le radici, le idee minime da cui il resto segue in maniera deduttiva. È un processo d'astrazione che pian piano si distacca anche dal contesto fenomenologico a cui la teoria si rivolge e si presenta sempre più radicalmente come struttura astratta. È anche un processo tardo nello sviluppo di una teoria. Sgombra il terreno da sovrastrutture e indica possibili percorsi per l'estensione di quella stessa teoria. Assiomatizzazioni differenti tra loro per aspetti di varia entità sono poi possibili. Preferire l'una all'altra può essere funzionale a certi scopi tecnici, o può dipendere solo dalla conoscenza del momento. Le strutture che di volta in volta emergono possono trasmettere un senso intimo d'eleganza la cui percezione dipende da fattori psicologici e culturali.

Attraversando una foresta

Nel luglio del 2002 passai due notti e tre giorni a Baltimora, nel Palazzetto, la casa di Clifford Ambrose Truesdell III, che stimolò la ricerca sui fondamenti della meccanica dei corpi deformabili nella seconda metà del XX secolo. Fu la mia prima visita, ma fu anche l'ultima, almeno fino al momento in cui completo la scrittura di queste righe. Seppur tornassi lì oggi troverei l'edificio di proprietà di qualcun altro e gli interni creerebbero un'atmosfera diversa da quella che allora vidi. Quell'anno, solo Charlotte Brudno, seconda moglie di Truesdell, era rimasta ad abitare la casa: Truesdell era scomparso due anni prima, il 14 gennaio 2000. La prima notte al 4007 di Greenway, io dormii in una delle due stanze da letto al primo piano, camere prospicienti la stanza patronale con letto a



baldacchino. Gianfranco Capriz, che mi aveva introdotto alla casa, occupava l'altra. Il giorno successivo dovetti spostarmi: arrivava la clavicembalista di casa, la signora Leonard (non ricordo il suo nome proprio né riesco a ritrovarlo... e me ne dispiace). Pensai di dover andare al secondo e ultimo piano, in una delle camere previste – credo – per possibili ospiti, tutte arredate. Accanto a quelle stanze, in un'altra che s'incontrava per prima salendo le scale, c'era lo schedario di tutta la corrispondenza che Truesdell aveva scambiato con gli autori degli articoli sottoposti alla sua rivista, l'*Archive for Rational Mechanics and Analysis*, per il periodo in cui ne fu direttore, e con chi quegli articoli aveva valutato da recensore anonimo.

Lessi alcuni tra quei fogli da ospite autorizzato dalla padrona di casa. Insegnavano cosa voglia dire dirigere una rivista: scegliere senza timori di sorta; non favorire i sodali per il solo fatto che siano tali; stimolare gli autori a migliorarsi; soprattutto studiare per essere in grado di valutare.

Non andai, però, a dormire in quel piano. Madame Charlotte mi disse che dovevo dormire al piano nobile. Al piano di sopra c'era troppo caldo, sostenne; le dissi di non preoccuparsi, spiegandole invano che ero nato in terre calde e quel luglio a Baltimora non era per nulla troppo caldo per me. Lei insistette dicendo che c'era un po' troppa polvere al terzo piano. A quel punto schermirsi ancora non avrebbe modificato il risultato. Aveva già preparato un materasso sul parquet della biblioteca scientifica di Truesdell, quella letteraria era in un'altra stanza. C'erano lenzuola fresche di bucato, un cuscino, e un abatjour sul parquet che doveva favorire – insistette la padrona di casa, ma non ne aveva bisogno – la lettura prima del sonno. Così mi trovai là, disteso a pochi centimetri dal pavimento, circondato dal silenzio, in quella stanza dove s'era discussa una porzione rilevante dei fondamenti della meccanica dei continui, il mio campo di ricerca, individuando e discutendo gli assiomi essenziali almeno per descrivere classi di materiali che è uso definire *semplici*, e che vanno da quelli cristallini, almeno in certi stati, ad alcuni tipi di gomme. L'indomani, Charlotte Brudno, Gianfranco Capriz e io partimmo in macchina verso Blacksburg; la vecchia (ma molto ben tenuta) automobile di Truesdell era svedese e aveva le iniziali del proprietario dipinte in oro sugli sportelli anteriori. Quelle iniziali formavano lo stesso logo che appariva come *ex libris* nei volumi di casa Truesdell, tra cui ebbi il permesso di prendere tre esemplari. Scelsi un'esile prima edizione delle *Six Lectures in Natural Philosophy*, annotata da Truesdell con la penna d'oca (aveva comprato una cassa di penne d'oca che la Corte Suprema degli Stati Uniti aveva messo in vendita; le usava). In quel libro c'erano in sintesi

le tematiche attorno alle quali si sviluppò la scuola truesdelliana, ma c'era, *in nuce*, anche l'indirizzo dell'ampliamento (che si può intendere anche come superamento) del paradigma che da quella scuola emerse. Presi anche il libro che Truesdell aveva scritto con Roger Muncaster sulla dinamica dei gas. Una raccolta di articoli di Walter Noll, l'allievo che Truesdell aveva chiamato dalla Germania e aveva indirizzato, cogliendone l'inclinazione, a lavorare sui fondamenti della meccanica dei continui, terminò il terzetto.

Truesdell stimolò Noll con irruenza, cercando di evitare che cadesse in riflessioni circolari, almeno per come emerge dalla corrispondenza tra i due, raccolta in volume e conservata nella biblioteca della Scuola Normale Superiore, dono di Charlotte Brudno, su iniziativa di Gianfranco Capriz¹.

Noll tendeva all'astrazione. Nella tradizione della scuola francese del gruppo Bourbaki, di cui sentiva l'influenza per frequentazioni giovanili, pensava alla meccanica come a un edificio dai contorni netti, una porzione di matematica pura. Il processo di chiarificazione dei principi in cui si cimentò implicava vasta pulizia formale. Ciò che ne emerse si ergeva sulle spalle dei monumenti edificati da Eulero, Cauchy, Lagrange, e fece sì che la meccanica dei continui – cioè la descrizione del comportamento dei corpi deformabili estesi nello spazio – diventasse presto un campo di gioco ambito da settori dell'analisi matematica, in particolare dal *calcolo delle variazioni* (quest'ultimo è quell'insieme di tecniche che riguardano l'analisi degli stati di minima energia, quindi delle configurazioni di equilibrio, ma non solo). I risultati delle applicazioni dell'analisi matematica e della geometria alla meccanica dei continui sono stati sinora molteplici; anzi, i problemi meccanici hanno suggerito sviluppi a quegli stessi linguaggi matematici. Tutto questo meritato successo, però, non poteva far trascurare quei materiali nei quali gli effetti dovuti alle mutazioni della loro struttura a scale spaziali piccole influenzano il comportamento macroscopico in una maniera che difficilmente si riesce a rappresentare nei termini dello schema tradizionale della meccanica dei continui (cristalli liquidi, ferroelettrici, magnetostrittori, per fare alcuni esempi). Per descrivere questi materiali (che io sono incline a chiamare “complessi” per contrapposizione a “semplici”, sebbene il termine tenda a scoraggiare più che ad attirare l'interesse), parve pian piano necessario

¹ In quella stessa biblioteca sono conservati i volumi dov'è rilegata la corrispondenza di Truesdell con Richard Toupin e Jerald Laverne Ericksen, assieme a quasi tutti i libri della biblioteca scientifica personale, tra cui risalta una prima edizione della *Mécanique Analytique* di Lagrange, annotata da Lagrange stesso, e tutta la corrispondenza editoriale di Truesdell.

far scivolare quel paradigma oltre i propri confini. Questa necessità era stata intuita da Jerald Laverne Ericksen e dallo stesso Truesdell anche prima che i fondamenti della meccanica dei corpi cosiddetti “semplici” fossero stabiliti da Noll. Nel 1958, Ericksen e Truesdell avevano rispolverato² la proposta del 1909 dei fratelli francesi Eugene e François Cosserat³, il primo un astronomo, l’altro un ingegnere. L’idea dei Cosserat era quella di descrivere la morfologia di un corpo esteso nello spazio non solo tramite la regione che esso occupa, come avevano fatto Cauchy, Eulero, i Bernoulli, ma immaginando che ogni punto di quella regione fosse in realtà un piccolissimo corpo rigido capace di ruotare relativamente ai suoi vicini. Lo schema sembrò utile a Ericksen e Truesdell per costruire modelli approssimati del comportamento meccanico di travi, di piastre e di gusci. In questa loro proposta, però, l’attenzione era sulla geometria del corpo (un prisma molto allungato la trave, un foglio non necessariamente piano e di un certo spessore il guscio; in entrambi i casi marcata differenza tra alcune dimensioni), non sulla natura intima dei materiali che lo compongono.

Queste idee, però, suggerirono a Ericksen il modo di descrivere la meccanica dei cristalli liquidi⁴. Si tratta di materiali costituiti da una miriade di molecole a forma di bacchetta la cui organizzazione costruisce le immagini sullo schermo dei televisori moderni. Per suo conto, invece, Truesdell non approfondì quei primi tentativi, influenzato dai risultati di Noll⁵.

D’altra parte, i cristalli liquidi non erano un’anomalia da trattare a sé. Negli anni, sempre nuovi materiali si sono aggiunti a indicare con il loro comportamento meccanico la necessità di scivolare oltre i confini tradizionali della meccanica dei corpi deformabili. Si è perfino giunti alla possibilità di progettare i materiali (i cosiddetti *metamateriali*, costituiti dall’assemblaggio di una molteplicità di microstrutture), prima ancora dei manufatti, per soddisfare certe richieste tecnologiche. È emersa pian piano la necessità di una elaborazione dello schema tradizionale della meccanica dei corpi deformabili: non proprio una sostituzione con qualcos’altro, semmai

2 Ericksen J. L., Truesdell C. A. (1958), Exact theory of stress and strain in rods and shells, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 1, 295–323.

3 I fratelli Cosserat descrivevano un corpo esteso nello spazio come una collezione infinita di piccoli corpi rigidi, capaci ciascuno di ruotare indipendentemente dai vicini. Cosserat E., Cosserat F., *Sur la theorie des corps deformables*, Dunod, Paris, 1909.

4 Ericksen J. L. (1962), Hydrostatic theory of liquid crystals, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 9, 371–378.

5 Il primo articolo fondamentale di Noll in merito è del 1958: Noll W. (1962), A mathematical theory of the mechanical behavior of continuous media, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 2, 197–226.

un ampliamento dei confini e un ripensamento dei fondamenti, cioè una riconsiderazione delle radici. Una prima visione unificata di questa possibilità emerse dal lavoro di Gianfranco Capriz.

Quando ero studente universitario di terzo anno a Roma, un docente di Meccanica Razionale, incontrandomi nel corridoio del Dipartimento di cui era decano, mi diede una fotocopia del dattiloscritto della prima versione italiana di quello che Capriz avrebbe sempre chiamato *il libretto: Continua with Microstructure*⁶. Lì c'era una prima versione organica di un tentativo di unificazione della termomeccanica dei corpi complessi (e non ho ancora capito perché quel docente avesse deciso di darlo a me... sarà stato perché non aveva incontrato altri in quel momento). Quel dattiloscritto era stato elaborato per gli studenti di un corso di dottorato a Pisa. Provai a leggerlo e non ci capì nulla, di certo per miei limiti ma la concisione parzialmente allusiva dello stile di Capriz non mancò di contribuire al mio straniamento. Però mi rimase l'idea che lì ci fosse qualcosa che valeva la pena cercare di capire. Quello è stato l'inizio del mio percorso scientifico, ma è una storia che non devo raccontare io. Cercherò, invece, di dare almeno un'idea di questo scivolamento di paradigma che ho appena citato. Per questo torno indietro nella memoria perché ricordare quello che era successo in quella casa di Baltimora, su Greenway, e che aveva chiarito i fondamenti dell'impianto tradizionale della meccanica dei corpi deformabili, contribuisce a una visione per così dire obliqua sul paradigma tradizionale e sul suo scivolamento.

Da qualche parte a Baltimora

Greenway declina da una collina dolce. Costeggia giardini dal prato all'inglese e dalla disposizione varia attorno a ville di stile che con qualche leggerezza si può in un certo senso definire coloniale. Intorno si sviluppa Baltimora. Al 4007, sulla sinistra, andando giù dalla collina, vi è un edificio non propriamente modernista, con qualche carattere palladiano all'interno, edificio cui Clifford Ambrose Truesdell III aveva attribuito un nome italiano: "Il Palazzetto". Più che essere in parte una distratta civetteria, la scelta del nome scaturiva da una profonda attrazione del proprietario per il Rinascimento, il Barocco e il Rococò italiani, le cui tracce si trovavano nella scelta dei mobili, delle suppellettili, dell'arredamento tutto, dai due clavicembali che s'incontravano

6 Capriz G. (1989), *Continua with Microstructure*, Springer Verlag, Berlino.

nell'atrio d'ingresso, guardati da sedie accostate ai muri d'intorno. *Johns Hopkins Gazette* e *Johns Hopkins Magazine* diedero nel 2009 la notizia dell'asta da Christie's, nell'aprile di quell'anno, dei mobili e delle suppellettili appartenute all'ex professore della Johns Hopkins University, e riportarono il cospicuo risultato della vendita: più di un milione e mezzo di dollari. Ne beneficiò il figlio avuto da Beverly Grace Poland, la prima moglie, Clifford Ambrose Truesdell IV, avvocato, attivista civile, scomparso d'improvviso l'anno successivo (era nato nel 1944). L'anno precedente era scomparsa Charlotte Brudno, che di Truesdell era stata la seconda moglie, dopo esserne stata studentessa.

Truesdell aveva un gusto estetizzante per il tempo passato: gli piacque farsi ritrarre dal pittore Joseph Sheppard adorno di giacca da camera in stile rinascimentale. Aveva un insistente desiderio d'ancorarsi a valori classici e a uno stile barocco, desiderio nato in un lungo viaggio di formazione in Europa che la madre, Yetta Helen Walker, lo spinse a fare alla fine della scuola superiore, un viaggio che durò due anni e in cui Truesdell si spese sia come visitatore di luoghi d'arte sia come discepolo d'insegnanti di lingue (non ultime il latino e il greco antico), un *Gran Tour* in piena regola, nella tradizione dell'Europa ottocentesca e dell'inizio del Novecento.

Tornato negli Stati Uniti, Truesdell s'iscrisse nel 1938 al Caltech, il politecnico della California, dove conseguì nel 1941 sia il "Bachelor of Science" in matematica, sia quello in fisica (si tratta della nostra laurea triennale). Era nato il 18 febbraio 1919 in riva al Pacifico, a Los Angeles.

Dopo il primo triennio di studi universitari e il Master nel 1942 in matematica, abbandonò la costa pacifica per spostarsi a Providence, con Boston la più europea delle città americane. A Providence fu assistente di meccanica alla Brown University e ottenne il dottorato sempre nel 1942 nell'Università di Princeton, con una tesi sulla meccanica delle membrane svolta con la guida di Solomon Lefschetz, un russo emigrato negli Stati Uniti dopo aver studiato all'École Centrale di Parigi. Lefschetz era un ingegnere. Aveva perso l'uso delle mani in un incidente di laboratorio una volta giunto su suolo americano. Allora si era dato alla matematica pura, diventando una figura prominente nella matematica statunitense nella prima metà del ventesimo secolo.

Truesdell aveva cominciato la sua tesi già alla Brown University prima di incontrare Lefschetz, che accettò di esserne tutore sebbene i suoi interessi di ricerca fossero un po' distanti. Per suo conto, Truesdell, invece, trovò nella meccanica dei corpi deformabili e nella termodinamica la cifra distintiva del suo percorso

scientifico di Truesdell sia come fisico-matematico, sia come storico della scienza. Di Storia volle occuparsi da dilettante, un dilettante nell'accezione della Londra che appare nelle descrizioni di Conan Doyle, un "idiota" nel senso greco del termine, sosteneva egli stesso, cioè da scienziato e non da storico. *An Idiot's Fugitive Assays on the History of Science* è il titolo di un suo saggio del 1984, scelto con la tendenza sempre piccata alle sottolineature, allo stabilire una distanza dal resto, quella tendenza che, a volte, diventava caustica stroncatura nei commenti che scriveva per la *Mathematical Reviews*, la rivista di recensioni dell'American Mathematical Society, riguardo a ricerche altrui.

Non saprei dire se Truesdell sia stato propriamente un reazionario: non l'ho conosciuto al di là delle questioni scientifiche trattate nel suo lavoro. Mi sembra di poter dire, però, che l'attitudine per una vista retrospettiva ebbe un ruolo anche nella scelta dei temi di ricerca. Fu catturato dalla meccanica classica, in particolare da quelle teorie che – come ho già detto – descrivono la deformazione dei corpi a seguito di azioni esterne e che hanno interesse cruciale per i problemi e per i metodi dell'ingegneria. A quest'ultima era stato vicino quando, dopo un impiego nel Radiation Laboratory presso l'Istituto di Tecnologia del Massachusetts (MIT), era diventato responsabile della Sottodivisione di Meccanica Teorica del Naval Ordnance Laboratory a Withe Oak, Maryland, nel 1946, e, dopo due anni, della Sezione di Meccanica Teorica del Naval Research Laboratory a Washington D.C., prima di diventare nel 1950 professore a Bloomington, nell'Università dello Stato dell'Indiana. Da lì, nel 1961 si spostò a Baltimora per insegnare all'Università Johns Hopkins e risiedere nel Palazzetto.

La meccanica e la termodinamica dei corpi deformabili erano caratterizzate da una lunga tradizione. Nel momento in cui Truesdell cominciò a occuparsene sembrava che attraversassero un periodo di contributi per così dire rapsodici, sia pur numerosi.

Gianfranco Capriz, che di Truesdell fu amico e sostenitore in Italia (fu il primo, assieme a Tristano Manacorda, a stabilire un contatto tra la scuola di meccanica italiana, in particolare quella pisana, e il gruppo truesdelliano), pose l'accento sulle motivazioni iniziali delle ricerche di Truesdell in un necrologio accorato.

"Si era reso conto, già nel corso dei suoi primi impieghi", scrisse Capriz, "di quanto incerte fossero le basi dei più recenti sviluppi della meccanica e quanto importante sarebbe stato un riordinamento di quel capitolo della scienza non solo per amor di logica e di eleganza, ma anche per utilizzazioni in problemi concreti. Era urgente legare i nuovi sviluppi con i lavori basilari di Eulero, dei

Bernoulli, di Lagrange, Cauchy ed altri sapienti dei secoli passati, piuttosto che fondarli in modo precario sui lavori di mediocri epigoni. Si impegnò dunque personalmente a cercare e creare quei legami e, con zelo quasi missionario, trascinò altri a contribuire all'impresa. Risalì ai vecchi trattati, non sempre disponibili negli USA e comunque ormai letti da pochi anche in Europa, per interpretarli ed esporne i risultati più significativi nelle notazioni e terminologie ora più correnti in modo da mettere in evidenza allo stesso tempo il ruolo decisivo al momento della scoperta ed il loro durevole valore. Realizzò questo 'risorgimento' efficacemente e brillantemente, usando per strumento un inglese ricco, perfettamente adeguato, magari un po' all'antica. Ammise il latino come lingua accettata per memorie da pubblicare sulla Rivista da lui fondata e diretta, l'*Archive for Rational Mechanics and Analysis*. Scrisse lui stesso lavori in latino...⁷

Questa vigorosa opera di chiarificazione sua e della sua scuola ha posto le basi per il superamento del paradigma che essa stessa ha formato. In questo senso Truesdell è stato a suo modo uno spartiacque.

A Baltimora, il Palazzetto diventò progressivamente un cenacolo ma non solo scientifico. I due clavicembali nell'ampia scala d'ingresso erano utilizzati in concerti domestici in cui si erano esibiti la signora Leonard e il gruppo Pro Musica Rara. Joseph Sheppard, che aveva mutuato dal Maryland Institute of Arts la tendenza a un'arte realista e storicista, scolpiva, dipingeva e disegnavà immagini di Charlotte Brudno, preziosa collaboratrice in tutte le attività editoriali. In foggia di ninfa, una statua della padrona di casa ornava la vasca nel giardino, curato dall'artigiano in residenza. Dall'interno della casa la statua appariva al centro della vista dalla parete vetrata della sala per la colazione e i pranzi di famiglia. Vari disegni di nudi di lei ornavano le pareti del bagno pertinente alla sala dedicata alla biblioteca scientifica. Un rifacimento di *Susanna e i Vecchioni*, in cui la modella di Susanna era stata ancora Charlotte Brudno e i "vecchioni" hanno il volto di Truesdell e quello di Shepard stesso, faceva da sfondo alla sala da pranzo. Lì un tavolo lungo con scomode sedie di foggia antica ospitava cene illuminate da candele su candelabri, consumate facendo uso di posate d'epoca. Quando il tavolo era sparecchiato, al suo centro era posato un centrotavola metallico del medioevo tedesco, per l'acquisto del quale erano stati impegnati i diritti d'au-

⁷ Capriz G. (2000), Obituary – Clifford Ambrose Truesdell (1919–2000), *Meccanica*, 35, 463–466. La traduzione è mia.

tore dell'*Handbuch der Physik*, o almeno dei volumi che Truesdell aveva curato e che ospitarono i suoi estesi lavori sui fondamenti della meccanica dei corpi deformabili e quelli dei suoi più stretti collaboratori. Qui e là per la casa si parlava di meccanica. Non c'era televisione, ma c'era impianto stereo localizzato in un sottoscala e un'estesa collezione di dischi in vinile. Truesdell scriveva con penna d'oca. Se Normanni si fossero intrattenuti a bere calvados per la casa, la scena avrebbe forse interessato Raymond Queneau nel periodo in cui immaginò il Duca d'Alba salire "in cima al torrione del suo castello per considerare un momentino la situazione storica"⁸.

Truesdell si sforzava di trasmettere la sua visione prospettica di quello che avrebbe dovuto essere la meccanica a un gruppo crescente di persone che voleva fossero coinvolte nei suoi programmi. In quel gruppo c'era Walter Noll che era giunto negli Stati Uniti dalla Germania con pochi mezzi e che avrebbe distillato per primo il paradigma standard della meccanica classica dei corpi deformabili. C'era Bernard D. Coleman, la cui preparazione da chimico avrebbe supportato lo sviluppo della termodinamica dei continui. C'era Jerald Laverne Ericksen, che avrebbe indicato punti di vista nuovi su vari aspetti della meccanica, e avrebbe spinto anche solo implicitamente a superare il paradigma che si stava delineando. C'era Richard Toupin, co-autore con Truesdell del monumentale "articolo" di 667 pagine, *The classical field theories*, del 1960. C'era James Serrin che si sarebbe interessato di termodinamica e fluidodinamica, e soprattutto di analisi matematica, e che avrebbe condiviso con Truesdell un'intensa attività editoriale. C'erano e ci sarebbero stati tanti altri che concorsero al dibattito di quelle idee.

Riferendosi alla scuola che si sviluppò, Jerry Ericksen scrisse di principi normativi che attribuiva a Truesdell:

"1. Qualunque cosa si cerchi di fare, ci si deve sforzare di ottenere l'eccellenza. Ciò richiede che ci si ponga alti obiettivi e che si lavori duramente per ottenerli. In qualsiasi sforzo che valga la pena, l'eccellenza deve essere riconosciuta e premiata, così si deve fare quanto possibile per promuoverla.

2. È molto importante che ognuno sia guidato dal proprio giudizio. Punti di vista difesi con forza possono essere impopolari ma non ci si deve scoraggiare per questo.

3. Ci si deve assumere responsabilità nell'aiutare a separare il grano dalla paglia, che può soffocare il grano.

8 Queneau R. (1995), *I fiori blu*, Einaudi, Torino.

4. Affina la tua abilità nel comunicare con gli altri. Perfino nel discutere di questioni tecniche con persone che hanno una preparazione completamente differente può essere possibile rendere intelligibili le idee di base e i risultati.

5. Sii generoso e paziente con persone di minore abilità che fanno del loro meglio per diventare eccellenti. Coloro che per accidia non tentano neanche devono essere disprezzati”⁹.

Dai documenti (lettere e note) relativi alla gestione della *sua* rivista, l'*Archive*, e dalla corrispondenza con Ericksen, Noll e Toupin, corrispondenza conservata e catalogata con indici commentati dallo stesso Truesdell in sette volumi, sembra emergere fedeltà ai principi dell'elenco che riporta Ericksen. Che nel passare da maestro ad allievo questi principi si siano poi sempre mantenuti tra tutti i continuatori è ancora materia di pessimistica discussione. La scienza è fatta dagli esseri umani, con tutto quello che questo dettaglio comporta.

Al Palazzetto, lo schedario con la corrispondenza riguardante la gestione della rivista era al terzo piano. Al piano inferiore, quello nobile, lo stesso che ospitava la stanza da letto, in un vano tra la biblioteca scientifica e quella umanistica, ornata di uno scrittoio tondo c'era l'ufficio editoriale. Nella sua rivista Truesdell cercava di accogliere articoli che seguissero uno stile, affrontassero certi temi, contribuissero alla discussione sulla struttura dei fondamenti della meccanica. Fu duro nei suoi giudizi, spesso polemico, e non mancò di crearsi antipatie anche accese. Gli si deve riconoscere, però, almeno così mi pare, una consistente dose di onestà intellettuale, espressa in maniera radicale a valorizzare un sentimento antico, e forse per questo modernissimo, di quella che dovrebbe essere l'Accademia.

Come storico della scienza, Truesdell ebbe una predilezione per l'enormità del lavoro di Eulero. Spinse, valorizzò e curò chi riteneva di poter includere tra i propri interlocutori. In questo fu generoso. Bernard Coleman, scrivendo in ricordo di Truesdell, chiarì questo aspetto: “Considero me stesso come chi sia stato tra gli uomini più fortunati: ho avuto un insegnante e un amico, anzi, più che un amico, un fratello maggiore in effetti, che è stato lo studioso principale nella mia scienza e che mi ha dato incoraggiamenti, consigli sensati e ogni tipo di aiuto di cui potessi aver bisogno, anche quando non sapevo di essere nella necessità. Soprattutto, mi ha

⁹ L'elenco è una mia traduzione di note riportate a pagina 17 di Ball J. M., James R. (2002), *The scientific life and influence of Clifford Ambrose Truesdell III*, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 161, 1-26.

insegnato che un'attenta cultura e la ricerca persistente delle idee e della comprensione sono molto più importanti della superficiale abilità nell'usare tecniche contemporanee per la soluzione di problemi al momento popolari¹⁰.

L'esigenza sentita da Truesdell di mettere ordine nei fondamenti della meccanica dei continui non era prettamente una personale primizia: nasceva lontano nello spazio e nel tempo ed era collegata al *sesto problema* di Hilbert.

Ventitré sogni per Hilbert

Parigi, mercoledì 8 agosto 1900: era una giornata calda. Era l'anno dell'Esposizione Universale. Dal 14 aprile al 10 novembre si sarebbero avvicendati nella città sulla Senna cinquanta milioni di visitatori. Fu anche l'anno delle Olimpiadi e del Secondo Congresso Internazionale dei Matematici (ICM 1900), che si tenne nelle aule della Sorbona. Il congresso quadriennale dell'Unione Matematica Internazionale è il principale momento d'incontro collettivo dei matematici. Dal 1936 il congresso ospita l'assegnazione della Medaglia Fields, ormai così famosa. Essere invitati a tenere una relazione in quel congresso è tutt'oggi un onore che molti desiderano.

All'ICM del 1900, uno dei relatori fu David Hilbert, allora professore a Gottinga, ovest di Berlino, Bassa Sassonia. Alla sua conferenza non fu data una posizione centrale nel congresso. Hilbert era comunque già una figura concretamente prominente nel panorama matematico. Noti erano già i suoi risultati in teoria degli invarianti, teoria dei numeri, fondamenti della geometria e di seguito sarebbero stati essenziali i suoi lavori in analisi funzionale (la teoria degli spazi di Hilbert), teoria della dimostrazione e altro. Scorrere almeno i volumi della raccolta degli articoli scientifici (*Gesammelte Abhandlungen*, prima edizione pubblicata negli anni 1932-1935 da Springer) fornisce un'idea almeno vaga per lo meno della voluminosità dei contributi: un universalista.

Al momento del suo intervento al congresso parigino, da cinque anni Hilbert si era trasferito da Königsberg a Gottinga, chiamato da Felix Klein, che sposò la figlia di Hegel. In quel tempo Gottinga divenne uno dei principali centri al mondo per la matematica e la fisica. Oltre a matematici prominenti – tra quelli che furono studenti di Hilbert ci furono, in ordine di anzianità, Ernst Zermelo,

¹⁰ Coleman B. D. (2003), Memories of Clifford Truesdell, *Journal of Elasticity*, 70, 1-13. La traduzione è mia.

Max Dehen, Oliver Kellog, Hermann Weyl, Hugo Steinhaus, Emmy Nöther, Richard Courant – c'era anche un notevole gruppo di fisici, a partire da Woldemar Voigt e Max Born; quest'ultimo ebbe come assistenti prima Wolfgang Pauli, poi Werner Heisenberg, e infine Pascual Jordan. E loro tre ottennero il Premio Nobel per la fisica prima di Born. John von Neumann, ungherese, altro allievo di Hilbert, appartenne sia al gruppo dei matematici sia a quello dei fisici teorici. Come matematico sviluppò la teoria dei giochi, di grande utilità nell'economia e nella teoria delle decisioni, e studiò le algebre di operatori lineari limitati su uno spazio di Hilbert, le cosiddette "algebre di von Neumann". Quest'ultimo tema fu suggerito dai suoi studi da fisico teorico sui fondamenti della meccanica quantistica: un altro esempio di come l'investigazione del mondo fisico possa suggerire nuovi territori di pura astrazione.

Dalle foto d'epoca, Hilbert emerge uomo d'eleganza *fin de siècle*. Nella sua autobiografia, Max Born¹¹ ricorda quanto Hilbert attirasse l'attenzione delle signore del tempo, e quanto si sforzasse di ricambiarla e di soddisfarla. Oltre a questi aspetti mondani, però, e forse nonostante essi, proprio per una signora, Emmy Nöther, Hilbert si sarebbe battuto, assieme a Felix Klein, dandole la possibilità di ottenere nel 1919 il ruolo di Privatdozent, cosa che sembrava a lei preclusa per il suo essere una donna, anche se aveva indubbia qualità scientifica – un suo teorema è uno strumento essenziale nella meccanica e correla le leggi del moto all'*invarianza* della descrizione del moto stesso rispetto al modo con cui si guarda quel moto; e questo non è il suo unico risultato rilevante.

Ognuno dovrebbe essere valutato per quello che mostra d'essere capace di fare e per come lo fa in relazione alla sua storia personale, inclusa l'etica che mostra nel suo fare; tutto qui. Per valutare, però, è necessario avere conoscenza e onestà intellettuale in misura sufficiente a percepire chi si valuta nella sua intrezza, ma la combinazione di quei due fattori in misura adeguata alla bisogna non è sempre a disposizione.

Comunque sia, quel mattino d'agosto del 1900, Hilbert iniziò la sua conferenza parigina, inclusa nella sezione di biografia e storia, chiedendosi chi non fosse interessato ad avere uno sguardo sul futuro della propria disciplina, sui metodi, sui problemi futuri e, soprattutto, sui risultati che si sarebbero ottenuti. L'incipit non era così distante dai contenuti come si potrebbe credere, pensando ad una certa tendenza retorica che spesso pare accompagnare queste

11 Born M. (2005), *Autobiografia di un fisico*, Editori Riuniti, Roma.

situazioni. Il seguito fu una lista di dieci problemi, dieci questioni aperte che egli riteneva a quel tempo cruciali per l'avanzamento della matematica. La lista presentata non era completa. Hilbert aveva in realtà in mente ventitré problemi che raccolse in un articolo intitolato *Mathematische Probleme*. Lo stesso anno fu pubblicato sulla rivista di Gottinga, la *Göttinger Nachrichten*, ristampato e infine tradotto in inglese¹².

Nella sua cronaca per il bollettino della società americana di matematica, Charlotte Angas Scott annotò solo che all'intervento di Hilbert era seguita una discussione piuttosto frammentaria. Lo stesso Hilbert scrisse ad Adolf Hurwitz, suo ex professore che aveva mantenuto corrispondenza con l'allievo, trovando in lui un riferimento intellettuale. Nella lettera Hilbert dichiarò la sua insoddisfazione per l'esito del convegno sia da un punto di vista *qualitativo* sia da quello *quantitativo*. L'impressione era sbagliata. Quello di Hilbert fu negli anni un programma che ha stabilito una sorta di *classe d'onore* per chi ha affrontato, discusso e parzialmente o totalmente risolto i problemi posti nel congresso parigino del 1900 e nello scritto seguente¹³.

La conferenza di Hilbert era nata da un complesso di suggestioni. Da un lato, infatti, Hilbert voleva dare una risposta "ottimistica", ma non ottimisticamente vacua, alla dichiarazione *ignorabimus* con cui il fisiologo Emile Heinrich du Bois-Reymond aveva terminato la sua conferenza alla riunione dell'associazione degli scienziati tedeschi il 14 agosto 1872. Du Bois-Reymond era, infatti, approdato a una visione scettica della possibilità di penetrare il senso e la struttura dei fenomeni naturali, sebbene la sua attività scientifica fosse animata da un rigoroso meccanicismo ed egli "si adoprassero instancabilmente per l'applicazione della fisica matematica e della chimica ai problemi biologici"¹⁴.

Sollevarsi da Flatlandia

Un atteggiamento dubitativo sulla capacità di conoscere può emergere dalla constatazione che i modelli matematici di classi

12 Hilbert D. (1900), *Mathematische Probleme*, *Göttinger Nachrichten*, 253-297 (ristampato in *Archiv Math. Phys.*, 1, 213-237, 1901, e *Bull. Am. Math. Soc.*, 8, 437-479, 1902).

13 Yandell B. H. (2002), *The honors class. Hilbert's problems and their solvers*, A. K. Peters, Ltd., Natick, MA.

14 McCarty D. C. (2005), *Problems and riddles: Hilbert and the Du Bois-Reymonds*, *Synthese*, 147, 63-79. La traduzione è mia.

specifiche di fenomeni naturali sono rappresentazioni parziali di quanto appare nel fare esperienza della natura. Sono discorsi sul mondo, strutture linguistiche indirizzate dalle evidenze sperimentali ma che al contempo le condizionano in qualche misura perché ne determinano la progettazione, almeno in alcuni casi, e vanno di là dei dati acquisiti per la loro natura predittiva. Ancor più critico è il proporsi di ottenere una descrizione globale di *tutto* il mondo fisico. Il problema di fondo – come ho già accennato – è quello di *voler rappresentare un sistema di cui si è solo una parte*.

L'abitante di *Flatlandia*, il mondo piatto del racconto di Edwin Abbott Abbott, quell'abitante che è un quadrato senziente non può vedere *tutta* la sfera tridimensionale che incontra perché per lui la terza dimensione non ha senso; è chiuso nel suo mondo e vede solo l'intersezione della sfera con il piano; *crede*, quindi, che esista una sfera di quel tipo e forse può compiutamente immaginare quel mondo tridimensionale in cui è immerso senza saperlo, ma non riesce a uscire fuori dal piano e dire *toh! guarda, il mio mondo è effettivamente un piano immerso in uno spazio con una dimensione in più*. Non lo saprà mai con *certezza* perché fa parte del piano e non ha possibilità di emergere dal suo mondo e guardarlo *da fuori*. Possiamo avere compiuta coscienza che il risultato delle nostre analisi sia *l'effettiva natura intrinseca* delle cose? Non sto sostenendo che ciascuno ha la sua verità, come uno scrivente che ignori la distinzione tra i termini *congettura* e *ipotesi*. Affermo solo che un certo pessimismo sulla possibilità della completa consapevolezza di conoscere *effettivamente* la natura delle cose scaturisce dal nostro essere parte del sistema che vogliamo intendere.

Non so quale moto intimo motivasse *realmente* la posizione pessimistica di Emil Heinrich du Bois-Reymond, che fu comunque ripresa e discussa nell'ambito della matematica dal fratello Paul David Gustav. La matematica non era propriamente il campo di Emil, che, invece, era un elettro-fisiologo.

Nel trasferire alla matematica la posizione di du Bois-Reymond, però, si deve tener conto che la matematica costituisce un linguaggio che nasce all'*interno* del rapporto dell'essere umano con la natura e che quindi *risente* del condizionamento di quel rapporto. Ripeto che in questo ritengo che debba ricercarsi l'efficacia della matematica nel descrivere le cose del mondo: la matematica nasce dalla nostra tendenza a organizzare le percezioni; da esse emerge per l'astrazione che riusciamo a produrre; siccome, però, da quelle ha origine, risulta efficace nel descriverle. Ciò non esclude l'esisten-

za trascendentale delle idee matematiche, ma nella prassi a quelle idee si giunge per astrazione dall'esperienza sensibile.

D'altra parte, la possibilità di costruire strutture astratte può permettere al quadrato del mondo piatto di Abbott di immaginare che il cerchio che incontra sia l'intersezione di una sfera con il piano in cui egli vive, una sfera che appartiene a un mondo tridimensionale che gli è precluso. Nel suo ragionare astratto, il quadrato coglie la verità – quella che un osservatore tridimensionale, *esterno* a Flatlandia, valuterebbe immediatamente con strumenti *altri* rispetto al ragionamento del quadrato – ma è destinato a non sapere *effettivamente* che quella sua argomentazione abbia colto la verità. Il quadrato raggiunge la verità: il suo mondo piatto è immerso in un mondo tridimensionale. Egli ha, però, solo elementi per *credere* (*ragionevolmente*) che ciò sia. E questa possibilità di credere alla verità fisica del suo risultato emerge dalla sua capacità di astrarre. Ancora una volta riappare la domanda che ho già posto: *come mai riusciamo ad astrarre oltre la nostra esperienza tangibile?*

Interesse per i fondamenti

Per suo conto, Hilbert tornò direttamente e indirettamente a intervenire sulla posizione di Paul du Bois-Raymond in occasioni differenti. La questione coinvolgeva i fondamenti della matematica e la relazione di Hilbert al congresso parigino poneva questioni che riguardano sia aspetti tecnici sia i fondamenti della matematica. Su quest'ultimo aspetto Hilbert avrebbe reso esplicito un programma di analisi nel 1917, ma su di esso si era già soffermato nel 1899, pubblicando i *Grundlagen der Geometrie* in cui riorganizzava la geometria euclidea come costruito derivato logicamente da assiomi primitivi. Slegava così la geometria da motivazioni di natura intuitiva. Poteva farlo, però, perché conosceva già la geometria, che Euclide aveva cominciato a costruire partendo dalla sua osservazione tangibile del mondo (Newton riteneva la geometria come una conseguenza dell'analisi dei fenomeni meccanici¹⁵). Far vedere, però, che la geometria poteva ricavarsi da assiomi semplici e in numero finito ne metteva in evidenza la struttura; modificando quegli assiomi si generano altre geometrie.

L'interesse di Hilbert per i fondamenti della matematica apparteneva allo spirito del tempo; era un'esigenza sentita anche per

¹⁵ Si veda la prima parte dell'introduzione di Newton I. (2018), *Principi matematici della filosofia naturale*, Einaudi, Torino.

ragioni tecniche. Nel campo dell'analisi infinitesimale, lo sviluppo della teoria delle serie di Fourier aveva reso necessaria la precisazione della nozione di funzione e la relazione tra serie di funzioni (somme infinite di funzioni) e la nozione di continuità per una funzione. Ancora non erano state soddisfatte le richieste di più solidi fondamenti ai lavori pionieristici di Leibniz e di Newton, richieste avanzate, già nel secolo precedente, da George Berkeley e da Jean Baptiste Le Rond d'Alembert. La stessa nozione di limite aveva dovuto attendere l'Ottocento per essere formalizzata "in termini di ϵ e δ ". In questo sforzo di sistemazione delle nozioni e dei fondamenti del calcolo infinitesimale, figure essenziali erano state Bernhard Bolzano, Niels Henrik Abel, Lejeune Dirichlet, Karl Weierstrass, Richard Dedekind, Georg Cantor, Bernhard Riemann. Le loro ricerche erano venute di seguito a un primo lavoro di sistemazione dell'analisi che Augustin Louis Cauchy aveva esposto nelle lezioni all'École Polytechnique, pubblicate nel 1823.

La discussione, però, andava oltre l'analisi infinitesimale. Nel 1884 erano stati pubblicati i *Grundlagen der Arithmetik* in cui Gottlob Frege discuteva dei fondamenti dell'aritmetica. Il programma di Frege per l'aritmetica era quello che sottende ogni processo di assiomatizzazione: individuare un insieme finito di assiomi non contraddittori da cui sia possibile *dedurre* le asserzioni che hanno significato nell'ambito a cui gli assiomi stessi si riferiscono. Per Frege, lo strumento attraverso cui si sviluppa la deduzione è la logica formale, argomento del suo precedente saggio del 1879, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, a cui ci si riferisce indicandolo come l'*Ideografia*. Per Frege la logica è strumento normativo, non in sé conoscitivo, perché esterna al contenuto¹⁶. C'era l'influenza del pensiero di Kant sulle motivazioni che sostenevano quella concezione. Anche Hilbert era parso sensibile alle idee di Kant (entrambi erano nati a Königsberg, Hilbert il 23 gennaio 1862, Kant il 22 aprile 1724).

La proposizione di Kant per cui ogni conoscenza umana parte da intuizione, procede attraverso concetti, e culmina in idee Hilbert l'aveva inserita come esergo del suo *Grundlagen der Geometrie*¹⁷. D'altra parte, però, Hilbert si discostava progressivamente dalla visione kantiana nel suo essere convinto che l'analisi dei fondamenti della matematica doveva essere interna alla matematica stessa e fosse da perseguire attraverso la logica formale. Gli oggetti matematici non avevano altre proprietà se non quelle che potevano essere de-

16 Si veda Kenny A. (2003), Frege. Un'introduzione, Einaudi, Torino.

17 Hilbert D. (2012), Fondamenti della geometria, Franco Angeli, Milano.

dotte dagli assiomi del sistema in cui tali oggetti avevano cittadinanza¹⁸. Questi oggetti, poi, erano suggeriti all'inizio dall'intuizione pura, influenzata, almeno nel caso della geometria (Hilbert pensava prima di tutto a quella euclidea), dalla percezione del mondo fisico – un punto di vista, questo sulla connessione tra geometria e fisica, ripreso in anni recenti dal matematico francese Alain Connes, anch'egli insignito della Medaglia Fields.

La ricerca hilbertiana dei fondamenti della geometria non era però distante dalla proposta di Frege per l'aritmetica. Hilbert, infatti, aveva dimostrato che ogni contraddizione che poteva esistere nella geometria euclidea doveva manifestarsi nell'aritmetica dei numeri reali. Il programma di Hilbert, che era cominciato con i *Grundlagen der Geometrie*, era, in qualche modo, una *scarnificazione* della geometria: guardava oltre la sovrastruttura; cercava i fondamenti.

L'individuazione di un sistema di assiomi (in numero finito) è generalmente un evento tardo in una teoria matematica o fisico-matematica. La sua costruzione comincia per tentativi, inciampi, e si sviluppa per ripensamenti, discontinuità, stagnazioni, drastici balzi in avanti, arretramenti, incomprensioni. È il prodotto dell'azione cumulativa d'ingegni di valore differente, di azioni disarticolate, di altre coordinate. Il progredire della ricerca spinge quasi istintivamente alla riorganizzazione del soggetto, all'eliminazione dell'orpello, del superfluo, tendendo a far emergere la struttura essenziale. Questo "istinto" della pratica scientifica sottendeva il programma di assiomatizzazione di Hilbert del 1917, che doveva portare alla determinazione dei teoremi in un processo, per così dire, *automatico*, una volta che si fossero formalizzati *per sé stessi* gli elementi di ciò che consideriamo *dimostrazione*. E per *automatico* intendo qui un modo di operare basato su regole di sistemi propri della logica.

I sistemi di assiomi cui mi riferisco sono *coerenti*: non permettono che una data proposizione e la sua negazione siano entrambe dimostrabili. Una volta assegnato un sistema finito di assiomi e la classe pertinente di regole logiche a un corpus di risultati matematici che costituiscano una teoria, una questione essenziale è allora se o no il sistema di assiomi sia allo stesso tempo *coerente e completo* in senso *sintattico*, cioè ammetta la possibilità di dimostrare tutte le proposizioni che possono essere da esso dedotte.

A questo problema avrebbe dato nel 1931 un contributo essenziale l'allora venticinquenne Kurt Gödel con il suo *Über formal*

18 Per una discussione di analogie e discrepanze tra la posizione teoretica di Frege, quella di Hilbert, e il pensiero di Kant si veda, per esempio, Cellucci C. (2007), *La filosofia della matematica del Novecento*, Laterza, Bari.

unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I (Sulle proposizioni formalmente indecidibili dei Principia Mathematica e sistemi affini I), apparso sulle *Monatshefte für Mathematik und Physik*, una rivista di Lipsia. L'articolo riguardava teorie formali sviluppate da un insieme (finito) coerente di assiomi e da regole logiche, tali da includere l'aritmetica, prevedendo per i numeri naturali una definizione di tipo insiemistico. Si tratta di teorie che permettano la codifica di formule autoreferenziali – un elemento essenziale della tecnica usata da Gödel per la sua dimostrazione. Già nel titolo del suo articolo, Gödel indica che per regole logiche si riferisce a quelle contenute nei *Principia Mathematica*, il libro che Bertrand Russell e Alfred North Whitehead avevano pubblicato nel 1913¹⁹.

Di quelle teorie che ho appena indicato e che un lettore aduso al linguaggio della logica formale definirebbe *capaci di rappresentare tutte le funzioni ricorsive primitive*, Gödel dimostrò l'incompletezza, cioè l'*esistenza* di almeno una proposizione sintatticamente corretta di cui non si possa dimostrare verità o falsità nel sistema di assiomi e di regole logiche considerato. L'unione dei risultati di Gödel e di quelli di Paul Cohen diede luogo a esempi concreti di proposizioni indecidibili.

Una volta che si sia individuata una proposizione indecidibile in una teoria del tipo analizzato da Gödel, si potrebbe pensare che sia sufficiente inglobarla tra gli assiomi per ottenere una teoria completa. Se così si facesse – dimostrò Gödel – si troverebbe almeno un'altra proposizione indecidibile. Se si ripetesse il processo all'infinito, si avrebbe una teoria non ricorsiva, diversa da quella a cui si riferisce l'analisi di Gödel, il quale dimostrò anche che un qualsiasi sistema coerente non può essere utilizzato per mostrare la sua stessa coerenza. È quindi necessario ricorrere a elementi *esterni* alla teoria per mostrarne la coerenza. Bisogna sollevarsi dal piano di Flatlandia.

Qualcosa di analogo accade nella costruzione dei modelli matematici di classi di fenomeni fisici: è necessario *uscire* dalla classe di fenomeni considerata, perfino dal mondo fisico stesso; è necessario guardare quei meccanismi *dal di fuori*, non far parte dello stesso meccanismo, per essere "sicuri" in maniera *diretta* che ciò che il modello rappresenta sia *effettivamente* l'essenza di quella che intendiamo essere la realtà fisica. Nelle nostre teorie sull'universo, infatti, cerchiamo testimonianze sperimentali *indirette*; si cerca, cioè, di os-

19 Whitehead A. N., Russell B. (2010), *Principia Mathematica* to *56, Cambridge University Press, Cambridge.

servare le previsioni delle teorie perché dall'universo non possiamo uscire per guardarlo “dal di fuori” e poi ritornare dentro, come si entra e si esce da casa.

Quello di Gödel era un risultato enorme e spiazzante per il programma di Hilbert. Sebbene molto giovane, Gödel fu ascoltato anche perché era *già* stimato per le sue capacità da persone che lo potevano capire.

La vita di Gödel può essere materia di romanzo. La sua conclusione fu anticipata da un progressivo degrado verso la paranoia.

Il sesto problema

Le stesse teorie fisiche ammettono la possibilità di assiomatizzazione per il loro essere formalizzate in termini matematici. Di questo era cosciente Hilbert al momento del suo discorso parigino. Il sesto dei problemi di cui parlò riguardava, infatti, la possibile assiomatizzazione delle teorie fisiche. Anche questo rientrava nello spirito del tempo. Nelle introduzioni che il fisico e filosofo Ernst Mach scrisse alle varie edizioni del *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, dalla prima del 1882 alla settima del 1912, nella quale sono tutte raccolte²⁰, Mach insistette sempre più sull'interesse accademico per i fondamenti della meccanica. Mach aveva scritto la *Mechanik* quando era ancora a Praga, prima di trasferirsi a Vienna, e in quel libro aveva riversato il suo interesse per la storia delle discipline scientifiche, una storia che, a suo vedere, permetteva di evidenziare l'origine empirica dei modelli e la loro natura “pratico-economica” piuttosto che la loro essenza teoretica. I modelli gli apparivano quindi come “espedienti convenzionali” utili alla sola organizzazione dei rapporti funzionali fra i dati fenomenologici, questi ultimi poi filtrati attraverso le radici psico-biologiche delle sensazioni. Echi del pensiero di Mach (quello che è stato definito empiriocriticismo) erano riscontrabili nelle annotazioni di Heinrich Rudolph Hertz – il suo *Die Prinzipien der Mechanik in neuen Zusammenhänge dargestellt* è del 1894. Era – ripeto – lo spirito del tempo.

Nel presentare il suo sesto problema, Hilbert sostenne quanto segue: “Le ricerche sui fondamenti della geometria suggeriscono il problema seguente: trattare nello stesso modo, per mezzo di assiomi, quelle scienze fisiche in cui la matematica gioca un ruolo

²⁰ Mach E. (2008), *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*, Bollati-Boringhieri, Torino.

importante; ai primi posti ci sono la teoria della probabilità e la meccanica”²¹. Poi, dopo una considerazione sulla teoria della probabilità, Hilbert ritornava a parlare essenzialmente di meccanica e, più in generale, dei modelli matematici del mondo fisico: “Sono disponibili ricerche importanti di fisici sui fondamenti della meccanica; mi riferisco agli scritti di Mach, Hertz, Boltzmann e Volkmann. Tuttavia è notevolmente auspicabile che la discussione sui fondamenti della meccanica sia ripresa anche dai matematici. Il lavoro di Boltzmann sui principi della meccanica suggerisce il problema di sviluppare in maniera rigorosa²² il processo limite, lì meramente indicato, che porta dal punto di vista atomistico alle leggi dei moto dei continui. In altro senso si potrebbe cercare di derivare tramite un processo di limite le leggi del moto dei corpi rigidi da un sistema di assiomi correlati all’idea di vincoli che variano in maniera continua in un materiale che occupi anch’esso in maniera continua lo spazio, vincoli definiti da parametri. La questione dell’equivalenza di differenti sistemi di assiomi è sempre di grande interesse teorico. Se la geometria può servire come modello per la costruzione di sistemi assiomatici nella fisica²³, si proverà innanzitutto un piccolo numero di assiomi per includere una classe quanto più ampia possibile di fenomeni fisici, e quindi si potrà aggiungere nuovi assiomi per arrivare gradualmente a teorie più particolari. Ora, al tempo di Lie²⁴, un principio di suddivisione può essere forse derivato dalla profonda teoria dei gruppi infiniti di trasformazioni. Il matematico dovrà tener conto non solo di quelle teorie che si avvicinano alla [descrizione della] realtà, ma anche, come in geometria, di tutte le teorie logicamente possibili. Egli deve fare sempre attenzione a ottenere una visione completa di tutte le conclusioni derivabili dal sistema di assiomi ipotizzato. Inoltre, il matematico ha il dovere di valutare esattamente in ogni caso se nuovi assiomi sono compatibili con i precedenti. Il fisico, allo svilupparsi delle teorie, spesso si trova forzato dal risultato dei suoi esperimenti a formulare nuove ipotesi, quando dipende, rispetto alla compatibilità delle nuove ipotesi con i vecchi assiomi, solo sulla base degli esperimenti [che

21 Si veda <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/hilbert/problems.html>. La traduzione è mia.

22 La traduzione letterale è in realtà “in maniera matematica”; la libertà interpretativa è supportata dall’odierno gergo nella fisica matematica.

23 La traduzione del testo originario è in questo passaggio ragionevolmente libera, pur non alterando il senso, sebbene tradurre sia un dire *quasi* la stessa cosa.

24 Il riferimento è a Sophus Lie, matematico norvegese. Si veda Stubhaug A. (2000), *Det var mine tankers djevhet – Matematikeren Sophus Lie*, H. Aschehoug & Co., Oslo [traduzione in inglese del 2002, Springer Verlag, Berlino, *The mathematician Sophus Lie. It was the audacity of my thinking*].

ha a disposizione] o su di una certa intuizione fisica, una pratica che non è ammissibile nella costruzione logicamente rigorosa di una teoria. La dimostrazione desiderata della compatibilità di tutte le ipotesi mi sembra altresì importante perché lo sforzo di ottenere una tale dimostrazione ci spinge sempre e con grande efficacia all'esatta formulazione di tali assiomi"²⁵.

Hilbert assegnò un ruolo preminente, anche solo citandolo come esempio, al passaggio dalla descrizione corpuscolare dei gas, propria dell'equazione di Ludwig Boltzmann, alla loro rappresentazione in termini idrodinamici (cioè come se fosse un fluido e non un sistema discreto di particelle). Tuttavia il sesto problema si riferisce alla meccanica tutta (e più in generale a *tutte* le teorie fisiche), includendo sia la descrizione del moto di sistemi costituiti da un numero finito di particelle materiali (palline puntiformi) o di corpi rigidi, sia quella propria dei corpi estesi deformabili. Al contrario di questa mia interpretazione, Laure Saint-Raymond ritiene di dover restringere il sesto problema di Hilbert alla sola valutazione del limite cui tende l'equazione di Boltzmann quando il numero delle particelle del gas cui si riferisce cresce all'infinito²⁶.

Tra gli studenti di Hilbert, fu Georg Karl Wilhelm Hamel quello che s'interessò per primo della questione sollevata dal sesto problema (i fondamenti della meccanica), dopo aver affrontato il quarto problema nella sua tesi. Nel 1900 Hamel giunse a Göttinga. Proveniva da Berlino; lì era stato studente di Max Planck. A Göttinga, Hamel cominciò a seguire un seminario sulla geometria descrittiva, sull'elasticità e su altri aspetti della meccanica, che teneva quell'anno Felix Klein. Negli studi con Klein e Hilbert, Hamel incrementò il suo interesse per la meccanica, in particolare per gli aspetti di fondamento, e avrebbe mantenuto questo interesse per tutta la sua carriera accademica "trasmettendolo" negli anni successivi a István Szabó che fu suo successore. Hamel divenne professore prima a Brünn, poi ad Aquisgrana, infine ebbe la cattedra di Matematica e Meccanica nell'Università di Charlottenburg, presso Berlino. Dopo la presa di potere nazista nel 1933, Hamel, che era presidente di una branca della società matematica tedesca, si mostrò aderente al nuovo regime e divenne presidente della società matematica nel 1935. Alla fine della Seconda Guerra Mondiale, nel 1946 Hamel si spostò all'Università Tecnica di Berlino.

²⁵ Hilbert D. <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/hilbert/problems.html>. La traduzione è mia.

²⁶ Saint-Raymond L. (2006), Some recent results about the sixth problem of Hilbert, in *Advances in Mathematical Fluid Dynamics*, Birkhäuser, Basel, 183-199.

Nel 1950, Clifford Truesdell giunse all'Istituto di Matematica Applicata dell'Università dell'Indiana, Bloomington, che era stato da poco istituito da Tracy Yarkes Thomas. Lì, tra gli studenti di David Gilbarg, incontrò Jerard Laverne Ericksen e James Serrin. Ericksen fu, però, coinvolto nel servizio militare in Corea e dovette posticipare i suoi studi. Truesdell si trovò dinanzi alla necessità di trovare studenti capaci e motivati, e pensò di trovarli nell'Europa post-bellica, in particolare in Germania, dove il disagio economico seguito al conflitto mondiale era acuto²⁷. Scrisse allora ad Hamel, che non conosceva direttamente ma di cui aveva letto gli scritti e con cui aveva una connessione per essere entrambi nel comitato editoriale del *Journal of Rational Mechanics and Analysis*, quello che sarebbe poi diventato, quando Truesdell ne divenne il direttore, *l'Archive for Rational Mechanics and Analysis*²⁸.

Hamel contattò Szabó. Quest'ultimo suggerì a Walter Noll di sfruttare la possibilità. Si trattò di un modo per allontanare Noll: Truesdell lascia intuire nelle sue note del 1993²⁹ difficoltà di rapporto tra Szabó e Noll, che infine giunse a Bloomington il 19 settembre 1953, ventottenne (era nato il 7 gennaio 1925), deciso ad accorciare i tempi per il conseguimento del dottorato. Ci riuscì con il supporto di Truesdell, di cui non seguì gli iniziali suggerimenti – cosa che Truesdell non manca di ricordare con apprezzamento in un suo scritto del 1993. Il 14 ottobre 1993, Noll affrontò un esame di qualificazione. La commissione era composta da Gilbarg, Gustin e Truesdell stesso. Noll era tenuto a dare un'idea della sua preparazione di base. Non senza un'implicita ironia e stima, Truesdell annotò che in quell'occasione Noll avesse avuto difficoltà solo con due domande, una delle quali era la derivazione delle leggi di base della meccanica dei continui. Nel cominciare il volume che colleziona la corrispondenza con Noll (due riguardano quella con Toupin e tre le lettere scambiate con Ericksen), Truesdell annotò la notizia del superamento da parte di Noll dell'esame finale della sua tesi di dottorato "*Sulla continuità degli stati solidi e fluidi*" con la data 9 agosto 1954. Il 13 agosto, Truesdell scrisse a Hamel per ringraziarlo di aver sollecitato Szabó e cominciò a inviare lettere di raccomandazione per assicurare una posizione accademica a

27 Truesdell C. A. (1993), *The naturalization and apotheosis of Walter Noll*, dattiloscritto disponibile in www.math.cmu.edu/~wn0g/TL.pdf.

28 Quella rivista avrebbe accolto contributi essenziali alla discussione sui fondamenti della meccanica dei continui (una parte del sesto problema di Hilbert, quindi) prima che, progressivamente, al cambiare dei direttori, un'inclinazione verso gli aspetti analitici suggeriti dai problemi meccanici diventasse prevalente.

29 Si veda la nota 27.

Noll. Il 19 agosto Truesdell scrisse a Garrett Birkhoff, a Harvard, ricevendo il 23 agosto alcuni consigli relativi a una borsa di studio dedicata a Benjamin Pierce. Lo stesso giorno mandò una lettera in cui raccomandava Noll alla Northwestern University, Chicago. Nel frattempo, però, Noll era tornato in Germania ma Truesdell aveva speranza di riportarlo negli Stati Uniti, come annotò il 3 settembre di quell'anno. Per suo conto, il 25 gennaio 1955 Noll partecipò a concorsi a Harvard e a Princeton. Il 17 gennaio 1956, Truesdell ricevette da Szabó la richiesta di una lettera di raccomandazione ufficiale per Noll, perché pareva aprirsi una possibilità d'impiego a Berlino. Truesdell rispose il 23 gennaio.

“Gentile Professor Szabó, sono contento di replicare alla sua richiesta riguardante il Dr. Walter Noll. Non ero a conoscenza del lavoro di Noll precedente al 1953, quando egli giunse in questo Istituto³⁰. A quel tempo egli aveva una buona educazione di base nella matematica pura e in temi classici della meccanica. Non aveva maturato alcuna esperienza con i moderni sviluppi della meccanica dei continui non-lineare. In dodici mesi completò tutti i passi richiesti per conseguire il dottorato, inclusa una tesi di fondamentale importanza. La tesi di Noll è stata sviluppata sotto la mia direzione, ma oltre a suggerire l'argomento generale e criticare i dettagli, non ho interferito con il lavoro. Il principio di “Isotropia dello Spazio”, che è una richiesta d'invarianza per tutte le equazioni costitutive della meccanica, come anche dettagli numerosi e originali, sono interamente idee proprie di Noll...”³¹ E andava avanti con questo tono, riconoscendo il lavoro dell'allievo e la sua autonomia.

L'8 febbraio 1956, Noll ricevette una proposta d'impiego a Berlino. Aveva accettato, però, nel frattempo un'altra proposta per una cattedra di professore associato in quella che oggi è la Carnegie-Mellon University. Noll ritornò negli Stati Uniti, questa volta definitivamente, e il sodalizio con Truesdell poté essere più intenso e culminare con il secondo “articolo” monumentale dell'*Handbuck der Physik*, *The Non-Linear Field Theories*, che Truesdell e Noll firmarono insieme³². Quel capitolo dell'*Handbuck* faceva il paio con l'articolo di Truesdell con Richard Toupin³³. La scrittura di

30 Si riferisce all'Istituto di Matematica Applicata dell'Università dell'Indiana.

31 La traduzione dall'originale conservato nella Biblioteca della Scuola Normale Superiore di Pisa è mia.

32 Truesdell C., Noll, W. (1965), *The Non-Linear Field Theories of Mechanics*. In: Flügge, S., Ed., *Encyclopedia of Physics*, Vol. 3, Springer, Berlino.

33 Truesdell C. A., Toupin R. A. (1960), *The Classical Field Theories*. In: Principles of Classical Mechanics and Field Theory / Prinzipien der Klassischen Mechanik und Feldtheorie. Ed. by S. Flügge. *Encyclopedia of Physics / Handbuch der Physik*. (With an

entrambi è stata un momento fondamentale nella meccanica dei corpi deformabili moderna.

Nella primavera del 2017, qualcuno chiese alla figlia di Noll, com'era stato crescere accanto a un matematico come suo padre. Virginia Cassidy, la figlia di Noll, rispose che probabilmente era stato come avere Brad Pitt in casa, o qualcuno simile. Emily McConville riportò l'affermazione sulla Pittsburgh Gazette l'11 giugno 2017³⁴, commemorando la scomparsa di Noll, avvenuta qualche giorno prima: il 6 giugno. Noll aveva 92 anni. Era nato il 17 gennaio 1925 a Berlino, da Franz e Martha. La famiglia era antinazista, sebbene non sembra che le siano attribuibili azioni dirette con effetti tangibili contro quel regime. Nel 1943 Noll fu chiamato, riluttante, alle armi. La ferita riportata in un incidente fortuito gli permise di trascorrere comunque molti mesi a casa, anche per un disagio burocratico. Dichiarò in seguito che non aveva mai avuto alcuna intenzione di morire per il proprio paese. Così, quando fu richiamato in servizio, si adoperò per mantenersi lontano dalla linea di fuoco. Nel 1946, Noll cominciò a studiare matematica nell'Università Tecnica di Berlino, laureandosi nel 1951. Nel mezzo di quegli anni, tra il 1949 e il 1950, passò un periodo di studio a Parigi. Lì fu in contatto con il gruppo Bourbaki, ricevendone influenza decisiva sullo stile e sulle tematiche di ricerca di cui si occupò in seguito. Nicolas Bourbaki era apparso sulla scena matematica nell'autunno del 1935, quando André Weil, il fratello di Simone, aveva scritto a Élie Cartan, accademico di Francia e padre di un suo amico, Henri, una lettera che presentava un articolo di matematica la cui paternità Weil stesso attribuiva a Bourbaki: "Vi invio in allegato per i *Comptes Rendus*", che sono la rivista dell'Accademia di Francia, "una nota che il signor Bourbaki mi ha incaricato di trasmettervi. Voi non ignorate di certo che il signor Bourbaki è il vecchio professore dell'Università Reale di Besse-in-Poldavia, di cui ho fatto la conoscenza qualche tempo fa in un caffè di Clichy nel quale passa la maggior parte della giornata e anche della notte; avendo perduto non solo la sua posizione, ma quasi tutta la sua fortuna negli eventi che hanno fatto scomparire dalla carta d'Europa la sfortunata nazione poldava, si guadagna attualmente da vivere dando in questo caffè lezioni di "belote", un gioco di carte di cui è un vero maestro. Giura di non volersi più occupare di matematica, ma non di meno ha accettato di intrattenersi con me su qualche problema importante, permettendomi di gettare

appendix on tensor fields by J. L. Ericksen), Springer, Berlino pp. 226–858.

34 <https://www.post-gazette.com/news/obituaries/2017/06/11/A-mathematician-with-a-love-for-travel-obituary-walter-noll-carnegie-mellon/stories/201706110127>

l'occhio su parte dei suoi scritti. Sono riuscito a persuaderlo di pubblicare, per cominciare, la nota qui allegata, che contiene un risultato molto utile per la teoria moderna dell'integrazione..."³⁵ Nonostante la presentazione bizzarra, la nota riportava un risultato matematico inconfutabile. Così Cartan la presentò ai colleghi accademici il 18 novembre 1935 e alla presentazione seguì la pubblicazione. Nicolas Bourbaki, o almeno *quel* Nicolas Bourbaki, però, non esisteva³⁶. Nel luglio precedente, André Weil, Henri Cartan e pochi altri amici – Jean-Pierre Serre, Claude Chevalley, Laurent Schwartz, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann, René de Possel, Pierre Samuel, Adrien Douady – tutti passati dalle aule dell'École Normale Supérieure di rue d'Ulm, a Parigi, tutti matematici d'eccezione, avevano deciso di adottare questo *nome de plume*, Nicolas Bourbaki, per personificare il desiderio di riformare l'insegnamento della matematica in Francia, ponendo l'attenzione sull'astrazione, sul rigore formale, sull'analisi dei fondamenti. Questa necessità scaturiva dalla convinzione che le modalità d'insegnamento allora vigenti non fossero utili per preparare i giovani capaci a tenere il passo con l'avanzamento della ricerca che si registrava fuori dalla Francia, soprattutto nelle vicine istituzioni tedesche. I bourbakisti cambiarono il modo d'intendere in Francia l'insegnamento della matematica – innanzitutto l'insegnamento superiore – e il loro impulso ha determinato il successo scientifico e la conseguente influenza internazionale di tutto il movimento francese, soprattutto nella matematica pura.

Quell'attenzione influenzò di certo Walter Noll, facendogli capire che la forma partecipa della sostanza e che entrambe devono integrarsi. Così Noll influenzò Truesdell.

Dal lavoro di Noll emerge un atteggiamento bourbakista che da un lato ha dato innegabili frutti nello stabilire il canone tradizionale della meccanica non-lineare dei corpi deformabili, dall'altro, proprio per l'aver determinato un edificio concettuale neoclassico compiuto, per certi versi ha "rallentato" il possibile ampliamento dei confini da lui stesso stabiliti verso quanto tenderei a chiamare *meccanica dei corpi complessi*, come ho già indicato. Per altri versi, chiarendo gli assiomi, Noll ha indicato cosa si doveva controllare per procedere verso quell'ampliamento.

La meccanica contemporanea dei corpi deformabili tenta di fornire modelli che tengano conto dell'interazione delle mutazioni

³⁵ Marshaal M. (2003), *Bourbaki - una società segreta di matematici*, supplemento de Le Scienze, VI, n° 32, p. 18.

³⁶ Si veda Aczel A. D. (2007), *The artist and the mathematician: The story of Nicolas Bourbaki, the genius mathematician who never existed*, High Stakes Publishing, London.

delle microstrutture materiali a piccole scale spaziali e temporali con il comportamento macroscopico dei corpi estesi nello spazio. Tutto questo riguarda leghe inattese quali i quasicristalli, i tessuti biologici, i mezzi granulari, i materiali “inventati” dall’industria chimica per soddisfare particolari richieste di prestazioni tecnologiche, insomma, una marea di corpi diversi, alcuni spesso esotici.

Discutere della meccanica dei corpi complessi richiederebbe l’addentrarsi in aspetti di dettaglio; imporrebbe poi il ricorso a strumenti formali che ho evitato di usare in questo scarno preambolo. Perciò è forse utile fermarsi qui.



6. *Terre di confine*

In cui si ritorna a discutere sulla necessità di riflettere su come si agisce nella costruzione di modelli matematici delle evidenze fenomenologiche.

La scienza è analisi e narrazione (quest'ultima con caratteristiche peculiari perché non permette di eludere l'onere della prova) di almeno alcuni aspetti dell'interazione che gli umani hanno con il mondo, e del mondo con il mondo. È essa stessa filosofia (oltre che "filosofia naturale" nel senso di Newton), o meglio, un modo per declinare la filosofia?

Facendo un po' d'ordine

Tendiamo a suddividere in discipline il processo di conoscenza di noi stessi e di ciò che ci appare intorno. La domanda d'apertura ha allora a che fare con la distinzione che si pone "istituzionalmente" tra studi scientifici e umanistici, una distinzione che mi sembra dettata da due ordini di fattori: da un lato intenzioni metodologiche, finalità e linguaggi differenti, dall'altro ragioni di convenienza, cioè conquista e controllo del "territorio", un allontanamento dalla perdita di respiro che provoca la vertigine data dalla vastità di ciò che si sa e, soprattutto, del percepire ciò che non si sa.

Ciascuno di noi ha una qualche percezione – sia pur vaga – di cosa sia scienza, a cui mi sono sin qui riferito in senso ristretto, pensando solo alle scienze cosiddette dure, per come ho dichiarato sin da principio, e ha percezione di cosa siano gli studi umanistici. Per ciascuno, però, le sfumature possono essere differenti.

Possiamo proporre una distinzione in termini della tipologia dei risultati, gli uni – quelli scientifici – di natura sia qualitativa sia quantitativa, capaci di esprimere previsioni verificabili, gli altri di natura eminentemente qualitativa: riguardano l'essere umano nella sua interazione *emozionale* con il mondo e nella definizione della sua dignità.



D'altra parte se ci rivolgiamo a chi si *autoproclama* veggente, questi ci darà una previsione che potrà anche essere quantitativa. Possiamo dire che sia scienza? Direi che, semmai, la sua può essere considerata un'azione manipolatoria.

La distinzione in termini di natura ideale dei risultati non sembra essere sufficiente. Tentiamo allora un'analisi metodologica perfino solo ingenua. Siamo convinti che uno scienziato sia sempre tenuto a presentare all'interlocutore qualcosa che sia preciso, analizzabile in maniera critica, riproducibile. Pretendiamo che sia qualcosa la cui origine si possa controllare; qualcosa i cui confini siano ben definiti; qualcosa che emerga da un processo critico e che si possa aggiornare alla presenza di falsificazioni o di un successivo approfondimento critico. Vogliamo qualcosa che non sia l'espressione di un processo retorico in cui non si cerchi intenzionalmente la verità delle cose, per quanto a essa ci si possa forse solo sperare di avvicinarsi, ma si voglia solo prevalere nella tenzone con un interlocutore anche potenziale. Pensiamo, quindi, alla scienza come all'emersione del pensiero razionale, della capacità critica, soprattutto in senso costruttivo, e qui mi riferisco a una capacità interpretativa e propositiva, quella di costruire modelli di fenomeni naturali, modelli che sono – per come ho più volte ripetuto – rappresentazioni di quanto del mondo percepiamo, rappresentazioni che aspirano a predire ulteriori fenomeni. D'altra parte, l'analisi critica razionale appartiene anche agli studi che classifichiamo come umanistici e ciò giustifica dizioni quali “scienze umane”, “scienze giuridiche”, “scienze politiche”; di certo quell'analisi non ha lo stesso rapporto con diciture come “scienze occulte” di cui non intendo qui discutere, forse solo per evitare la noia. Nella lingua tedesca si usano termini come *Literaturwissenschaftler* (scienziato della letteratura) o *Kunstwissenschaftler* (scienziato dell'arte) senza che alcuno istintivamente pensi che siano espressioni ironiche. E per quanto siamo riusciti a sviluppare la riflessione sulle intenzioni metodologiche, le nostre analisi paiono non essere ancora esaustive.

Possiamo avanzare una distinzione che vada di là dai temi specifici e della capacità di fruire i risultati, quando pensiamo all'attività dello studioso di “filosofia naturale” – uso il senso dato ai tempi di Newton per indicare l'analisi dei fenomeni naturali – e del matematico astratto e la immaginiamo in contrapposizione, per così dire, a quella di un poeta, di un pittore, di un narratore, di un compositore. Ricordiamo, allora, che il filosofo naturale, per quanto voglia e debba ricorrere alla fantasia, ha sempre il dovere di confrontarsi con l'insieme dei fenomeni cui si riferisce. Così il matematico che si limiti alla sola astrazione ha il peso della necessità della dimostrazio-

ne rigorosa, e questa necessità è propria anche di chi si occupa dei fenomeni naturali, nel suo fare di essi rappresentazioni in termini matematici. È l'onere della prova.

Tutto ciò imbriglia la fantasia? Sancisce una distinzione? In realtà, ciò che poeti, pittori, narratori, compositori esprimono emerge dalla loro interazione con il mondo che li circonda, anche quando rappresentano l'inverosimile; per loro, però, dell'interazione con il mondo è l'aspetto emozionale che ha un ruolo essenziale. Inoltre, la fantasia è in noi; è essa stessa parte *del mondo*, e tiene conto *del mondo* – di fatto, ancora una volta, sembra quasi che la domanda sulla fantasia sia insufficiente (o sia perfino posta male) per stabilire quella possibile differenza di cui ho sin qui discusso.

Da critico d'arte, oltre che filosofo, Arthur Danto sosteneva che la scienza si preoccupa di fenomeni empirici mentre la filosofia esamina (indiscernibili) differenze che vivono al di fuori dell'esperienza¹. C'è però da ricordare che si giunge a considerare e a discutere quelle differenze per astrazione dall'esperienza perché siamo noi che le individuiamo e siamo *nel* mondo. D'altra parte, il poter astrarre suggerisce che proprio quella possibilità sia data dall'esistenza di un mondo ideale di possibili enti concettuali e delle loro eventuali connessioni.

Gli articoli tecnici che riguardano aspetti del mondo fisico – soprattutto in termini teorici – sono popolati di riferimenti a enti astratti. Leggiamo frasi che ci sembrano perfino esoteriche quali “il moto quantistico su qualche co-insieme di una super-varietà G/H, con G un super-gruppo e H solo un gruppo”, oppure proponiamo interi schemi descrittivi di una classe di fenomeni fisici tangibili all'esperienza quotidiana, come ad esempio le fratture nei materiali, utilizzando il concetto astratto di varifold, una misura vettoriale che non riesco a rappresentare visivamente se non in maniera vaga, e che conosco solo attraverso alcune sue proprietà. In questi e tanti altri casi ci riferiamo a enti che vivono di per sé e compiutamente (almeno solo come possibilità concettuali) anche fuori dall'esperienza, ma che ciascuno – se ne è capace – *raggiunge* per astrazione dall'esperienza in un qualche processo limite che la fantasia permette. Qui è il *miracolo* della “creatività” umana. È un processo il cui risultato diventa patrimonio di altri attraverso la valutazione critica della sua natura e delle sue conseguenze. La prospettiva teorica che può suggerire (si pensi anche agli esperimenti mentali di Einstein)

1 Danto A., *op. cit.*

emerge dalla capacità di elaborazione del ricercatore, capacità che è frutto sia del suo talento sia del suo bagaglio culturale.

Giorgio Pasquali, che fu filologo di vaglia, ricordava che “la filologia non è né scienza esatta né scienza della natura, ma, essenzialmente se non unicamente, disciplina storica: questo sa qualunque filologo serio che abbia riflettuto un poco sul proprio mestiere. E qualunque filologo non sia perfettamente ignaro dei metodi delle altre discipline, perfettamente privo di cultura generale, perfettamente incapace di pensare chiaramente, sa benissimo che non solo negli studi delle antichità classiche ma, e più ancora, nelle altre discipline le verità importanti sono state, prima che dimostrate, intuite fantasticamente; sa che segnatamente le matematiche esigono dai loro cultori una forza di immaginazione ben maggiore che non la filologia, dalla quale, secondo taluno, filologi scientifici in ossequio alla scienza vorrebbero bandita la fantasia. Senza la fantasia non ci si può raffigurare solidi, nonché di n dimensioni, di tre; senza fantasia non si può intendere il più semplice teorema stechiometrico”².

L'intuizione fantastica, di cui scrive Pasquali, emerge nella pratica del fisico e del matematico, ed è l'inizio di un cammino che attraversa i territori del confronto con i dati empirici e delle dimostrazioni formali, che la corroborano e la raffinano. “Prima che dimostrate”, scrive infatti, sottolineando il ruolo della fantasia. Quando ci pare di aver concluso una ricerca, almeno rispetto al percorso che in un qualche modo si era immaginato all'inizio, sia pure vagamente, capita di vedere un panorama di altri possibili inizi per ulteriori cammini.

Rimane comunque aperta una questione che ho già posto: Perché (in senso ontologico) siamo in grado di astrarre fino alla costruzione di enti che usiamo ma che non riusciamo a figurare completamente in maniera tangibile, e di cui abbiamo solo parziale visione solo attraverso alcune loro proprietà, come accade genericamente in matematica? Ripeto: *Come mai siamo in grado di astrarre ben oltre la nostra capacità figurativa*, noi che siamo nel mondo e quando ci guardiamo allo specchio ci vediamo di carne e sangue, e abbiamo anche paura di questo perché pensiamo a come quella carne e quel sangue degradino fino a quando in quello specchio non riusciremo più a guardarci?

La possibilità di astrarre è di per se stessa l'indice dell'esistenza di un substrato ideale *esterno* e preesistente ai (all'universo dei) fenomeni e ai fatti a essi soggiacenti? Tutta l'arte sembra suggerire implicitamente questo. La sua esperienza sembra (proporsi di) esse-

2 Pasquali G. (1920), *Filologia e storia*, Firenze, Le Monnier.

re in essenza una ricerca di senso, sua pure solo intuito. Così pure la scienza è intimamente motivata da una ricerca di senso che però sia razionalmente compreso e non solo intuito, sebbene essa non riesca ad andare – per suo stesso costruito – oltre la rappresentazione e l'analisi dei meccanismi che gestiscono i fenomeni; non coglie il perché i principi che si ritiene regolino quei meccanismi siano proprio quelli interpretati, o meglio, *raggiunti* dalla ricerca. Pur tuttavia, nel suo strutturarsi, nell'armonia che evidenzia (e qui mi riferisco soprattutto alla fisica matematica, come ho sin qui fatto) essa stessa, come l'arte, "solletica" la percezione di un senso al di là degli aspetti tecnici che tendono, con la loro difficoltà, a catturare l'attenzione del ricercatore, richiedendo appropriato sforzo mentale.

Potremmo andare avanti nella ricerca di analogie e differenze tra discipline che usiamo definire e distinguere per metodi e temi. Se così dovessimo procedere, però, perderemmo forse il senso più intimo della loro natura; tenderemmo a stornare l'attenzione dal fatto fondamentale che stiamo discutendo di *aspetti del modo con cui decliniamo il processo di conoscenza di ciò che ci circonda e di cui facciamo parte*. Allora le questioni fondamentali sono altre e riguardano la natura di questo processo nelle forme in cui esso si manifesta.

Che cosa facciamo, infatti, quando descriviamo il mondo?

Di là della differenza di temi, di intenzionalità metodologiche, di finalità, di modi di espressione dei risultati e della differente difficoltà dei linguaggi necessari per intenderli, la maniera in cui il processo di conoscenza nasce e si sviluppa nell'intimo degli attori che lo interpretano è (o almeno mi sembra sia) *lo stesso* in tutte le discipline e concerne la natura di ciò che chiamiamo *creatività*. Possiamo discutere se i risultati di alcune discipline quali la matematica e la fisica matematica siano scoperte o creazioni, e la discussione diventerebbe forse tediosa e perfino aggressiva. In genere, chi quei risultati ha raggiunto non ha molto interesse per questo tipo di discussione: nel suo sentire quei risultati sono *creazioni*, null'altro.

Nel *Tractatus* (al numero 5.641)³, Wittgenstein sostiene che ciascuno descrive *il proprio mondo*, e quel *proprio* è nel senso della percezione per così dire "sensoriale" del mondo, essa stessa una rappresentazione che dà luogo a un'altra rappresentazione di tipo linguistico. La scelta è infine quella delle forme linguistiche. Ognuna di esse dà luogo a una formalizzazione. Se vogliamo che essa ab-

³ Wittgenstein L. (2009), *Tractatus logico-philosophicus e Quaderni 1914 – 1916*, Einaudi, Torino.

bia carattere sia qualitativo sia quantitativo, allora appare inevitabile riferirsi alla matematica, l'unico linguaggio in grado di qualificare e quantificare senza ricorrere a strutture linguistiche a esso esterne, se non per funzione accessoria, utile alla comunicazione.

Un modello matematico, che emerga dalla percezione o dalla congettura di una possibile percezione di alcuni aspetti della natura, si misura dalle sue conseguenze – cioè da ciò che prevede – e dal confronto critico con altre possibili interpretazioni della stessa fenomenologia. L'analisi sviluppata nel tempo fa sì che quella lettura del mondo inizialmente propria per chi la propone diventi – come ho già scritto – patrimonio di altri che ne fanno esperienza intellettuale e pratica.

La richiesta che i modelli siano predittivi esprime il desiderio di *prendersi* una nuova porzione di mondo, di fare sì, cioè, che *il mio mondo*, per usare l'indicazione di Wittgenstein, cioè quello su cui ho percezione e possibilità d'intervento, sia più grande. L'interpretazione di una qualche classe di fenomeni è corroborata e perfezionata, o perfino modificata, dal confronto con l'esperienza e l'altrui valutazione critica, ma non riesce a disfarsi dei limiti connessi alla finitezza degli esseri umani che affrontano il processo di conoscenza, anche quando sono ideologicamente riluttanti a esso.

Nel processo di conoscenza si *aspira* all'universalità per progressivo distacco dall'intuizione istintiva, per il tramite di strutture concettuali. D'altra parte, però, c'è consapevolezza dei limiti dell'intendere umano non solo delle ragioni dell'essere ed esserci *nel* mondo, ma anche dell'origine del *perché* del mondo e di ciò che ne determina l'eventuale *necessità*. Di certo, si può tagliare il nodo gordiano delle origini del mondo sostenendo che tutto sia venuto per caso; se si fosse inclini a visioni espressioniste, si potrebbe parlare dell'emergenza casuale di strutture coerenti da un maelstrom caotico, inteso come completa arbitrarietà. Il calcolo delle probabilità – una branca fruttuosa della matematica – indica, però, che il caso ha le sue leggi e non manca di seguirle.

I limiti insiti nell'atto di conoscenza e l'esperienza fenomenologica ci spingono a stabilire *principi* che delimitano gli ambiti del nostro operare. Sono questi gli *assiomi* delle teorie, qualcosa nella cui validità si *crede a priori* per estrapolazione dall'esperienza o per estrapolazione da una qualche visione congetturale dei fenomeni (l'esperimento mentale).

Nel *Tractatus*, Wittgenstein attribuiva all'identità di struttura tra gli elementi linguistici che usiamo per descrivere il mondo e i fatti sottostanti (la realtà fenomenologica), quella che chiamava forma logica, la possibilità di descrivere il mondo. La struttura qui in

questione è la tipologia di relazioni che intercorrono tra gli elementi linguistici usati e quelli dei fenomeni considerati (punti 2.15, 2.2. e seguenti, 4.01 e seguenti del *Tractatus*).

Tutto ciò presume l'esistenza del mondo fisico fuori da noi. Quanto appare ai sensi dell'osservatore è per lui il mondo fisico e quindi costui, tendenzialmente, non rinuncia alla sua azione investigativa.

Gli assiomi che adottiamo nella costruzione di modelli matematici della natura hanno il ruolo di *simboli* in cui riconosciamo la nostra attività interpretativa dei fenomeni. Allora, oltre ad essere animali rappresentativi siamo anche *animali congetturali*. Immaginiamo che una qualche classe di fenomeni si sviluppi attraverso certi meccanismi, poi cerchiamo una forma logica rigorosa che esprima quella nostra immaginazione, e la cerchiamo con progressiva astrazione che raggiunge un limite compatibile con le aspettative e le abilità tecniche di chi affronta quel processo di astrazione. In questo modo costruiamo una *narrazione* di una quella classe di fenomeni, ed è una narrazione *peculiare*; si confronta di continuo con la necessità di coerenza nella sua struttura, con altri schemi descrittivi e interpretativi degli stessi fenomeni o di altri a essi connessi oppure solo analoghi, e con la verificabilità delle sue previsioni.

Nel costruire una rappresentazione che esprima i meccanismi pertinenti a una qualche classe di fenomeni, abbiamo necessità di un linguaggio che sia sì in grado di esprimere proposizioni qualitative ma permetta anche di quantificare; la matematica è la struttura che ci permette di esprimerci in questo senso per il suo essere un insieme di teorie e tecniche che costituiscono anche un linguaggio. Della matematica estraiano quelle strutture che ci paiono necessarie alla bisogna, oppure cerchiamo di utilizzare quelle che conosciamo. In questo processo possiamo adottare differenti generalità formali nell'esprimere uno stesso modello. Possiamo usare modi diversi di esprimere lo stesso meccanismo, secondo espressioni formali (e quindi linguistiche) differenti, che indicano o strutturano modelli differenti, oppure secondo modi diversi nello stesso linguaggio, ottenendo ancora una volta modelli diversi anche solo per aspetti interpretativi, se non per fatti formali. Ogni scelta matematica per rappresentare una qualche classe di fenomeni naturali, oltre a essere motivata dalla congruità con gli enti che paiono rilevanti a chi propone un modello, è anche una scelta stilistica mossa dal senso estetico di chi la fa, ed è in questo senso anche una scelta narrativa. Si *sente* che tra scelte possibili, quella adottata può essere quella più indicata e poi si cerca di verificarlo: un'iniziale speranza può realizzarsi o vanificarsi. È una diégesi dell'impianto retorico

classico che ha un'ambizione prospettica: l'apertura di nuovi percorsi d'indagine.

Questa narrazione *tende* ai fenomeni che descrive, *non coincide* con essi. Non è materia di pura discussione qualitativa, né è oggetto di trattativa fine a sé stessa (incidentalmente, tentare di ridurre "tutto" a trattativa equivarrebbe a dire in maniera felpata "alla fine vince il più *forte*, indipendentemente dai fatti soggiacenti"). Questo tipo di narrazione – ho già ricordato – *deve* confrontarsi con l'analisi critica, con l'attività sperimentale e osservativa, e con la necessità inevitabile delle dimostrazioni formali. È una lotta di comprensione che chi investiga ingaggia con la natura e con i propri limiti, un'attività di scavo, che non pare avere fine.

In questa lotta, quello che alla fine diventa *teorema* prima si sente come *congettura*, poi, solo *poi*, si passa tanto tempo a cercare di dimostrare la *verità* di quell'iniziale sentire nel sistema formale in cui si opera, e la dimostrazione, una volta conclusa, può o meno dare luogo a differenti prospettive.

Nella costruzione di modelli matematici della natura siamo indirizzati dalla nostra percezione fenomenologica, quindi, ma gli esperimenti sono limitati e spesso non indirizzano univocamente le scelte d'interpretazione teorica. In esse ha ruolo – ripeto – un fattore estetico che parte da una sorgente soggettiva, connessa alla sensibilità e alla cultura del singolo, ma poi tende ad astrarsi per la diffusione e le conseguenze delle idee che quel singolo propone. Si ripresentano le domande di Breitenbach e Rizza: *Possiamo dire che il processo interiore di chi vive le due pratiche* (scienza e arte almeno nel modo in cui tradizionalmente le consideriamo) *abbia la stessa natura, nonostante le differenze nella tipologia e nell'essenza dei risultati, nel modo in cui sono espressi, nella loro connessione con la verità, nella possibilità di fruirli e nelle intenzionalità metodologiche?*

Ritorna la questione delle distinzioni tra discipline.

In merito mi sembra siano valide alcune espressioni dell'intervento di Paul K. Feyerabend al *Boston Colloquium on Philosophy of Science* del 1964/66: "la *specializzazione*", annotava, "è stata sempre una marcata caratteristica delle culture altamente sviluppate. Ma uno specialista del passato era cosciente della necessità di mettere in relazione i propri risultati con principi più generali ed era disponibile a prendere in considerazione una critica che mettesse in discussione il valore globale della sua ricerca, mentre ora la pratica della specializzazione è rinforzata aggiungendole una richiesta di *autonomia*. Non solo siamo in presenza di differenti campi del sapere, ma ognuno di questi è ansioso di difendere i propri confini e si oppone a qualsiasi interferenza dall'esterno. [...] Naturalmen-



te non tutti insistono così sull'autonomia, ma stiamo parlando di *tendenze*, che si sono assai rinforzate negli ultimi due o tre secoli e che hanno contribuito in maniera decisiva alla formazione di quelle istituzioni che hanno con continuità sostenuto l'esistenza della nostra cultura"⁴.

L'argomento che è istintivamente usato a favore della richiesta di autonomia è la difficoltà a padroneggiare con competenza l'estensione e la complessità delle varie discipline. La questione è però, non tanto conoscere tutto, quanto evitare la chiusura esclusiva, il cadere, cioè, in un integralismo della specializzazione. Scoperte rilevanti hanno beneficiato dell'apporto di nozioni e di suggestioni provenienti da settori spesso apparentemente distanti.

Rifiutò tutto

Un esempio particolarmente significativo per qualità è la dimostrazione di Grigory Perelman della congettura di Poincaré, dimostrazione in cui cooperano concetti di analisi matematica, geometria differenziale e fisica statistica.

Jules Henri Poincaré, matematico francese, ma anche fisico teorico e filosofo della scienza, uno dei giganti del pensiero scientifico della seconda parte dell'Ottocento e dell'inizio del secolo successivo, tra i suoi interessi aveva anche lo studio della *forma* degli oggetti. Aveva capito che poteva essere fruttuoso applicare concetti e metodi dell'algebra astratta alla geometria e aveva sviluppato quest'idea introducendo peculiari strumenti concettuali. Gli era sembrato che insiemi tridimensionali senza bordi, tali da poter essere localmente (cioè pezzo per pezzo) dotati di un sistema di coordinate euclidee e tali che comunque si prendano due loro punti esiste sempre una curva che li connette e che appartiene allo stesso insieme (sono cioè insiemi semplicemente connessi), possono essere deformati senza strappi fino a essere trasformati in una sfera. Congetturò che questo fosse possibile per *qualsiasi* insieme tridimensionale con le proprietà di cui sopra, ma, sebbene tutti i casi particolari cui si potesse rivolgere soddisfacessero quella proprietà, non riuscì a dare una dimostrazione rigorosa che valesse per *tutte* le possibili scelte di quegli insiemi. Di conseguenza, ciò che gli pareva di scorgere come proprietà generale rimase una *congettura* e non diventò un teorema. Poincaré morì nel 1912. La sua eredità intellet-

⁴ Feyerabend P. K. (2012), *Contro l'autonomia – Il cammino comune delle scienze e delle arti*, Mimesis, Milano-Udine, p. 19.



tuale non comprendeva la dimostrazione rigorosa della congettura. Ci provarono matematici di gran livello. Se si fosse dimostrata la verità della congettura di Poincaré si sarebbero aperti nuovi panorami da esplorare. Non ebbero completo successo.

Nel frattempo, il Clay Institute, un ente no-profit privato di Cambridge, Massachusetts, aveva garantito un premio da un milione di dollari per la dimostrazione della congettura di Poincaré.

Quella congettura, poi, si poteva riformulare in spazi di dimensione generica n . Il caso $n=1$ è banale, quello $n=2$ richiede un po' di sforzo ma si riesce a dimostrare senza particolari problemi. Stephen Smale, matematico, attivista dei diritti umani, surfista, e altre cose, tra il 1960 e il 1962 riuscì a dimostrare la congettura di Poincaré per n maggiore o pari a 5. Per questo ricevette la Medaglia Fields nel 1966.

Un'altra Medaglia Fields fu attribuita al matematico americano Michael Freedman nel 1982, per la dimostrazione del caso $n=4$. Il caso $n=3$ era una vetta che entrava nelle nuvole e assicurava una pagina di storia. Ricercatori delle sedi più prestigiose e influenti, interessati alla geometria, affrontarono il problema. Sebbene i risultati accessori fossero anche molto profondi, la vetta era ancora inaccessibile; non si riusciva a individuare il sentiero adatto a raggiungerla.

Il 12 novembre 2002, Gang Tian, un professore di Princeton, ricevette una lettera da un giovane russo, Grigori Perelman, che aveva passato qualche anno prima un periodo di post-dottorato negli Stati Uniti, frequentando ambienti eccellenti per qualità della produzione scientifica, ma tornando poi allo Stelkov Institute, nella sua natia San Pietroburgo. "Caro Tian, vorrei attirare l'attenzione sul mio articolo su arXiv", scriveva Perelman. L'arXiv è un recipiente libero in internet dove si possono inserire manoscritti scientifici prima che siano pubblicati. Il 15 novembre 2002, Gang Tian scrisse a Perelman: "Caro Grisha, ho letto il tuo articolo. È molto interessante. Sei interessato a venire in visita al MIT e a tenere alcune lezioni su questo lavoro?"

Anche chi lesse quell'articolo, nell'ambiente di Gang Tian, si rese conto che quello era l'anticamera non solo della vetta Poincaré, ma prometteva una scalata ancora più ardua: la dimostrazione della congettura di William Thurston. Quest'ultima riguardava il modo con cui si possono ridurre in pezzi irriducibili (rispetto a certe proprietà geometriche) gli insiemi di cui tratta la congettura di Poincaré, e contiene quest'ultima come espressione particolare. Uno di coloro che lessero il manoscritto scrisse a Perelman chiedendo se il prosieguito di quell'articolo, che pareva doverci essere, avrebbe contenuto una dimostrazione della congettura di Thurston, detta

anche congettura di geometrizzazione. La risposta di Perelman fu del tutto laconica: “È corretto”, scrisse.

Il 10 marzo 2003 Perelman inserì nell’arXiv un nuovo articolo in cui effettivamente indicava il programma della dimostrazione della congettura di Thurston e correggeva alcuni dettagli del precedente. Il 7 aprile 2003 Perelman entrò in un’aula dell’Istituto di Tecnologia del Massachusetts (MIT) per la prima di tre lezioni sui suoi risultati. L’aula era strapiena. Lo presentò Victor Kac, uno degli uomini illustri della matematica al MIT, famoso per le algebre di Kac-Moody e per le super-algebre di Lie, tutte cose piuttosto intricate ed effettivamente difficili, ma che sono state e sono strumenti essenziali per lo sviluppo della meccanica quantistica. Perelman scrisse un’equazione sulla lavagna; poi parlò per quarantacinque minuti senza scrivere altro. Applausi. Kac lo ringraziò per aver risparmiato il gesso del MIT. Poi ci furono altre conferenze, allo stesso MIT, a Princeton, a Stony Brook, alla Columbia University. Il 17 luglio 2003 Perelman inserì nell’arXiv un terzo articolo. George Szpiro, che ha ricostruito tutta la vicenda in un libro dettagliato e godibile⁵, definisce quel terzo articolo “la battaglia contro l’Idra”. Szpiro è un po’ enfatico, ma il risultato riassunto in quel manoscritto era effettivamente l’Everest o qualcosa di simile, almeno per il settore pertinente della geometria.

Comunque sia, le migliori riviste di matematica non poterono ospitare quei manoscritti. Perelman decise di lasciarli sull’arXiv. Altri ricercatori, che quei manoscritti lessero in dettaglio e pubblicarono centinaia di pagine per spiegare ad altri matematici specialisti i dettagli e le implicazioni delle idee di Perelman. Sedi universitarie prestigiose – le migliori disponibili – offrono cattedre a Perelman. Gli fu assegnata la Medaglia Fields. Il Clay Institute gli attribuì il milione di dollari in palio per la dimostrazione della congettura di Poincaré, ormai un corollario del lavoro di Perelman. *Rifiutò tutto*. A sir John McLeod Ball, allora presidente del comitato che assegnava la Medaglia Fields, Perelman disse con molta gentilezza ma altrettanta fermezza che non sarebbe andato a Madrid, al congresso mondiale della matematica che si aprì il 22 agosto 2006: preferiva rimanere a San Pietroburgo a raccogliere funghi da vendere al mercato (così riferì Ball all’apertura del congresso madrileno); nel frattempo Perelman aveva anche lasciato l’Istituto Stelkov. A Madrid, quel giorno, altri tre matematici ricevettero la Fields: Andrej Okoun’kov, Wendelin Werner e Terence Tao. Tutti, però, parlavano di Perelman: era lui *la* Medaglia Fields quella volta.

5 Szpiro G. G. (2008), *L’enigma di Poincaré*, Apogeo, Milano.

Tutto questo è materia di romanzo, o di film. La questione importante per quello di cui scrivo qui è che Perelman, per raggiungere la cima del suo Everest, aveva attinto a un panorama più vasto dell'ambito tradizionale della geometria. L'entropia, un concetto proprio della termodinamica, era diventato un elemento essenziale della sua dimostrazione, una volta adattato all'ambito che Perelman osservava. In altri termini, aveva modificato il punto di vista per poter superare la difficoltà costituita dalla formazione di singolarità nell'analisi della deformazione degli insiemi a cui si riferiva la congettura di Poincaré, difficoltà contro cui Richard Hamilton, il matematico di Harvard che aveva aperto la strada poi conclusa da Perelman, si era fermato⁶.

Cosa sarebbe stato dei suoi manoscritti se Perelman non avesse conosciuto Gang Tian e da lui non fosse stato apprezzato? Sarebbero passati inosservati o qualcuno avrebbe cercato di attribuirseli? In realtà un tentativo d'attribuzione c'è perfino stato, ma è poi rientrato con grandi dinieghi da chi l'aveva forse tentato⁷.

Perelman aveva spinto lo sguardo oltre quelli che usualmente erano considerati i confini della propria disciplina. E questo è spesso un modo per avere la speranza di trovare nuovi punti di vista, quando non si riduce allo smarrimento. Dipende dalle capacità di chi si avventura altrove... e anche dal quel che di imponderabile (anche solo per ignoranza) offre la vita.

Della vastità

Chi usa l'argomento della vastità e del tempo limitato per giustificare il proprio distogliere lo sguardo da ciò che non sia la sua disciplina o perfino e più frequentemente da uno specifico sottosettore di essa, non disconosce di certo la storia delle scoperte ma lascia implicitamente quel modo d'agire ampio a poche persone, eccezioni che sente lontane da sé, preferendo rimanere ancorato al campo che frequenta fin dai suoi primi passi nella ricerca.

Non si tratta solo dell'istinto che tende a cercare almeno di conservare la posizione acquisita e soprattutto a non mettere in dubbio di meritarsela. Vi è anche il timore istintivo di non essere capaci di acquisire nuove conoscenze con vigore paragonabile a quelle che già si possiedono.

⁶ Per un'introduzione tecnica al lavoro di Perelman si veda Borisenko A. (2004), An introduction to Hamilton and Perelman's work on the conjectures of Poincaré and Thurston, <https://www.uv.es/~miquel/Papers/BCMoHP.pdf>

⁷ Szpiro G. G. (2008), *op. cit.*

Feyerabend aiuta ancora una volta a riflettere in merito quando osserva che “far riferimento ad una supposta maggior libertà dei singoli *campi* nasconde in realtà la non diminuita schiavitù degli *individui* che in essi si muovono. Un individuo che lavora in un certo campo è soggetto a molte restrizioni. [...] Così, ad esempio, il fisico medio molto difficilmente metterà in discussione le teorie di base utilizzate nel suo particolare settore di ricerca, ma le darà per buone. Non ha tempo per sottoporle ad esame se vuole risolvere con successo i problemi concreti di calcolo e di progettazione che sorgono nel loro utilizzo. Tuttavia egli potrebbe assumere un atteggiamento più rilassato: potrebbe concedersi un po’ di tempo e unirsi a coloro che sono impegnati nella critica ai fondamenti. Perciò il fatto che egli le dia per buone non limita la sua libertà”⁸.

L’indipendenza genera ambienti chiusi che si considerano autosufficienti. Voler aderire a tali settori vuol dire in sostanza farsi cooptare. Per ottenere la cooptazione, la strada più semplice è quella di aderire ai rituali della tribù, facendo capire di non essere in grado di oscurare i capitribù, aspetto tanto più necessario, quanto più i capi tribù sono di scarso valore. Questa via breve, però, genera un atteggiamento acritico, quello che Feyerabend, con non poca inclinazione all’iperbole, chiama *schiavitù*.

L’attenzione di Feyerabend è soprattutto alla fisica e in particolare alla sua natura di disciplina basata sull’esperienza. “Nel Medioevo e nell’opera di Aristotele la domanda “Perché l’esperienza?” riceveva una risposta. Non intendo neppure per un momento affermare che la risposta fosse del tutto corretta. Era tuttavia un passo nella giusta direzione e mostrava che le limitazioni alla ricerca che inceppano il ricercatore d’oggi non inceppavano il pensatore medioevale. La richiesta di autonomia e la corrispondente richiesta di escludere ogni metafisica – una richiesta che suona così moderna, e così progressiva – chiude la porta a questioni del genere ed elimina qualsiasi possibilità di fornire una risposta, magari sbagliata. Questo è il primo *svantaggio* dell’autonomia. C’è poi una *seconda ragione* per la quale la richiesta di autonomia non può essere accettata senza una critica: l’autonomia, se portata consistentemente avanti, non ci mette in grado di esaminare il *valore* complessivo di un oggetto di studio. Un tale esame infatti presuppone principi che trascendono qualsiasi particolare settore”⁹.

8 Feyerabend P. K. (2012), *op. cit.*, pp. 20-21.

9 *Ibidem*, p. 22.

Non è tanto cruciale, forse, guardare all'atteggiamento personale dei singoli operatori o delle istituzioni educative, quanto riconoscere se e per quale motivo le varie discipline del sapere condividano aspetti di fondamento, nonostante le diversità di obiettivi, di linguaggi, di modi d'operare. E mi riferisco soprattutto a quelle in cui gli aspetti creativi hanno un ruolo prominente.

Non discuto qui se sia più appropriato alla conoscenza della natura l'approccio prometeico o quello orfico, nella terminologia di Pierre Hadot. L'uno è meccanicistico, l'altro "punta a scoprire i segreti della natura limitandosi alla percezione, senza l'aiuto di strumenti tecnici, utilizzando solo le risorse del discorso filosofico e poetico o quelle dell'arte pittorica", perché la memoria storica indica che "le due tradizioni s'incrociano e completano a vicenda"¹⁰.

Entrambi questi modi di operare cercano di costruire rappresentazioni di quanto percepiamo e immaginiamo sia intorno a noi. Hanno in vario grado una natura sperimentale e una congetturale. Sono essenziali le conseguenze e la riflessione su cosa *effettivamente* facciamo quando osserviamo il mondo. Pierre-Gilles De Gennes, che ebbe il Premio Nobel per la fisica per i suoi interessi per la materia nello stato solido, provò a chiarire il punto di vista: "Alcuni filosofi raffigurano i ricercatori come uomini che stabiliscono una verità. Molti di noi però non si riconoscono completamente in questo schema. I ricercatori del nostro tempo non pretendono mai di costruire una verità ultima. Noi costruiamo soltanto, con molte esitazioni e goffaggini, una descrizione approssimativa della natura"¹¹. E questo riguarda la descrizione della natura. Per il matematico che si interessa solo di matematica, cioè delle sue strutture, e non tanto della correlazione con la fisica, la questione è diversa: scelto l'ambito concettuale (la geometria algebrica, la teoria delle equazioni differenziali, o altro), un teorema è vero o non è un teorema; il resto è chiacchiera.

La questione essenziale è, quindi, e ripeto ancora una volta, che scienza e letteratura, così come le arti figurative e la musica, sono *discorsi* sul mondo, modi del nostro riflettere su *ciò che* è il mondo e sul nostro essere *nel* mondo: appaiono quindi come modi di espressione della filosofia. Ed è proprio perché tutte queste forme di narrazione hanno origine negli esseri umani che esse condividono aspetti comuni nei loro fondamenti e hanno bisogno le une delle altre, e perfino si può dire che in qualche misura *sono* le une *nelle*

10 Hadot P. (2006), *Il velo di Iside – Storia dell'idea di natura*, Einaudi, Torino, p. 151.

11 De Gennes P.-G. (2002), *L'esprit de Primo Levi, Le Monde*, 23 ottobre.

altre. Naturalmente i discorsi sul mondo *non* sono tendenzialmente equivalenti. La tecnologia è la rappresentazione plastica del fatto che alcune teorie – rappresentazioni del mondo o di una sua porzione, quindi – funzionano bene o *piuttosto* bene, e altre no.

Letteratura

Altra questione: Serve la letteratura (e intendo quella d'invenzione) agli scienziati? La domanda opposta ha di certo risposta affermativa. E non mi riferisco tanto a tecniche di conservazione e di datazione di manoscritti antichi, oppure a sistemi statistici automatizzati che rivelino quante volte quell'autore abbia usato quella tale espressione, o a qualcosa di simile, offerto dal progresso tecnologico. Penso semmai alle influenze del pensiero scientifico sulla narrativa d'invenzione – per così dire – e sulla poesia, influenze che possiamo rilevare essere presenti nei temi, nello stile, nella struttura del racconto, perfino influenze esercitate per contrasto a uno sguardo scientifico sul mondo. Gli esempi di ciascuno di questi aspetti sono molteplici. Non è, però, necessario farne elenco poiché qui si parla del processo contrario e forse bisogna anche intendere in che senso, perché “scienza” è una parola che abbraccia territori vasti e multiformi, con confini frastagliati, spesso permeabili.

Per esperienza diretta tendo istintivamente a restringere la domanda iniziale a coloro che si occupano di edificare rappresentazioni matematiche (modelli) di classi di fenomeni, osservati in maniera istintiva o attraverso esperimenti guidati da previsioni teoriche, corroborate o falsificate dai risultati. Per usare una formula breve, direi che tendo a ridurre ancora una volta la domanda alla fisica matematica. Allora, per cercare una risposta alla domanda iniziale è necessario pensare agli esseri umani che svolgono quell'attività scientifica e al modo in cui s'accostano (ove lo facciano) alla lettura di un romanzo o di una poesia. Un neurobiologo come Samir Zeki tenderebbe a eliminare la questione, affermando che il cervello non distingue tra cultura umanistica e quella scientifica. D'altra parte, seppur io stesso sia convinto che il processo interiore in uno scienziato teorico segua sentieri analoghi a quelli percorsi dal poeta, dal romanziere, in generale da chi chiamiamo artista per tradizione ed educazione, anzi, perfino sentieri coincidenti, resta sospesa la questione del se o no, gli esperimenti di Zeki siano esaustivi per decidere nel verso che egli sostiene. L'essenza della questione non è, però, nella mancanza di distinzione operata dal cervello, vera o presunta che sia. Non credo anche che sia molto utile richiamare

le ricorrenti affermazioni di tanti scienziati che ricordano con affetto i loro studi umanistici pre-universitari o sono impegnati in studi umanistici paralleli alla loro attività professionale. Né può essere decisivo elencare casi specifici, come, ad esempio, ricordare che Edward Witten, professore a Princeton, sulla cattedra che fu di Einstein, abbia conseguito un diploma universitario in storia e linguistica, cominciando a fare il giornalista, prima di ottenere un dottorato in fisica, ricevere la Medaglia Fields in matematica, e diventare il mago delle teorie fisiche di “grande unificazione”. Non è neanche decisivo notare che Philip Holmes, anche lui a Princeton, uno dei maggiori esperti di dinamica non lineare delle strutture, abbia pubblicato quattro libri di poesia e possa tenere un corso universitario sulla poesia del Novecento, pur egli privo di quei titoli che lo attribuirebbero “d’ufficio” alla gilda dei critici letterari. Sì, parlare di queste cose non è decisivo perché qui si tratta di altro. L’essenza della questione *non è qui*.

“Si ha un bel dire che io derivo da lui, o lui da me; io che non so l’algebra, non capisco una sola parola delle sue teorie. E dubito che lui, a sua volta, abbia letto i miei romanzi”, scriveva Proust al suo amico fisico Armand de la Guiche, a proposito di Einstein, nel dicembre 1921¹². E Proust colse un punto fondamentale. Se, infatti, ci figuriamo chi è chino su un foglio di carta o guarda con preoccupante fissità una lavagna nel tentativo di trovare la dimostrazione matematica di qualcosa che “sente” possa essere vero, per quella persona l’aver letto o meno ottima letteratura è ininfluenza ai fini della dimostrazione che cerca o della sua negazione. A quella persona serve conoscere matematica, non una prosa elegante che parli dell’interazione emozionale dell’essere umano con il mondo, quindi anche con sé stesso: la letteratura. Chiude questo la questione? In realtà no perché c’è quel “sente”, c’è l’invenzione che emerge dalla macerazione delle proprie conoscenze, da quella sospensione del tempo nella riflessione che aiuta a creare il frequentare la grande letteratura. Poi c’è la persona. La letteratura esprime uno sguardo sul mondo e in questo può aiutare a costruire *la persona*. Può trasmettere la necessità di alleviare le istanze dell’interesse personale, del timore della possibile propria marginalizzazione per l’emergere di altrui qualità. Può aiutare a non rimanere soli con la propria miseria, danneggiando gli altri sia nella gestione del processo di ricerca e delle persone in esso coinvolte, sia nell’uso dei risultati. Preserva la memoria, che definisce nel tempo la nostra identità.

12 Damour T. (2009), *Albert Einstein – La rivoluzione della fisica contemporanea*, Einaudi, Torino, p. 48.

Aiuta a tirare le somme, a fuggire dall'inumanità, dall'alienazione, dall'esilio, almeno per un attimo, quello che serve per farci sentire a casa tra le pagine. "Del passato m'interessa come è cambiato di libro in libro il mio rapporto con l'etica e la forma [...] voglio ripensare a quello per capire cosa ho fatto"¹³, scriveva Ira Epstein al suo editore, per dirgli che non gli avrebbe dato alcun altro libro, o almeno Del Giudice così gli faceva scrivere nel suo *Atlante occidentale*, prima che Epstein lasciasse Ginevra, e le chiacchierate con un giovane fisico, chiamato a Stoccolma, per ricevere il Premio.

Per questo e forse per altro, la risposta alla questione iniziale mi sembra essere affermativa: la letteratura "serve" agli scienziati.

Poi si dovrebbe dire dello scrivere dei risultati. Si scrive attraverso ciò che si è: la propria conoscenza, la propria etica, il proprio talento, e quest'ultimo è il modo con cui connettiamo e interpretiamo gli elementi della nostra conoscenza ed è anche il desiderio con cui cerchiamo di incrementare quella conoscenza. Sono questi gli stessi fattori che ci guidano nell'emettere un giudizio sulla scrittura altrui. In questo processo emerge talvolta la polemica su chi possa (abbia il diritto di) scrivere di cosa. Un *casus belli* pertinente è stato quello provocato da Janine Cummings, che nel romanzo "Il sale della terra"¹⁴ racconta dello sconfinamento clandestino dei messicani negli Stati Uniti. Scrittori e critici di origine messicana si sono chiesti con quale profondità potesse parlare di questa condizione per non averla vissuta, spostando la discussione sulla pertinenza dell'autore piuttosto che sul surplus di stereotipi o sul valore letterario dell'opera stessa: una lotta senza vincitori né vinti, esterna alla letteratura in quanto esperienza artistica. Il caso precedente al libro Cummins, sebbene diverso, è stato "La zona d'interesse", in cui Martin Amis ha affrontato l'orrore dei campi di sterminio non avendo di essi avuto esperienza diretta¹⁵. Altri ce ne saranno. Di volta in volta l'autore coinvolto trarrà vantaggio dalla polemica, o da essa uscirà con lividi e tagli critici, oppure ne verrà sepolto. Nel dibattere in questo modo, però, si rischia di perdersi in lotte tribali per il dominio di un qualche territorio, lotte in cui si evita, alla fine, di affrontare il nocciolo della questione. Non si tratta, infatti, di chi sia "abilitato" da qualcuno o qualcosa a scrivere di un qualche tema; si tratta di vedere quanto in profondità vada chi di quel qualche tema scrive, cioè *cosa* scriva e *come* lo scriva. Quest'ultimo

13 Del Giudice D. (2019), *Atlante occidentale*, Einaudi, Torino.

14 Cummings J. (2020), *Il sale della terra*, Feltrinelli, Milano.

15 Amis M. (2015), *La zona d'interesse*, Einaudi, Torino.

fattore, il “come”, non è da riportare a un estetismo fine a se stesso, quanto alla consapevolezza che *lo stile partecipa della sostanza*.

Lo stile è struttura; stimola aspetti emozionali con l'essere veicolo di ritmo, suono (prettamente interiore in chi legge in modo silente), riconoscibilità; suggerisce connessioni concettuali e, soprattutto in questo, offre prospettive. E ciò non è solo pertinente alla letteratura. Lo stile partecipa della sostanza in tante attività umane, dalle arti figurative alla matematica. Un esempio pertinente riguarda la regolarità secondo Hölder delle soluzioni¹⁶ delle equazioni ellittiche, utili, per esempio, a descrivere l'equilibrio di corpi elastici. Che le soluzioni delle equazioni ellittiche in certe condizioni soddisfacessero la condizione di Hölder fu dimostrato sul finire degli anni Cinquanta del Novecento da due matematici che non erano in contatto tra loro. Uno era Ennio De Giorgi, leccese, che occupò la cattedra di analisi matematica alla Scuola Normale di Pisa, l'altro era John Forbes Nash jr., che Hollywood ha proiettato nell'immaginario collettivo con il film struggente “A beautiful mind”, il viso e la recitazione di Russell Crowe.

De Giorgi anticipò Nash; la quasi contemporaneità impedì, però, a entrambi di accedere al premio ambito, la Medaglia Fields: “I giurati non sono universalisti. Conducono trattative facendosi concessioni reciproche”, ricordava Jürgen Moser, in un'intervista del 1996. E questo vale per tutti i riconoscimenti. Certo si può dire “peccato!”... ma poi, in fondo, sia De Giorgi sia Nash non avevano bisogno di riconoscimenti della comunità in cui agivano: il tempo ha offerto il riconoscimento migliore.

Era stato Louis Nirenberg a suggerire a Nash d'affrontare quel problema, proposto da David Hilbert in una conferenza tenuta nel 1900 a Parigi. Guido Stampacchia lo aveva raccontato a De Giorgi mentre salivano in montagna vicino al Pordoi. De Giorgi aveva impiegato meno di due mesi per ottenere il risultato, poi pubblicato nel 1957. Entrambe le dimostrazioni, quella di De Giorgi¹⁷ e quella di Nash¹⁸, furono colpi di genio. Sono differenti l'una dall'altra, come differente fu quella che propose Moser nel 1960. Quella di De Giorgi ha aperto un mondo.

16 Una funzione f di variabile reale e a valori reali si dice hölderiana se $|f(x) - f(y)| \leq c|x-y|^a$, con $c \geq 0$ e $a > 0$. La condizione prende il nome da Otto Ludwig Hölder (1859-1937), un allievo di Leopold Kronecker, Karl Weierstrass ed Ernst Kummer, che si occupò di analisi e di algebra (classificò per esempio i gruppi semplici di ordine minore o uguale a 200) e fu professore a Lipsia dal 1899.

17 De Giorgi E. (1957), Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari, *Mem. Accad. Sci. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur.*, Torino, 3, 25-43.

18 Nash J. F. (1958), Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations, *American J. Math.*, 80, 931-954.

Una diversa dimostrazione di un risultato matematico – un cambiamento di stile, ma anche un cambiamento concettuale – ricontestualizza il risultato e può offrire prospettive inattese, così come scelte stilistiche differenti nella costruzione di una narrazione letteraria dipingono in modi diversi una storia e offrono ciascuna una visione sul rapporto tra chi scrive e la storia che narra.

L'omogeneizzazione stilistica di una letteratura è sintomo (se non sentenza) della sua scarsa vitalità; è anche indice della tendenza a replicare cliché che si presume siano utili essenzialmente a questioni accessorie all'atto della letteratura in sé. Adagiarsi a quella omogeneizzazione, perfino perseguirla, vuol dire abdicare alla possibilità di trovare una propria voce, che sia il risultato di macerazione e di crescita, non un prodotto della presunta convenienza editoriale o del desiderio di approvazione da parte di qualche consesso.

Il 26 gennaio 2020 apparve sul New York Times un articolo che commemorava Louis Nirenberg, scomparso qualche giorno prima all'età di 94 anni. Nirenberg era stato un altro "artista" della matematica. Kenneth Chang, che firmava l'articolo, riportò un frammento di un dialogo tra Nirenberg e un giovane matematico, un incontro menzionato dallo stesso Nirenberg in un'intervista del 2002. L'anziano maestro ricordava al suo interlocutore come, dinanzi a dimostrazioni che non gli piacevano, non tanto perché errate, quanto perché non lo soddisfacevano (diciamo per stile, per strada seguita), si sforzasse di cercarne di nuove. Il giovane, di rimando, aveva sostenuto che mai aveva egli incontrato dimostrazioni che non lo soddisfacessero. "Allora pensai", sostenne Nirenberg: "questo qui è senza speranza"¹⁹.

Nel giugno del 2015, alcuni colleghi pisani mi chiesero il favore di accogliere Nirenberg all'aeroporto di Firenze e di accompagnarlo a Pisa. In macchina parlammo del Premio Abel – il vero Nobel per la matematica – che Nirenberg aveva ricevuto assieme a Nash l'anno prima (e Nash era morto in un incidente stradale quattro giorni dopo). Parlammo di stile nella ricerca e nella presentazione dei risultati; in realtà fui sottoposto a un esame, approfondito e dettagliato.

Nirenberg era uomo gentile, minuto e gentile, costretto dagli anni e dalle malattie su una sedia a rotelle, sulla quale non mancava di cercare gli spazi fuori dal suo appartamento tra la Quinta Strada e Broadway, a Manhattan; sì, un uomo gentile, pieno di afflato intellettuale e vitale.

19 Si veda <https://www.nytimes.com/2020/01/31/science/louis-nirenberg-dead.html>

In cammino

“M’illumino / d’immenso” – e così Ungaretti compose *Mattina*. Sono versi che appartengono all’insieme delle possibili combinazioni delle lettere dell’alfabeto, combinazioni ristrette dalle regole di struttura e dal lessico della lingua italiana. In quello stesso insieme di combinazioni possibili ci sono i versi di tutti quei poeti – da Omero a Dante, a Shakespeare, a chi dimora più in basso di loro, giù verso valle – che sono studiati per ritmo, suono, senso e significato delle loro composizioni. Capita anche che qualcuno dei poeti d’illustre ricordo sia trascinato in ambiti dove, se fosse ancora in vita, non avrebbe forse voluto stare, e sia lì spinto da qualcuno che intende trovare padri nobili a qualche sua convinzione, non avendo essa forza propria. Comunque sia, per tutti quei versi, viventi o no i loro autori, si parla d’invenzione (creazione letteraria).

In maniera analoga, un teorema matematico appartiene all’insieme delle conseguenze dimostrabili in un dato sistema di assiomi espresso in un qualche ambiente formale (un teorema è tale quanto è vero nell’ambito che gli è proprio, altrimenti è solo una congettura, o una proposizione falsa o indecidibile; un teorema non può essere un po’ vero e un po’ falso, né solo un’opinione, ripeto). Chiunque abbia ragione nella discussione se un teorema sia una creazione o un rinvenimento, chi vive il raggiungimento di quel risultato non riuscirà a percepirlo diversamente da una creazione tanto più quanto quel risultato è profondo, e talvolta chi lo ha raggiunto deve attendere prima di comprenderne *effettivamente* la profondità. Anzi, qualcuno che sia cedevole al fascino delle conseguenze dell’esposizione di sé parlerà perfino d’illuminazioni – anche riferendosi solo a risultati che potremmo paragonare a versi minori – e lo farà con impegno, per una conveniente costruzione della mitologia di sé stesso. Così procederà in un modo che è essenzialmente suggestione e non argomentazione. Non farà riferimenti a fonti che siano confrontabili senza la propria mediazione. Userà uno stile paratattico: frasi brevi, di natura definitoria, quasi slogan senza contestualizzazione critica, che diano l’impressione della comprensione e, soprattutto, diano un senso di soggezione. E sarà uno stile in cui abonderanno i superlativi: la teoria scientifica illustrata sarà descritta come “elegantissima”, senza discuterne i limiti né le ragioni profonde della sua origine; lo sforzo per costruirla sarà rappresentato come “grandissimo” ed “eroico”... e così avanti.

La percezione di un verso o di un possibile teorema – “possibile” perché non è teorema se non c’è dimostrazione – attraverso invece sentieri accidentati e talvolta ben poco illuminati. Il cervello

umano è una macchina lenta: ha bisogno di tempo per distillare le informazioni, per connettere gli elementi di quel distillato e con essi formare una cultura propria. Il cosiddetto “priming”, cioè la forma inconscia di associazione immediata in conseguenza a uno stimolo esterno, appare come “illuminazione”, e non come espressione fallace, quando c’è nel soggetto una memoria strutturata adeguata. In breve, il processo creativo emerge dalla macerazione delle conoscenze di ciascuno. Quando l’idea giusta scocca fulminea è per l’emergere di una connessione tra elementi disparati già residenti in chi quell’idea ha avuto, connessione che si può sviluppare anche per il fortuito sopraggiungere d’informazioni anche all’apparenza non pertinenti. Altrimenti è necessario altro tempo, e poi lavoro, spesso tanto lavoro, come il contadino che dissoda con pazienza la terra e spera che le intemperie non distruggano le piante che vengono su e fanno prefigurare il raccolto. Di certo serve talento. Entrambi, talento e lavoro possono formare un terreno fruttifero. “E più andavo avanti più mi rendevo conto che è solo così che si trova qualcosa, nello stesso modo, per dire, di un cane che passa in rassegna un prato” – diceva Winfried Georg Sebald a Joseph Cuomo che lo intervistava nel 2001, nel corso dei Queens College Evening Readings²⁰. “E così ora hai un po’ di materiale a disposizione,” – continuava Sebald – “poco, ma pian piano va crescendo, una cosa porta a un’altra, e alla fine da tutto il materiale raccolto a casaccio nasce qualcosa. Ma siccome le cose sono andate componendosi a caso, serve uno sforzo d’immaginazione dell’autore” – e qui direi che si tratta forse soprattutto di uno sforzo di selezione e di astrazione – “per creare una connessione tra esse. Se vai alla ricerca di cose che hai già trovato in precedenza è chiaro che sarà facile metterle insieme. Ma si uniranno in modo ovvio, il che, in termini di scrittura, non presenta nulla di nuovo, o di molto produttivo. Quindi bisogna prendere materiali eterogenei per costringere il cervello a creare cose che non ha mai fatto prima”.

Quello che Sebald diceva per sé stesso in quanto scrittore vale anche per il matematico impegnato nella ricerca. Entrambi, vagando con il pensiero, nutrono la mente. Sono in cammino, come tutti siamo, come lo era il personaggio di Sebald – egli stesso, invero – che occupa gli *Anelli di Saturno*²¹ con quella sua dignitosa malinconia, come lo fu Robert Walser, che della passeggiata fece categoria dello spirito, come lo fu Gauss, che s’allontanò fisicamente solo pochi

20 L’intervista è tradotta, con altre, ne *La Fantasia della Memoria – conversazioni con W. G. Sebald*, a cura di Lyanne Sharon Schwartz, Treccani Libri, Roma, 2019.

21 Sebald W. G. (2010), *Anelli di Saturno*, Adelphi, Milano.



chilometri da casa²², necessitando di conforto per quel viaggio che gli pareva straordinario, ma passeggiò, anzi, meglio, viaggiò con il pensiero per luoghi lontani e impervi della ragione. Così l'uso della ragione e della conoscenza porta a vagare anche su sentieri la cui esistenza ci pareva all'inizio solo illusoria o dei quali addirittura non riuscivamo a congetturare la possibilità. Speriamo che appaia di tanto in tanto qualche lucina laggiù, negli anfratti della nostra consapevolezza, che ci riscaldi, accresca la nostra conoscenza, e allontani il timore, anzi ci dia quella gioia silenziosa che si prova nel riuscire a inventare qualcosa che abbia valore, o nel vedere e riconoscere ciò che altri – per sua e nostra fortuna – è riuscito a fare; e quando questo accade, se siamo almeno sereni con noi stessi, possiamo forse percepire ciò che diciamo bellezza, e che comincia ad accompagnarci e a sostenerci, persino sospingerci, nel cammino.



22 Si veda Kehlmann D. (2006), *La misura del mondo*, Feltrinelli Editore, Milano.

7. In sintesi

Nell'atto stesso di osservare la natura si creano modelli perché comunque l'osservazione è limitata e la registrazione dei dati presuppone almeno una primitiva forma di catalogazione che è poi una preliminare interpretazione.

Varie sono le posizioni che si possono prendere riguardo alle questioni che ho sollevato nelle pagine precedenti, esprimendo un punto di vista. Riassumo qui alcuni aspetti, aggiungendo alcuni commenti.

– Un modello è un *discorso* sulla natura. È una struttura narrativa sui dati empirici. Questi lo influenzano ma, allo stesso tempo, esso li trascende. Questo punto di vista sui modelli è accostabile a quello di Pierre Duhem¹ e a quello di Ludwig Boltzmann². Può connettersi al nominalismo, anche se non coincide con esso; appare nelle riflessioni di Bas van Fraassen³ e in quelle di molti altri. Differenze riguardano cosa s'intenda per *discorso*, quale idea si abbia dei *dati empirici*, che cosa voglia dire *struttura narrativa* nell'ambito considerato. L'aspetto essenziale è però che la *narrazione* dei dati empirici debba essere sia qualitativa sia quantitativa. Per questo la matematica è il linguaggio della formalizzazione delle idee che emergono dall'osservazione, o meglio, dall'interpretazione che si dà dell'accidente provocato in laboratorio.

– Un modello non è la realtà cui si riferisce. Intesa in senso ingenuo, l'affermazione appare ovvia perché istintivamente pensiamo che ciò che appare alla nostra osservazione sia effettivamente reale (e comunque, anche se non lo fosse, per noi, che altro non percepiamo, lo sarebbe). D'altra parte, il desiderio di conoscere *in toto* l'essenza del mondo che ci circonda nella sua interezza si scontra con la difficoltà di voler comprendere un sistema di cui facciamo parte senza poterlo osservare (in toto) da un ambiente *esterno* a esso.

1 Duhem P. (1906), *La théorie physique – son objet et sa structure*, Chevalier & Rivière, Parigi.

2 Boltzmann L., *op. cit.*

3 van Fraassen B. (2010), *Scientific representation*, Oxford University Press, Oxford.

– Un modello matematico deve avere una struttura interna non contraddittoria e confrontarsi con i dati dell'esperienza. Ogni elemento formale di un modello deve avere una chiara e adeguata interpretazione fisica. Nel caso in cui siano necessarie per gli sviluppi analitici e numerici ipotesi accessorie di non chiaro significato fisico, la loro natura di servizio, per così dire, deve essere esplicitamente dichiarata.

– Ci sono molteplici scelte possibili nella costruzione di un modello di una classe di fenomeni fisici. Il confronto con gli esperimenti corrobora alcune scelte e indebolisce altre. A parità di confronto con gli esperimenti, il fattore estetico ha ruolo. Emerge dall'essenzialità e dall'economia delle ipotesi, dalla ricchezza delle implicazioni, dalla percezione della necessità della struttura teorica cui si riferisce. Ha a che fare con la valutazione che si dà delle proposte teoriche; quest'ultima, però, è condizionata da aspetti psicologici, dalla precomprensione che ciascuno ha, da fattori etici, in fondo.

– Come anche il desiderio di costruire modelli matematici di fenomeni naturali o sociali, la stessa esperienza estetica ha alla radice dello stupore a essa collegato il desiderio di dare un "senso" a ciò che avviene, ed è strumento di questo desiderio.

– Analizzare i fondamenti di una teoria *non* vuol dire avere attenzione solo per gli aspetti formali delle teorie stesse. Al contrario è attenzione per la sostanza, un tentativo di capire cosa si stia *effettivamente* facendo. Un modello matematico non deve essere, infatti, *solo* un'occasione per fare applicazioni di varia difficoltà di metodi analitici, geometrici e computazionali di cui si ha conoscenza per averli studiati, preoccupandosi solo che le ipotesi siano tali da permetterne l'applicazione, perché è utile e conveniente per ragioni accessorie fare così, timorosi di qualsiasi piccola variazione che possa rendere poco maneggevole il giocattolo. Addentrarsi in una teoria (ho avuto sinora la tendenza a usare modello e teoria come sinonimi, anche se sono conscio che la differenza andrebbe discussa), nel modello matematico di una classe di fenomeni fisici, vuol dire cercare di esprimere qualcosa su quella parte di mondo coinvolta nella descrizione.

E forse può essere utile fermarsi qui, per evitare che la lunghezza diventi un difetto.





*Finito di stampare
nel mese di ??? 2023
da Digital Team – Fano (PU)*

