

Ingegneri in Toscana *tra passato e futuro*

rubrica a cura di Franco Nuti

professore ordinario
di Architettura Tecnica
presso la Facoltà di Ingegneria
di Firenze



vulnerabilità sismica del patrimonio monumentale della Toscana

*il caso della Torre Grossa
di San Gimignano*

I. Introduzione

gli edifici in muratura rappresentano una significativa porzione del patrimonio edilizio e monumentale italiano. Questi hanno mostrato negli anni una forte suscettibilità al danneggiamento, quando non addirittura al crollo totale o parziale, per effetto dell'azione sismica, talvolta a causa di interventi e/o modificazioni poco rispettose dell'integrità statica e culturale del manufatto. Ad oggi uno strumento di calcolo esaustivo dedicato alle costruzioni in muratura non è disponibile, sia a causa della eterogeneità delle costruzioni in muratura (tanto per forma e tipologia costruttiva che per materiali), sia a causa dello specifico comportamento del materiale muratura in sé: un materiale tipicamente non lineare, con comportamento monolatero (assenza di resistenza a trazione). Queste specificità, brevemente richiamate, unitamente al fatto che non sempre è possibile individuare in modo chiaro l'effettivo schema statico di una costruzio-

Prof. Ing.
Gianni Bartoli
Ingg.
Michele Betti
Barbara Tordini

Dipartimento di Ingegneria civile
e ambientale
Università degli Studi di Firenze

ne che è venuta modificandosi nei secoli, rendono estremamente complessa e piena di incertezze l'analisi di tali costruzioni. Ogni edificio in muratura infatti, pensando in modo specifico a edifici a carattere monumentale (chiese, torri medioevali, ecc.), rappresenta un *unicum*, un oggetto a sé stante e irripetibile; le difficoltà che normalmente si incontrano nello studio di un edificio in muratura si amplificano quando l'oggetto di studio è una costruzione monumentale in quanto i modelli e i metodi di calcolo abitualmente impiegati nello studio degli edifici ordinari non possono essere applicati indiscriminatamente alle strutture storiche (Siviero *et al.*, 1997) pena l'inaffidabilità dei risultati.

Anche da un punto di vista computazionale la modellazione di un edificio in muratura è un compito complesso, proprio perché la muratura non rispetta alcune delle ipotesi usualmente assunte per altri materiali (isotropia, comportamento elastico, omogeneità) e non può essere quindi studiata, dal punto di vista meccanico, come un materiale composito per il quale vengono ricavate leggi costitutive tali da assimilarlo a un continuo equivalente.

Lo studio di una costruzione monumentale non può prescindere da un'analisi delle principali vicende storiche subite dalla costruzione nella sua vita, sia in termini di eventi calamitosi sia in termini di modifiche apportate nei secoli alla struttura stessa dall'intervento dell'uomo. Altresì importante è l'esecuzione di una campagna di indagini sperimentali volta alla completa caratterizzazione meccanica del manufatto. Data, tuttavia, la difficoltà a eseguire una esaustiva serie di indagini sperimentali che potrebbe risultare troppo invasiva su beni di rilevanza culturale, è necessario possedere degli schemi semplificati capaci di restituire con una certa accuratezza il comportamento strutturale del manufatto.

Tra le costruzioni monumentali maggiormente significative e diffuse sul territorio, vanno certamente ricondotte le torri medioevali in muratura: la valutazione della sicurezza strutturale in campo sismico è stata effettuata sulla Torre Grossa di San Gimignano, partendo dalle informazioni disponibili sia sull'organismo strutturale sia sul comportamento meccanico della muratura dalla quale è costituita. La Torre Grossa rappresenta un caso emblematico di edificio storico in muratura a sviluppo verticale: una struttura snella il cui organismo resi-

stente è costituito da elementi multistrato (il sacco) soggetti principalmente a uno stato di compressione verticale indotto dal peso proprio (carico prevalente). Questa caratteristica, unitamente al degrado inevitabilmente provocato dai secoli, rende tali strutture particolarmente vulnerabili nei confronti di movimenti impressi, come quelli provocati dalle deformazioni del terreno o dalle azioni sismiche: eventi sismici severi possono portare al collasso, sia per la rottura localizzata della muratura, sia per il ribaltamento di una parte di essa.

La procedura parte da un modello agli elementi finiti (FEM) elastico lineare, opportunamente identificato sulla base di prove *in situ* in campo statico e dinamico, per la determinazione delle azioni globali indotte dal sisma sulla costruzione. Il problema della valutazione della vulnerabilità è successivamente ricondotto alla verifica di due opportuni stati limite nei quali si richiede che le azioni determinate in precedenza siano interne a specifici domini di resistenza. In effetti, pur rimanendo presenti tutte le problematiche esposte in precedenza, occorre anche sottolineare che la particolare tipologia strutturale delle torri medioevali consente di ricondurre la struttura a modelli sufficientemente semplici: lo schema strutturale può essere approssimato, con la dovuta cautela, a quello di una struttura a mensola, una struttura sostanzialmente isostatica. Proprio questo aspetto può far ritenere che anche modelli elastico lineari, pur se adottati per oggetti il cui comportamento meccanico è strettamente non lineare, possano essere in grado di fornire indicazioni attendibili in quanto è ragionevole attendersi che gli effetti di redistribuzione di sollecitazioni siano complessivamente molto limitati.





2. La Torre Grossa

La Torre Grossa di San Gimignano (figg. 1 e 2) è la più alta e imponente delle tredici torri che caratterizzano l'attuale profilo del borgo medievale di San Gimignano (SI) (Taddei *et al.*, 1997). La costruzione, risalente al XIV secolo, ha una pianta quadrata di 9.5 x 9.5 m e un'altezza totale di circa 60 m (figg. 3 e 4). Lo spessore delle pareti, variabile con l'altezza, passa da 2.6 m alla base a 1.6 m in sommità. Essa è suddivisa internamente in più ambienti, separati da volte a botte, ed è comunicante con il preesistente Palazzo Comunale. Una scala metallica permette l'accesso alla parte alta dalla quale è possibile accedere alla cella campanaria. L'impianto murario, realizzato secondo le tecniche in uso al tempo di costruzione, è costituito da due paramenti, uno interno in mattoni e uno esterno in pietra (con netta predominanza di travertino), coesi da un nucleo disomogeneo costituito da pietrame e malta. I due paramenti sono stati oggetto di prove *in situ* (Bartoli & Mennucci, 2000) che hanno consentito di stabilirne sia lo spessore (mediamente pari a 20 cm quello esterno in travertino e 25 cm per quello interno in laterizio) sia alcuni parametri meccanici significativi.

Il rilievo meccanico della Torre è stato effettuato mediante prove statiche (tecnica dei martinetti piatti ed estrazioni di carote di materiale) e prove dinamiche (con impiego di vibrodine) realizzate nel corso di due campagne di indagini sperimentali condotte nell'ambito del "Progetto San Gimignano" (Bartoli *et al.*, 2000a), un'attività di ricerca nata da una collaborazione iniziata nel 1996 tra la Regione Toscana e il Comune di San Gimignano, che ha coinvolto più università della Toscana, volta alla valutazione del grado di affidabilità delle torri nell'ottica della conservazione del patrimonio monumentale della città di San Gimignano. Nella prima campagna di indagini *in situ* (1996) sono state effettuate prove statiche con martinetti piatti e prove dinamiche mediante vibrodine. Una seconda campagna di indagini sperimentali, volta a indagare con maggiore approfondimento lo stato di sollecitazione presente nel paramento esterno in pietra, si è resa necessaria a causa delle discordanze riscontrate tra il modello agli elementi finiti della Torre successivamente realizzato e i risultati in termini di tensione sul paramento esterno ricavati sulla base della prima serie di prove del 1996. I principali risultati trovati in queste campagne di prove con i martinetti piatti sono riassunti in tabella 1. Sono stati eseguiti, in aggiunta, quattro carotaggi sul paramento esterno in pietra della Torre Grossa allo scopo di determinare il valore della tensione di rottura e del modulo elastico della pietra costituente i provini.

I risultati delle prove *in situ* hanno permesso di mettere a punto un modello agli elementi finiti della costruzione. Si sottolinea come il processo di identificazione di un modello, meglio descritto nel seguito, sia un procedimento di natura iterativa: si effettuano alcune prove, si tara un modello numerico, si osservano i risultati e si confrontano con i dati sperimentali. Sulla base di questi, e delle eventuali discordanze, si ripetono alcune delle prove. Il modello in sostanza risulta anche un utile strumento per avere delle indicazioni sul tipo e sulla posizione delle prove da effettuare (Vignoli & Betti, 2005).

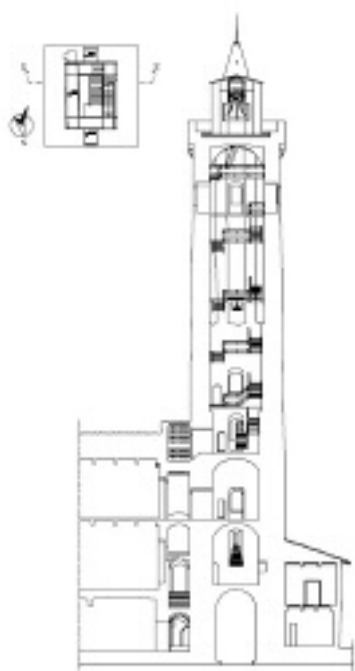


Fig. 3 - La Torre Grossa di San Gimignano: sezione longitudinale.

Fig. 1- La Torre Grossa di San Gimignano: vista da piazza Duomo.

Fig. 2 - La Torre Grossa di San Gimignano: vista da via Costarella.

PROVA (lato, quota)	Tipo muratura (tipo prova)	Tensione verticale σ [kg/cm ²]	Modulo elastico E [kg/cm ²]
PROVA N. 1/96 (Ovest, +8.48 m)	Mattoni (doppia)	15.94	61269
PROVA N. 2/96 (Est, +20.63 m)	Mattoni (doppia)	9.22	22655
PROVA N. 3/96 (Ovest, +20.50 m)	Mattoni (singola)	15.55	---
PROVA N. 4/96 (Est, + m)	Pietra (doppia)	44.16	115300
PROVA N. 5/96 (Est, +19.60 m)	Pietra (singola)	44.16	---
PROVA N. 1/99 (Est, +20.00 m)	Pietra (singola)	48.00	---
PROVA N. 1 ^a /99 (Est, +20.00 m)	Pietra (doppia)	48.00	113500
PROVA N. 2/99 (Est, +20.40 m)	Mattoni (singola)	8.64	---
PROVA N. 3/99 (Ovest, +12.40 m)	Pietra (singola)	55.68	---
PROVA N. 4/99 (Ovest, +12.30 m)	Pietra (singola)	67.20	---

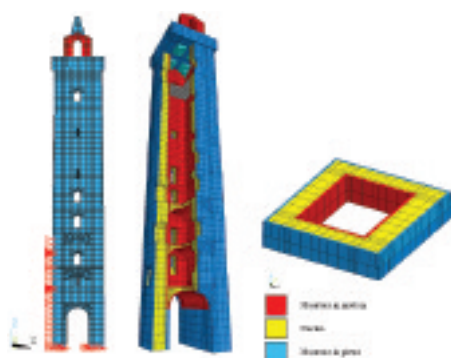
Tab. 1 - Risultati prove meccaniche con martinetti piatti (1996 e 1999)

3. Identificazione modello agli elementi finiti

Partendo dall'indagine storica e dal rilievo geometrico, combinando i risultati ottenuti da queste due operazioni con le informazioni sperimentali ricavate nell'ambito del "Progetto San Gimignano" è stato realizzato un modello numerico agli elementi finiti della Torre Grossa (fig. 5) per riprodurre il comportamento globale sia in campo statico che dinamico. Il modello è stato calibrato in campo dinamico, tramite i parametri modali ottenuti dalle vibrazioni indotte con le vibrodine, e tarato in campo statico sulla base delle tensioni stimate nelle prove effettuate con i martinetti piatti. Nella fase di identificazione un ruolo fondamentale è rivestito dal modulo di elasticità del nucleo che non è stato possibile identificare in maniera diretta. Sulla base delle analisi svolte sono state stimate le caratteristiche meccaniche del nucleo in modo tale da approssimare correttamente i dati sperimentali disponibili. Tuttora l'effettivo valore del modulo elastico, così come la reale composizione del nucleo, sono incogniti.

L'identificazione dinamica del modello ha permesso di determinare una distribuzione di vincoli lungo il lato est della Torre tale da riprodurre il grado di confinamento offerto dall'adiacente Palazzo Comunale.

L'identificazione statica ha condotto alla definizione di un appropriato modulo di elasticità per il materiale costituente il nucleo; in particolare sono state condotte analisi di viscosità (*creep*), adottando un modello reologico analogo a quello del calcestruzzo, in modo tale da stimare un modulo di elasticità a tempo infinito capace di riprodurre, sui paramenti interni ed esterni delle sezioni, lo stato di tensione ricavato sperimentalmente *in situ*. Il modello finale a elementi finiti della Torre è stato realizzato mediante il codice di calcolo ANSYS (Betti & Vignoli, 2005) utilizzando elementi finiti isoparametrici solidi a 8 nodi Solid45 a comportamento elastico lineare (cfr. fig. 5).



3.1. Identificazione dinamica

Il modello della struttura è stato vincolato ipotizzando la presenza di un incastro in corrispondenza dei nodi di base. Nonostante non sia disponibile alcuna informazione specifica sulla fondazione è ragionevole ritenere che la Torre Grossa, come peraltro altre costruzioni simili, sia direttamente appoggiata sul terreno. Il vincolo è stato supposto rigido anche in considerazione delle buone caratteristiche geologiche e geotecniche del terreno su cui questa poggia e del fatto che nel tempo non sono stati rilevati fenomeni imputabili a cedimenti differenziali in fondazione.

Nel valutare la risposta del modello è stato verificato che solo alcuni parametri rivestono effettivamente una certa importanza ai fini della identificazione dinamica della costruzione. In particolare due parametri sono risultati essere particolarmente significativi, ed entrambi di difficile identificazione:

- il modulo di elasticità del nucleo;
- il grado di vincolo fornito dal Palazzo Comunale e dai dormitori della Pieve, adiacenti rispettivamente al lato est e ovest.

Il processo di identificazione ha pertanto posto l'attenzione sulla ricerca di una disposizione di vincoli e di un valore di E_N (modulo di elasticità del nucleo) che consentissero di avvicinarsi alle prime due frequenze fondamentali e ai corrispondenti modi propri ricavati sperimentalmente.

Le analisi (modali) sono state condotte schematizzando il grado di vincolo offerto dagli edifici adiacenti tramite degli appoggi rigidi (che eliminano gli spostamenti orizzontali) disposti soltanto sulla parete est, lasciando il lato ovest completamente libero. Dal momento che i vincoli si comportano in maniera bilatera e data la modesta deformabilità trasversale del manufatto, il vincolo posto rappresenta contemporaneamente il vincolamento dovuto a entrambi gli edifici. Il modulo di elasticità del nucleo E_N è stato assunto inizialmente pari a 10.000 kg/cm^2 ed è stato aumentato nel corso di analisi parametriche mantenendone il valore al di sotto di 30.000 kg/cm^2 (ipotizzando, quindi, che il riempimento non sia costituito da un materiale più rigido della muratura in mattoni).

Fig. 4 - La Torre Grossa di San Gimignano: sezione trasversale.

Fig. 5 - Modello agli elementi finiti.

Il procedimento seguito nella identificazione è, secondo l'opinione degli autori, giustificato dalle seguenti considerazioni:

- le prime due forme modali, date le caratteristiche "a mensola" della Torre, risultano quelle maggiormente significative in termini di risposta dinamica della struttura;
- i modi superiori ai primi, in particolare quelli torsionali, non sembrano essere stati caratterizzati correttamente nel corso delle prove sperimentali.

Variando la posizione e la distribuzione dei vincoli e il modulo elastico del nucleo si è pervenuti a una calibrazione in campo dinamico del modello a elementi finiti fissando per il modulo di elasticità del riempimento un valore pari a 16.000 kg/cm², ed estendendo i vincoli dalla base fino alla quota di +19.30 m.

Il modello così identificato risulta avere valori di frequenze proprie in buon accordo con quelle ricavate sperimentalmente (tab. 2). Relativamente alle prime due forme modali la differenza tra frequenze misurate e frequenze del modello è inferiore all'1,5%. Le figure 6a-c riportano le prime forme modali della Torre.

Tab. 2 - Confronto tra i valori sperimentali e numerici sulle frequenze proprie

Modo	Direzione	Frequenza sperimentale [Hz]	Frequenza modello [Hz]	δ %
I	Est-Ovest	1.3060	1.2906	-1.19
II	Nord-Sud	1.3310	1.3306	-0.03
III	Torsionale	NI	5.1836	—
IV	Verticale	NI	5.9427	—
V	Est-Ovest	6.5500	6.2308	-5.12
VI	Nord-Sud	7.6150	6.6617	-14.31

NI = non identificata

si è eseguito un confronto tra le tensioni ottenute dall'analisi numerica e quelle misurate nel corso delle due campagne di prove con i martinetti piatti

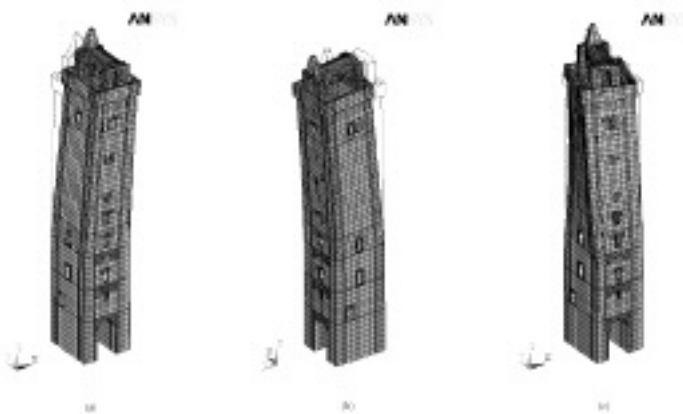


Fig. 6 - Modi propri della Torre: (a) primo modo: flessionale in direzione est-ovest ($T_1=0.775s$); (b) secondo modo: flessionale in direzione nord-sud ($T_2=0.751s$); (c) terzo modo: torsionale ($T_3=0.193s$).

3.2. Identificazione statica

Al fine di verificare che il modello tarato sulla base delle caratteristiche dinamiche potesse fornire risultati attendibili anche in campo statico, si è provveduto a eseguire un confronto fra le tensioni ottenute dall'analisi numerica e quelle misurate nel corso delle due campagne di prove con i martinetti piatti. Il confronto è stato in particolare effettuato in riferimento alla quota di +20.50 m, corrispondente alla sezione della Torre maggiormente investigata.

I risultati delle analisi numeriche svolte hanno, sia per la muratura esterna in pietra sia per quella interna in mattoni, valori di tensione (verticale) decisamente inferiori rispetto a quelle determinate nelle prove con i martinetti piatti (tab. 3). Tale difformità è in effetti giustificabile osservando che il valore del modulo di elasticità del nucleo, essendo incognito, è stato assegnato in base ad analisi dinamiche; è ragionevole ritenere che il nucleo, un materiale quasi incoerente, per azioni improvvise presenti un modulo di elasticità più elevato che non nel caso di azioni che perdurano nel tempo (quasi statiche), per cui un'analisi statica andrebbe condotta con un modulo di elasti-

Valori ottenuti dalle prove			Valori ottenuti dal modello $E_{\infty} = 4.700 \text{ kg/cm}^2$			Valori ottenuti dal modello $E_N = 16.000 \text{ kg/cm}^2$				
Prova	Quota [m]	Tensione σ_z [kg/cm ²]	Quota [m]	Tensione $\sigma_{z,el}$ [kg/cm ²]			Quota [m]	Tensione σ_z [kg/cm ²]		
				Min	Media	Max		Min	Media	Max
2	+20.63	-9.22	+20.50	-9.73	-9.24	-8.83	+20.50	-7.10	-6.75	-6.40
3	+20.50	-15.55	+20.50	-9.19	-8.74	-8.28	+20.50	-5.89	-6.25	-6.60
4	+19.60	-35.33*	+20.50	-35.82	-35.36	-34.89	+20.50	-24.50	-24.36	-24.21
1'	+20.00	-38.40*	+20.50	-39.50	-39.15	-38.80	+20.50	-27.03	-26.93	-26.83
2'	+20.40	-8.64	+20.50	-9.74	-9.29	-8.84	+20.50	-7.14	-6.79	-6.44

Tab. 3 - Tensioni verticali sperimentali e confronto con i valori del modello numerico con $E_{\infty} = 4700 \text{ kg/cm}^2$ e $E_N = 16000 \text{ kg/cm}^2$

cià minore rispetto a quello già individuato su base dinamica. Oltre a questo aspetto, occorre tenere presente che nella struttura possono essere intervenuti anche dei fenomeni di trasferimento del carico (Bartoli *et al.*, 2000b) verso la muratura in pietra e a quella in mattoni riconducibili ai seguenti meccanismi:

- 1) se il materiale costituente il nucleo si comportasse alla stregua di un materiale sciolto dotato di coesione, trasferirebbe il proprio peso alle pareti più rigide attraverso la sola coesione interna (cfr. fig. 7a). Tale fatto, che implica comunque un'elevata rigidità tagliente del blocco costituente il nucleo, può essere ritenuto possibile se si pensa alle modeste tensioni di contatto necessarie a trasferire il proprio peso;
- 2) un secondo meccanismo di trasferimento del peso proprio dal nucleo alle due pareti può essersi innescato nel caso in cui siano presenti, tra le due murature, dei ricorsi di collegamento trasversale abbastanza diffusi. In questo caso, secondo lo schema riportato in figura 7b, i ricorsi vengono a costituire le "catene" di archi di scarico che, nel tempo, trasferiscono il peso proprio del nucleo verso le pareti esterne;
- 3) un terzo meccanismo che può giustificare come il peso proprio del nucleo possa essere andato a gravare progressivamente sulle pareti esterne è l'effetto della deformazione viscosa (*creep*) del materiale costituente il nucleo (cfr. fig. 7c). Naturalmente soltanto una conoscenza più approfondita delle qualità del materiale di riempimento darà la possibilità di verificare questo fenomeno dipendente dal tempo.

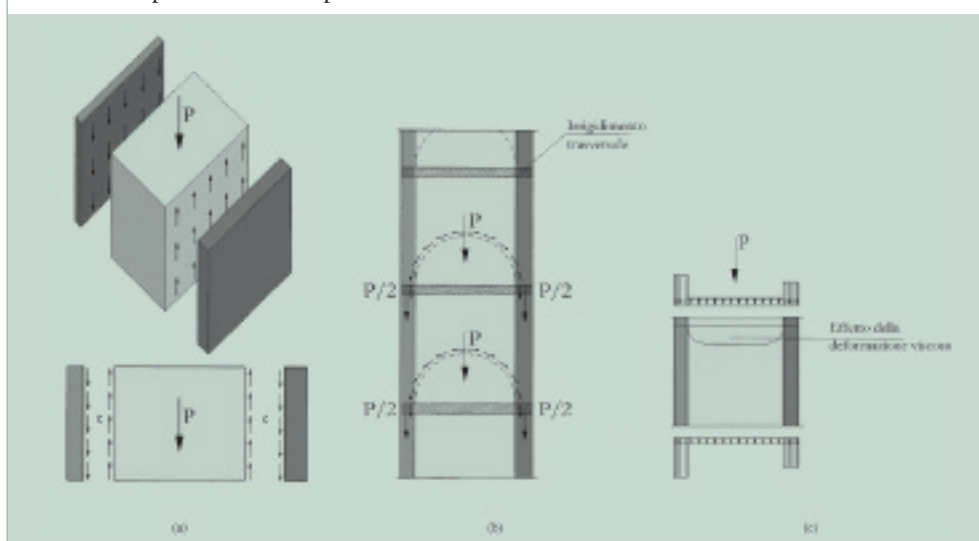


Fig. 7 - Possibili meccanismi di trasferimento del peso proprio dal nucleo alla muratura di mattoni e alla muratura di pietra: (a) effetto della coesione del nucleo; (b) formazione di archi di scarico; (c) influenza della deformazione viscosa.

Fig. 8 - Sezioni analizzate nella verifica degli stati limite ($z_1=24.00$ m; $z_2=36.30$ m; $z_3=50.0$ m).



Per poter investigare correttamente la presenza di questi fenomeni sono, tuttavia, necessarie informazioni attualmente non disponibili (presenza e posizione dei ricorsi, natura del materiale costituente il nucleo...). Si è ritenuto opportuno, in considerazione dei dati sperimentali disponibili, di porre l'attenzione esclusivamente al fenomeno di *creep*. La sola analisi di questo fenomeno consente comunque di pervenire a un valore attuale del modulo di elasticità capace di dare corrispondenza tra i valori sperimentali e risultati numerici.

Si suppone che il nucleo, essendo appunto costituito da un materiale incoerente, possa avere trasferito nel tempo per deformazione viscosa una parte dei carichi di propria pertinenza ai paramenti esterni più rigidi. Questo corrisponde a immaginare il nucleo come un materiale avente un modulo di elasticità variabile nel tempo. Al tempo iniziale, corrispondente al momento della costruzione della Torre, questo presentava un certo valore E_0 , il quale è andato progressivamente riducendosi fino a stabilizzarsi al valore attuale, nel seguito indicato come modulo di elasticità equivalente a tempo infinito E_∞ . Inoltre si può ritenere che se deformazioni viscosse vi sono state, queste abbiano ormai raggiunto un valore definitivo, anche in considerazione del fatto che per altri materiali come il calcestruzzo già dieci anni possono essere considerati come un tempo sufficiente per lo sviluppo complessivo del fenomeno viscoso.

Nella tabella 3 si riportano i valori delle tensioni verticali σ_z misurati durante le campagne di prove confrontati con quelli ottenuti dal modello numerico.

Esaminando i dati indicati nella tabella è immediato verificare che eseguendo un'analisi lineare con il modulo identificato E_∞ si ottengono tensioni verticali medie prossime a quelle misurate sperimentalmente (vicine a quelle derivanti dalla media dello stato tensionale sullo spessore della muratura). In particolare si osserva che nel caso del paramento in pietra i valori delle tensioni sono quasi coincidenti. I processi di identificazione dinamica e statica del modello agli elementi finiti della Torre Grossa hanno condotto alla definizione di tre diversi moduli di elasticità del materiale costituente il nucleo da utilizzare in base al tipo di analisi da eseguire.

4. Analisi sismica

L'analisi sismica di costruzioni in muratura, se condotta con l'ausilio di modelli agli elementi finiti, richiederebbe la definizione di un modello numerico non lineare (non linearità materiale). Per condurre un'analisi non lineare affidabile è tuttavia necessaria la conoscenza di un insieme di parametri la cui variabilità può influenzare in modo determinante l'attendibilità della risposta. In effetti, variazioni anche apparentemente modeste di alcuni dei parametri significativi che definiscono le proprietà del materiale possono condurre, come visto anche nella fase di identificazione, a variazioni sostanziali della risposta strutturale. In assenza di una precisa caratterizzazione dei parametri relativi ai materiali, eseguire analisi non lineari significherebbe aprire una strada di incertezza sui risultati dell'analisi. In sostanza si ritiene che il modello tridimensionale non lineare della struttura, allo stato attuale delle conoscenze, non possa offrire dei risultati attendibili a causa dell'elevata dipendenza della risposta strutturale dai parametri incogniti che definiscono le non linearità.

Sulla base dei dati sperimentali disponibili è stata pertanto condotta un'analisi sismica utilizzando il modello agli elementi finiti in campo elastico lineare per la determinazione delle sollecitazioni. Il comportamento "post-elastico" della Torre è stato valutato eseguendo delle analisi non lineari su singoli elementi, opportunamente identificati come "resistenti", ovvero i pannelli di muratura in pietra del paramento esterno. L'analisi non lineare viene così spostata dal modello globale della Torre al modello di un singolo pannello, opportunamente vincolato, sul quale si dispone di un maggiore controllo in quanto esiste una diffusa ed estesa letteratura (Tassios, 1988) che fornisce una serie di informazioni sulle modalità di collasso.

Su sezioni significative della Torre (figg. 8 e 9) sono stati identificati due stati limite ultimi di collasso così definiti:

I stato limite di ribaltamento (si verifica che l'azione sismica applicata alla struttura provochi in una generica sezione uno sforzo normale risultante eccentrico il cui punto di applicazione risulti esterno alla sezione stessa).

II stato limite di rottura del paramento murario nel piano (si verifica che l'azione sismica sia causa di una rottura localizzata per schiacciamento e/o fessurazione della sezione del para-

mento murario esterno dovuta al superamento dei valori ammissibili della tensione di compressione e/o di trazione per la muratura di pietra).

L'obiettivo del procedimento proposto è quello di associare a ciascuno dei due stati limite sopra descritti un'accelerazione al piede a_g e, quindi, una corrispondente azione sismica che ne assicuri la verifica. Il rispetto dei due stati limite deriva dal confronto fra l'ente resistente R (valutato sulla base di considerazioni geometriche per il I stato limite; stimato con il comportamento a rottura di pannelli in muratura di pietra per il II stato limite) e l'ente sollecitante S (legato all'azione sismica stimata mediante l'applicazione di un appropriato accelerogramma). Va comunque osservato che se l'individuazione dei due stati limite ultimi permette di cautelarsi nei confronti dei meccanismi di secondo modo (rottura della parete nel proprio piano), questi non consentono tuttavia la possibilità di analizzare quelli di primo modo (ribaltamento fuori dal piano).

Per definire quantitativamente il sisma sostenibile è stata presa come valore di riferimento l'accelerazione di picco a_g della zona ove sorge la costruzione, così come definita dalla normativa italiana attuale (DM 14/9/2005, OPCM 3274/2003).

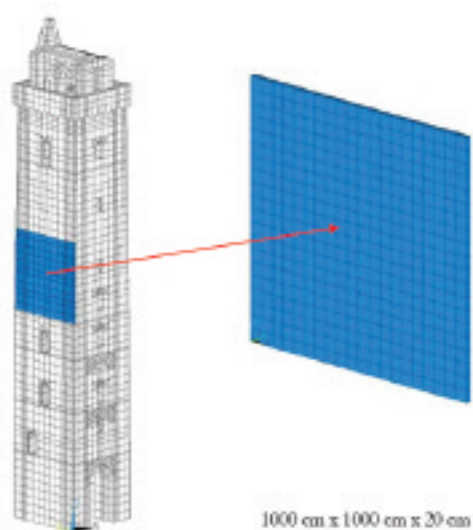


Fig. 9 - Schema definizione pannello in pietra.

Essendo la Torre Grossa una costruzione fondamentalmente isostatica, almeno per la sua parte emergente dal Palazzo Comunale, le caratteristiche di sollecitazione alle varie sezioni sono state determinate prescindendo dalle rigidezze. Una prima approssimazione, intrinseca al procedimento, consiste nel ritenere che le variazioni di rigidezza nel corso dello sviluppo dell'evento sismico non siano così significative da modificare i modi di vibrare (e quindi le caratteristiche dinamiche) della struttura. In altre parole, quantificando l'azione dinamica a partire dalle forme modali (di un modello agli elementi finiti elastico lineare) si suppone che, anche se la sezione si parzializza e cambia la rigidezza, la variazione sia sufficientemente uniforme lungo l'altezza della Torre in modo da non modificare localmente le rigidezze.

La ripartizione delle caratteristiche di sollecitazione globali dalla sezione ai singoli elementi del paramento murario esterno si effettua sulla base di ipotesi comunemente adottate per il materiale muratura (*modello di solido elastico non resistente a trazione*) e che si ritengono valide anche nel caso della sezione della Torre, composta da più paramenti murari. Adottando per la ripartizione delle azioni a livello di singola sezione lo schema di solido elastico non resistente a trazione (con resistenza a compressione lineare) non è possibile considerare la redistribuzione di forze causata da un ingresso in fase plastica di porzioni del materiale della sezione: il comportamento elastico-plastico della muratura viene "recuperato" al momento della determinazione del dominio di rottura a livello del singolo pannello (ipotesi a favore di sicurezza). Si ritiene che queste approssimazioni siano tali da non inficiare il comportamento qualitativo dei risultati ottenuti.

Si è proceduto a valutare, su specifiche sezioni della torre, il rispetto dei due stati limite ultimi di collasso (SLCO) precedentemente descritti. Le sezioni nelle quali si è indagato il rispetto degli stati limite individuati in precedenza sono le seguenti: la prima è la sezione a quota +24.00 m in prossimità della zona di distacco del corpo della Torre dal Palazzo Comunale; la



seconda sezione è quella posta a una quota intermedia di +36.30 m; infine si è ritenuto significativo analizzare anche una terza sezione situata a quota +50.00 m la quale corrisponde alla zona di imposta della cella campanaria. Per quest'ultima l'analisi si limiterà alla verifica del I stato limite; è tipico, infatti, per tipologie strutturali come torri e campanili che il primo elemento a entrare in crisi sotto azione sismica sia proprio la parte sommitale, generalmente per un eccesso di azioni orizzontali che conduce al loro ribaltamento.

La determinazione dei due enti, l'ente resistente R e l'ente sollecitante S , è stata effettuata sulla base di un procedimento iterativo che si compone dei seguenti passi:

1. Generazione di un accelerogramma sintetico (nel caso specifico si è fatto riferimento al codice di calcolo SIMQKE) e applicazione della time-history così definita al modello elastico lineare della Torre avente i parametri meccanici valutati attraverso il processo di identificazione dinamica. L'accelerogramma determinato ha una durata di 20s ed è compatibile con lo spettro elastico per un terreno di tipo B con $a_g = 0.25g$ (DM 14/09/2005, OPCM 3274/2003, EC8). L'azione sismica è stata modellata imponendo ai nodi vincolati della costruzione la storia temporale degli spostamenti derivata dall'accelerogramma di progetto (figg. 10 e 11) con un intervallo temporale $\Delta t = 0.02s$. In mancanza di specifiche informazioni sulla sismicità dell'area dove sorge la costruzione è stato fatto riferimento alle indicazioni di normativa; è evidente che di grande utilità risulterebbe uno studio di microzonazione al fine di individuare la corretta azione sismica di progetto.

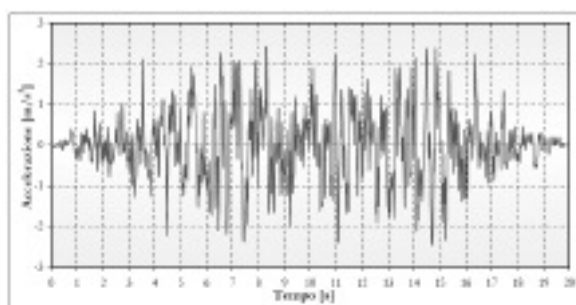


Fig. 10 - Storia temporale di accelerazione.

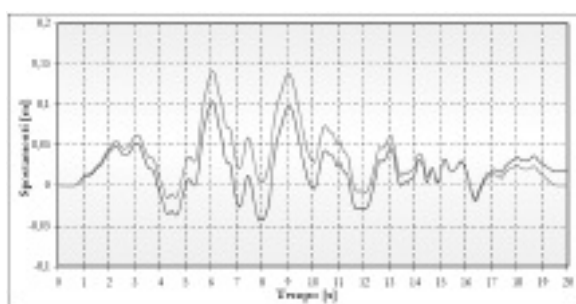


Fig. 11 - Storia temporale di spostamenti.

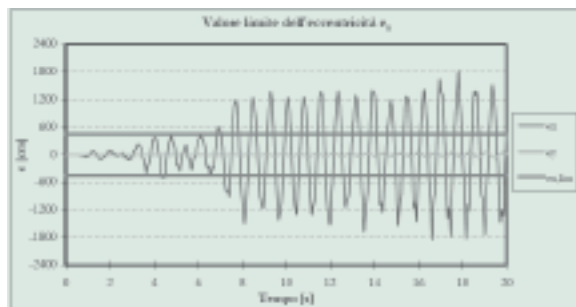


Fig. 12 - Evoluzione temporale di $e(z;t)$ per $a_g = 0.25g$.

2. Valutazione, tramite un'analisi di time-history sul modello FEM, dell'evoluzione temporale delle caratteristiche di sollecitazione per una determinata sezione $[z]$ (relativamente al corpo della Torre emergente dal Palazzo Comunale dove lo schema di struttura isostatica è applicabile) e calcolo dell'andamento nel tempo del rapporto $e(z,t)=M(z,t)/N(z)$ che altro non è che la storia temporale dell'eccentricità dello sforzo normale agente nelle sezioni indagate (fig. 12).

3. Verifica del I stato limite: si controlla che il valore dell'eccentricità non superi il valore limite e_{lim} , dove con e_{lim} si è indicata l'eccentricità del carico verticale che produce il ribaltamento della sezione; essa è determinata in base alle caratteristiche geometriche della sezione analizzata (pari al semilato della sezione della Torre nella direzione considerata). Indicando con $|e|_{max}$ il valore massimo che $e(z,t)$ attinge nell'intervallo temporale considerato il ribaltamento in corrispondenza della sezione scelta non avviene se, per ogni istante temporale, si ha $|e|_{max} \leq e_{lim}$.



Qualora non sia verificato il I stato limite si riduce l'azione sismica di ingresso del valore dato dal rapporto $\alpha = |e|_{\max} / e_{\lim}$ ripercorrendo iterativamente i punti da 1 a 3 fino a quando questo stato limite non è verificato. Altrimenti si procede direttamente al passo successivo.

4. Ripartizione delle caratteristiche di sollecitazione sui singoli elementi in cui viene idealmente scomposta la sezione adottando il modello di solido elastico non resistente a trazione.

5. Determinazione del dominio di rottura Taglio-Momento su ogni specifico elemento appartenente alla sezione. Nel caso specifico è stata prestata particolare attenzione agli elementi rappresentativi del paramento esterno in muratura di pietra risultando questo, anche in base a quanto ottenuto in termini di tensione di esercizio, l'elemento critico della costruzione.

6. Verifica del II stato limite: rottura per schiacciamento o fessurazione del pannello murario di muratura in pietra.

Questo II stato limite è stato individuato allo scopo di cautelarsi nei confronti dei meccanismi di collasso di secondo modo; con esso si controlla che l'azione sismica non produca una rottura localizzata nella sezione del paramento murario (esterno) originata dal superamento dei valori ammissibili della tensione per la muratura di pietra. Per verificare tale condizione sono state ripartite le caratteristiche di sollecitazione globali dalla sezione ai singoli elementi in cui questa è stata idealmente suddivisa (fig. 9). La ripartizione delle azioni, come detto, è stata effettuata sulla base di ipotesi, comunemente adottate per il materiale muratura e che si ritengono valide anche nel caso di una sezione composta da più "strati" di materiale, ovvero l'ipotesi di solido elastico lineare non resistente a trazione e di conservazione delle sezioni piane. Lo sforzo normale e il momento flettente sono stati ripartiti differenziando il caso in cui il centro di pressione è interno (sezione non parzializzata) oppure esterno (sezione parzializzata) al nocciolo centrale di inerzia. La ripartizione dell'azione tagliante invece è stata effettuata assumendo che il taglio si ripartisca fra le sole aree elementari con asse parallelo all'azione stessa, che non vi sia scorrimento relativo fra le varie aree e che per fenomeni di natura attritiva (quali l'effetto dell'ingranamento) anche la parte della sezione

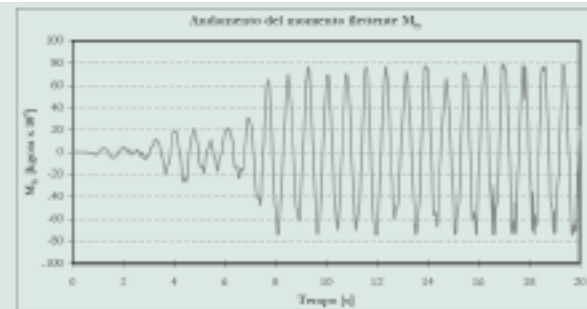


Fig. 13 - Sviluppo temporale Momento flettente.

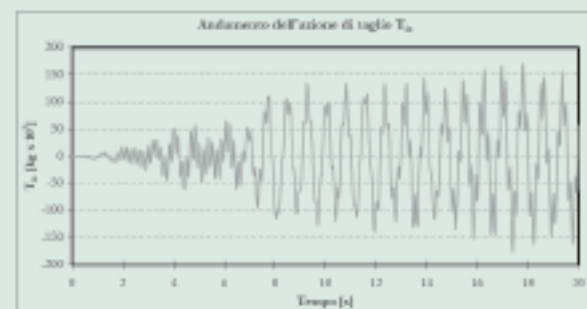


Fig. 14 - Sviluppo temporale azione di Taglio.

che risulta essere in trazione contribuisca al trasferimento di tale azione.

È stato così ricavato l'andamento temporale delle sollecitazioni a livello delle singole aree (figg. 13 e 14) analizzando in particolare il paramento esterno in muratura di pietra nella direzione del sisma (fig. 15). Una volta determinati, per una generica area A_i , gli andamenti temporali delle sollecitazioni $T_{ix}(t)$ e $M_{iy}(t)$ è possibile offrire una loro rappresentazione, sintetica ed efficace, riportando in un diagramma i valori di T_{ix} in funzione di M_{iy} . La forma tipica di tale relazione è riportata in figura 16, nella quale ogni punto rappresenta un differente istante temporale.

Le aree in cui è stata suddivisa la sezione possono essere pensate come le estremità superiori di altrettanti pannelli elementari in cui una porzione della Torre può essere scomposta (fig. 9). Per verificare se le sollecitazioni Taglio-Momento calcolate sono effettivamente trasferibili dall'area A_i è stato determinato il dominio di rottura di un pannello elementare corrispondente. Questo è un pannello quadrato in muratura, rappresentativo del paramento esterno, di dimensioni $B=H=10$ m e spessore

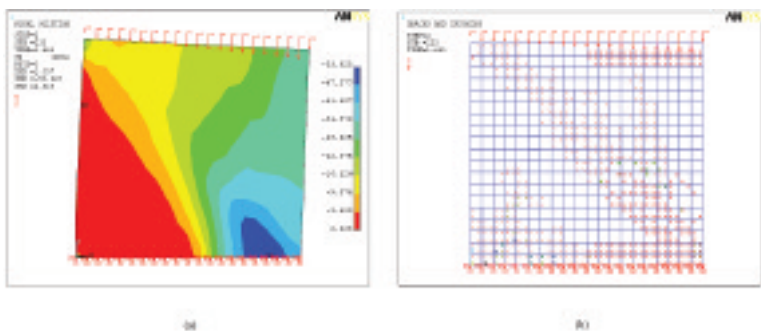


Fig. 15 - Modello non lineare pannello in pietra:
(a) tensione verticale σ_{zz} (kg/cm2); (b) quadro fessurativo.

20 cm, modellato in ANSYS in campo non lineare mediante elementi finiti isoparametrici a 8 nodi, Solid65. Il comportamento non lineare è stato riprodotto associando al materiale il criterio di plasticizzazione di Drucker-Prager e la superficie di rottura di William-Warnke. Al fine di riprodurre la condizione di *single bending* alla base del pannello sono stati imposti dei vincoli rigidi.

Sul modello così definito sono state condotte analisi a rottura adottando le condizioni di carico determinate sulla base delle combinazioni Taglio-Momento ricavate al punto 4. Gli stati di sollecitazione indagati sono indicati con le lettere A+E in figura 16. Per condurre l'analisi non lineare a rottura si è proceduto fissando il momento flettente agente in sommità al pannello e incrementando l'azione di taglio fino a ottenerne il collasso (per schiacciamento e/o per fessurazione). In aggiunta alle condizioni di carico desunte dallo stato reale di sollecitazione, al fine di determinare il dominio di rottura, si è proceduto ad analizzare un'ulteriore condizione nella quale il carico verticale consiste esclusivamente in un'azione di sforzo normale centrato.

Per ogni condizione di carico analizzata è stato individuato un punto (lettere A'+O' di fig. 16) del dominio di rottura T-M per il pannello. L'interpolazione di questi punti definisce tale dominio cercato. Qualora, come nel caso riportato in figura 16, i punti rappresentativi dello stato di sollecitazione siano esterni al dominio di rottura si riduce l'azione sismica di ingresso. Iterativamente si continua a ridurre l'accelerazione di ingresso, aggiornando lo stato tensionale sul pannello, fino a quando lo stato di sollecitazione non risulti interno al dominio di rottura. È stato indicato con a_{g2} il valore della massima accelerazione sismica che verifica il II stato limite.

Il risultato finale di questo procedimento è la stima del sisma, sezione per sezione, che la struttura è capace di incamerare senza entrare in crisi nel rispetto dei fenomeni analizzati e, ovviamente, delle ipotesi effettuate.

Si riporta a titolo esemplificativo la situazione della sezione posta a quota a +36.30 m. La stima del sisma sostenibile nel rispetto dello stato limite analizzato si ottiene riducendo l'azione sismica di ingresso di un coefficiente α che, ad esempio, per il I stato limite risulta:

$$\alpha = \frac{|e|_{\max}}{e_{\lim}} = 4.572 \Rightarrow a_{g1} = \frac{0.25g}{\alpha} = 0.0546g$$

Con questa azione sismica ridotta sono state aggiornate le caratteristiche di sollecitazione agenti a livello della sezione nonché l'eccentricità $e(z,t)$ in modo da avere l'evoluzione temporale dell'eccentricità interamente contenuta nel fuso definito dai valori limite. La figura 16 mostra come i punti rappresentativi dello stato di sollecitazione sul pannello siano esterni al dominio di rottura; per avere il rispetto anche del II stato limite è necessario ridurre ulteriormente l'azione sismica di ingresso. Questa operazione è un processo iterativo i cui risultati finali sono i seguenti:

Accelerazione massima di progetto (Zona 2):

$$a_g = 0.25 g$$

Massima accelerazione al suolo che verifica il I stato limite:

$$a_{g1} = 0.0546 g$$

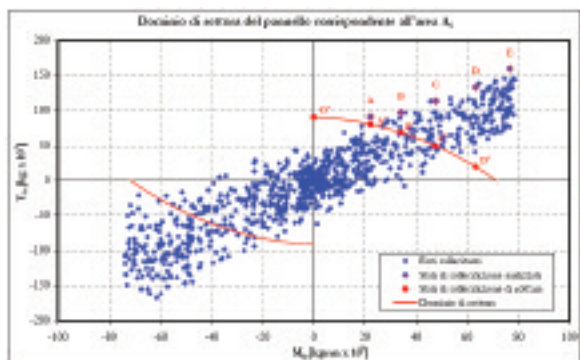
Massima accelerazione al suolo che verifica il II stato limite:

$$a_{g2} = 0.0268 g$$

I valori delle accelerazioni che verificano i due stati limite (a_{g1} e a_{g2}) per la sezione posta a quota +36.30 m risultano inferiori rispetto all'accelerazione di picco al suolo a_g previsto dalla normativa per le strutture situate in Zona 2. Risultati analoghi si ottengono analizzando il comportamento della sezione posta a +24.00 m.

A tale proposito occorre tuttavia precisare alcuni aspetti che sono intrinseci al procedimento di analisi proposto. La particolare tipologia strutturale della Torre (struttura snella a prevalente sviluppo verticale) ha consentito, dato che questa almeno per la parte che emerge dagli edifici adiacenti può essere assimilata a una mensola isostatica, di ritenere trascurabili gli effetti di redistribuzione delle sollecitazioni. Si è ritenuto inoltre che le variazioni di rigidità nel corso dello sviluppo dell'evento sismico non siano così significative da modificare i modi di vibrare (e quindi le caratteristiche dinamiche) della struttura. Sulla base di queste considerazioni è stato adottato un modello elastico lineare per il calcolo, sezione per sezione, dell'ente sollecitante prodotto da un determinato accelerogramma di progetto compatibile con il sito dove sorge la costruzione. Un analogo modello, non lineare ma sempre elastico (quello di solido non resistente a trazione) è stato adottato per la ripartizione delle sollecitazioni che globalmente agiscono sulla sezione ai singoli elementi della sezione stessa. Queste ipotesi, se da un lato consentono di comprendere gli aspetti di amplificazione prodotti dal moto sismico, da un altro portano comunque a una sovrastima degli effetti dell'azione sismica stessa. È ragionevole osservare che con l'insorgere dell'evento sismico verranno comunque a prodursi nei primi istanti del moto degli effetti di degrado del materiale della costruzione (fenomeno di schiacciamento del materiale, lesioni, distacco del materiale, ecc.) che porteranno all'innalzamento dei periodi fondamentali della struttura, con conseguente abbattimento dell'azione sismica.

Fig. 16 - Dominio di rottura (Taglio-Momento).



la particolare tipologia strutturale della Torre ha consentito di ritenere trascurabili gli effetti di redistribuzione delle sollecitazioni

Tale fenomeno non si ritiene che possa essere trascurabile, anche in considerazione del fatto che lo stesso documento DPC 2006 suggerisce per l'analisi allo stato limite ultimo di utilizzare un periodo in fase fessurata che è pari al periodo principale in fase elastica incrementato di una percentuale che oscilla tra il 40% e il 75%. Per periodi alti, la riduzione dell'azione sismica è, circa, inversamente proporzionale al periodo della struttura; passando da un periodo T_1 a un periodo $1.4 T_1$ si ha quindi una riduzione dell'azione pari a $1/1.4 \approx 0.7$. Passando da un periodo T_1 a un periodo $1.75 T_1$ si arriverebbe a un fattore di riduzione pari a circa 0.57. Anche considerando il caso inferiore si perviene comunque a una riduzione dell'azione sismica di circa il 30%. Inoltre la presenza di una duttilità (sebbene abbastanza limitata a causa della scarsa possibilità di redistribuzione degli sforzi dovuta alla specificità della struttura considerata) consente di affermare che le accelerazioni che la Torre è in grado di assorbire in caso di azione sismica risultano maggiori di quelle ricavate dall'analisi effettuata. Ipotizzando, ad esempio, un fattore di struttura q pari a 1.5 (corrispondente al valore minimo usualmente impiegato per costruzioni in muratura) si perverrrebbe a un valore della massima accelerazione sopportabile dalla Torre pari a:

$$a_{g2,corr} = a_{g2} \cdot \frac{1.5}{0.7} = 0.057g$$

Di conseguenza lo stato limite per ribaltamento sembra quello maggiormente impegnativo per la struttura esaminata e porta alla conclusione che queste accelerazioni nell'ordine di 0.055g, quindi pari a circa 1/5 di quella massima prevista per una struttura posta in Zona 2, potrebbero condurre a condizioni prossime al collasso dell'edificio, soprattutto nelle parti più alte del monumento.

5. Conclusioni

La valutazione della sicurezza in campo sismico della Torre Grossa di San Gimignano è stata effettuata attraverso una procedura di analisi che utilizza un modello agli elementi finiti elastico lineare (dopo opportuna identificazione sia in campo statico che dinamico); le storie temporali delle azioni globali agenti alle varie sezioni della torre sono state, mediante opportune ipotesi (solido elastico lineare non resistente a trazione), ricondotte a sollecitazioni agenti alla sommità di pannelli elementari studiati in campo non lineare. La possibilità di adottare un modello elastico per l'analisi di una struttura il cui comportamento meccanico è certamente non lineare è offerta dal fatto che le torri snelle, almeno nella parte in cui queste emergono dagli edifici circostanti, hanno un comportamento strutturale sostanzialmente isostatico dove la redistribuzione delle sollecitazioni è, di fatto, modesta.

Il problema della valutazione della sicurezza sotto azione sismica è quindi rimandato alla verifica di due stati limite opportunamente individuati. Il primo stato limite è uno stato limite per ribaltamento, mentre il secondo è rappresentato dallo stato limite di rottura del materiale muratura. Il modello elastico lineare dell'intera struttura, utilizzato per valutare i carichi agenti alle diverse quote della Torre dovuti a uno specifico terremoto di progetto (modellato tramite una storia temporale di spostamenti agenti alla base), permette di determinare i carichi agenti a ogni sezione a quota $[z]$ della torre. Tali carichi vengono identificati in termini globali come forze di taglio $[T(z; t)]$, sforzi normali $[N(z)]$ e momenti flettenti $[M(z; t)]$, sono quindi utilizzati ai fini della valutazione della capacità sismica della Torre mediante l'analisi dei due stati limite sopra citati. Per ciascuno di essi è stato determinato il valore dell'accelerazione al piede a_g capace di assicurarne il rispetto, trovando quindi un indice di vulnerabilità della Torre.

L'applicazione del procedimento proposto per la valutazione della sicurezza strutturale della Torre Grossa fondamentalmente ha confermato la sensibilità all'azione sismica di tale tipologia strutturale permettendo di offrire alcune stime quantitative iniziali della vulnerabilità sismica.

Le stime degli indici di vulnerabilità riportate nel presente lavoro sono comunque una diretta conseguenza delle ipotesi semplificative, funzioni del livello di conoscenza, condotte nei vari passi del procedimento illustrato. Sulla base di tali ipotesi la storia di carico impressa alla Torre in termini di spostamenti ha condotto al ribaltamento di porzioni della costruzione per valori accelerazione al suolo inferiori a quanto previsto dalla normativa vigente. Va tuttavia osservato che nella stima dei valori delle accelerazioni sostenibili dal manufatto sarebbe opportuno, anche in considerazione dell'evidente valore artistico e storico della costruzione, poter effettuare i confronti esposti nel lavoro con dati di input sismico specifici per l'area dove la costruzione sorge: in tal senso uno studio di microzonazione fornirebbe informazioni utili al fine di comprendere l'effettiva azione sismica prevedibile nell'area in oggetto.

Bibliografia

- BARTOLI G. - MENNUCCI A. (2000), "Progetto San Gimignano, la Torre Grossa: indagini conoscitive e diagnostica". *Atti del primo Convegno sulla diagnostica per la salvaguardia dei beni culturali*, San Gimignano, Teatro Comunale, 6-7 dicembre 1999.
- BARTOLI G. - CASAMAGGI C. - SPINELLI P. (2000a), "Numerical Modelling and Analysis of Monumental Buildings: a Case Study". *Atti del Convegno CICOP FIRENZE2000, 5th International Congress on Restoration of Architectural Heritage*, Firenze, settembre 2000.
- BARTOLI G. - CHIOSTRINI S. - INNOCENTI S. (2000b), "Problems Related to the Analysis of Experimental Data from Flat-jack Tests". *Atti del Convegno CICOP FIRENZE2000, 5th International Congress on Restoration of Architectural Heritage*, Firenze, settembre 2000.
- BARTOLI G. - BETTI M. - SPINELLI P. - TORDINI B. (2006), "An 'Innovative' Procedure for Assessing the Seismic Capacity of Historical Tall Buildings: the 'Torre Grossa' Masonry Tower". *Atti del VI International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions SAHC 2006*, New Delhi, 6-8 November, pp. 929-937.
- BETTI M. - VIGNOLI A. (2005), "L'utilizzo del codice ad elementi finiti ANSYS per l'analisi strutturale di edifici monumentali in muratura", *Analisi & Calcolo VI(21)*, Consedit Sas ed., pp. 27-31.
- Eurocode n. 8, "Progettazione delle strutture per la resistenza sismica - Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici", UNI EN 1998-1, marzo 2005.
- DM DEL MINISTERO DELLE INFRASTRUTTURE E DEI TRASPORTI 14/09/2005, *Norme Tecniche per le Costruzioni*, G.U. n. 222, 23 settembre 2005, S.O. n. 159.
- DPC luglio 2006, *Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni di cui all'OPCM 3274/03* (draft version).
- OPCM 3274 20/03/2003, *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica*, G.U. n. 105 dell'8.05.2003 e successive integrazioni (OPCM 3431 del 3.05.2005).
- SIVIERO E. - BARBIERI A. - FORABOSCHI P., *Lettura strutturale delle costruzioni*, CittàStudiEdizioni, Milano 1997.
- TADDEI D. - CORAZZI R. - PETRINI G., *Progetto San Gimignano*, Alinea Ed., Firenze 1997.
- TASSIOS T.P., *Meccanica delle murature*, Liguori Editore, Napoli 1988.
- VIGNOLI A. - BETTI M., "Il ruolo della sperimentazione nell'ingegneria strutturale". *Atti del Convegno Nazionale Il laboratorio nel mondo delle costruzioni (Evoluzione storica e normativa)*, Firenze, 21 novembre 2005 (in stampa).