UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

FLORE
Repository istituzionale dell'Università degli Studi di Firenze

Martellamento sismico tra edifici adiacenti. Analisi e mitigazione mediante tecniche di protezione passiva

Questa è la Versione finale referata (Post print/Accepted manuscript) della seguente pubblicazione:

Original Citation:

Martellamento sismico tra edifici adiacenti. Analisi e mitigazione mediante tecniche di protezione passiva / S. Sorace; G. Terenzi. - ELETTRONICO. - 1:(2007), pp. 144-1-144-12. (Intervento presentato al convegno XII Convegno Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia" tenutosi a Pisa nel 10-14 giugno 2007).

Availability:

This version is available at: 2158/342257 since: 2018-03-18T09:09:13Z

Publisher:

Edizioni Plus

Terms of use:

Open Access

La pubblicazione è resa disponibile sotto le norme e i termini della licenza di deposito, secondo quanto stabilito dalla Policy per l'accesso aperto dell'Università degli Studi di Firenze (https://www.sba.unifi.it/upload/policy-oa-2016-1.pdf)

Publisher copyright claim:

(Article begins on next page)

28 April 2024

Martellamento sismico tra edifici adiacenti. Analisi e mitigazione mediante tecniche di protezione passiva

Stefano Sorace[(1)], Gloria Terenzi[(2)]
[(1)]*Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Udine, Via delle Scienze 208, 33100 Udine*
[(2)]*Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Firenze, Via di S. Marta 3, 50139 Firenze*

Keywords: Pounding; Stereomechanical analytical approach; Contact force-based analytical approach; Computational models; Impact mitigation; Seismic retrofit; Non-linear dynamic analysis.

ABSTRACT:
This paper offers the first results of a new research study on earthquake-induced pounding between adjacent buildings, and its mitigation. In the first part of the paper the two main strategies adopted for the analysis of kinematic as well as dynamic contact of structural systems, that is, the stereomechanical and the contact force-based approaches, are presented. Attention is then devoted to the variational techniques by which the two approaches are formulated within finite element solutions, represented by the Lagrange multiplier and the penalty methods, respectively. Starting from this theoretical recognition, in the second part of the work the penalty method is implemented in the computational model devised for the dynamic non-linear analysis of pounding between real structures. This model is applied to an actual case study, given by a two-story and a five-story R/C adjacent buildings, for which a mitigation solution based on the installation of fluid-viscous dissipaters across the existing inadequate separation joint, is also proposed.

1 INTRODUZIONE

Il martellamento sismico tra edifici adiacenti è stato oggetto di un certo numero di studi nel tempo, generalmente promossi od incentivati a seguito di terremoti di rilevanza internazionale che abbiano causato gravi danni anche in relazione a tale fenomeno (San Fernando, 1971; Città del Messico, 1985; Loma Prieta, 1989; Northridge, 1994; Taiwan, 1999; Bhuj, 2001, ecc.). La maggior parte di essi è stata condotta in termini di soluzione analitica del problema dinamico, utilizzando diversi approcci nella comune ipotesi, semplificata, di collisione di strutture caratterizzate da identiche altezze interpiano. Recentemente, l'analisi è stata ampliata anche al caso di piani apprezzabilmente sfalsati, costituenti la condizione più sfavorevole sotto il profilo sia dei danni indotti nelle membrature direttamente coinvolte, sia dell'incremento complessivo della risposta degli edifici impattanti. Tale configurazione è stata, di contro, affrontata essenzialmente per via computazionale, stanti le difficoltà connesse ad una soluzione puramente analitica.

Assieme allo studio del fenomeno e dei suoi effetti su semplici strutture intelaiate piane, si rileva anche qualche sporadica proposta di adeguamento delle stesse, basata su tecniche tradizionali d'intervento a carattere invasivo, così come suggerite da alcune normative internazionali. Queste ricomprendono la realizzazione ex-novo di giunti sismici lungo l'altezza degli edifici adiacenti o l'idoneo ampliamento delle distanze di separazione esistenti; all'opposto, la solidarizzazione delle strutture potenzialmente collidenti, con trasformazione in un unico organismo sismo-resistente; oppure, quale soluzione a valenza più generale in ambito di adeguamento, l'introduzione di aggiuntive strutture controventanti all'interno dei singoli edifici, ed in particolare di quelli maggiormente deformabili. Gli evidenti oneri connessi ad interventi così radicali ed altamente perturbativi ne hanno, di fatto, ostacolato la concreta attuazione, mantenendo in essere l'elevato grado di vulnerabilità connesso al fenomeno in oggetto, che caratterizza ampie zone urbane realizzate antecedentemente all'avvento di una normativa tecnica di settore.

Nell'articolo vengono presentati i primi risultati di un nuovo studio sull'argomento, recentemente avviato dagli autori. Nella parte iniziale del lavoro sono richiamati i principali modelli analitici di letteratura, proposti nell'ambito dei due generali approcci utilizzati per la trattazione del problema del contatto, cinematico e dinamico, rispettivamente basati sull'impiego del "coefficiente di restituzione" (approccio "stereomeccanico"), o di elementi fisici di

contatto. L'attenzione è quindi focalizzata sulle più generali tecniche variazionali di risoluzione agli elementi finiti, costituite dal metodo dei moltiplicatori di Lagrange, sviluppato coerentemente all'approccio stereomeccanico, e dal "penalty method", correlato alla presenza di elementi elastici di contatto, lineari o non, oppure viscoelastici.

Partendo da tali diverse formulazioni, nella seconda parte dell'articolo viene affrontata la simulazione per via computazionale del contatto dinamico tra sistemi strutturali complessi, proponendo un primo livello di modellazione mediante elementi d'interfaccia collegati in serie a molle lineari elastiche, proprio dell'impostazione del "penalty method". Il modello così concepito è applicato ad un concreto caso di studio, costituito da due edifici intelaiati in cemento armato di due e cinque piani, separati da un giunto tecnico di dimensioni inadeguate da un punto di vista sismico. Gli effetti del martellamento tra le due strutture nella configurazione attuale sono analizzati, in particolare, valutando l'entità della compenetrazione derivante dalle rigidezze assunte per le molle collegate agli elementi d'interfaccia utilizzati. Viene quindi proposta una strategia di mitigazione degli effetti osservati, consistente nell'inserimento di dispositivi fluido-viscosi a cavallo del giunto esistente. I benefici indotti da tale sistema di protezione, nelle ipotesi d'installazione su entrambi i piani di collisione, o soltanto su quello superiore, sono infine sintetizzati in termini di riduzione del momento flettente nei pilastri maggiormente impegnati nelle condizioni attuali.

2 MODELLAZIONE ANALITICA DEL MARTELLAMENTO SISMICO

Il martellamento sismico è un fenomeno altamente non lineare, la cui modellazione presenta notevoli difficoltà da un punto di vista analitico. Nella realtà fisica, le forze generate dal contatto dinamico tra due o più costruzioni agiscono in intervalli di tempo molto brevi, durante i quali si ha una parziale dissipazione dell'energia cinetica posseduta nella fase di avvicinamento immediatamente precedente l'impatto. Tale dissipazione è connessa al danneggiamento di parte delle membrature, strutturali e non, degli edifici collidenti. Nel caso in cui l'impatto sia di entità così limitata da non generare alcun danno apprezzabile, una certa aliquota di dissipazione si manifesta comunque, essenzialmente sotto forma di calore, per effetto delle vibrazioni molecolari e dell'attrito che si sviluppa tra le zone collidenti.

Tra i due approcci ad oggi più utilizzati per l'analisi del martellamento, quello di tipo stereomeccanico (Hunt e Crossley 1975, Papadrakakis et al, 1991, Athanassiadou et al. 1994, Malhotra 1998, DesRoches e Muthukumar 2002) si basa sul concetto di coefficiente di restituzione per quantificare la variazione di velocità conseguente all'urto, senza passare per la valutazione diretta delle forze di contatto. Nell'ipotesi d'istantaneità dell'urto, il modello fa propria la legge dell'impatto tra due corpi rigidi di Newton, nella quale il contatto è assunto di tipo diretto e centrale (ossia tale da avvenire secondo la retta congiungente i baricentri dei corpi stessi), trascurando le deformazioni che transitoriamente si generano nelle zone di collisione. Il coefficiente di restituzione, e, risulta pertanto definito come:

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2} \tag{1}$$

in cui v_1, v_2 sono le velocità dei due corpi di massa m_1 e m_2 al momento del contatto, e v'_1, v'_2 quelle possedute al rimbalzo. Utilizzando il principio di conservazione della quantità di moto

$$m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \tag{2}$$

i valori di v'_1 e v'_2 si ottengono combinando la (2) con la (1):

$$\begin{aligned} v'_1 &= v_1 - (1+e)\frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} \\ v'_2 &= v_2 + (1+e)\frac{m_1(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} \end{aligned} \tag{3}$$

Nel caso di contatto totalmente elastico, e è pari a 1 (completa restituzione), ed il moto procede dopo l'impatto con lo stesso differenziale di velocità tra i due corpi. In tal caso, non si ha perdita di energia cinetica. Per $e < 1$ si ammette l'esistenza di plasticizzazioni, sino ad avere un comportamento perfettamente plastico nella condizione limite $e = 0$. Per le ipotesi su cui si basa, l'approccio stereomeccanico cade in difetto se la durata dell'impatto è sufficientemente ampia da procurare variazioni di configurazione geometrica dei corpi collidenti. Inoltre, proprio per l'assenza di elementi d'interposizione che medino il contatto, risulta assai difficoltosa la riproduzione del comportamento sopra descritto mediante modelli computazionali generati utilizzando programmi di calcolo a diffusione commerciale.

Quale alternativa, l'approccio basato sulla valutazione delle forze di contatto prevede l'impiego di elementi interposti tra i corpi collidenti, al fine di valutare gli effetti dell'impatto. Tali elementi possono essere costituiti da semplici molle elastiche, lineari (Maison e Kasai 1990, 1992, Kasai et al. 1990) o non, essendo queste ultime caratterizzate dalla nota legge in forma di potenza di Hertz, governata da un esponente 3/2 (Jing e Young 1991, Davis 1992, Ma e Pantelides 1998, Chau e Wei 2001). Le molle de-

vono attivarsi soltanto quando si realizza il contatto, disconnettendosi al distacco tra i corpi. Pertanto, il problema prevede sempre una non linearità di contatto, riproducibile mediante un apposito elemento d'interfaccia (tipo "gap"). A parte la diversità della formulazione della relazione costitutiva, che nel caso non lineare alla Hertz tiene conto della non puntualità dell'impatto e del conseguente incremento di area di contatto al crescere della forza d'urto, entrambi gli schemi di molla semplice non riescono a considerare in modo diretto la dissipazione di energia.

Per ovviare a tale limitazione, è stata proposta l'introduzione di uno smorzatore viscoso in parallelo alla molla, che può essere a sua volta lineare, componendo quindi un modello reologico alla Kelvin (Anagnostopoulos 1988, Jankowski et al. 1998), o non lineare, in accoppiamento alla molla definita dalla legge di Hertz, e caratterizzato in questo caso dall'applicazione dello stesso esponente 3/2 anche al termine della velocità (Jankowski 2005).

Il primo problema che emerge per questo approccio analitico riguarda la definizione della rigidezza da attribuire alle molle che, se troppo elevata, può generare forze di contatto irrealisticamente grandi, tali da ostacolare la convergenza e ridurre l'accuratezza del processo di soluzione numerica. In secondo luogo, vi è la necessità di calibrare il coefficiente di smorzamento dei dissipatori viscosi aggiuntivi, al fine di fornire un significato fisico compiuto a tale idealizzazione meccanica. Basandosi su esperienze storiche condotte su corpi e configurazioni elementari (Goldmith 1960), il coefficiente di smorzamento è stato correlato analiticamente a quello di restituzione, per dissipatori sia lineari (Anagnostopoulos 1988, 2004) che non (Jankowski 2006). Tuttavia, in entrambi i casi, un dato di forte incertezza è rappresentato dall'arbitrarietà della scelta di e, relativamente alla quale non sono disponibili dati sperimentali significativi riguardo ai sistemi strutturali, e dunque, appositi criteri adottabili per le costruzioni reali.

Ciò sottolinea come, a fronte del possibile affinamento formale della soluzione del problema che si possa ottenere mediante l'impiego dei modelli viscoelastici sopra ricordati, notevole cautela debba essere impiegata nell'applicazione degli stessi all'analisi computazionale di casi concreti. In particolare, è necessario evitare di assumere valori troppo ridotti del coefficiente di restituzione, al fine di non sovrastimare l'effettivo abbattimento di energia cinetica conseguente al contatto.

Alla luce di tali considerazioni, preliminarmente allo studio di un caso concreto, si è ritenuto opportuno operare un richiamo sui metodi risolutivi delle equazioni del problema dinamico, conformi ai due approcci qui esaminati, onde poter operare scelte di modellazione più mirate nelle analisi da condurre mediante codici di calcolo agli elementi finiti.

La più semplice idealizzazione del problema dinamico è proposta in Figura 1, nella quale la struttura individuata dal pedice i è schematizzata come un oscillatore semplice di massa m_i, costante di smorzamento viscoso lineare C_i e rigidezza elastica K_i. Per generalità di trattazione, gli oscillatori sono pensati a comportamento elasto-plastico incrudente, con forza di snervamento R_{yi} e rigidezza di secondo ramo pK_i. Le forze di reazione sono, pertanto, indicate con il termine R_i, che contraddistingue una condizione generica di risposta, in fase elastica o post-elastica. L'oscillatore i-esimo è posto a distanze $d_{i-1,i}$, $d_{i+1,i}$ dagli oscillatori i-1-esimo e i+1-esimo, rispettivamente. I contatti mutui sono mediati da elementi visco-elastici lineari, con costanti di rigidezza $s_{i,j}$ e di smorzamento $c_{i,j}$, i quali si attivano quando le masse entrano in collisione.

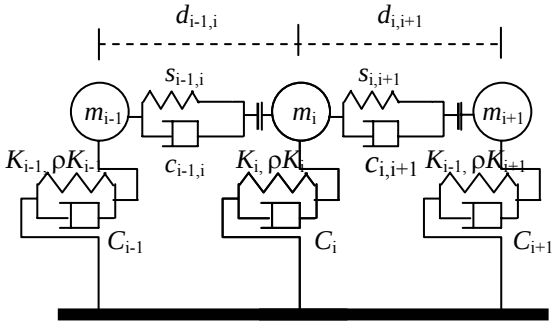

Figura 1. Idealizzazione del problema dinamico mediante oscillatori semplici potenzialmente collidenti

Sottoponendo il sistema ad un'accelerazione sismica al piede $\ddot{u}_g(t)$, detti u_i gli spostamenti dell'i-esima massa, l'equazione del moto relativa al corrispondente grado di libertà risulta (omettendo, per brevità, la variabile temporale t):

$$m_i\ddot{u}_i + c_i\dot{u}_i + R_i - F_{i-1,i} + F_{i,i+1} = -m_i\ddot{u}_g \qquad (4)$$

nella quale $F_{i-1,i}$, $F_{i,i+1}$ rappresentano le forze d'impatto derivanti dal martellamento con la massa i-1-esima ed i+1-esima. Definito, inoltre, lo spostamento relativo δ_i rispetto all'oscillatore i+1-esimo:

$$\delta_i = u_i - u_{i+1} - d_{i,i+1} \qquad (5)$$

la condizione di martellamento si ottiene per $\delta_i>0$. Conseguentemente, le forze $F_{i-1,i}$ ed $F_{i,i+1}$ risultano espresse come:

$$\begin{aligned} &\delta_{i-1} \le 0 \Rightarrow F_{i-1,i} = 0 \\ &\delta_{i-1} > 0 \Rightarrow F_{i-1,i} = s_{i-1,i}\delta_{i-1} + c_{i-1,i}\dot{\delta}_{i-1} \\ &\delta_i \le 0 \Rightarrow F_{i,i+1} = 0 \\ &\delta_i > 0 \Rightarrow F_{i,i+1} = s_{i,i+1}\delta_i + c_{i,i+1}\dot{\delta}_i \end{aligned} \qquad (6)$$

Componendo le equazioni (4) relative agli n oscillatori presenti, si perviene al sistema risolutivo:

$$[\mathrm{M}]\{\ddot{u}\}+([\mathrm{C}]+[\mathrm{C_p}])\{\dot{u}\}+\{R\}+[\mathrm{S}]\{u\}+\{D\}=-\{\mathrm{m}\}\ddot{u}_{\mathrm{g}} \quad (7)$$

in cui, assieme alle matrici diagonali di massa [M] e di smorzamento viscoso [C], ed ai vettori $\{R\}$, $\{\ddot{u}\}$ e $\{\dot{u}\}$ che governano il sistema disaccoppiato in assenza di martellamento, compaiono: $[\mathrm{C_p}]$, $[\mathrm{S}]$ = matrici di smorzamento e di rigidezza degli elementi di contatto e $\{D\}$ = vettore includente coefficienti di rigidezza legati agli stessi elementi. In particolare, le matrici $[\mathrm{C_p}]$ ed $[\mathrm{S}]$, ed il vettore $\{D\}$ hanno la seguente forma:

$$[\mathrm{C_p}]=\begin{bmatrix} c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -c_{12} & c_{12}+c_{23} & -c_{23} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -c_{\mathrm{i-1,i}} & c_{\mathrm{i-1,i}}+c_{\mathrm{i,i+1}} & -c_{\mathrm{i,i+1}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -c_{\mathrm{n-1,n}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & c_{\mathrm{n-1,n}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[\mathrm{S}]=\begin{bmatrix} s_{12} & -s_{12} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -s_{12} & s_{12}+s_{23} & -s_{23} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -s_{\mathrm{i-1,i}} & s_{\mathrm{i-1,i}}+s_{\mathrm{i,i+1}} & -s_{\mathrm{i,i+1}} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -s_{\mathrm{n-1,n}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & s_{\mathrm{n-1,n}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\{D\}=\begin{Bmatrix} -s_{12}d_{12} \\ s_{12}d_{12}-s_{23}d_{23} \\ \dots \\ s_{\mathrm{i-1,i}}d_{\mathrm{i-1,i}}-s_{\mathrm{i,i+1}}d_{\mathrm{i,i+1}} \\ \dots \\ s_{\mathrm{n-1,n}}d_{\mathrm{n-1,n}} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Come ricordato in sede introduttiva, le due principali tecniche per l'analisi agli elementi finiti del problema qui esaminato sono costituite dal metodo dei moltiplicatori di Lagrange (Papadrakakis et al. 1991) e dal "penalty method" (Wriggers 2002). Le rispettive formulazioni sono richiamate nel successivo paragrafo, semplificando la trattazione al caso di contatto cinematico, al fine di porre in evidenza in maniera più diretta le funzioni rappresentative in termini di soluzione analitica ed agli elementi finiti.

3 ANALISI DEL CONTATTO TRAMITE I MOLTIPLICATORI DI LAGRANGE ED IL "PENALTY METHOD"

3.1 *Posizione del problema analitico*

Per semplicità di scrittura, le equazioni risolventi dei due metodi sono fornite per il problema, ad un solo grado di libertà, di una massa potenzialmente collidente con un piano rigido, secondo le notazioni riportate in Figura 2 (K, m, u = rigidezza, massa e spostamento del sistema; h = distanza iniziale dal piano). L'energia meccanica di tale sistema è data da:

$$\prod(u)=\frac{1}{2}k\,u^2-m\,g\,u \quad (11)$$

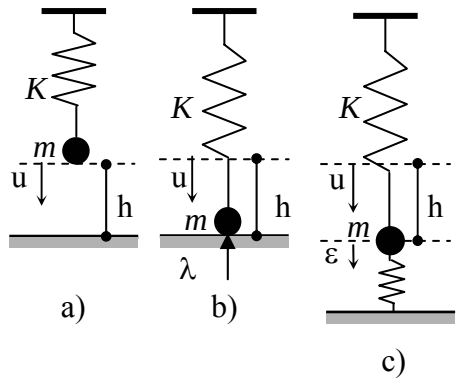

Figura 2. Schematizzazione del problema del contatto di un sistema elastico ad un grado di libertà su di un piano (a), secondo la trattazione con i moltiplicatori di Lagrange (b) ed il "penalty method" (c)

Differenziando ed eguagliando a zero tale espressione:

$$\delta\prod(u)=k\,u\,\delta u-m\,g\,\delta u=0 \quad (12)$$

se ne ottiene il minimo per: $u=\frac{mg}{k}$. Il vincolo imposto dal piano rigido, ossia di non penetrazione all'interno dello stesso piano, può essere rappresentato tramite la variabile ϖ:

$$\varpi=h-u\geq 0 \quad (13)$$

la quale individua la condizione di contatto nel caso $\varpi = 0$ annullamento della distanza di separazione iniziale h). In tale condizione si suscita una forza di reazione $f_{\mathrm{R}}\leq 0$ (assunta negativa in quanto di compressione), diretta parallelamente all'asse della molla. Considerato che, per $\varpi>0$, si ha f_{R}=0, la complessiva relazione tra ϖ e f_{R} risulta:

$$f_{\mathrm{R}}\cdot\varpi(u)=0 \quad (14)$$

Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange prevede di aggiungere un termine λ dipendente dal vincolo nell'espressione (11) dell'energia del sistema (Figura 2b):

$$\prod(u,\lambda)=\frac{1}{2}ku^2-m\,g\,u+\lambda\,\varpi(u) \quad (15)$$

In base alla (14), il moltiplicatore λ rappresenta direttamente la forza di reazione f_R. La variazione dell'energia meccanica del sistema genera le seguenti due equazioni:

$$ku\,\delta u - m\,g\,\delta u - \lambda\,\delta u = 0 \tag{16a}$$

$$\varpi(u)\delta\lambda = 0 \tag{16b}$$

La prima rappresenta l'equilibrio tra le forze agenti sulla massa e la forza di reazione che nasce alla collisione con la superficie del supporto rigido, mentre la seconda rappresenta il soddisfacimento del vincolo cinematico del sistema (13), nel caso di contatto (u=h). In tale condizione, la soluzione del problema conduce alla determinazione del moltiplicatore λ:

$$\lambda = k\,h - m\,g = f_{\mathrm{R}} \tag{17}$$

In assenza di contatto, per cui λ=0, la soluzione è fornita dall'equazione (12).

Nella trattazione dello stesso problema, il "penalty method" prevede l'interposizione di una molla tra massa e piano, allo scopo di considerare una parziale penetrazione a seguito del contatto, e quantificarne la relativa forza (Figura 2c). Dal punto di vista analitico ciò comporta l'aggiunta di un termine "penalizzante" (da cui il nome attribuito al metodo), ε>0, nel computo dell'energia del sistema:

$$\prod(u,\varepsilon) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \frac{1}{2}\varepsilon[\varpi(u)]^2 \tag{18}$$

la cui variazione infinitesima, posta uguale a zero, risulta:

$$\delta\prod(u,\varepsilon) = ku\,\delta u - m\,g\,\delta u - \varepsilon\,\varpi(u)\delta u = 0 \tag{19}$$

La (19) ammette la seguente soluzione:

$$u = (m\,g + \varepsilon h)/(k+\varepsilon) \tag{20}$$

da cui l'equazione di vincolo assume la forma:

$$\varpi = h - u = \frac{k\,h - m\,g}{k+\varepsilon} \tag{21}$$

Quando $mg \geq kh$, la (21) indica il contatto con penetrazione, fisicamente corrispondente alla compressione della molla. La forza di reazione è valutata partendo dalla relazione: $\lambda = \varepsilon\,\varpi(u)$, ottenuta uguagliando la (16a) e la (19), da cui discende:

$$\lambda = f_R = \varepsilon\,\varpi(u) = \frac{\varepsilon}{k+\varepsilon}(k\,h - m\,g) \tag{22}$$

La condizione di supporto perfettamente rigido (13) è soddisfatta per ε tendente all'infinito, nel qual caso la soluzione del problema si riconduce all'espressione (17), ed è dunque parimenti ottenibile tramite il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

3.2 *Soluzioni agli elementi finiti*

L'analisi agli elementi finiti del problema del contatto cinematico può essere esemplificata mediante il caso di un sistema elementare costituito da due aste libere, con comportamento elastico, che diviene non lineare a causa del cambio di rigidezza che si realizza in fase di contatto (Figura 3).

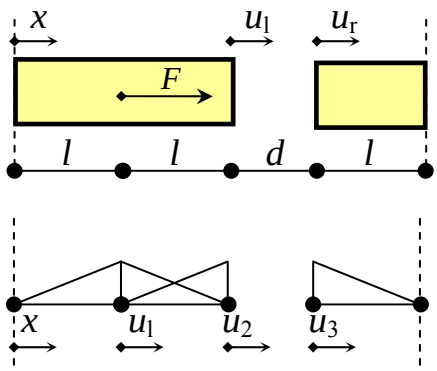

Figura 3. Schematizzazione di un sistema di due aste libere potenzialmente collidenti (alto), e relativo modello agli elementi finiti

Partendo dall'espressione dell'energia potenziale di un'asta caricata da forze concentrate F_{i} dirette assialmente, applicate nei punti di coordinate x_{i}:

$$\prod(u_{\mathrm{i}}) = \frac{1}{2}\int_L EA[u'(x)]^2\,dx - \sum_i F_{\mathrm{i}}u_{\mathrm{i}} \tag{23}$$

in cui E è il modulo di Young, A l'area della sezione, L la lunghezza, $u'(x)$ la rotazione della generica sezione di ordinata x, e u_{i} lo spostamento del nodo di coordinata x_{i}, indicando con d la distanza iniziale fra le due barre, non si ha contatto se

$$u_{\mathrm{l}} - u_{\mathrm{r}} < d \tag{24}$$

mentre il contatto avviene quando

$$u_{\mathrm{l}} - u_{\mathrm{r}} = d \tag{25}$$

Il sistema può essere discretizzato utilizzando due elementi finiti per l'asta di sinistra, di lunghezza 2l, dividendola in corrispondenza del nodo di mezzeria in cui è applicata l'unica forza presente, F, ed uno per quella di destra, di lunghezza l. Inserite le relative funzioni di forma nella (23), e particolarizzando l'espressione alle caratteristiche geometriche del sistema in oggetto, l'energia potenziale del sistema diviene:

$$\prod_{\text{ef}}(u_1,u_2,u_3)=\frac{1}{2}\frac{EA}{l}\left[u_1^2+(u_2-u_1)^2+u_3^2\right]-Fu_1 \qquad (26)$$

la cui variazione è data da:

$$\delta\prod_{\text{ef}}(u_1,u_2,u_3)=\frac{EA}{l}\left[u_1\delta u_1+(u_2-u_1)(\delta u_2-\delta u_1)+u_3\delta u_3\right]-F\delta u_1 \qquad (27)$$

Dalle condizioni di vincolo (24) e (25) derivano le seguenti osservazioni:

1) per $u_2-u_3<d$ non avviene il contatto, e la soluzione che scaturisce dall'annullamento del secondo membro della (27), per un qualunque spostamento virtuale δu_i, è data da:

$$u_1=u_2=\frac{Fl}{EA};\ u_3=0 \qquad (28)$$

2) Nel caso in cui la forza cresca fino a superare il valore $F=EAd/l$, avviene il contatto tra le aste, il vincolo si attiva e la condizione geometrica (25), trasformata nella relazione u_2-u_3=d per il modello agli elementi finiti, viene soddisfatta.

Risolvendo il problema tramite il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, all'energia meccanica del sistema, data dalla (26), deve essere aggiunto il termine λ dipendente dal vincolo, analogamente a quanto visto nell'equazione (15):

$$\prod_{\text{ef}}(u_1,u_2,u_3,\lambda)=\prod_{\text{ef}}+\lambda(d+u_3-u_2) \qquad (29)$$

La condizione di annullamento della variazione prima della (29) porge:

$$\delta\prod_{\text{ef}}(u_1,u_2,u_3,\lambda)=\delta\prod_{\text{ef}}+\lambda(\delta u_3-\delta u_2)+\delta\lambda(d+u_3-u_2)=0 \qquad (30)$$

Sostituendo la (27) nella (30), e passando a notazione matriciale, si ottiene:

$$\{\delta u_1\ \delta u_2\ \delta u_3\ \delta\lambda\}\begin{Bmatrix}\frac{EA}{l}(2u_1-u_2)-F\\ \frac{EA}{l}(u_2-u_1)-\lambda\\ \frac{EA}{l}u_3+\lambda\\ d+u_3-u_2\end{Bmatrix}=0 \qquad (31)$$

da cui:

$$\begin{bmatrix}2\frac{EA}{l} & -\frac{EA}{l} & 0 & 0\\ -\frac{EA}{l} & \frac{EA}{l} & 0 & -1\\ 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 1\\ 0 & -1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u_1\\ u_2\\ u_3\\ \lambda\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F\\ 0\\ 0\\ -d\end{Bmatrix} \qquad (32)$$

La soluzione del sistema (32) conduce alle seguenti espressioni di u_2 e λ:

$$u_2=\frac{1}{3}\left(2d+\frac{Fl}{EA}\right);\ \lambda=\frac{1}{3}\left(EA\frac{d}{l}-F\right) \qquad (33)$$

Ricordando come il moltiplicatore λ rappresenti la forza di contatto f_R, dalla seconda delle (33) si trova conferma dell'attivazione del contatto stesso (f_R<0) per $F>EAd/l$. Esplicitando F dalla prima delle (33):

$$F=EA\left(3\frac{u_2}{l}-2\frac{d}{l}\right) \qquad (34)$$

si osserva infine come, in condizioni di contatto, la relazione tra forza e spostamento assiale dell'asta di sinistra risulti governata da una rigidezza incrementata di un fattore 3 rispetto alla situazione di libera deformazione, introducendo pertanto il previsto dato di non linearità del problema analizzato.

La trattazione qui svolta con i moltiplicatori di Lagrange può essere ripetuta per il "penalty method", introducendo un elemento di contatto costituito, nella configurazione più semplice adottabile, da un "gap" reagente a sola compressione, posto in serie ad una molla elastica di rigidezza ε, in analogia a quanto discusso al punto precedente. In tal caso, in base alla relazione $\lambda=\varepsilon\,\varpi(u)$, che diviene $\lambda=\varepsilon(d+u_3-u_2)$ per il sistema esaminato, si perviene alla stessa soluzione agli elementi finiti (33), con identico onere computazionale.

La divaricazione tra i due metodi si manifesta passando dal problema elementare del contatto cinematico a quello dinamico dell'impatto, per sistemi ad elevato numero di gradi di libertà. La relativa formulazione è sintetizzata nel successivo paragrafo.

4 ANALISI AGLI ELEMENTI FINITI DEL MARTELLAMENTO SISMICO TRA STRUTTURE ADIACENTI

La trattazione è riferita all'ipotesi di contatto, senza scorrimento, tra coppie di nodi adiacenti, situati nelle zone di collisione tra le due strutture. Applicando le equazioni di vincolo (24) e (25) ad una generica coppia di nodi j e l in potenziale contatto, si ottiene:

$$u_j-u_l=\delta_{jl} \qquad (35)$$

dove u_j e u_l rappresentano gli spostamenti nodali secondo uno dei due assi coordinati in pianta. L'energia meccanica del sistema:

$$\prod_{\mathrm{ef}}(u)=\frac{1}{2}\{u\}^T[\mathrm{K}]\{u\}-\{P\}^T\{u\} \tag{36}$$

in cui $\{u\}$ = vettore degli spostamenti dei nodi delle due strutture a contatto; $[\mathrm{K}]$ = matrice combinata delle rigidezze delle due strutture, di dimensione $(n\times n)$; $\{P\}$ = vettore delle forze nodali esterne, è a sua volta soggetta al vincolo geometrico:

$$[\mathrm{K}_\lambda]\{u\}=\{\delta\} \tag{37}$$

essendo $[\mathrm{K}_\lambda]$ = matrice di contatto, costituita da elementi pari a 1 e -1, di dimensione $(m\times n)$, in cui m corrisponde al numero totale dei vincoli, ossia al numero delle m coppie di nodi che vengono a contatto tra le due strutture, e $\{\delta\}$ = vettore delle distanze iniziali intercorrenti tra le coppie di nodi. Introducendo nella (36), identicamente a quanto operato nella (29), il termine dei moltiplicatori langrangiani $\{\lambda\}$ rappresentativo delle forze che si suscitano nei nodi a contatto, che in questo caso assume una dimensione vettoriale m, si ottiene:

$$\prod_{\mathrm{ef}}(u,\lambda)=\frac{1}{2}\{u\}^{\mathrm{T}}[\mathrm{K}]\{u\}-\{P\}^{\mathrm{T}}\{u\}+\{\lambda\}^{\mathrm{T}}[[\mathrm{K}_\lambda]\{u\}-\{\delta\}] \tag{38}$$

la cui condizione di stazionarietà porge le seguenti due relazioni:

$$\nabla_u\prod_{\mathrm{ef}}(u,\lambda)=[\mathrm{K}]\{u\}-\{P\}+[\mathrm{K}_\lambda]\{\lambda\}=0 \tag{39a}$$

$$\nabla_\lambda\prod_{\mathrm{ef}}(u,\lambda)=[\mathrm{K}_\lambda]\{u\}-\{\delta\}=0 \tag{39b}$$

La prima condizione impone che la somma di tutte le forze interne ed esterne presenti nel sistema sia nulla, mentre la seconda, di tipo geometrico, è riferita alle distanze esistenti tra le varie coppie di nodi adiacenti. Esprimendo le (39) in forma matriciale, si ha:

$$\begin{bmatrix}\mathrm{K} & \mathrm{K}_\lambda^{\mathrm{T}}\\ \mathrm{K}_\lambda & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\ \lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P\\ \delta\end{bmatrix} \tag{40}$$

In base a tale relazione, il sistema risolvente complessivo per le due strutture soggette a martellamento risulta così formulato:

$$\begin{bmatrix}\mathrm{M} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{u}\\ 0\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathrm{C} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{u}\\ 0\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathrm{K} & \mathrm{K}_\lambda^{\mathrm{T}}\\ \mathrm{K}_\lambda & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u\\ \lambda\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}P\\ \delta\end{bmatrix} \tag{41}$$

Al fine di pervenire all'espressione ricorsiva del sistema nell'ambito di un processo incrementale-iterativo d'integrazione al passo, è utile porre in modo esplicito il termine dipendente da $\{\lambda\}$, a secondo membro della (38). All'istante $t+\Delta t$ ed alla i-esima iterazione si ha, dunque:

$$\prod_{\mathrm{ef}}^{(i)}(u,\lambda)=\prod_{\mathrm{ef}}^{(i)}(u)-\sum_{\mathrm{k}}W_{\mathrm{k}}^{(i)} \tag{42}$$

dove il termine $\prod_{\mathrm{ef}}^{(i)}(u)$ entra nel bilancio energetico per la parte di risposta attinente alle due strutture in assenza di contatto, ed il termine $\sum_{\mathrm{k}}W_{\mathrm{k}}^{(i)}$ per il contributo fornito dalle forze di contatto. In particolare il k-esimo addendo $\mathrm{W}_{\mathrm{k}}^{(i)}$, per la corrispondente coppia di nodi j ed l, è pari a:

$$\begin{aligned}\mathrm{W}_{\mathrm{k}}^{(i)}&=\left\{{}^{t+\Delta t}\lambda_{\mathrm{k}}^{(i-1)}\right\}^{\mathrm{T}}\left(\left\{\Delta u_{\mathrm{j}}^{(i)}\right\}-\left\{\Delta u_{\mathrm{l}}^{(i)}\right\}+\left\{\delta_\lambda^{(i-1)}\right\}\right)+\\&+\left\{\lambda_{\mathrm{k}}^{(i)}\right\}^{\mathrm{T}}\left(\left\{\Delta \mathrm{u}_{\mathrm{j}}^{(i)}\right\}-\left\{\Delta \mathrm{u}_{\mathrm{l}}^{(i)}\right\}+\left\{\delta_\lambda^{(i-1)}\right\}\right)\end{aligned} \tag{43}$$

Sostituendo la (43) nella (42), ed imponendo la condizione di stazionarietà, si ottiene il seguente sistema di equazioni di equilibrio all'i-esima iterazione, nell'ambito del passo $t+\Delta t$:

$$\begin{aligned}&\left[\begin{bmatrix}{}^{t+\Delta t}\mathrm{K}^{(i-1)} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & {}^{t+\Delta t}\mathrm{K}_\lambda^{(i-1)\mathrm{T}}\\ {}^{t+\Delta t}\mathrm{K}_\lambda^{(i-1)} & 0\end{bmatrix}\right]\begin{Bmatrix}\Delta u^{(i)}\\ \Delta\lambda^{(i)}\end{Bmatrix}=\\&\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}P\\ 0\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}F^{(i-1)}\\ 0\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}R_\lambda^{(i-1)}\\ {}^{t+\Delta t}\delta_\lambda^{(i-1)}\end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{44}$$

nella quale: $\left[{}^{t+\Delta t}\mathrm{K}^{(i-1)}\right]$ = matrice di rigidezza tangente (in presenza di non linearità meccaniche delle strutture); $\left[{}^{t+\Delta t}\mathrm{K}_\lambda^{(i-1)}\right]$ = matrice di contatto delle m coppie di nodi; $\left\{\Delta u^{(i)}\right\}$ = vettore degli spostamenti incrementali; $\left\{\Delta\lambda^{(i)}\right\}$ = vettore delle forze di contatto incrementali; $\left\{{}^{t+\Delta t}F^{(i-1)}\right\}$ = vettore delle forze nodali equivalenti; $\left\{{}^{t+\Delta t}\delta_\lambda^{(i-1)}\right\}$ = vettore delle nuove distanze tra due nodi adiacenti; $\left\{{}^{t+\Delta t}R_\lambda^{(i-1)}\right\}$ = vettore delle forze di contatto aggiornate. Con riferimento alle notazioni contenute nelle relazioni (43) e (44), lo schema ricorsivo del sistema (42) può, dunque, essere così trascritto:

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\mathrm{M} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta\ddot{u}\\ 0\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathrm{C} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta\dot{u}\\ 0\end{Bmatrix}+\\&\left[\begin{bmatrix}{}^{t+\Delta t}\mathrm{K}^{(i-1)} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & {}^{t+\Delta t}\mathrm{K}_\lambda^{(i-1)\mathrm{T}}\\ {}^{t+\Delta t}\mathrm{K}_\lambda^{(i-1)} & 0\end{bmatrix}\right]\begin{Bmatrix}\Delta u^{(i)}\\ \Delta\lambda^{(i)}\end{Bmatrix}=\\&\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}P\\ 0\end{Bmatrix}-\begin{bmatrix}\mathrm{M} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}\ddot{u}^{(i-1)}\\ 0\end{Bmatrix}+\\&-\begin{bmatrix}\mathrm{C} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}\dot{u}^{(i-1)}\\ 0\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}F^{(i-1)}\\ 0\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}{}^{t+\Delta t}R_\lambda^{(i-1)}\\ {}^{t+\Delta t}\delta_\lambda^{(i-1)}\end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{45}$$

essendo: $\{\Delta\ddot{u}\}$, $\{\Delta\dot{u}\}$, $\{\Delta u\}$= vettori degli incrementi di spostamento, velocità ed accelerazione.

L'integrazione numerica può essere eseguita, ad esempio, mediante il metodo di Newmark, nel quale i vettori degli spostamenti e delle velocità al tempo $t+\Delta t$ sono, come noto, definiti dalle seguenti relazioni:

$$\left\{{}^{t+\Delta t}u\right\}=\left\{{}^{t}u\right\}+{}^{t}\dot{u}\Delta t+\left[\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\left\{{}^{t}\ddot{u}\right\}+\beta\left\{{}^{t+\Delta t}\ddot{u}\right\}\right]\Delta t^{2} \quad (46a)$$

$$\left\{{}^{t+\Delta t}\dot{u}\right\}=\left\{{}^{t}\dot{u}\right\}+\left[(1-\gamma)\left\{{}^{t}\ddot{u}\right\}+\gamma\left\{{}^{t+\Delta t}\ddot{u}\right\}\right]\Delta t \quad (46b)$$

L'analisi delle condizioni post-contatto rappresenta l'aspetto saliente del processo d'integrazione del problema dinamico. In particolare, imponendo le condizioni di stabilità della soluzione tramite le limitazioni sulle costanti algoritmiche β e γ:

$$\gamma \geq \frac{1}{2};\ \beta \geq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}+\gamma\right)^{2} \quad (47)$$

ed uguagliando le espressioni analitiche delle velocità post-impatto, valutate secondo l'approccio stereomeccanico, a quelle derivanti dall'applicazione delle (46), è possibile ricavare un legame esplicito tra β, γ ed il coefficiente di restituzione *e*. Per il più semplice caso di due sole masse collidenti, tale legame, nell'ipotesi che la separazione si realizzi in un tempo pari al passo d'integrazione Δt (ossia tra l'istante t ed il successivo $t+\Delta t$), è così esprimibile (Papadrakakis et al. 1991):

$$\beta=\frac{1}{1+e}\frac{v_1-v_2-\delta/\Delta t}{v_1-v_2}; \quad (48a)$$

$$\gamma>\frac{(3-e)(v_1-v_2)-2\delta/\Delta t}{2(1+e)(v_1-v_2)} \quad (48b)$$

dove, come per la trattazione precedentemente svolta, v_1, v_2 rappresentano le velocità possedute prima dell'impatto e δ la distanza di separazione iniziale. Nel caso in cui la disuguaglianza (48b) non sia soddisfatta, la separazione avviene all'istante $t+2\Delta t$, generando condizioni analitiche più complesse.

Nonostante le ipotesi semplificative adottate nel ricavare le (48), tali relazioni pongono, tuttavia, in evidenza l'aspetto saliente di un'analisi al passo condotta seguendo l'approccio stereomeccanico, ossia la dipendenza di β e γ dalle velocità, il che comporta teoricamente la necessità di un aggiornamento al passo dei due coefficienti durante il processo solutivo. Ciò risulta evidentemente inaccettabile da un punto di vista applicativo nel caso di sistemi strutturali a molti gradi di libertà, per i quali è già estremamente onerosa l'integrazione diretta delle equazioni del moto, per γ e β costanti, in presenza di non linearità meccaniche o geometriche. Tale aspetto sintetizza, dunque, l'impossibilità d'impiego del metodo dei moltiplicatori di Lagrange in problemi di martellamento sismico tra strutture reali.

La soluzione deve, pertanto, essere necessariamente condotta nella logica del "penalty method", includendo nel modello computazionale delle strutture esaminate elementi d'interfaccia connessi alle coppie di nodi potenziali sedi dell'urto. Concentrando le non-linearità del problema del martellamento nei soli gradi di libertà correlati agli elementi d'interfaccia, si ottiene inoltre il decisivo vantaggio di poter sviluppare il processo solutivo non attraverso l'integrazione diretta delle equazioni del moto, bensì mediante la tecnica della "fast nonlinear analysis" (Wilson 2002), recentemente incorporata nella struttura algoritmica di alcuni tra i principali programmi di calcolo strutturale a diffusione commerciale. Ciò consente di mantenere gli oneri di elaborazione a livelli comparabili con quelli di problemi completamente elastici, offrendo in tal modo la possibilità di condurre analisi altrimenti non eseguibili tramite strumenti *software* di corrente impiego (Sorace et al. 2006).

A fronte di tale evidente convenienza, il "penalty method" presenta il problema della scelta dei valori delle rigidezze da assegnare alle molle, lineari o non, che compongono gli elementi d'interfaccia, oltre agli eventuali aggiuntivi smorzatori, volti a simulare gli effetti dissipativi connessi all'impatto. Studi condotti, al riguardo, per strutture intelaiate in cemento armato hanno mostrato che, al fine di ottenere valori di compenetrazione fisicamente verosimili, ovvero dell'ordine di alcuni millimetri (corrispondenti a danneggiamenti superficiali delle membrature direttamente coinvolte nell'impatto), la rigidezza della molla elastica di ciascun elemento d'interfaccia debba essere assunta circa pari a quella assiale delle due travi connesse, nel caso di contatto tra impalcati posti alla stessa quota, oppure 1,5-2 volte maggiore di quella alla traslazione del pilastro urtato, nel caso di sfalsamenti tra i piani (Muthukumar e DesRoches 2006). Nel caso di molla non lineare alla Hertz, la rigidezza deve intendersi come valore tangente all'origine della relativa curva forza-spostamento.

Tali assunzioni sono state operate nel primo caso reale analizzato in questa ricerca, presentato nel successivo paragrafo, per il quale è stato altresì deciso di non inserire elementi dissipativi all'interfaccia, rimandandone la delicata calibrazione, attualmente oggetto di attenta discussione critica in letteratura, agli approfondimenti da compiersi nei successivi sviluppi dello studio.

5 ANALISI DEL MARTELLAMENTO PER UN CASO DI STUDIO REALE

Il complesso edilizio ad uso residenziale assunto quale caso di studio, realizzato negli anni Ottanta in un comune non classificato sismico, è costituito da due corpi di fabbrica con struttura in cemento armato, separati da un giunto tecnico di ampiezza pari a 2 cm (Figura 4). I due fabbricati presentano, rispettivamente, due (corpo "1") e cinque (corpo "2") piani fuori terra, ed uguali altezze interpiano.

Figura 4. Vista frontale dei due edifici esaminati

Il modello agli elementi finiti delle due strutture, realizzato mediante il codice di calcolo SAP2000NL (CSI 2006), è mostrato in Figura 5.

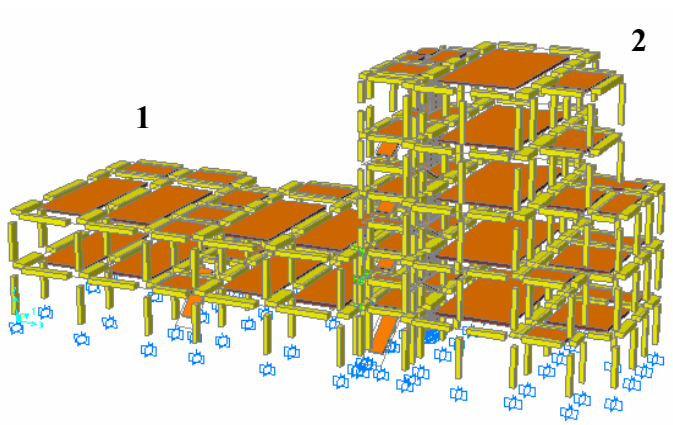

Figura 5. Vista assonometrica del modello agli elementi finiti

L'analisi modale condotta come primo livello di accertamento del problema pone in luce in sequenza, come illustrato in Figura 6, un primo modo eminentemente traslatorio del corpo 2, secondo l'asse *x* del riferimento globale (coincidente con la direzione di martellamento), seguito da un modo torsionale, causato dal sensibile decentramento in pianta del vano scala e del nucleo ascensore, per lo stesso corpo. Il terzo modo torna ad essere perfettamente traslatorio, per l'edificio 1, mentre, a partire dal quarto modo, si mobilitano contributi roto-traslatori che coinvolgono entrambe le strutture.

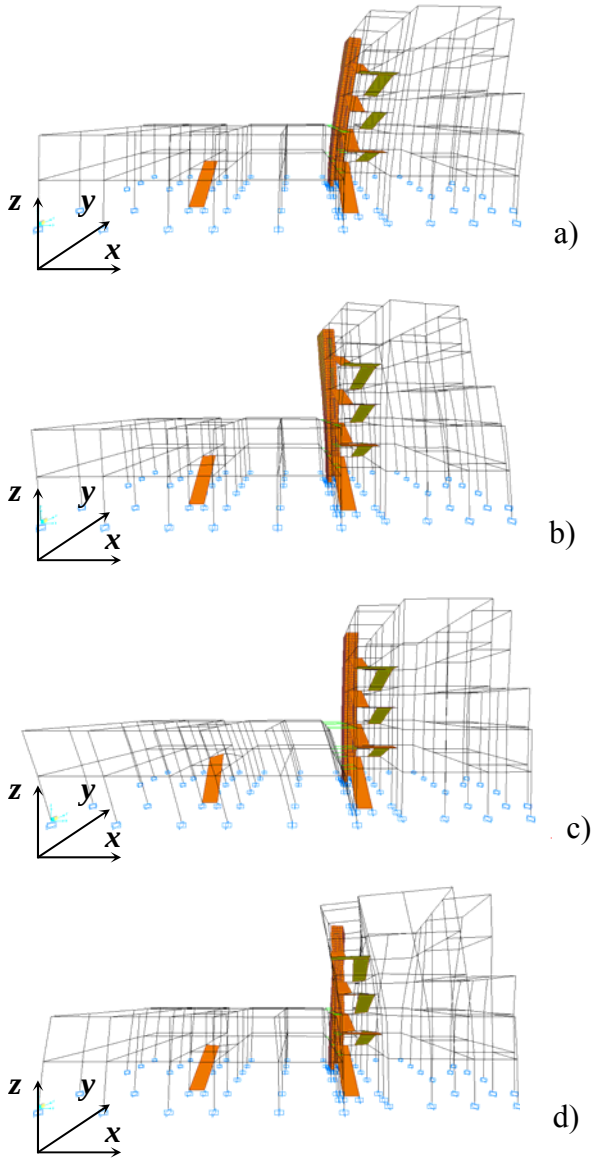

Figura 6. Rappresentazione grafica delle deformate relative al primo (a), secondo (b), terzo (c) e quarto (d) modo di vibrazione

L'indagine è stata quindi sviluppata passando ad esaminare la risposta delle due strutture collidenti in analisi dinamica non lineare (condotta mediante il metodo della "fast nonlinear analysis"), inserendo elementi di contatto tipo "gap" in corrispondenza delle coppie di nodi dei due corpi potenzialmente sedi dell'impatto. La collocazione e la numerazione di tali elementi sono riportate in Figura 7.

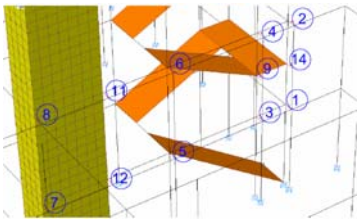

Figura 7. Numerazione degli elementi di contatto interposti tra le due strutture

Stante l'allineamento degli impalcati di piano delle due strutture, coerentemente a quanto osservato al

paragrafo precedente, la rigidezza di ogni elemento è stata fissata pari a quella assiale delle travi collegate dalle rispettive coppie di nodi di estremità.

Nell'affrontare tale secondo livello dell'analisi, si è assunto che gli edifici fossero situati in zona sismica 2, secondo la classificazione introdotta dall'O.P.C.M. 3274. Ciò allo scopo di fornire maggior rappresentatività allo studio affrontato, tenuto conto che, pur essendo diversa la zona in cui è attualmente collocato il sito in oggetto, complessi edilizi non progettati sismicamente e con simili insufficienze di giunto risultano largamente presenti anche nelle zone attualmente classificate a media e ad alta sismicità. Quali accelerogrammi in ingresso sono stati adottati cinque segnali spettro-compatibili scalati, in base all'ipotesi fatta, al picco di 0,25 g, incrementato di un fattore 1,25 relativo al suolo di fondazione, rispondente ad un profilo di tipo C. I risultati ottenuti sono stati elaborati in termini di valori medi sulla serie di segnali utilizzati, ponendo in luce, peraltro, una piena stabilità dei dati di risposta.

A compimento di tale primo livello dell'analisi, con riferimento alla numerazione dei pilastri del corpo alto più direttamente interessati dagli effetti dell'impatto, riportata in Figura 8, si osserva il mancato soddisfacimento delle verifiche di sicurezza per gli elementi 5, 8 e 6 del corpo alto (in pratica, i pilastri situati al terzo ed al quarto piano, ossia subito al di sopra dell'impalcato di collisione, per la stilata centrale, ed il pilastro del terzo piano di quella adiacente al nucleo ascensore). Le restanti colonne dei tre piani centrali del telaio in questione, ed alcune altre poste sugli allineamenti più interni, presentano comunque sollecitazioni di presso-flessione prossime alla frontiera dei rispettivi domini di sicurezza.

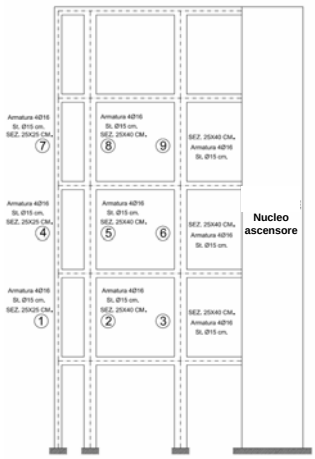

Figura 8. Schema di numerazione dei pilastri più direttamente interessati dagli effetti del martellamento

I riflessi della scelta operata circa la rigidezza delle molle elastiche degli elementi d'interfaccia sono sintetizzabili mediante la tipica storia temporale di risposta di uno tra i connettori più sollecitati (il numero 6, secondo la numerazione di Figura 7), riportata in Figura 9, dalla quale si rileva una compenetrazione massima di circa 2 mm, ovvero esattamente dell'ordine di grandezza atteso in sede di definizione del parametro in oggetto. Dunque, a tale primo livello di applicazione di un modello concepito nella logica del "penalty method", il criterio di scelta adottato trova un positivo riscontro.

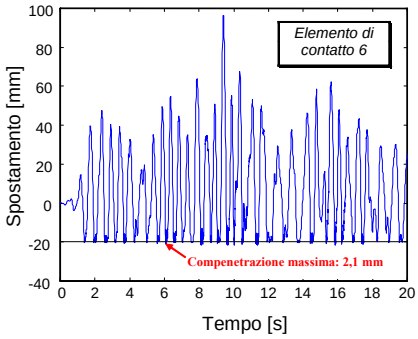

Figura 9. Storia temporale di risposta dell'elemento di contatto 6 ottenuta dall'analisi eseguita

6 MITIGAZIONE DEGLI EFFETTI DEL MARTELLAMENTO MEDIANTE DISPOSITIVI FLUIDO-VISCOSI

La proposta di mitigazione qui presentata consiste nell'inserimento di dissipatori fluido-viscosi a cavallo dell'esiguo giunto di separazione esistente, senza modifiche geometriche dello stesso. L'analisi di progetto ha condotto ad individuare come preferibile un'installazione interna di apparecchi di piccole dimensioni, come illustrata dalla rappresentazione schematica di Figura 10, piuttosto che non sulle due facciate. Quest'ultima, infatti, stante il minor numero di elementi utilizzabili, porta a dimensioni considerevolmente più consistenti, e dunque di un certo impatto visivo. Tale ipotesi può essere, viceversa, privilegiata per situazioni di edilizia meno ordinaria, armonizzandola con interventi di idonea connotazione in facciata.

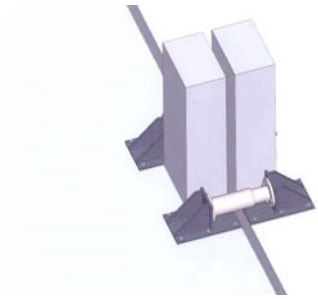

Figura 10. Schema d'installazione dei dispositivi fluido-viscosi prescelto

Le posizioni di montaggio selezionate per la soluzione prescelta sono localizzate, in Figura 11, sulla porzione di pianta strutturale interessata. In tale disegno, il particolare cerchiato in rosso corrisponde allo schema tipo di Figura 10 (installazione ai due lati di una coppia di pilastri interni), mentre i restanti dispositivi sono collocati su di un lato della coppia

di pilastri di bordo, od ai lati del vano ascensore del corpo alto, per un totale di cinque apparecchi.

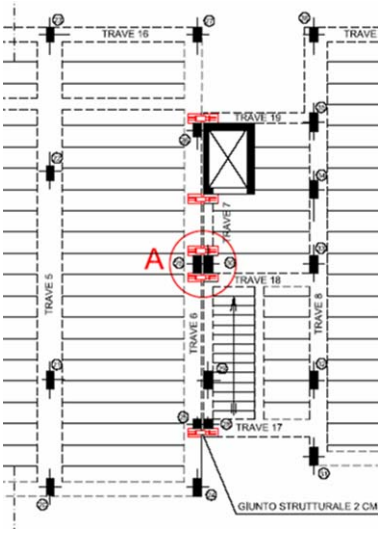

Figura 11. Collocazione in pianta dei dispositivi fluido-viscosi

In una prima ipotesi d'intervento (denominata "A"), tale disposizione è stata estesa ad entrambi i piani inferiori, pervenendo alla determinazione di un coefficiente di smorzamento ottimale dei dispositivi pari a 70 kN(s/m)$^{\alpha}$. Tale valore è conseguibile mediante apparecchi di gamma piccola, appartenenti alla serie BCN1GN di produzione Jarret, aventi lunghezza totale, a fondo corsa, di 337 mm (Jarret SL 2007). A titolo d'esempio della risposta fornita dai dispositivi, modellati secondo i consueti criteri definiti in (Sorace e Terenzi 2001), in Figura 12 sono mostrati i cicli forza-spostamento dei due elementi posti sul lato destro del pilastro centrale, rispettivamente posizionati al secondo ed al primo piano.

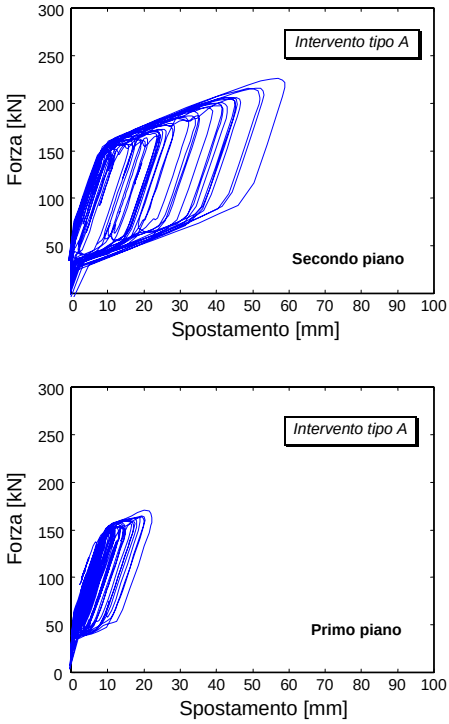

Figura 12. Cicli di risposta dei dispositivi installati sul lato destro del pilastro centrale, per la soluzione d'intervento A

Considerando l'impegno relativamente modesto del dispositivo del primo piano documentato in Figura 12, così come quello dei restanti elementi montati allo stesso livello, è stata esaminata una seconda ipotesi d'intervento, consistente in un'installazione limitata al solo secondo impalcato. I cicli dello stesso dispositivo di Figura 12 presente a tale piano sono riprodotti, in Figura 13, per questa nuova soluzione d'intervento "denominata "B").

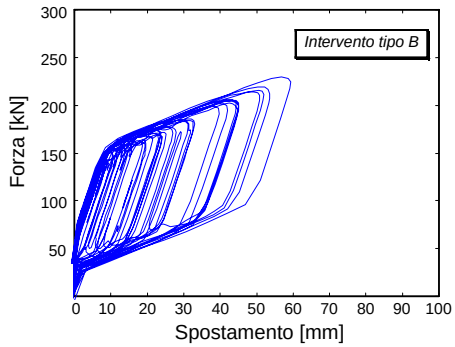

Figura 13. Cicli di risposta del dispositivo posto sul lato destro del pilastro centrale, per la soluzione d'intervento B

Dal confronto tra le Figure 12 e 13 si rileva un impegno lievemente maggiorato per l'elemento del secondo piano nel caso B, conseguente all'assenza dei dispositivi al primo livello. Al fine di quantificare i benefici dei due tipi d'intervento, in Tabella 1 sono riepilogate le relative riduzioni percentuali dei momenti massimi ΔM^{d}, nei pilastri da 1 a 9, che si registrano rispetto ai valori ottenuti dalle analisi allo stato attuale.

Tabella 1. Riduzioni percentuali dei momenti massimi nei pilastri 1-9 derivanti dalle due soluzioni d'intervento

Pilastro	ΔM^{d} (%) Intervento A	ΔM^{d} (%) Intervento B
1	21,5	5,9
2	1,6	6,1
3	37,7	27,2
4	21,2	17,6
5	41	36,1
6	14,1	21,3
7	32,1	30,1
8	48,3	45,9
9	8,9	3,2

Dall'esame di Tabella 1 si rilevano le più elevate riduzioni per i due pilastri massimamente fuori sicurezza in assenza del sistema di protezione (48,3% - A, 45,9% - B, per il pilastro 8; 41% - A, 36,1% - B, per il 5). Molto consistenti sono le riduzioni anche per il restante pilastro in tale condizione (6), e per quelli prossimi ad esserlo (3, 4, 7). Nel complesso, i nuovi punti rappresentativi della sollecitazione di presso-flessione rientrano ampiamente nei rispettivi domini di sicurezza, o si allontanano notevolmente

dalla frontiera di questi. Considerando che l'entità percentuale dei benefici apportati dalla soluzione B è assai vicina a quella della A, soprattutto per i pilastri più critici, sembrerebbe consigliabile adottare la prima, quale scelta finale di progetto, alla luce del dimezzamento dei costi correlato alla sua realizzazione pratica.

7 OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Il rinnovato interesse per la problematica del martellamento sismico, anche alla luce delle acquisite possibilità di svolgimento di analisi computazionali ragionevolmente accurate del fenomeno mediante programmi di calcolo a diffusione commerciale, lascia tuttavia ancora aperte numerose questioni circa la miglior modellazione degli elementi d'interfaccia da utilizzare in tali analisi, nella logica del "penalty method". In tal senso, lo studio riportato in questa memoria è stato volutamente impostato sul livello di modellazione più semplice formulabile tramite questo approccio, rimandando a successivi sviluppi della ricerca l'adozione di elementi più complessi, ma di assai più delicata calibrazione. L'analisi ha comunque fornito risultati ben rappresentativi degli effetti attesi, ponendo le basi per la formulazione di ipotesi d'intervento volte ad una sostanziale mitigazione degli stessi. Le soluzioni proposte per il caso reale esaminato, basate sull'installazione di un limitato numero di dispositivi fluido-viscosi di piccole dimensioni in corrispondenza dell'inadeguato giunto tecnico esistente, mostrano la fattibilità degli interventi progettati, caratterizzati da un'assai modesta invasività e da costi molto contenuti, particolarmente nel caso d'installa-zione su di un solo piano.

Tali primi risultati offrono prospettive d'interesse per ulteriori approfondimenti in merito sia alle problematiche di modellazione trattate, sia all'applicazione della strategia di mitigazione proposta.

RINGRAZIAMENTI

Lo studio presentato in questa memoria è stato condotto nell'ambito delle attività relative al Progetto ReLUIS-DPC 2005-2008 – Linea di ricerca 7.

BIBLIOGRAFIA

Athanassiadou, C.J., Penelis, G.G., Kappos, A.J., 1994. Seismic response of adjacent buildings with similar or different dynamic characteristics. *Earthquake Spectra,* 10, 293-317.

Anagnostopoulos, S.A., 1988. Pounding of buildings in series during earthquakes. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* 16, 443-456.

Anagnostopoulos, S.A., 2004. Equivalent viscous damping for modeling inelastic impacts in earthquake punding problems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* 33, 897-902.

Chau, K.T., Wei, X.X., 2001. Pounding of structures modelled as non-linear impacts of two oscillators. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* 30, 633-651.

CSI, 2006. *Sap2000NL. Structural Analysis Programs,* Version No. 10.09, Computers & Structures, Inc., Berkeley, CA.

Davis, R.O., 1992. Pounding of buildings modeled by an impact oscillator. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* 21, 253-274.

DesRoches, R., Muthukumar, S., 2002. Effect of pounding and restrainers on seismic response of multiple-frame bridges. *Journal of Structural Engineering, ASCE,* 128, 860-869.

Goldsmith, W., 1960. *Impact: the theory and physical behaviour of colliding solids*, Edward Arnold, London.

Hunt, K.H., Crossley, F.R.E., 1975. Coefficient of restitution interpretated and damping in vibroimpact. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 42, 440-445.

Jankowski, R., Wilde, K., Fuzino, Y., 1998. Pounding of superstructure segments in isolated elevated bridge during earthquake. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 27, 487-502.

Jankowski, R., 2005. Non-linear viscoelastic modelling of earthquake-induced structural pounding. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 34, 595-611.

Jankowski, R., 2006. Analytical expression between the impact damping ratio and the coefficient of restitution in the non-linear viscoelastic model of structural pounding. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 35, 517-524.

Jarret SL, 2007. Shock-control technologies. URL http://www.introini.info.

Jing, H-S., Young, M., 1991. Impact interactions between two vibration systems under random excitation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* 20, 667-681.

Kasai, K., Maison, B.F., Patel, D.J., 1990. An earthquake analysis for buildings subjected to a type of pounding. *4th U.S. National Conference on Earthquake Engineering,* Palm Spring, CA, vol. 2, 289-298.

Ma, X., Pantelides, C.P., 1998. Linear and nonlinear pounding of structural systems. *Computer and Structures,* 66, 79-92.

Maison, B.F., Kasai, K. 1990. Analysis for type of structural pounding. *Journal of Structural Engineering, ASCE,* 116, 957-977.

Maison, B.F., Kasai, K. 1992. Dynamics of pounding when two buildings collide. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* 21, 771-786.

Malhotra, P.K., 1998. Dynamics of seismic pounding at expansion joints of concrete bridges. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE,* 124, 794-802.

Muthukumar, S., DesRoches, R. 2006. A Hertz contact model with non-linear damping for poundind simulation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 35, 811-828.

Papadrakakis, M, Mouzakis, H., Plevris, N., Bitzarakis, S., 1991. A Lagrange multiplier solution for pounding of buildings during earthquakes. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* 20, 981-998.

Sorace, S., Terenzi, G., 2001. Non-linear dynamic modelling and design procedure of FV spring-dampers for base isolation. *Engineering Structures*, 23, 1556-1567.

Sorace, S., Terenzi, G., Bandini, L., 2006. Le potenzialità della "FNA" nell'analisi dinamica non lineare di strutture dotate di sistemi avanzati di protezione sismica. *16° Convegno Nazionale di Meccanica Computazionale – GIMC 2006*. Bologna, Articolo 46, CD-ROM.

Wilson, E.W., 2002. *Three dimensional static and dynamic analysis of structures,* Computers & Structures, Inc., Berkeley, CA.

Wriggers, P., 2002. *Computational contact mechanics,* John Wiley & Sons, LTD, Hannover.