UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

FLORE
Repository istituzionale dell'Università degli Studi di Firenze

Influenza di un deflusso laterale sui coefficienti di ragguaglio dell'energia cinetica di una corrente

Questa è la Versione finale referata (Post print/Accepted manuscript) della seguente pubblicazione:

Original Citation:

Influenza di un deflusso laterale sui coefficienti di ragguaglio dell'energia cinetica di una corrente / Michelazzo G.; Paris E.; Solari L.; Mori F.; Cianferoni M.. - ELETTRONICO. - (2012), pp. 1-10. (Intervento presentato al convegno XXXIII Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche tenutosi a Brescia nel 10 - 15 settembre 2012).

Availability:

This version is available at: 2158/730525 since:

Terms of use:

Open Access

La pubblicazione è resa disponibile sotto le norme e i termini della licenza di deposito, secondo quanto stabilito dalla Policy per l'accesso aperto dell'Università degli Studi di Firenze (https://www.sba.unifi.it/upload/policy-oa-2016-1.pdf)

Publisher copyright claim:

(Article begins on next page)

12 October 2024

XXXIII Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche
Brescia, 10-15 settembre 2012

INFLUENZA DI UN DEFLUSSO LATERALE SUI COEFFICIENTI DI RAGGUAGLIO DELL'ENERGIA CINETICA DI UNA CORRENTE

G. Michelazzo[1], E. Paris[2], L. Solari[3], F. Mori[4] & M. Cianferoni[5]

(1) Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Firenze, Italia, e-mail: giovanni.michelazzo@dicea.unifi.it
(2) Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Firenze, Italia, e-mail: eparis@dicea.unifi.it
(3) Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Firenze, Italia, e-mail: luca.solari@unifi.it
(4) Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Firenze, Italia, e-mail: federicomori85@gmail.com
(5) Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale, Università di Firenze, Italia, e-mail: mar.cianferoni@gmail.com

SOMMARIO

L'impiego di modelli unidimensionali per lo studio di correnti gradualmente variate con diminuzione laterale di portata trova frequenti applicazioni in diversi campi dell'ingegneria. L'uso di tali modelli non porta a cogliere le caratteristiche prettamente bi- o tridimensionali indotte sul campo di moto, ma fornisce strumenti interpretativi e computazionali facilmente implementabili e largamente utilizzati.
La maggior parte delle ricerche di letteratura riguardanti la modellistica unidimensionale di sfioratori laterali si concentra sullo studio del coefficiente di portata, mentre il coefficiente di ragguaglio dell'energia cinetica è solitamente ritenuto trascurabile o non è oggetto di approfondimenti, pur essendo l'unico parametro che quantifica lo scostamento da una distribuzione uniforme di velocità.
Una dettagliata campagna sperimentale di laboratorio in canaletta idraulica è stata condotta al fine di investigare il campo di moto generato in corrispondenza di uno sfioratore laterale a soglia zero su fondo fisso per un regime di corrente lenta.
Le misure sperimentali hanno portato ad individuare strutture tridimensionali nel campo di moto e l'effetto non trascurabile che tale disuniformità ha sui valori dei coefficienti di ragguaglio. Sia l'osservazione qualitativa del campo di moto che la quantificazione numerica dei coefficienti di ragguaglio trovano conferma nella letteratura scientifica analizzata.

1 INTRODUZIONE

Lo studio degli effetti di una variazione di portata, dovuta ad un deflusso laterale, che si verifica gradualmente in una corrente a pelo libero transitante in un tronco d'alveo di limitata lunghezza è di interesse pratico in molte situazioni riscontrabili nei campi dell'idraulica fluviale, dell'ingegneria sanitaria (*Hager*, 2010), dell'ingegneria agraria (*Singh & Satyanarayana*, 1994) e nella mitigazione del rischio idraulico. Tale moto si verifica tipicamente per deflussi laterali dovuti a tracimazione di soglie di sfioro

laterali, ma può descrivere anche le condizioni che si instaurano in un corso d'acqua quando da questo si diparta un canale laterale, una ramificazione (*Ramamurthy et al.*, 2007) o quando si verifichi una breccia nell'argine di un fiume (*Saucier et al.*, 2009). Il campo di moto che deriva da un deflusso laterale distribuito è alquanto complesso ed è spesso segnato da caratteristiche di bi- o tridimensionalità (*May et al.*, 2003). Tuttavia, l'esigenza della pratica ingegneristica di inquadrare i fenomeni con modelli facilmente implementabili che ne colgano gli aspetti principali porta frequentemente a focalizzare lo studio di tale moto tramite un approccio monodimensionale.

La teoria degli sfioratori laterali trova dunque diffuse applicazioni ed è invalso l'uso di inquadrare questo fenomeno con le equazioni del moto permanente unidimensionale gradualmente variato. La capacità predittiva della quantità di portata sfiorata lateralmente e del profilo della corrente lungo lo sfioratore in certe condizioni è di grande importanza sia per problemi di verifica/dimensionamento di opere che per l'analisi di altri fenomeni (come le brecce fluviali).

Molte delle ricerche svolte in questo ambito riguardano l'analisi e la calibrazione di nuove formule per la stima del coefficiente di portata (*Subramanya & Awasthy*, 1972; *Singh et al.*, 1994; *Borghei et al.*, 1999; *Oertel et al.*, 2011), mentre meno attenzione è stata posta nella valutazione di altri parametri del sistema, come i coefficienti di ragguaglio dell'energia cinetica α che, in presenza di distribuzioni di velocità non uniformi, possono assumere valori anche molto diversi dall'unità ed influenzare dunque la corretta modellazione del fenomeno. Nonostante siano molti i lavori scientifici inerenti l'idraulica dei deflussi laterali, pochi sono i contributi di letteratura che analizzano l'asimmetria del campo di moto indotta (*Lee & Holley*, 2002). Ad esempio, *Subramanya & Awasthy* (1972) dichiarano di aver osservato una zona di separazione del flusso, ma non forniscono ulteriori dettagli o elaborazioni. Tale zona di separazione a valle viene osservata anche da *El-Khashab & Smith* (1976), che però continuano ad ipotizzare coefficienti di ragguaglio unitari nelle loro elaborazioni numeriche. Altri autori si limitano a ritenere trascurabili gli effetti dei coefficienti di ragguaglio sul moto in un canale a geometria rettangolare (*Hager & Volkart*, 1986) e trapezoidale (*Cheong*, 1991) e li assumono unitari sia a monte che a valle dello sfioro laterale.

Una dettagliata campagna sperimentale di laboratorio in canaletta idraulica dotata di stramazzo laterale ha portato ad evidenziare l'effetto della disuniformità del moto sui coefficienti di ragguaglio, focalizzando un aspetto solitamente ritenuto trascurabile o comunque poco studiato.

Il lavoro svolto si colloca all'interno di un progetto più ampio riguardante l'analisi del campo di moto in un corso d'acqua in presenza di una breccia arginale e l'influenza che brecce di varia lunghezza hanno sulle caratteristiche del moto nel canale principale. Uno degli effetti evidenziati è proprio la disuniformità del moto, sintetizzabile, in un approccio monodimensionale, dai coefficienti di ragguaglio α.

2 CARATTERISTICHE DEL MOTO DI CORRENTI CON DEFLUSSI LATERALI

La diminuzione laterale di portata liquida causata dalla presenza di uno stramazzo laterale provoca una variazione della profondità del moto lungo lo sfioratore: a seconda che il flusso nella sezione di monte abbia caratteristiche di corrente lenta o veloce, il profilo della corrente sarà rispettivamente crescente o decrescente (vedi Figura 1). La situazione più comunemente rilevata in presenza di sfioratori laterali è quella di corrente

lenta, ed è a questa che si farà riferimento nel seguito della trattazione.

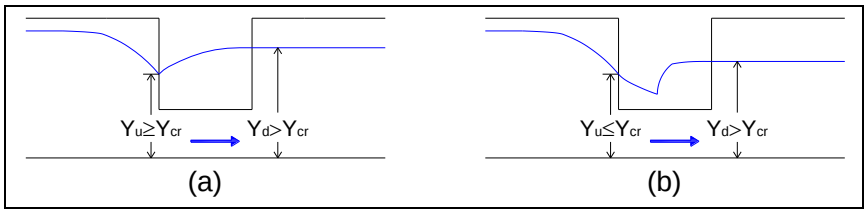

Figure 1. Profili di corrente lungo sfioro laterale: (a) corrente lenta; (b) veloce e risalto idraulico.

Il tasso di variazione del profilo idrico lungo lo sfioratore può esser predetto applicando il principio di continuità e quello dell'energia o della quantità di moto. Seguendo l'approccio dell'energia, l'equazione per moto unidimensionale, permanente, gradualmente variato è data dal sistema (1):

$$\begin{cases} \dfrac{dY(x)}{dx} = \dfrac{S_0 - S_f - \dfrac{\alpha(x)\cdot Q(x)}{g\cdot A^2(x)}\cdot\dfrac{dQ(x)}{dx} + \dfrac{\alpha(x)\cdot Q^2(x)}{g\cdot A^3(x)}\cdot\dfrac{\partial A(x)}{\partial x} - \dfrac{Q^2(x)}{2g\cdot A^2(x)}\cdot\dfrac{d\alpha(x)}{dx}}{1-\dfrac{\alpha(x)\cdot Q^2(x)}{g\cdot A^3(x)}\cdot B(x)} \\ \dfrac{dQ(x)}{dx} = -q_S = -\mu\cdot\sqrt{2g}\cdot\left(Y(x)-p\right)^{3/2} \end{cases} \tag{1}$$

dove lungo la direzione del moto x restano definite le seguenti variabili (Figura 2): Y, profondità del moto; Y_{cr}, altezza critica; E, energia specifica; Q, portata liquida; A, area bagnata di una sezione; B, larghezza bagnata; α, coefficiente di ragguaglio dell'energia cinetica (Coriolis); S_0, pendenza del fondo alveo; S_f, pendenza della linea dell'energia; g, accelerazione di gravità; q_s, deflusso laterale di portata per unità di lunghezza dello sfioratore; μ, coefficiente di portata dello sfioratore; p, quota della soglia dello stramazzo sul fondo.

Si fa inoltre riferimento ad uno sfioratore a geometria rettangolare, con lunghezza L e altezza p costante sul letto del canale principale che si suppone a fondo fisso.

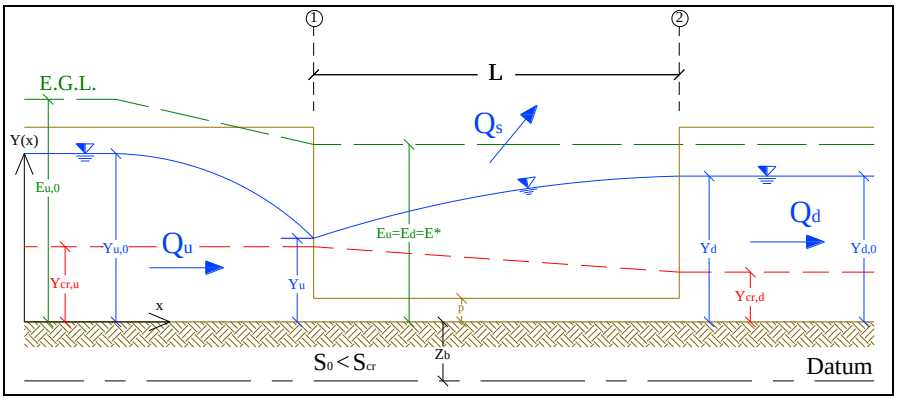

Figure 2. Schema di riferimento per corrente gradualmente variata con diminuzione di portata.

Se si assume che il processo di sfioro laterale comporti perdite energetiche trascurabili, ovvero $S_f \approx 0$, l'energia totale per unità di massa del flusso nel canale principale resta costante. Assumendo inoltre che anche la pendenza S_0 dell'alveo sia trascurabile, *De Marchi* (1934) ipotizzò che l'energia specifica della corrente restasse costante lungo lo sfioratore, condizione che può esser ritenuta accettabile per correnti lente e che è stata oggetto di verifica da parte di vari autori (*Subramanya & Awasthy*, 1972; *Montes*, 1998; *Borghei et al.*, 1999; *May et al.*, 2003; *Paris et al.*, 2012).

La legge di sfioro adottata è quella per soglie a stramazzo, dove il coefficiente di portata dello sfioratore μ è stato ed è tuttora oggetto di svariate ricerche (*Subramanya & Awasthy*, 1972; *Singh et al.*, 1994; *Borghei et al.*, 1999; *Oertel et al.*, 2011).

Il sistema (1) mostra come anche il valore e la variazione longitudinale del coefficiente di ragguaglio α abbiano influenza nel calcolo del profilo idrico Y(x). In particolare una rigorosa formulazione teorica evidenzia, nell'ultimo termine del secondo membro della prima equazione del sistema (1), un termine associato alla derivata di α. Nonostante ciò, il suo valore è spesso supposto unitario e raramente il termine che ne contiene la variazione è tenuto in conto nelle trattazioni scientifiche.

Insieme al coefficiente di portata μ, α è il secondo parametro della formulazione (1) ed è definito come:

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 \cdot dA}{U^3 \cdot A} \tag{2}$$

dove U è la velocità media nella sezione e u è la velocità puntuale nella direzione x.

Il coefficiente di ragguaglio quantifica il contributo integrale dato dai valori locali della velocità alla potenza complessiva della corrente rispetto all'analogo contributo fornito da una distribuzione uniforme di velocità con modulo pari alla velocità media, U. Pertanto, α è uguale all'unità in caso di distribuzione di velocità uniforme, mentre per distribuzioni non uniformi dati sperimentali indicano $\alpha \geq 1$ per fiumi in stato naturale e $\alpha \approx 2$ a monte di soglie o vicino ad ostacoli (*Chow*, 1959). Autori come *El-Khashab & Smith* (1976) e *May et al.* (2003) asseriscono che, in presenza di sfioratore laterale, la distribuzione di velocità tende ad essere non uniforme e che quindi il coefficiente di Coriolis potrà assumere valori maggiori dell'unità.

In particolare, il lavoro sperimentale di *El-Khashab & Smith* (1976) su stramazzi laterali mostra come il coefficiente di ragguaglio abbia un andamento crescente lungo lo sfioro, passando da valori vicini all'unità nella sezione di monte a circa 2.5 a valle per una certa geometria dello stramazzo. Essi inoltre mostrano come la variazione α(x) sia più marcata per correnti lente rispetto alle veloci. *May et al.* (2003) definiscono invece un valore del coefficiente α pari a 1.15 nella sezione di monte (per un canale prismatico rettilineo con fondo fisso) e calcolano in 1.75 il valore del coefficiente nella sezione di valle in modo da soddisfare la costanza dell'energia specifica tra tali due sezioni.

La disuniformità indotta da un deflusso laterale sul filone principale della corrente, rappresentata in Figura 3, è alquanto complessa ed è oggetto di ricerche di vari autori (*Hager & Volkart*, 1986; *Neary et al.*, 1999; *Rosier*, 2007).

Il deflusso laterale comporta un'asimmetria nel flusso che viene in parte richiamato dallo sfioratore, mentre la corrente sul lato opposto è meno disturbata e continua a transitare a valle. Le due correnti sono divise da una superficie curva, la cui ampiezza aumenta con la profondità del moto: *Hsu et al.* (2002) analizzano l'estensione della

linea di corrente di divisione con un approccio monodimensionale.

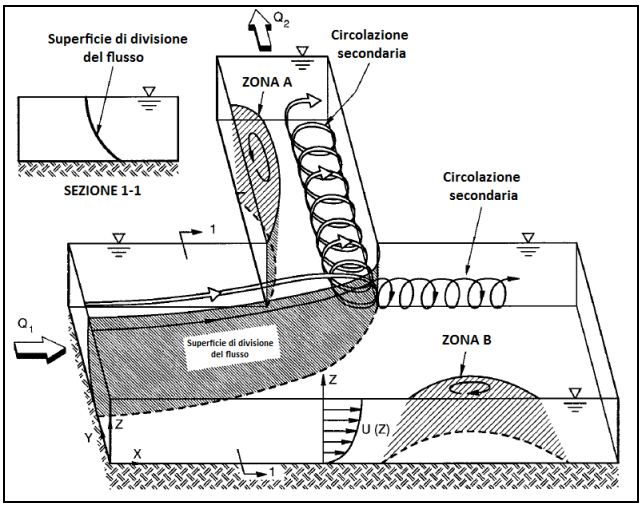

Figura 3. Campo di moto indotto da una presa laterale (originale in *Neary et al.*, 1999).

L'angolo con cui il flusso viene richiamato verso lo sfioratore non è costante, ma, essendo funzione del rapporto tra velocità media della corrente e componente longitudinale della velocità d'uscita, si incrementa lungo lo sfioratore dato che, in regime lento, la corrente tende a rallentare lungo lo sfioratore.

A causa del richiamo dello sfioratore, una zona di inversione del flusso (zona B in Figura 3) può crearsi alla parete sulla parte opposta allo sfioratore.

Infine, subito a valle del deflusso, si può generare un moto elicoidale nei pressi del lato di valle dello sfioratore, causato dall'interazione tra flusso e spigolo verticale della parete, ove si genera un sovralzo localizzato del pelo libero in corrispondenza della fine della linea di divisione della corrente.

Tutti questi effetti concorrono a creare una distribuzione di velocità disuniforme, che un approccio unidimensionale può cercare di tener in conto solamente tramite i coefficienti di ragguaglio.

3 INDAGINE SPERIMENTALE

Al fine di studiare come un deflusso laterale influenza il campo di moto in un canale rettilineo, un'apposita attività sperimentale è stata condotta nel laboratorio di idraulica del Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale dell'Università di Firenze.

Le indagini qui descritte fanno parte di un progetto più ampio, cha ha come obiettivo la simulazione di una breccia in un argine fluviale come sfioratore laterale a soglia zero e l'analisi delle condizioni idrodinamiche che si instaurano nel corso d'acqua.

3.1 Set-up di laboratorio

Le indagini sono state svolte in canaletta di laboratorio lunga 5 m con sezione rettangolare di dimensioni 0.44m·0.35m (larghezza·profondità). Una parete divisoria in plexiglas divide longitudinalmente il canale in due porzioni: il canale principale (largo

0.3 m) e il canaletto di sfioro (largo 0.13 m). Il fondo del canale principale è stato rialzato di 0.2 m e dotato di scabrezza fissa costituita da materiale ghiaioso (D_{50}=6.8 mm). A circa 2 m dalla sezione di ingresso è posta un'apertura nella parete divisoria che può raggiungere varie lunghezze. La soglia dell'apertura è al fondo del canale principale (sfioratore a soglia zero) e consente un deflusso libero nel canale evacuatore a lama areata. A termine del canale principale è posta una paratoia a battente che permette di impostare la condizione al contorno di valle. Il set-up è riassunto in Figura 4.

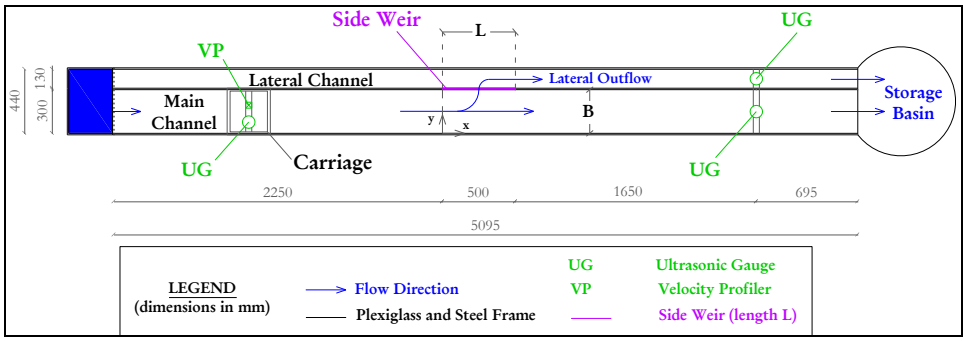

Figura 4. Set-up di laboratorio.

Durante le prove sono state eseguite misure di profondità del moto, profili verticali di velocità in direzione longitudinale e portata della corrente nel canale principale.

Le altezze d'acqua sono state misurate tramite sensori ad ultrasuoni Honeywell modello 943-F4V-2D-1C0-330E, mentre i profili di velocità sono stati acquisiti con profilatore Doppler ad ultrasuoni DOP1000. La portata in ingresso è misurata da un'elettropompa sommergibile, mentre le portate che defluiscono lateralmente e che transitano a valle sono ricavate da misure di livello idrometrico e scala di deflusso preventivamente calibrata.

3.2 Programma sperimentale

La combinazione tra portata in ingresso Q_{in}, pendenza del canale S_0 e quota della paratoia di valle a_p è costante per ogni prova ed è stata impostata in modo tale da avere condizioni di corrente lenta. Al fine di valutare diverse condizioni di deflusso laterale, è stata variata la lunghezza dello sfioratore laterale L su 10 possibili aperture. Le condizioni sperimentali sono elencate in Tabella 1.

Q_{in}	S_0	a_p	L
[mc/s]	[-]	[m]	[m]
0.01	0.1 %	0.02	[0.03; 0.08; 0.13; 0.18; 0.23; 0.28; 0.33; 0.38; 0.43; 0.47]

Tabella 1. Condizioni sperimentali testate.

Per ogni configurazione dell'apertura sono stati misurati livelli e profili di velocità in varie sezioni trasversali, in funzione della lunghezza dello sfioratore e della complessità del moto osservato: in tutti i casi viene misurata una sezione filo-monte ed una filo-valle rispetto all'apertura. Ogni sezione è stata caratterizzata da almeno 6

profili verticali di velocità equidistanziati e da 6 misure di altezze d'acqua ugualmente equidistanziate. Per sezioni in cui il flusso è fortemente disuniforme è stato incrementato il numero di profili al fine di avere una descrizione più completa.

I livelli vengono misurati per un tempo di acquisizione di 60 s con un intervallo di campionamento pari a 0.25 s e una precisione di ±1 mm. Il profilatore di velocità acquisisce 600 profili lungo l'asse della sonda con una risoluzione spaziale di 0.7 mm, con il primo canale di acquisizione immerso a circa 14 mm dalla superficie libera.

3.3 Elaborazione dei dati

Sia le misure dei livelli che quelle dei profili di velocità vengono elaborate come medie temporali. I profili di velocità vengono integrati con le profondità misurate e completati nei 14 mm superiori con un valore costante pari al primo canale acquisito.

Per ogni sezione misurata si è ricostruito il solido delle velocità utilizzando i dati di livelli e profili di velocità ed assegnando le condizioni di aderenza ai punti adiacenti le pareti e il fondo del canale.

Con i dati a disposizione è possibile ricavare il valore del coefficiente di ragguaglio dell'energia cinetica per ogni sezione indagata, discretizzando la (2):

$$\alpha = \frac{\sum_{i,j} u_{i,j}^{3} \cdot A_{i,j}}{U^{3} \cdot \sum_{i,j} A_{i,j}} \tag{3}$$

con $u_{i,j}$ componente longitudinale della velocità dell'elemento i,j-esimo della sezione investigata, $A_{i,j}$ area dell'elemento i,j-esimo della sezione e U velocità media data da:

$$U = \frac{\sum_{i,j} u_{i,j} \cdot A_{i,j}}{\sum_{i,j} A_{i,j}} \tag{4}$$

Nel calcolo delle (3) e (4) si sono considerati solo gli elementi appartenenti alla parte di sezione che partecipa al moto della corrente, ovvero quelli per cui sono definibili una corrente, sulla base dello specifico campo di moto rilevato in ogni sezione, e le quantità ad essa riferite, come il coefficiente di ragguaglio.

Per esigenze di sintesi, si riportano i risultati per una sola delle 10 prove, i cui dati sono anche i più evidenti: si tratta del run "L23", che riguarda la prova con lunghezza dello sfioratore pari a 0.23 m.

Nelle elaborazioni illustrate viene utilizzato il sistema di riferimento (indicato in Figura 4) in forma adimensionale:

- coordinata longitudinale $x^*=x/B$, con origine all'inizio dello sfioratore;
- coordinata trasversale $y^*=y/B$, con origine sul lato opposto allo sfioratore;
- coordinata verticale $z^*=z/Y_{mean}$, con Y_{mean} profondità media sulla sezione.

Lo sfioratore, a soglia zero, è dunque collocato tra il punto ($x^*=0$; $y^*=1$; $z^*=0$) e il punto ($x^*=0.767$; $y^*=1$; $z^*=0$).

Si riportano i solidi delle velocità di alcune delle sezioni rilevate: le Figure 5-6 mostrano come il moto passi da una situazione quasi uniforme ad una condizione di forte disturbo generato dal richiamo dello sfioratore, con accelerazione della porzione di flusso interessata dall'apertura laterale e tendenza al rallentamento nella parte a valle.

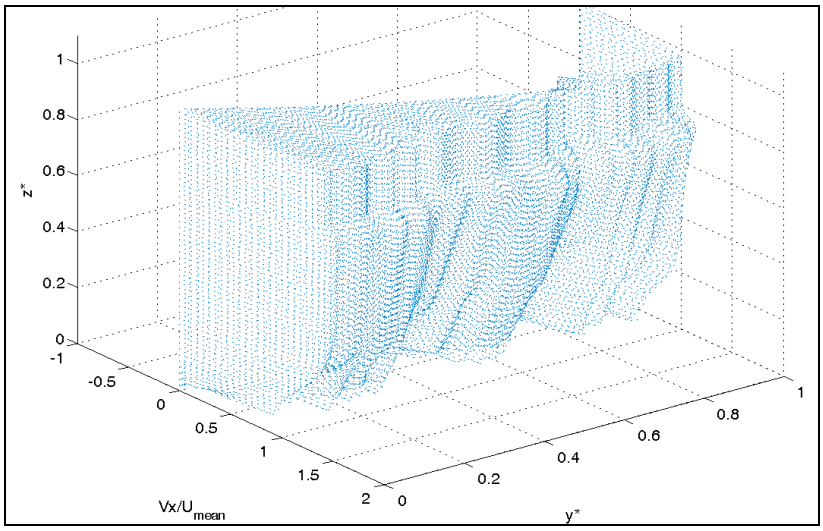

Figura 5. Solido delle velocità alla sezione di monte x*=–0.767.

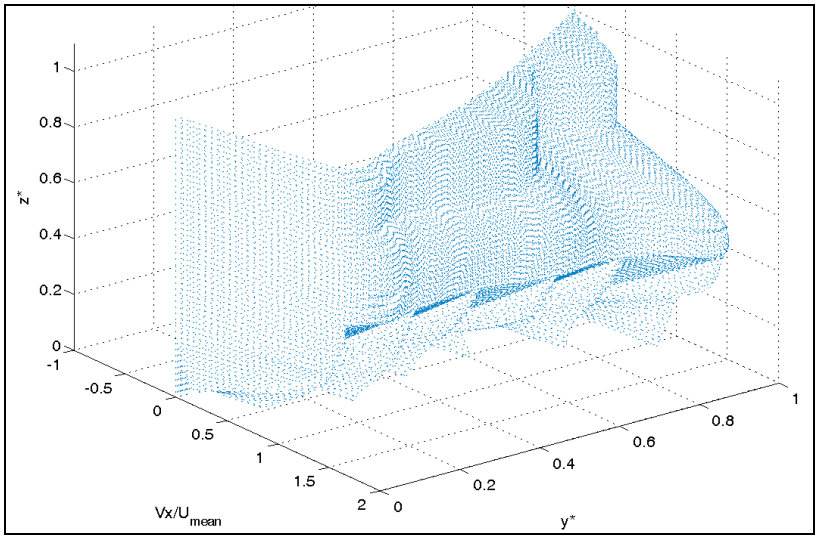

Figura 6. Solido delle velocità alla sezione filo-monte (x*=0).

Le isotachie di Figura 7 mostrano ulteriormente l'effetto che il deflusso laterale ha sulla distribuzione di velocità nella sezione.

Tali effetti di disuniformità del moto si riflettono, in un modello unidimensionale, in valori alterati del coefficiente di ragguaglio, come mostrato in Tabella 2.

I valori di α sono in accordo con quanto osservato da altri autori e risultano maggiori alla sezione di valle, dove si nota la presenza di zone ad elevata disuniformità, come il moto elicoidale e la zona di separazione individuati da *Neary et al.* (1999). L'indagine di questi complessi moti secondari è rimandata ad una pubblicazione specifica.

Sezione	Y_{mean}	U_{mean}	α	$r=Q_s/Q_{in}$	L/B	p
	[m]	[m/s]	[-]	[-]	[-]	[m]
x*=–0.767 (monte)	0.0626	0.56	1.23	52%	0.767	0
x*=0 (inizio sfioratore)	0.0556	0.60	1.57			
x*=0.767 (fine sfioratore)	0.0689	0.34	1.84			
x*=1.15 (valle)	0.0709	0.31	1.95			

Tabella 2. Variabili ricavate dalle misure durante il test "L23".

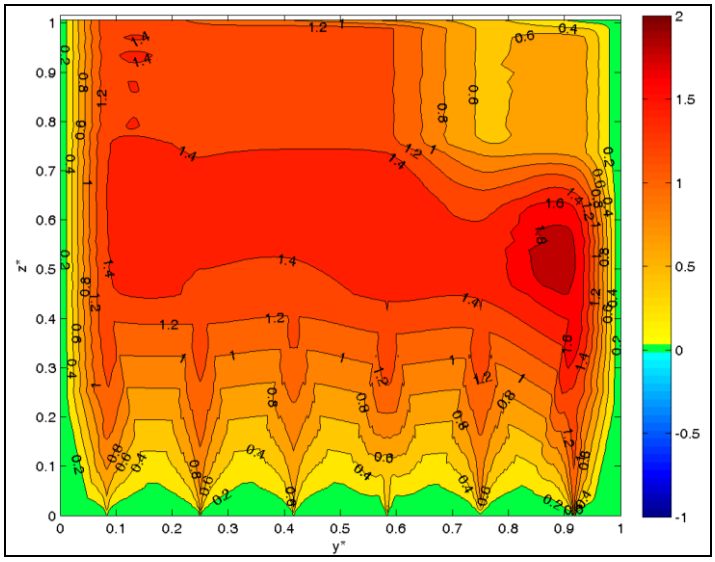

Figure 7. Isotachie (valori normalizzati rispetto alla velocità media) alla sezione di inizio sfioratore x*=0.

4 CONCLUSIONI

Le caratteristiche del campo di moto di una corrente affetta da deflusso laterale sono state descritte in riferimento ai vari trattati presenti in letteratura.

A differenza della maggior parte dei lavori riguardanti lo studio degli efflussi laterali con modelli 1D, l'attenzione è stata posta sui coefficienti di ragguaglio dell'energia cinetica della corrente piuttosto che sul coefficiente di portata dello stramazzo laterale.

Un'apposita campagna sperimentale di laboratorio è stata condotta in una canaletta idraulica dotata di sfioratore laterale a soglia zero al fine di valutare gli effetti indotti dal deflusso laterale sui coefficienti di ragguaglio. Misure di profondità della corrente e di profili verticali di velocità per 10 diverse lunghezze dello sfioratore laterale sono state effettuate per varie sezioni trasversali. L'elaborazione dei dati ottenuti ha portato a ricostruire il solido delle velocità nelle sezioni investigate: il forte disturbo generato dal richiamo dello sfioratore è stato dunque messo in rilievo. In particolare si sono rilevate l'asimmetria del flusso che in parte viene accelerato verso l'apertura laterale e le zone di disturbo di valle dove si creano un moto elicoidale e una zona di inversione.

Con i dati ottenuti è stato possibile ricavare i valori del coefficiente di ragguaglio dell'energia che, in un approccio monodimensionale, quantifica la disuniformità del moto. I valori del coefficiente α si incrementano lungo lo sfioratore verso valle, concordemente con andamenti e valori ipotizzati o sperimentati da altri autori.

Il lavoro svolto mostra come, in caso di deflussi laterali a soglia zero, il coefficiente di ragguaglio possa non esser trascurabile e il relativo effetto in una modellazione unidimensionale debba esser tenuto in considerazione.

BIBLIOGRAFIA

Borghei, S.M., Jalili, M.R. & Ghodsian, M. Discharge coefficient for sharp-crested side weirs in subcritical flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, 125(10), 1051–1056.

Cheong, H.F. Discharge coefficient of lateral diversion from trapezoidal channel, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 1991, 117(4), 461-475.

Chow, V.T. Open-Channel Hydraulics, McGraw-Hill, Inc, 1959.

De Marchi, G. Saggio di teoria del funzionamento degli stramazzi laterali, *L'Energia Elettrica*, 1934, 11(11), 849-860.

El-Khashab, A. & Smith, K.V.H. Experimental investigation of flow over side weirs, *Journal of the Hydraulics Division*, 1976, 102(9), 1255–1268.

Hager, W.H. Wastewater hydraulics: theory and practice, Springer, Berlin, 2010.

Hager, W.H. & Volkart, P.U. Distribution Channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 1986, 112(10), 935-952.

Hsu, C.C., Tang, C.J., Lee, W.J. & Shieh, M.Y. Subcritical 90° equal-width open channel dividing flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 2002, 128(7), 716–20.

Lee, K.L. & Holley, E.R. Physical Modeling for Side-Channel Weirs, Center for Research in Water Resources, Univ. of Texas, Austin, TX, 2002.

May, R.W.P., Bromwich, B.C., Gasowski, Y. & Rickard, C.E. Hydraulic design of side weirs. Thomas Telford Publishing, London, 2003.

Montes, S. Hydraulics of open channel flow, Reston, ASCE Press, 1998.

Neary, V.S., Sotiropoulos, F. & Odgaard, A.J. Three-dimensional numerical model of lateral-intake inflows, *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, 125(2), 126–140.

Oertel, M., Carvalho, R.F. & Janssen, R.H.A. Flow over a rectangular side weir in an open channel and resulting discharge coefficients, *Proceedings of the 34th World Congress of the International Association for Hydro-Environment Research and Engineering*, Barton, A.C.T.: Engineers Australia, 2011.

Paris E., Solari, L. & Bechi, G. On the applicability of the De Marchi hypothesis for Side Weir Flow in the case of Movable Beds, *Journal of Hydraulic Engineering*, 2012.

Ramamurthy A.S., Junying, QU. & Diep, VO. Numerical and Experimental study of Dividing open-channels flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, 2007, 133(10), 1135-1144.

Rosier, B. Interaction of a side weir overflow with bed-load transport and bed morphology in a channel, Ph.D. Thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL, Switzerland, 2007.

Saucier, C.L., Howard I.L. & Tom, J.G. Levee breach geometries and algorithms to simulate breach closure, SERRI Report 70015-001, U.S. Department of Homeland Security, Science and Technology Directorate Washington, DC 20528, 2009.

Singh, R., Manivannan, D. & Satyanarayana, T. Discharge coefficient of rectangular side weirs, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 1994, 120(4), 814–819.

Singh, R. & Satyanarayana, T. Automated field irrigation system using side weirs, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 1994, 120(1), 48-59.

Subramanya, K. & Awasthy, S.C. Spatially Varied Flow over Side Weirs, *Journal of the Hydraulics Division*, 1972, 98(1), 1-10.