I *Commentaria in Euclidis Elementa*: un manoscritto inedito di Gerolamo Cardano?

Veronica Gavagna*

La tradizione euclidea nel Rinascimento

Anche per la matematica, così come per svariati campi del sapere rinascimentale, si può parlare, prendendo in prestito il titolo di un fortunato saggio di Eugenio Garin, di un "ritorno dei filosofi antichi"[1], ovvero di un ambizioso programma di recupero del *corpus* matematico classico, propiziato da un nuovo modo di rapportarsi al passato, che chiamava "gli antichi a dare una risposta in un ritorno alle origini determinato dalla insufficienza ormai evidente di quella che pure era stata una grande stagione del pensiero e dell'arte"[2].

Questo progetto di *restitutio* del sapere matematico classico si sviluppò essenzialmente lungo due direzioni: la prima privilegiava principalmente l'aspetto filologico ed era finalizzata alla ideale restituzione di un'opera all'autore che l'aveva concepita, la seconda era invece orientata alla ricostruzione di un nuovo *corpus* matematico, il quale, prescindendo da ogni scrupolo di carattere filologico, fosse in grado di integrare il sapere classico con le tradizioni medievali. Federico Commandino (1509-1575) e Francesco Maurolico (1494-1575) furono gli interpreti più rappresentativi di questi due modi distinti di accostarsi all'antichità[3].

Il rinnovato interesse nei confronti dei codici greco-latini che giacevano, spesso ignorati, nelle più importanti biblioteche umanistiche e, soprattutto, l'invenzione della stampa, determinarono una rapida diffusione delle opere classiche, che vennero così sottratte alla sotterranea e limitata circolazione manoscritta e crearono le basi per la formazione di una cultura matematica unitaria. Non fu un caso, infatti, che fra i primi testi disponibili in un'edizione a stampa figurassero gli *Elementi* di Euclide, vera pietra angolare di tutto l'edificio matematico classico. Fin dal XII secolo l'importanza di questo testo, conosciuto fino ad allora in Occidente nella traduzione di alcuni frammenti attribuita a Boezio, divenne progressivamente crescente e anche se con ogni probabilità non circolarono molte traduzioni indipendenti, è sopravvissuto a tutt'oggi un gran numero di commenti e rielaborazioni[4] che danno la misura dell'importanza di poter disporre, per i matematici dell'epoca, di un testo comune di riferimento.

Le edizioni degli *Elementi* che ebbero maggior fortuna nel primo Cinquecento furono pubblicate a Venezia a cura di Erhard Ratdolt nel 1482[5] e di Bartolomeo Zamberti nel 1505[6]. L'edizione di Ratdolt venne esemplata sulla rielaborazione tardo duecentesca di Giovanni Campano da Novara, che aveva cercato di chiarire i numerosi

punti oscuri del testo a sua disposizione sia attraverso opportune integrazioni (*additiones*), sia con nuove dimostrazioni (*traditio Campani*). La redazione di Campano, tuttavia, era troppo ricca di arabismi e di interpolazioni per poter soddisfare appieno i nuovi criteri 'filologici' che si stavano affermando: qualche anno dopo, infatti, l'umanista veneziano Bartolomeo Zamberti diede alle stampe una nuova traduzione latina, basata questa volta su un codice greco privo di manipolazioni evidenti. Nonostante ciò, anche questa edizione presentava diversi limiti, dovuti essenzialmente alla scarsa padronanza della geometria da parte del traduttore. La circolazione di queste redazioni non completamente soddisfacenti, contribuì alla fioritura, per tutto il Cinquecento, di nuove traduzioni, commenti ed edizioni[7], fra cui vanno ricordate l'opera di Jacques Lefèvre d'Etaples (Jacobus Faber Stapulensis), il quale nel 1516 pubblicò a Parigi un'edizione che collazionava la versione di Campano con quella di Zamberti[8], oppure l'*editio princeps* del testo greco curata da Simone Grygneus, edita a Basilea nel 1533. Solo nel 1572 Commandino diede alle stampe una nuova traduzione degli *Elementi*, che costituì il testo di riferimento praticamente fino alle edizioni critiche ottocentesche di Peyrard (1814-18) e di Heiberg (1888).

Le edizioni cinquecentesche che abbiamo citato furono in larga misura espressione di un ambiente dotto, che si preoccupava di restituire una certa integrità, filologica o matematica, al testo degli *Elementi*, senza però soffermarsi troppo sull'aspetto divulgativo, del quale si occuparono alcuni matematici eredi della tradizione abachistica medievale, come Luca Pacioli (1445-1517) e Niccolò Tartaglia (1499-1557), che con le loro opere contribuirono all'evoluzione della matematica dell'abaco, costringendola a misurarsi con nuove esigenze culturali e a farsi interprete della necessità di fondere le tradizioni medievali con quelle classiche[9].

L'edizione degli *Elementi* curata da Pacioli, pubblicata a Venezia nel 1509[10], si proponeva di difendere la redazione di Campano dai suoi non pochi detrattori, offrendone una versione emendata dei numerosi errori, dovuti – secondo Pacioli – all'imperizia del copista piuttosto che alla scarsa competenza del matematico medievale. L'analisi comparata fra i due testi, tuttavia, mette in risalto ben poche differenze, che si riducono a brevi aggiunte e al chiarimento di alcuni passi giudicati da Frate Luca particolarmente oscuri[11]. L'edizione pacioliana di Euclide non mostra dunque particolari segni di originalità, ma presenta un importante tentativo di rendere accessibili i teoremi anche a un pubblico interessato principalmente alla matematica pratica. È in quest'ottica che va letta anche la traduzione in volgare degli *Elementi* curata da Pacioli. L'opera non ci è pervenuta, ma i numerosi *excerpta* pubblicati nella *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita* (1494) ne permettono – secondo M. Folkerts – una parziale ricostruzione, che si presenta come una traduzione letterale della redazione di Campano.

A partire dal tardo Quattrocento iniziarono a circolare, oltre a quella di Pacioli, diverse redazioni in volgare degli *Elementi*[12], ma la prima edizione a stampa vide la luce nel 1543 per opera di Tartaglia[13]. Anche se le edizioni di Euclide e di alcune opere di Archimede curate da Tartaglia non nascevano né da interessi di tipo filologico, data la loro povertà

testuale, né da un reale interesse di studio, visto che non costituirono quasi mai parte integrante delle sue ricerche, e tradivano piuttosto l'intento dell'autore di fregiarsi di una 'vernice umanistica' da esibire a eventuali protettori, ebbero comunque il merito di aprire decisamente la strada alla diffusione e all'assimilazione delle opere classiche negli ambienti abachistici. È appena il caso di ricordare che gli *Elementi* di Euclide – specialmente i primi sei libri – erano certamente molto conosciuti nelle botteghe d'abaco, ma le dimostrazioni di tipo euclideo non avevano ancora pieno diritto di cittadinanza, poiché l'abachista concepiva il termine 'dimostrare' come sinonimo di 'mostrare': la verità di un teorema, in altre parole, veniva 'provata' attraverso le applicazioni di casi numerici concreti e non attraverso passaggi logici relativi a enti geometrici astratti.

Anche Cardano, assieme a Pacioli, Del Ferro, Tartaglia e Ferrari, fu uno degli eredi più importanti della tradizione abachistica medievale e recitò un ruolo di primo piano nello sviluppo dell'algebra cinquecentesca, contribuendo in maniera significativa alla determinazione e alla diffusione della formula risolutiva dell'equazione di terzo grado, il primo risultato originale della matematica rinascimentale rispetto a quella classica[14]. La curiosità intellettuale che animò la personalità e l'opera di Cardano, tuttavia, lo spinse ad ampliare i suoi interessi matematici e a rendersi partecipe di quel vivace clima culturale che poneva gli *Elementi* come uno dei temi centrali di studio e di ricerca: è quindi in questo contesto che si collocano i *Commentaria in Euclidis Elementa*.

I Commentaria in Euclidis Elementa

Il manoscritto catalogato con il titolo di *Commentaria in Euclidis Elementa* è attualmente custodito alla Bibliothèque Nationale de France a Parigi, con segnatura F.L.7217[15]. Il titolo preciso di questo ponderoso manoscritto, che comprende 120 carte numerate al retto, è *Hieronimi Cardani Castilionei*[16] *medici mediolanensi super Euclidis libros* [*novem*][17] *quorum primi tres sunt additionum et expositionum super quinque primos libros Euclidis, secundi tres super quattuor sequentes, ultimi autem super sex ultimos* (f. 1*r*). Non è attualmente possibile stabilire né se si tratti di un manoscritto autografo, dato che non è stata ancora identificata con certezza la calligrafia di Cardano, e neppure la data precisa della sua stesura[18]. In merito a questi problemi, tuttavia, abbiamo avanzato alcune ipotesi.

Nel volume *Girolamo Cardano. Le opere, le fonti, la vita*, curato da M. Baldi e G. Canziani sono state riprodotte fotograficamente alcune carte "tratte dai manoscritti del *De consolatione*, della 'secunda editio' del *De utilitate* e del *Carcer*, che secondo le indicazioni fornite dalle rispettive biblioteche di appartenenza sarebbero da ritenersi autografi"[19]. Una prima analisi di queste carte non ha consentito di identificare in maniera univoca uno degli esempi di possibile calligrafia cardaniana con quella dei *Commentaria*. Vi sono infatti diversi elementi somiglianti che si possono ritrovare in alcune carte, ma non permettono di giungere a una conclusione definitiva.

È opportuno altresì osservare che, sebbene la suggestiva ipotesi del testo autografo sembri trovare una sorta di conferma nelle pesanti correzioni di forma di cui il testo è ricchissimo – correzioni che generalmente venivano fatte dall'autore – al contempo deve fare i conti con diverse obiezioni, la prima delle quali consiste nella non omogeneità della grafia: brani quasi illeggibili, infatti, convivono accanto a (poche) carte scritte in maniera molto curata, pressoché prive di cancellature, aggiunte in interlinea o correzioni di varia natura[20]. Non disponiamo, al momento, di elementi certi per stabilire se si tratti di un'unica mano o di due distinte.

Al fine di recuperare maggiori informazioni su questo manoscritto, abbiamo tentato di ricostruirne la storia partendo dall'edizione del *Libellus de libris propriis*[21] datata 1544, in cui Cardano scrive:

> In fine XXXIV anni, dum cessationis tempus esset, libros tres composui. Primum super primum ac septimum Geographiae Ptolemaei librum, magnitudine Tusculanarum quaestionum Ciceronis, alterum super Sacrobusti de sphaera librum, magnitudine libri de Bonorum finibus. […] Sed tertius fuit elementorum super Euclidem, hic primo exiguus, ac quasi contemptus, sub adventu Ioannis Collae Mathematici superauctus a me, ac inde in tres libros divisus: inde in septem, post in novem, perpetuis tandem augmentis in quindecim evasit et nunc est apud me absolutus: magnitudo illius ut elementorum Euclidis, propositiones noviter inventae, plusquam quadringentae (p. 57)

Questo brano induce a pensare che il manoscritto sopravvissuto fino ai giorni nostri, diviso proprio in nove libri, corrisponda a una delle redazioni intermedie della raccolta di proposizione geometriche che, nelle successive redazioni del *De libris propriis*, risalenti al 1557 e al 1562, e nel *De propria vita liber*[22], cambierà il titolo in *Novae Geometriae*[23]. Tale ipotesi porta a stabilire, come termine *ante quem* per la datazione del manoscritto, l'anno 1544.

Sebbene si siano perse le tracce della *Nova Geometria*, nella lista degli inediti cardaniani conservati a Roma all'inizio del 1629, inviata a Peiresc da Girolamo Aleandro[24] si trova un manoscritto intitolato *De numerorum proprietatibus, et commentaria super omnibus libris Euclidis de elementis*. Anche se il titolo potrebbe far pensare a un unico manoscritto, è presumibile che si tratti di due opere distinte, perché l'opuscolo *De Numerorum proprietatibus* venne in seguito pubblicato nel quarto tomo dell'*Opera omnia*, dedicato ad "Arithmetica, geometrica et musica"[25]. Non sembra troppo azzardato dunque ipotizzare che il manoscritto F.L.7217 corrisponda alla seconda delle due opere indicate nella lista di Aleandro. Inoltre, un codice con lo stesso titolo venne citato da Gabriel Naudé che, nella lettera dedicatoria premessa al *De propria vita liber*, a proposito delle opere cardaniane ancora inedite scriveva fra l'altro: "Romae etiam postea doctissimus Abbas Ferdinandus Ughuellus donavit me commentariis aliquot in Euclidem"[26].

Osserviamo infine che una delle citazioni presenti nel manoscritto potrebbe rivelarsi potenzialmente utile per una datazione più precisa: la proposizione VI.47 dei *Commentaria*[27] viene infatti attribuita da Cardano ad Apollonio di Perga "ex versione

Georgij Vallae, nam liber ille ad nos non pervenit" (f.78*r*).

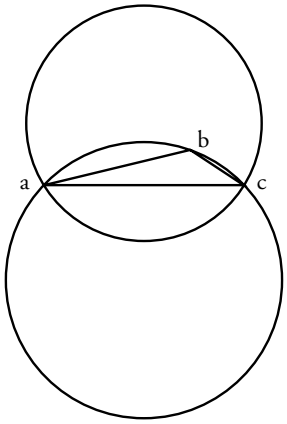
Nel Cinquecento, se si escludono i passi apolloniani pubblicati nel *De expetendis et fugiendis rebus* di Giorgio Valla[28], videro la luce sia l'*editio princeps* dei primi quattro libri delle *Coniche* di Apollonio, pubblicata nel 1537 a Venezia dall'umanista Giovan Battista Memmo, sia l'edizione bolognese del 1566 di Federico Commandino. Se si identificasse il "liber ille" con l'edizione di Commandino, si dovrebbe dedurre che Cardano, citando solo il *De expetendis* di Valla, non avesse mai visto le *Coniche* pubblicate da Memmo. Una simile eventualità ci sembra abbastanza improbabile, sia in ragione della curiosità intellettuale e della rete di conoscenze dello scienziato milanese, sia in virtù della fortuna editoriale dell'edizione del 1537, la quale, nonostante i non pochi errori matematici, conobbe una certa diffusione. La data del 1537 sembra dunque porsi come termine *post quem* per la datazione dei *Commentaria*. In conclusione, allo stato attuale delle conoscenze, la stesura originale del manoscritto dovrebbe collocarsi fra il 1537 e il 1544.

I *Commentaria* costituiscono, più che un tradizionale commento agli *Elementi*, un 'complemento' – diremmo oggi – dell'opera euclidea: si tratta infatti di una raccolta di proposizioni geometriche che presentano risultati di varia difficoltà, dimostrati sulla base delle proposizioni euclidee. Per sottolineare questa dipendenza, accanto al numero della proposizione Cardano ha aggiunto il riferimento alle proposizioni degli *Elementi*, in modo che si legga, ad esempio, "Propositio 8^{a} super 26^{am} p^{i} El(ementorum)" oppure "Propositio 37^{a} super 8^{am} 6^{i} El(ementorum)". Naturalmente non si deve intendere che, ad esempio nel primo caso, la proposizione 8 dei *Commentaria* si appoggi esclusivamente alla I.26 degli *Elementi*, ma solo che quest'ultimo teorema costituisce, secondo l'autore, il punto chiave della dimostrazione. Mentre in alcuni casi la scelta appare obbligata, in altri sembra guidata da criteri puramente soggettivi, come nell'esempio che riportiamo, tratto dal secondo libro dei *Commentaria* (f.22*r*):

Propositio 22^{a} super 13^{am} 3^{ij} Elementorum

Si aliqua figura circulo inscribitur, nulli alteri circulo ei inaequali inscribi potest.

Theorema hoc universalissimum est. Ponatur igitur trigonus *abc* qui duobus circulis inscribi possit: sequitur igitur quod circulus unus intersecabitur alium in punctis *a*, *b*, *c* quod est contra 10^{am} 3^{ij} *Elementorum*[29] vel tanget plusquam in uno puncto quod est contra 13^{am} [3^{ij}][30] et ideo patet quot quando figura erit plurium laterum eo maius sequitur inconveniens.



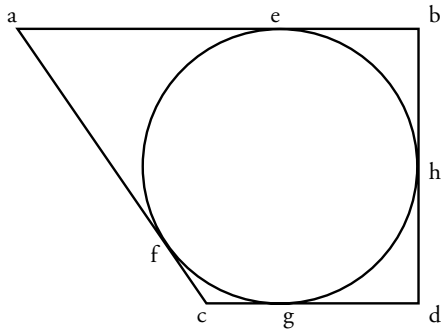
È evidente che, a parte il giudizio dell'autore, non esiste alcun criterio oggettivo per stabilire che la proposizione precedente dipenda in maniera più significativa dalla III.13 degli *Elementi* piuttosto che dalla III.10.
L'esempio precedente mette in luce una questione di fondamentale importanza: quando Cardano cita le proposizioni euclidee, a quale delle numerose edizioni degli *Elementi* fa riferimento? È lo stesso autore a dare una risposta, citando l'edizione curata da Jacobus Faber Stapulensis, composta, come si è detto in precedenza, delle redazioni di Campano e di Zamberti. Non è possibile tuttavia stabilire se Cardano abbia posseduto l'*editio princeps* oppure una delle ristampe o edizioni successive[31].
Nella breve introduzione che apre i *Commentaria*, Cardano esprime tuttavia la propria preferenza per la traduzione di Zamberti, il quale "exquisita diligentia utilitate veterem potuerit superare quoniam non eadem ratio fidelis interpretis in mathematicis requiritur quam in philosophia vel medicina" (f. 1*v*). Nel caso in cui non ci sia corrispondenza fra la numerazione delle proposizioni di Campano e quelle di Zamberti, Cardano scrive esplicitamente a quale delle due redazioni sta rimandando, come nei due esempi che seguono, tratti rispettivamente dal primo e dal quinto libro dei *Commentaria* (f. 12*v* e f. 58*r*):

Propositio 35^{a} super 35^{am} 3^{ij} Elementorum

Omnis quadrilateri circulo circumscripti duo quaelibet latera opposita reliquum duobus oppositis lateribus sunt aequalia

Sit quadrilaterum *abcd* circumscriptum circulo *efgh*: dico latera *ab* et *cd* pariter accepta fore aequalia lateribus *ac* et *bd* pariter acceptis. Erit per corrolarium 35^{ae} 3^{ij} *Elementorum* a Campano demonstratum[32] *ae* aequalis *af*, [quoniam][33] utraque contingit circulum; per idem *be* aequalis *bh*, igitur tota *ab* est aequalis *af* et *bh* pariter acceptis; eadem ratione patet *cd* aequalem esse

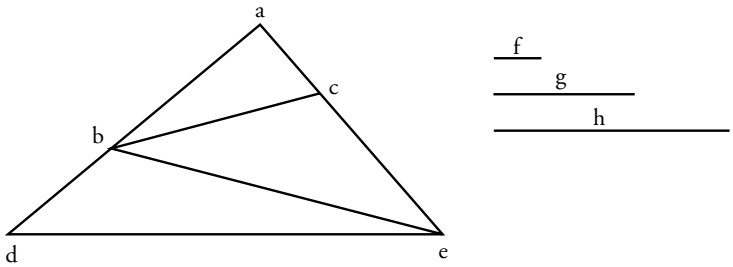
cf et *dh* pariter acceptis; *ab* et *cd* aequatur *af*, *bh*, *cf* et *dh* pariter acceptis quare *ac* et *bd* quod est probandum.



Propositio 27ª super pª 6ⁱ Elementorum

Si fuerint duo trianguli quare unus angulus unius aequalis sit uni angulo alterius, erit proportio unius ad alterum ex laterum illos angulos equos continentium producta proportionibus.

Sint duo trigoni *abc* et *ade* et sit angulus *a* unius aequalis angulo *a* alterius. Dico quod proportio trianguli *abc* ad triangulum *ade* constat ex proportionibus *ab* ad *ad* et *ac* ad *ae*, ita quod si tales duae proportiones [statuantur] in tribus terminis secundum doctrinam 12ᵃᵉ 6ⁱ ex traductione Zamberti[34] et sint *f*, *g*, *h*: dico quod proportio trigoni *abc* ad trigonum *ade* erit veluti *f* ad *h*. Producam *be*, eritque ex pª 6ⁱ *Elementorum*[35] proportio trigoni *eba* ad trigonum *cba* veluti *ea* ad *ac* [similisque] proportio trigoni *abe* ad trigonum *ade* est per eandem veluti *ad* ad *ab* [qua] igitur proportio *ae* ad *ac* est veluti *g* ad *f* ex supposito et proportio *ab* ad *ad* est veluti *g* ad *h* erit per 11ᵃᵐ 5ⁱ *Elementorum*[36] proportio trigoni *abc* ad trigonum *abe* veluti *f* ad *g* et item proportio trigoni *abe* ad trigonum *ade* veluti *g* ad *h* igitur per 22ᵃᵐ 5ⁱ *Elementorum*[37] proportio trigoni *abe* ad trigonum *ade* est veluti *f* ad *h* et ideo composita ex proportionibus *ac* ad *ae* et *ab* ad *ad* ex 7ª propositione quinti libri huius[38] ex Alchindo et haec propositio est Fratris Lucae.



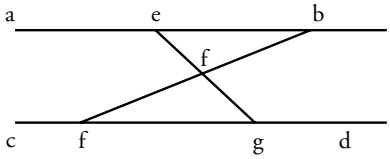
Le prime quattro carte del manoscritto sono dedicate a una breve introduzione, intitolata *Super preambula Euclidis*, in cui trovano spazio osservazioni di carattere assai eterogeneo. L'autore, infatti, esordisce con una parafrasi delle definizioni euclidee di punto, linea, corpo, angolo piano e angolo solido e prosegue con una sorta di classificazione dei poligoni e poliedri regolari e delle strutture logiche che sostengono l'architettura degli *Elementi*: definizione, petizione, nozione comune, problema, teorema e lemma. Una sintesi del contenuto dei quindici libri degli *Elementi* conclude la parte più descrittiva, a cui fa seguito un breve ma interessante commento critico dei primi tre libri volto soprattutto a mettere in luce i limiti più evidenti dell'edizione euclidea di Campano.
Nel caso del primo libro, Cardano mette a confronto la redazione di Campano con quella di Zamberti evidenziando, ad esempio, che l'*additio Campani* alla I.1 degli *Elementi* aggiunge "difficultatem absque utilitate", oppure che la "48ª propositio primi libri de gnomone non pertinet ad primum librum et in codice greco defficit". La proposizione I.1 spiega come costruire un triangolo equilatero di lato uguale ad un segmento fissato, mentre l'*additio Campani* illustra come costruire, nelle stesse ipotesi, un triangolo isoscele avente come base il segmento dato e un triangolo scaleno avente uno dei lati uguale allo stesso segmento. La costruzione è effettivamente artificiosa e soprattutto priva di una reale utilità dato che, fissato un segmento, esiste un unico triangolo equilatero di lato pari al segmento, mentre esistono infiniti triangoli isosceli e scaleni che soddisfano ai requisiti indicati nell'*additio*. La pertinente osservazione di Cardano non era, tuttavia, del tutto originale ma doveva essere piuttosto nota ai matematici, dato che anche Tartaglia, per fare un altro esempio, aveva omesso per intero la precedente *additio Campani* osservando che "si può dire lei esser cosa superflua e fuor di proposito, per il che la habbiamo lasciata, per non confonder il studente con tal proposito inutile"[39].
L'incongruenza logica riscontrata da Cardano nella proposizione I.48 della redazione di Campano – che in realtà sarebbe la *Campani additio* alla proposizione I.47, meglio conosciuta come 'teorema di Pitagora' – è dovuta al fatto che viene spiegato come costruire, attorno a un dato quadrato, uno gnomone equivalente a un altro quadrato

assegnato, anche se la definizione dello gnomone si trova solo nel secondo libro degli *Elementi*. Anche in questo caso, l'anomalia era già stata messa in evidenza da diversi autori, fra i quali Pacioli, mentre nella redazione di Zamberti, basata su di un testo meno corrotto, la proposizione non compariva nemmeno.
Ancora più sottili le critiche mosse al terzo libro che contestano, ad esempio, il carattere assiomatico della prima *diffinitio ex Campano*: "Quorum diametri sunt aequales, ipsos circulos aequales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores"[40]; scrive infatti Cardano: "In initio 3ij libri axioma illud de circulis aequalibus aut maioribus penes comparatione diametrorum est propositio demonstrabilis; a nobis est ostensa in pº de sphaeris; Euclides autem has minutias neglexit". L'autore prosegue affermando che la proposizione III.12 degli *Elementi*, in cui si prova che due cerchi tangenti internamente o esternamente hanno un solo punto di intersezione, è espressa in maniera grossolana sia nella redazione di Campano che in quella di Zamberti, dato che "in 12ª 3ij qui scripserunt mentem Euclidis minime sunt assecuti". Non si tratta di provare, secondo Cardano, che due cerchi tangenti non possono intersecarsi in due punti distinti, quanto di dimostrare quello che il "vulgaris sensus" sembrerebbe smentire e cioè che "circulum non posse tangeri circulum per nullam cirumferentiae partem aut infra vel extra".
Di diverso carattere sono le osservazioni pertinenti al secondo libro, che non esprimono, come nei casi precedenti, critiche negative ai commentatori dell'opera euclidea, ma si limitano a riproporre in chiave algebrica la proposizione II.1[41], intesa come l'espressione geometrica di quella che oggi è nota come 'proprietà distributiva della somma rispetto al prodotto' ("Ex prima propositione 2i Euclidis habetur omnes multiplicationes numerorum") e la proposizione II.4[42], in cui l'autore riconosce l'algoritmo per quadrare i binomi ("Ex 4ª propositione cognoscitur modus quadrandi binomia"). La nota critica sul secondo libro degli *Elementi* viene conclusa osservando che "ex 9ª cum 5ª item ex 10ª et 6ª possunt solvi quaedam problemata numerorum valde ardua" (f. 2*v*).
Questi commenti di varia natura e spessore critico si interrompono improvvisamente, senza alcuna chiusa, alla fine del folio 3*v* e altrettanto bruscamente comincia il primo libro (ff. 4*r*-16*v*), che, a differenza dei successivi, è privo di un titolo proprio. Vi sono raccolte 50 proposizioni relative a questioni di geometria piana, legate soprattutto al primo e al terzo libro degli *Elementi*, ovvero a problemi relativi ad angoli, rette perpendicolari e parallele, triangoli e parallelogrammi, e infine al cerchio.
Il secondo libro (ff. 17*r*-30*r*) è intitolato *Eiusdem Hieronymi Cardani medici mediolanensis in priores quinque Euclidis libros Liber Secundus* e raccoglie 52 proposizioni relative, oltre che al primo e al terzo libro degli *Elementi*, anche al quarto libro, in cui vengono studiati i poligoni inscritti e circoscritti a un cerchio. Il gruppo delle proposizioni 17-21 e 32-34 è stato completamente cancellato. È bene sottolineare che nei *Commentaria* non sempre una dimostrazione cancellata nasconde un errore logico, ma è possibile, come nel caso della II.18 (f. 21*v*), che si tratti di un risultato giudicato forse troppo elementare per meritare rilievo:

Propositio 18ª super 29ªm pi Elementorum

Si intra duas aequidistantes lineae duae se invicem secantes ceciderint fiet duo trigoni aequiangulis [*proportionales*][43].

Sint duae lineae *ab* et *cd* aequidistantes et intra eas cadant *fb* et *eg* secantes se in *h*. Dico quod trigoni *ebh* et *fgh* sunt aequianguli; nam per 29am anguli *hbe* et *hfg* aequales sunt, item *hgf* et *heb* aequales eadem ratione et anguli *fhg* et *ehb* aequales ex 15ª pi *Elementorum*, igitur trigoni *ehb* et *fhg* aequianguli.



Il terzo libro (ff. 30*v*-36*r*) è, in un certo senso, il più sofferto dell'intera opera: si apre con il titolo, scritto frettolosamente, *Hieronimi Cardani medici mediolanensis super Euclidem liber tertius* e contiene 33 proposizioni, di cui 7 appaiono completamente cancellate, mentre molte delle rimanenti comprendono numerose correzioni; in diverse proposizioni manca il riferimento euclideo accanto alla numerazione, oppure è espresso in forma incompleta (si trova il libro ma non il numero della proposizione). Anche i teoremi del terzo libro si appoggiano essenzialmente ai libri I-IV degli *Elementi*, a eccezione delle tre proposizioni 14, 15 (cancellata) e 28 che fanno riferimento al V libro, dedicato alla teoria delle proporzioni. In effetti, se si escludono le citazioni contenute nelle dimostrazioni, non sono molti i riferimenti al V libro degli *Elementi*: oltre alle proposizioni menzionate sopra e a poche altre[44], troviamo un breve paragrafo intitolato *Super 5m Euclidis annotationes* (ff. 9*v*-10*v*) in cui, fra l'altro, Cardano mostra un controesempio che inficia la validità della proposizione V.34 degli *Elementi*, ovvero dell'ultima delle nove proposizioni aggiunte da Campano al termine del quinto libro. Tale proposizione si propone di provare che "si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur, fueritque cuiuslibet praecedentis ad suam relativam maior proportio quam alicuius subsequentis ad suam, erit omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quam alicuius subsequentium ad suam comparem, aut etiam quam omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quam primae ad primam"; in altre parole, se sono date sei grandezze *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* tali che $a:d > b:e > c:f$, allora, posto $T_1 = a+b+c$ e $T_2 = d+e+f$, valgono le seguenti relazioni:

$$T_1 : T_2 > b:e \tag{1}$$

$$T_1 : T_2 > c:f \tag{2}$$

$$T_1 : T_2 > (b+c):(e+f) \tag{3}$$

$$T_1 : T_2 < a:d \tag{4}$$

Se si pone, come suggerisce Cardano, $a = 12$, $b = 10$, $c = 8$, $d = 1$, $e = 2$ e infine $f = 7$, si vede subito che la relazione (1) non è verificata, avendosi 30:10 < 10:2. Una prima rapida ricognizione dei commenti e traduzioni degli *Elementi*, che richiede certamente un approfondimento, sembra mettere in evidenza che il paralogismo insito nella V.34 non era molto conosciuto nel Cinquecento: le edizioni di Pacioli e Tartaglia riportano fedelmente il testo di Campano, nell'edizione di Commandino la proposizione V.34 (secondo la numerazione di Campano) non compare nemmeno, mentre, ad esempio, nella redazione curata dal gesuita Cristoforo Clavio[45], la tesi della proposizione V.34 comprende solo le relazioni (2), (3) e (4), escludendo così correttamente la relazione (1).
I libri IV (ff. 37*r*-48*r*), V (ff. 48*r*-63*r*) e VI (ff. 63*v*-86*r*), pur intitolandosi *Eiusdem Hieronimi Cardani medici mediolanensis super Euclidis 6^m, 7^m, 8^m et 9^m*, si riferiscono in larghissima misura alle proposizioni euclidee del VI libro degli *Elementi*, dedicato all'applicazione della teoria delle proporzioni alle figure geometriche, ovvero alle figure simili. Nonostante il titolo lasci presupporre un ampio spazio dedicato all'aritmetica euclidea, ai libri VII-IX degli *Elementi* vengono riservate solo alcune osservazioni, raccolte sotto il titolo *Super 7^m, 8^m et 9^m dubitationes* (ff. 49*r*-52*v*), che riguardano la natura dei numeri[46] e presentano un confronto critico fra le redazioni di Campano e di Zamberti dei libri aritmetici.
I tre libri centrali dei *Commentaria*, che comprendono rispettivamente 37, 46 e 80 proposizioni, ben documentano le conoscenze matematiche di Cardano e le direzioni verso le quali indirizzava i propri interessi. Fra le opere menzionate, oltre ai propri *Ars Magna* e *Practica Arithmetice*, spiccano soprattutto l'*Almagesto* di Tolomeo commentato da Teone, il *De sphaera et cylindro* e il *De spiralibus* di Archimede, il *De triangulis* di Regiomontano e il *De expetendis et fugiendis rebus* di Valla. Va osservato, infatti, che nei primi decenni del XVI secolo la monumentale enciclopedia compilata dall'umanista piacentino costituì per molti matematici la prima – e talvolta l'unica – fonte dei testi classici che vi erano antologizzati. Nel caso di Cardano, i riferimenti al *De expetendis* sono relativi alle descrizioni delle costruzioni geometriche proposte da Erone (proposizione IV.3, f. 37*v*) e da Filone Bisanzio (proposizione V.46, f. 63*r*) in merito all'inserzione di due medie proporzionali fra due segmenti assegnati[47] e a un problema apolloniano di cui si è parlato a proposito della datazione del manoscritto.
Gli ultimi tre libri, intitolati *Eiusdem Hieronimi Cardani medici mediolanesis super quattuor Euclidis libros postremos et duo Hypsclis*, sono dedicati alla geometria solida. Il settimo libro (ff. 86*v*-97*r*) è poco più che abbozzato, dato che solo 16 delle 28 proposizioni complessive sono effettivamente dimostrate. Le ultime dodici, infatti, presentano solo l'enunciato e talvolta la figura, seguiti da uno spazio bianco destinato evidentemente a contenere la dimostrazione del teorema. È inoltre probabile che le prime 16 proposizioni non siano state attentamente riviste dall'autore, poiché manca ogni genere di correzione. In questo libro, inoltre, così come nei successivi, Cardano non ha aggiunto nessun riferimento a fianco del numero della proposizione. L'ottavo libro (ff.

97*v*-112*v*) raccoglie 49 proposizioni numerate (da 1 a 50, perché manca la proposizione 44) e 3 non numerate, ma solo le proposizioni 1-6, 25, 39-47 sono effettivamente dimostrate e non solamente enunciate. Infine, il nono e ultimo libro (ff. 113*r*-120*v*), è certamente il più incompleto, dato che delle 29 proposizioni enunciate solo le prime due sono dimostrate.

Sebbene lo studio dei *Commentaria* sia solamente agli inizi, sembra tuttavia possibile ipotizzare il motivo per cui il manoscritto, ammesso che si tratti di un autografo, sia rimasto inedito: l'edizione a stampa, infatti, avrebbe richiesto un notevole impegno editoriale per la revisione del testo e, soprattutto, una competenza matematica di ottimo livello per emendare le inesattezze e completare i numerosi teoremi privi di dimostrazione. Si tratta, come si può ben giudicare, di requisiti non semplici da soddisfare.
D'altra parte, questo spiccato carattere di *work in progress* mette in forte risalto la natura 'cardaniana' del testo, privo di una solida architettura in grado di sostenerlo, ma dominato da un'insaziabile curiosità intellettuale, che spazia da teoremi di carattere elementare, talvolta persino banali, a risultati tecnicamente complessi, come quelli che fanno riferimento alle opere di Archimede e di Apollonio, i testi su cui si sviluppava la ricerca matematica rinascimentale più attiva e originale e che costituivano per Cardano, assieme alle opere di Euclide, Tolomeo e Vitruvio, i pilastri del sapere matematico[48].

Bibliografia

APOLLONIUS, *Apollonii Pergaei opera scilicet Conicorum libri IV per doctissimum philosophum Ioannem Baptistam Memum de graeco in latinum traducta et noviter impressa*, Venetiis, Bindonus, 1537.

APOLLONIUS, *Apollonii Pergaei conicorum libri quattuor, una cum Pappi Alexandrini lemmatibus et commentariis Eutocii Ascalonitae. Sereni Antinensis philosophi libri duo nunc primum in lucem editi. Quae omnia nuper Federicus Commandinus Urbinas mendis quamplurimis expurgata a Graeco convertit et commentariis illustravit*, Bononiae, ex officina Alexandri Benatii, 1566.

ARCHIMEDES, *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii, iterum edidit J.L.Heiberg*, Lipsiae, in aedibus B.G.Teubneri, 1881.

E. BORTOLOTTI, *I contributi del Tartaglia, del Cardano, del Ferrari e della scuola matematica bolognese alla teoria algebrica delle equazioni cubiche*, in "Studi e memorie per la storia dell'Università di Bologna", X (1926) ?.

E. BORTOLOTTI, *La storia della matematica nell'Università di Bologna*, Bologna, Zanichelli, 1947.

HIERONYMUS CARDANUS, *De propria vita liber. Ex bibliotheca Gab. Naudaei*, Amstelaedami, apud Joannem Ravesteinium, 1654.

HIERONYMUS CARDANUS, *Hieronymi Cardani Mediolanensis Philosophi ac Medici Celeberrimi Opera omnia: tam hactenus excusa; hic tamen aucta & emendata; quam nunquam alias visa, ac primum ex Auctoris ipsius Autographis eruta: Cura Caroli Sponii, Doctoris Medici Collegio Medd. Lugdunaeorum Aggregati*, Lugduni, Sumptibus Ioannis Antonii Huguetan, & Marci Antonii Ravaud, 1663, 10 tt.

T. CERBU, *Naudé as editor of Cardano*, in *Girolamo Cardano. Le opere, le fonti, la vita*, a cura di M. BALDI e G. CANZIANI, Milano, FrancoAngeli, 1999, pp. 376-378.

CHRISTOPHORUS CLAVIUS, *Christophori Clavii Bambergensis e Societate Iesu Opera Mathematica V Tomis distributa. Ab auctore nunc denuo correcta et plurimis locis aucta*, Moguntiae, Sumptibis Antonij Hierat Excudebat Reinhard Eltz, 1612.

EUCLIDES, *Praeclarissimus liber elementorum Euclidis perspicasissimi in artem Geometrie incipit quam foelicissime*, Venetijs, Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus, 1482.

EUCLIDES, *Euclidis megarensis philosophii platonij mathematicarum disciplinarum Ianitoriis: habent in hoc volumine quicumque ad mathematicam substantiam aspirant: Elementorum libros xiii cum expositione Theonis insignis mathematici quibus multa quae deerant ex lectionem graeca sumpta addita sub nec non plurima subversa et prepostere: voluta in Campani interpretatione: ordinata digesta et castigata sunt. Quibus etiam nonnulla ab illo venerando Socratico philosopho mirando iudicio structa habent adiuncta. Deputatum scilicet Euclidi volumen xiiij cum expositione Hypsi. Alex. Itidemque et Phaeno. Specu. et Perspe. Cum expositione Theonis ac mirandus ille liber Datorum cum expositione Pappi mechanici una cum Marini dialectici protheoria. Ba. Zamber. Vene. Interprete*, Venetijs, edibus Ioannis Tacuini, 1505.

EUCLIDES, *Euclidi Megarensis mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri XV cum expositione Theonis in priores XIII a Bartholomaeo Veneto Latinitate donata, Campani in omnes, & Hypsiclis Alexandrini in duos postremos. His adiecta sunt Phaenomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data. Postremum vero, Opusculum de Levi & Ponderoso*, hactenus non visum, eiusdem autoris, Basileae per Ioannem Hervagium, Mense Augusto, 1546.

M. FOLKERTS, *Luca Pacioli and Euclid*, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, a cura di E. GIUSTI, Città di Castello, Petruzzi, 1998, pp. 219-231.

P. FREGUGLIA, *Niccolò Tartaglia e il rinnovamento delle matematiche nel Cinquecento*, in *Cultura,*

scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento, Venezia, Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, 1987, pp. 203-216.
E. GAMBA, V. MONTEBELLI, *La matematica abachistica tra recupero della tradizione e rinnovamento scientifico*, in *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento,* Venezia, Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, 1987, pp. 169-202.
E. GARIN, *Il ritorno dei filosofi antichi*, Napoli, Bibliopolis, 1994.
Girolamo Cardano. Le opere, le fonti, la vita, a cura di M. BALDI e G. CANZIANI, Milano, FrancoAngeli, 1999.
Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento, a cura di E. GIUSTI, Città di Castello, Petruzzi, 1998.
S. MARACCHIA, *Da Cardano a Galois. Momenti di storia dell'algebra*, Milano, Feltrinelli, 1979.
P.D. NAPOLITANI, *Maurolico e Commandino*, in *Il Meridione e le Scienze*, a cura di P. NASTASI, Palermo, Luxograph, 1988, pp. 281-316.
P.D. NAPOLITANI, *Le edizioni dei classici: Commandino e Maurolico*, in *Torquato Tasso e l'Università*, a cura di W. MORETTI e L. PEPE, Firenze, Olschki, 1997, pp. 119-141.
LUCA PACIOLI, *Euclides Megarensis […] Opera a Campano interprete […] traslata*, Venetiis, impressum per Paganinum de Paganinis, 1509.
P. PAGLI, *Le volgarizzazioni degli "Elementi" di Euclide anteriori all'edizione a stampa*, in *Scienze matematiche e insegnamento in epoca medievale*, a cura di P. FREGUGLIA, L. PELLEGRINI, R. PACIOCCO, Napoli, ESI, 2000, pp.201-223.
CLAUDIUS PTOLEMAEUS, *Claudii Ptolemaei Magnae Constructionis id est perfectae coelestium motuum pertractionis lib. XIII, Theonis Alexandrini in eosdem commentariorum lib. XI*, Basileae, apud Joanneus Walderum, 1538.
JOANNIS REGIOMONTANUS, *Doctissimi viri et mathematicarum disciplinarum eximij professoris Ioannis de Regio Monte de Triangulis omnimodis libri quinque: Quibus explicantur res necessariae cognitu, volentibus ad scientiarum Astronomicarum perfectionem devenire: cum numquam alibi hoc tempore expositae habeantur, frustra sine harum instructione ad illam quisquam aspirarit*, Norimberga, Io. Petrei, 1533.
P. RICCARDI, *Saggio di una Bibliografia Euclidea*, Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1887-1890.
P.L. ROSE, *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Droz, 1975.
NICOLÒ TARTAGLIA, *Euclide Megarense Philosopho solo introduttore delle scientie mathematice: diligentemente reassettato et alia integrita ridotto per il Degno Professore di tal Scientie Nicolò Tartalea*, stampato in Vinegia per Venturino Roffinelli, 1543.
NICOLÒ TARTAGLIA, LUDOVICO FERRARI, *Cartelli di sfida matematica*, a cura di A. MASOTTI, Brescia, La Nuova Cartografia, 1974.
G. VACCA, *L'opera matematica di Girolamo Cardano nel IV centenario del suo insegnamento in Milano*, in "Rendiconti del Seminario matematico e fisico di Milano", IX (1937), pp. 1-19.
GIORGIO VALLA, *Georgii Vallae Placentini viri clariss. De expetendi et fugiendis rebus opus*, Venetiis in aedibus Aldi romani, impensa ac studio Ioannis Petri Vallae filii pientiss., mense decembri 1501.

* Desidero ringraziare il professor Guido Canziani e la dottoressa Maria Luisa Baldi, del 'Centro Studi del Pensiero Filosofico e Scientifico del Cinquecento e del Seicento in relazione ai problemi della scienza', per

avermi messo a disposizione, con estrema gentilezza, il microfilm del manoscritto che costituisce l'oggetto di questo contributo e il professor Pier Daniele Napolitani, per i suggerimenti che mi ha dato durante la sua stesura.

[1] E. GARIN, *Il ritorno dei filosofi antichi*, Napoli, Bibliopolis, 1994.

[2] Ivi, p. 21.

[3] Il quadro complessivo della matematica umanistica e rinascimentale è ben delineato nel lavoro di P.L. ROSE, *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Droz, 1975. Per un attento confronto fra le figure di Commandino e Maurolico si vedano invece i due articoli di P.D. NAPOLITANI, *Maurolico e Commandino*, in *Il Meridione e le Scienze*, a cura di P. NASTASI, Palermo, Luxograph, 1988, pp. 281-316; *Le edizioni dei classici: Commandino e Maurolico*, in *Torquato Tasso e l'Università*, a cura di W. MORETTI e L. PEPE, Firenze, Olschki, 1997, pp. 119-141.

[4] Una descrizione esauriente dei codici medievali degli *Elementi*, ricca di informazioni sulla più recente bibliografia euclidea, si può trovare nella pagina web dal titolo "Menso Folkerts' medieval list of Euclid manuscripts" all'indirizzo: http://www.math.ubc.ca/people/faculty/cass/Euclid/folkerts/folkerts.html.

[5] EUCLIDES, *Praeclarissimus liber elementorum Euclidis perspicasissimi in artem Geometrie incipit quam foelicissime*, Venetijs, Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus, 1482.

[6] EUCLIDES, *Euclidis megarensis philosophii platonij mathematicarum disciplinarum Ianitoriis: habent in hoc volumine quicumque ad mathematicam substantiam aspirant: Elementorum libros xiii cum expositione Theonis insignis mathematici quibus multa quae deerant ex lectionem graeca sumpta addita sub nec non plurima subversa et prepostere: voluta in Campani interpretatione: ordinata digesta et castigata sunt. Quibus etiam nonnulla ab illo venerando Socratico philosopho mirando iudicio structa habent adiuncta. Deputatum scilicet Euclidi volumen xiiij cum expositione Hypsi. Alex. Itidemque et Phaeno. Specu. et Perspe. Cum expositione Theonis ac mirandus ille liber Datorum cum expositione Pappi mechanici una cum Marini dialectici protheoria. Ba. Zamber. Vene. Interprete*, Venetijs, edibus Ioannis Tacuini, 1505.

[7] Per un elenco di queste pubblicazioni si veda il fondamentale lavoro di P. RICCARDI, *Saggio di una Bibliografia Euclidea*, Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1887-1890.

[8] Questo volume venne successivamente ristampato a Parigi nel 1521 e a Basilea nel 1537, mentre nel 1546, sempre a Basilea, vide la luce una nuova edizione curata da Christianus Herlinus.

[9] La letteratura sulla matematica dell'abaco è molto ampia, ma sulla specifica questione si possono vedere: P. FREGUGLIA, *Niccolò Tartaglia e il rinnovamento delle matematiche nel Cinquecento*, in *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento*, Venezia, Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, 1987, pp. 203-216, E. GAMBA, V. MONTEBELLI, *La matematica abachistica tra recupero della tradizione e rinnovamento scientifico*, ivi, pp.169-202; *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, a cura di E. GIUSTI, Città di Castello, Petruzzi, 1998.

[10] LUCA PACIOLI, *Euclidis Megarensis philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis opera a Campano interprete fidissimo tralata*, Venetiis, impressum per Paganinum de Paganinis, 1509.

[11] Per uno studio dell'edizione pacioliana si rimanda al contributo di M. FOLKERTS, *Luca Pacioli and Euclid*, in *Luca Pacioli* [nt. 9], pp. 219-231.

[12] Nell'articolo di P. PAGLI, *Le volgarizzazioni degli "Elementi" di Euclide anteriori all'edizione a stampa*, in *Scienze matematiche e insegnamento in epoca medievale*, a cura di P. FREGUGLIA, L. PELLEGRINI, R. PACIOCCO, Napoli, Esi/ESI?, 2000, pp. 201-223, si analizzano, fra gli altri, i codici L.IV.16 e L.IV.17 della Biblioteca Comunale di Siena, collocabili attorno alla seconda metà del XV secolo, e il codice 556 della Biblioteca Universitaria di Pisa che è una traduzione dei primi tre libri degli *Elementi*, datata 1485, di mano dell'abachista fiorentino Raffaello Canacci.

[13] NICCOLÒ TARTAGLIA, *Euclide Megarense Philosopho solo introduttore delle scientie mathematice: diligentemente reassettato et alia integrita ridotto per il Degno Professore di tal Scientie Nicolò Tartalea*, stampato in Vinegia per Venturino Roffinelli, 1543.

[14] La bibliografia sulla scoperta della formula risolutiva dell'equazione algebrica di terzo grado conta numerosi titoli. Fra questi, oltre al contributo di FREGUGLIA, *Niccolò Tartaglia* [nt. 9], ricordiamo E. BORTOLOTTI, *I contributi del Tartaglia, del Cardano, del Ferrari e della scuola matematica bolognese alla teoria algebrica delle equazioni cubiche*, in "Studi e memorie per la storia dell'Università di Bologna", X (1926) ?; ID., *La storia della matematica nell'Università di Bologna*, Bologna, Zanichelli, 1947; S. MARACCHIA, *Da Cardano a Galois. Momenti di storia dell'algebra*, Milano, Feltrinelli, 1979; NICCOLÒ TARTAGLIA, LUDOVICO FERRARI, *Cartelli di sfida matematica*, a cura di A. MASOTTI, Brescia, La Nuova Cartografia, 1974; G. VACCA, *L'opera matematica di Gerolamo Cardano nel IV centenario del suo insegnamento in Milano*, in "Rendiconti del Seminario matematico e fisico di Milano", IX (1937), pp. 1-19.

[15] La segnatura F.L.7217 è stata apposta al margine inferiore destro del f. 1*r*, accanto al timbro della Biblioteca Regia. Sul margine superiore destro si legge invece una precedente segnatura, indicata con 5863.

[16] Il termine "Castilionei" è biffato nell'originale.

[17] Il foglio è macchiato e il termine "novem" è puramente congetturale.

[18] Va precisato che le informazioni sul manoscritto sono desunte da una fotocopia ottenuta da microfilm: la loro necessaria incompletezza verrà in futuro colmata da un approfondito studio codicologico da condursi sul manoscritto originale.

[19] *Girolamo Cardano. Le opere, le fonti, la vita*, a cura di M. BALDI e G. CANZIANI, Milano, FrancoAngeli, 1999, p. 514.

[20] Si tratta dei ff. 5*r-v*, 13*r* (tranne le ultime tre righe), 45*r* e le prime 12 righe di 45*v*, 47*r-v*, le ultime 4 righe di f. 51*v* e ff. 52*r-v*.

[21] HIERONYMUS CARDANUS, *Libellus de libris propriis, cui titulus est Ephemerus ad Hieronymum Cardanum medicum affinem suum*, in *Hieronymi Cardani Mediolanensis Philosophi ac Medici Celeberrimi Opera omnia: tam hactenus excusa; hic tamen aucta & emendata; quam nunquam alias visa, ac primum ex Auctoris ipsius Autographis eruta: Cura Caroli Sponii, Doctoris Medici Collegio Medd. Lugdunaeorum Aggregati*, Lugduni, Sumptibus Ioannis Antonii Huguetan, & Marci Antonii Ravaud, 1663, 10 tt., I, pp. 55-59.

[22] Si veda il capitolo *Libri a me conscripti, quo temporem cur, quid acciderit*, del *De propria vita liber*, in *Opera omnia* [nt. 21], I, p. 45.

[23] Per le due redazione del *De libris propriis*, si veda *Opera omnia* [nt. 21], I, pp. 60-95 e 96-150. Riportiamo il passo relativo all'edizione del 1557: "Verum ut ad ordinem redeam, eodem ferme tempore quindecim libros novae Geometriae condidi hoc ordine: consequentia enim singulis propositionibus suo loco adieci, demonstravique. Ita factum est ut quinque primis libris singuli respondeant, sexto autem duo, decimo unus. Nam tres intermedij ad Arithmeticam spectant, undecimo tres reliquis singuli ut omnes numero et magnitudine elementis Euclidis aequentur. Initium operis, Cum duarum quantitatum. Docent hi libri figurarum divisionem, tum inscriptiones, quas omisit Euclides" (p. 64). La *Nova Geometria* purtroppo non ci è pervenuta e sembra che non esistano molti indizi in grado di ricostruirne il percorso, a eccezione delle informazioni fornite dallo stesso Cardano nelle varie edizioni del *De libris propriis*.

[24] Questo documento, che si trova alla Bibliothèque Nationale de France a Parigi, con segnatura Dupuy 691 (ff. 146*r*-147*v*), è stato pubblicato in T. CERBU, *Naudé as editor of Cardano*, in *Girolamo Cardano* [nt. 19], pp. 376-378.

[25] HIERONYMUS CARDANUS, *De Numerorum proprietatibus liber unicus*, in *Opera omnia* [nt. 21], IV, pp. 1-12.

[26] HIERONYMUS CARDANUS, *De propria vita liber. Ex bibliotheca Gab. Naudaei*, Amstelaedami, apud Joannem Ravesteinium, 1654.

[27] "Proposita recta linea circulum [fabrica] describere ita ut lineae omnes a terminis eius lineae ad circumferentiam productae coeuntesque in proportione linearum assignatarum sint, unde manifestum nullas alias sub eadem proportione lineas duci posse a terminis eius lineae quae ad alium punctum concurrat" (f. 78*r*).

[28] Il piacentino Giorgio Valla (1447-1500) fu una figura centrale dell'umanesimo matematico italiano.

Allievo del matematico Giovanni Marliani e collezionista di numerosi manoscritti, fra cui il celebre "Codice A" di Archimede, fu autore della monumentale opera *De expetendis et fugiendis rebus*, pubblicata postuma a Venezia nel 1501 in due imponenti infolio per i tipi di Aldo Manuzio. Si tratta di una enciclopedia delle scienze e delle arti compilata utilizzando testi di scienziati e filosofi greci (la tradizione araba è sistematicamente esclusa), che vennero così immessi in circolo nel Cinquecento. L'opera parte dall'aritmetica, dalla musica, dalla geometria e dall'astronomia (18 libri) per passare alla filosofia naturale e alla medicina. Seguono la grammatica, la dialettica, la poetica, la retorica, la filosofia morale, la politica e l'economia.

29 La proposizione III.10, tanto nella redazione di Campano che in quella di Zamberti, prova che due cerchi si intersecano in non più di due punti distinti.

30 In questo caso il riferimento matematicamente corretto è alla proposizione III.13 *ex traditione Zamberti*, che recita: "Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat" (corrisponde alla III.12 di Campano: "Si circulus circulum contingat, sive intrinsecus, sive extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est").

31 Sulla questione si veda nota 8. L'edizione che abbiamo usato e a cui faremo riferimento nel seguito reca il titolo *Euclidi Megarensis mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri XV cum expositione Theonis in priores XIII a Bartholomaeo Veneto Latinitate donata, Campani in omnes, & Hypsiclis Alexandrini in duos postremos. His adiecta sunt Phaenomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data. Postremum vero, Opusculum de Levi & Ponderoso*, hactenus non visum, eiusdem autoris, Basileae per Ioannem Hervagium, Mense Augusto, 1546.

32 *Campani additio ad III.35*: "Et ex hac nota, quod puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineae ducantur, rectangula quae continentur sub totis et earum portionibus extrinsecis, adinvicem sunt aequalia, quoniam omnia sunt aequalia quadrato lineae contingentis. Nota etiam quod si a quolibet puncto extra circulum signato duae lineae contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsae erunt adinvicem aequales".

33 La lezione "quoniam" è congetturale. Nel seguito, racchiuderemo le lezioni congetturali fra due parentesi quadre.

34 VI.12: "Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem invenire".

35 VI.1: "Triangula et parallelogramma, quae sub eadem sunt altitudine, ad se invicem sunt ut bases" (*ex traductione Zamberti*).

36 V.11: "Quae eidem sunt eadem rationes, &/et adinvicem sunt eadem" (*ex traductione Zamberti*).

37 V.22: "Si fuerint quaelibet magnitudines &/et aliae eisdem aequale numero binae sumptae in eadem ratione, etiam ex aequali in eadem ratione erunt" (*ex traductione Zamberti*).

38 La proposizione 7 del quinto libro dei *Commentaria* (f. 53*r*), attribuita ad al-Kindi, recita: "Omnis proportio extremorum componitur ex omnibus intermediis eiusdem generis". La dimostrazione della proposizione è però cancellata.

39 TARTAGLIA, *Euclide* [nt. 13], f. XVI*r*.

40 La prima *diffinitio ex Zamberto*, è diversa da quella *ex traditione Campani*: "Aequales circuli sunt, quorum dimetientes sunt aequales, vel quorum quae ex centris sunt aequales".

41 II.1: "Si fuerint duae lineae quarum una in quotlibet partes dividatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, aequum erit ijs quae ex ductu lineae indivisae in unamquanque partem lineae particluatim divisae rectangula producentur" (*ex traditione Campani*).

42 II.4: "Si fuerit linea in duas partes divisa, illud quod ex ductu totius in seipsam fit aequum est ijs quae ex ductu utriusque partis in seipsam et alterius in alteram bis: ex hox manifestum est quod in omni quadrato duae superficies quas diametes secat per medium, sunt ambae quadratae" (*ex traditione Campani*).

43 Nel manoscritto sono stati cancellati con un tratto di penna sia il termine "aequianguli" che "proportionales". Per coerenza matematica, abbiamo accolto la prima lezione.

44 Ci riferiamo alle proposizioni I.40, II.41, II.44, V.12, VI.44 VI.61 e VI.69 dei *Commentaria*.

[45] *Christophori Clavii Bambergensis e Societate Iesu Opera Mathematica V Tomis distributa. Ab auctore nunc denuo correcta et plurimis locis aucta*, Moguntiae, Sumptibis Antonij Hierat Excudebat Reinhard Eltz, 1612, vol.?..... (I), p. 241.

[46] Le due *dubitationes* principali si chiedono infatti "an numerus fractus ut _ vel compositus ex fracto et integro sit numerus velut 3 _" (f. 49*r*) e "an unitas sit numerus" (f. 50*r*).

[47] Dal punto di vista geometrico, come è noto, il problema dell'inserzione di due medie proporzionali fra due grandezze date equivale alla duplicazione di un cubo di lato assegnato. Il problema era stato risolto geometricamente da diversi matematici antichi, e le soluzioni si trovano raccolte nel *Commento* di Eutocio alla prima proposizione del secondo libro del *De Sphaera et Cylindro* di Archimede.

[48] Queste opere compaiono infatti fra i "libri ad legendum admittendi" nel *Praeceptorum ad filios libellus* (in *Opera omnia* [nt.21], vol. primum, pp.475-481).

Abstract

The important development which scientific publishing underwent during the Renaissance set at the disposal of the mathematical community a series of texts which contributed in a decisive manner to the formation of a unified mathematical culture. The work which benefited from the greatest number of editions, commentaries and paraphrases of various kinds was Euclid's *Elements*, a veritable cornerstone of the entire classical mathematical edifice. In the early years of the sixteenth century the Giovanni Campano of Novara, and that of Bartolomeo Zamberti (1505) whose version was the first Latin translation from a Greek text. There was a lively interest in the *Elements* even in abbacus circles, to the extent that Luca Pacioli and Niccolò Tartaglia both published editions of Euclid's work, respectively in Latin and in the vernacular. It is not therefore surprising that Cardano showed a profound interest in the *Elements*, even the more technically complex parts of which he had assimilated.
The manuscript which is the subject of this study bears the title *Commentaria in Euclidis Elementa,* but rather than a true commentary it is more in the nature of a collection of geometrical propositions of varying difficulty, demonstrated principally on the basis of the theorems of Euclid's *Elements*. It is not clear whether this is a manuscript by Cardano's hand or a copy, given that the identification of the handwriting continues to be an unsolved problem, but the former hypothesis most popular editions were those by Ratdolt (1482), based on a thirteenth-century reworking by seems fairly probable. The work is divided into 9 books: the first three contain propositions which refer essentially to Euclid's theorems in Books I, III and IV; books IV to VI are based instead on Book VI of the *Elements*, while the last three books are just sketched out, in the sense that many of the propositions are limited to the statements alone and lack any reference to Euclid's propositions. The importance of this manuscript, therefore, does not lie so much in the originality of the propositions presented, but rather in its capacity of documenting the multiple mathematical interests of Cardano, a figure which historians have linked essentially to the theory of algebraic equations, but who reveals himself as well acquainted with the various works which were progressively made available to mathematicians.