

*Università degli Studi di Firenze*

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA  
INDUSTRIALE

Ciclo XXVI

***Analisi e modellazione dell'errore quasi-statico  
di natura cinematica e flessibile  
per una macchina utensile a cinque assi  
con tavola roto-basculante***

Settore Scientifico Disciplinare ING/IND 16

Candidato

***Ing. Alessandro Velenosi***

Tutor

***Prof. Ing. Gianni Campatelli***

Cotutor

***Prof. Ing. Antonio Scippa***

Controrelatore

***Prof. Nicola Senin***

-2013-



# Abstract

La qualità geometrica di un prodotto ottenuto per fresatura è legata all'accuratezza e precisione della macchina utensile. Nel presente lavoro l'errore di posizionamento relativo tra utensile e pezzo in una lavorazione in cinque assi è stato indagato considerando sia il contributo dovuto alla flessibilità dei componenti dell'insieme macchine utensile-utensile che della parte dovuta alla cinematica degli assi. L'errore cinematico dipende dalla posizione e dagli errori geometrici degli assi. Lo stato dell'arte propone diverse metodologie per la misura di tali errori caratterizzanti gli assi, approcci comunque che presentano in generale una difficile applicabilità alle macchine utensili da utilizzare per produzione no-stop in quanto onerosi da un punto di vista dei tempi di fermo macchina necessari. Il modello sviluppato è stato applicato alla macchina Mori Seiki NMV 1500 DCG, fresatrice verticale con tavola roto-basculante della quale è stato anche realizzato un modello multibody flessibile. La modellazione multi-body ha permesso di sviluppare un test di lavorazione che, tramite la misura fuori linea del pezzo lavorato, consenta di ricavare gli errori

geometrici degli assi. Il test è applicabile anche a macchine utensili con una struttura cinematica simile ed è stato validato dal confronto numerico - sperimentale del test di contornatura del cono NAS 979, standard più diffuso per la verifica della precisione di lavorazione di una macchina utensile dotata di cinque assi. In merito all'errore di natura flessibile la modellazione è stata limitata all'indagine dell'errore quasi-statico dovuto alla deformazione generata nello spostamento degli assi della macchina utensile, consentendo di valutare i contributi sull'errore complessivo delle deformate dei vari corpi e giunti.

# Indice

Introduzione.....	11
1 Errori del lavorato .....	15
1.1 Errori quasi-statici .....	17
1.1.1 Errori geometrici e cinematici .....	17
1.1.2 Errori termici.....	20
1.1.3 Errori nel staffaggio del pezzo .....	22
1.1.4 Errori dovuti alle forze inerziali.....	25
1.1.5 Altre fonti dell'errore quasi-statico .....	27
1.2 Errori dinamici.....	29
1.2.1 Errori indotti dalla forza di taglio.....	29
1.2.2 Errori introdotti dal controllo numerico	33
2 Errori quasi-statici di natura cinematica .....	36
2.1 Normativa di riferimento .....	36

---

2.1.1	ISO 230-1.....	36
2.1.2	ISO 230-7.....	47
2.2	Metodi di misura diretta .....	54
2.2.1	Misure laser interferometriche.....	54
2.2.2	Misure con ball bar telescopici .....	56
2.2.3	Misure con sfere di precisione e tastatori	58
2.3	Metodi di misura indiretta .....	61
2.3.1	ISO 10791-7.....	62
2.3.2	Circle Diamond Square Test.....	66
2.3.3	Contornatura del tronco di cono .....	67
2.4	Metodi di modellazione cinematica .....	69
2.4.1	Modelli cinematici per la compensazione .....	70
2.4.2	Modelli cinematici per l'ottimizzazione	76
2.5	Conclusioni dell'analisi dello stato dell'arte dell'errore cinematico .....	78
3	Errori quasi-statici di natura flessibile .....	80
3.1	Metodi di modellazione flessibile .....	81
3.1.1	Modellazione Finite Element Method e Multi-body .....	82

---

3.1.2	Modellazione flessibile numerica tramite <i>Axes Construction Kit</i> .....	84
3.2	Metodi di validazione.....	86
3.2.1	Analisi modale sperimentale .....	86
3.2.2	Analisi nel dominio del tempo .....	89
4	Modellazione cinematica .....	94
4.1	Parametri d'errore degli assi lineari.....	95
4.1.1	Rettilinearità, ortogonalità degli assi lineari	95
4.1.2	Posizionamento degli assi lineari.....	96
4.1.3	Cedimenti angolari degli assi lineari ...	97
4.2	Parametri d'errore degli assi rotanti.....	98
4.2.1	Errori di locazione degli assi rotanti ...	98
4.2.2	Componenti d'errore degli assi rotanti	100
4.3	Formulazione analitica .....	102
4.4	Implementazione in ambiente multi-body ..	104
4.4.1	Variabili di input.....	105
4.4.2	Variabili di output .....	112
4.5	Calcolo al primo ordine dell'errore .....	115
4.5.1	Calcolo al primo ordine dell'errore cinematico .....	115

---

4.5.2	Mappe volumetriche dell'errore cinematico.....	117
4.5.3	Calcolo al primo ordine dell'errore geometrico.....	125
5	Pianificazione del Performance Test .....	130
5.1	Sequenza di movimentazione degli assi.....	130
5.2	Set-up di lavorazione del Performance Test	134
5.3	Simulazione del Performance Test.....	138
6	Esecuzione sperimentale del Performance Test..	140
6.1	Eliminazione degli errori non cinematici.....	141
6.1.1	Inflessione dell'utensile .....	141
6.1.2	Errori dovuti allo staffaggio .....	143
6.2	Errori geometrici degli assi lineari.....	145
6.3	Errori geometrici degli assi rotanti.....	146
6.4	Ripetibilità del Performance Test.....	147
6.5	Incertezza di misura .....	158
6.6	Precisione del Performance Test.....	163
7	Test di contornatura del cono .....	165
7.1	Generazione del codice ISO .....	165



---

7.2	Confronto numerico sperimentale .....	169
8	Modellazione flessibile .....	173
8.1	FEM dei componenti .....	174
8.1.1	Dimensione degli elementi .....	176
8.1.2	Analisi di convergenza .....	176
8.2	Costruzione dei Superelementi.....	178
8.3	Modellazione dei giunti in ambiente multi- body	179
8.3.1	Cuscinetti .....	180
8.3.2	Guide lineari .....	183
8.3.3	Viti di manovra .....	186
8.4	Simulazioni nel dominio del tempo .....	188
8.4.1	Moto circolare nei due assi lineari X ed Y	188
8.4.2	Moto dell'asse lineare X .....	194
8.4.3	Moto dell'asse rotante B .....	200
8.5	Test strumentato con laser interferometrico	205
8.6	Sviluppi della modellazione flessibile.....	210
9	Compensazione dell'errore cinematico.....	211
9.1	Errori sull'origine degli assi .....	211

---

9.2	Compensazione completa .....	214
9.2.1	Esempio applicativo della compensazione .....	218
	Conclusioni .....	232
	Indice delle figure .....	235
	Bibliografia .....	243

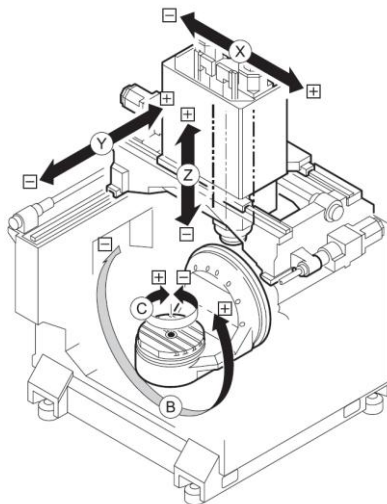
# Introduzione

La tesi di dottorato si colloca nel settore di ricerca inerente l'ottimizzazione delle lavorazioni per asportazione di truciolo. L'obiettivo del trattato è indagare e modellare gli errori geometrici del lavorato introdotti da macchine utensili fresatrici a cinque assi con tavola roto-basculante. Gli errori geometrici del lavorato analizzati e modellati sono di natura quasi-statica e legati in primo luogo alle imperfezioni geometriche della catena cinematica della macchina utensile ed in secondo alle deformazioni elastiche della struttura causate dai carichi legati alle forze di taglio e di inerzia.

Una prima parte dell'attività è stata la ricerca dello stato dell'arte, dai riferimenti normativi, come metodi consolidati per il collaudo in ambito industriale, all'attività svolta da altri ricercatori focalizzata su taluni aspetti della lavorazione. Mentre gli standard delle normative forniscono concetti e metodi fondamentali

per la misura delle performance della macchina utensile, la ricerca in ambito accademico ed industriale è volta a migliorare tali performance intervenendo sulle cause degli errori con metodi non sempre generalizzabili.

Sulla base dello studio dello stato dell'arte è stata realizzata la modellazione multi-body della macchina utensile Mori Seiki NMV 1500 DCG, in dotazione presso il Machine Tool Research Laboratory dell'Università degli Studi di Firenze. Questa modellazione ha reso possibile la progettazione e realizzazione di un test di lavorazione quale strumento per la misura indiretta degli errori geometrici di una macchina utensile con assi rotanti posti sulla tavola.



Macchina utensile a cinque assi con tavola roto-basculante, Mori Seiki NMV 1500 DCG.

Il modello multi-body cinematico nel quale le imperfezioni geometriche della macchina utensile trovano la loro rappresentazione negli errori geometrici degli assi individuati è validato attraverso il confronto numerico sperimentale del test di lavorazione di contornatura del tronco di cono definito nella normativa NAS 979.

Nella seconda parte della Tesi di Dottorato il modello per la previsione dell'errore geometrico introdotto sul lavorato è integrato con la flessibilità dei corpi e giunti della struttura della macchina utensile, sviluppando un secondo multi-body dinamico al fine di simulare l'errore di posizionamento relativo tra punta utensile e pezzo lavorato nella movimentazione ad alta velocità.

L'errore geometrico di natura cinematica del tronco di cono predetto a livello di validazione è esteso nell'ultimo capitolo ad un pezzo generico lavorato in cinque assi. Infine l'elaborazione delle coordinate presenti nel codice NC programmato, sia tramite la trasformazione svolta dal controllo numerico basata sulla cinematica ideale della macchina, sia tramite la trasformazione svolta dal modello multi-body basata sulla cinematica reale, ha consentito di sviluppare un algoritmo di compensazione degli errori.

Dalla misura alla compensazione, venendo incontro alle esigenze della realtà industriale, l'intera procedura per la caratterizzazione degli errori

cinematici risulta efficiente nei tempi di esecuzione e generalizzabile perché applicabile a qualsiasi macchina utensile con tavola roto-basculante.

# 1 Errori del lavorato

Il processo di lavorazione per fresatura consiste nell'asportazione di materiale mediante un utensile dotato di una velocità di taglio e una di avanzamento. La generazione della superficie lavorata a seguito dell'asportazione del truciolo è affetta da errori di varia natura dovuti ai fenomeni non controllati nel processo, che inducono uno spostamento relativo al pezzo del tagliente dell'utensile rispetto alla sua posizione desiderata. A titolo d'esempio è possibile citarne alcuni, come la dilatazione della struttura della macchina utensile o delle parti prossime alla formazione del truciolo a causa del calore generato durante la lavorazione, oppure il comportamento vibratorio indotto dalla natura dinamica della forza di taglio. Un valido approccio nell'ottimizzazione della lavorazione per fresatura, quindi nella riduzione dell'errore geometrico del lavorato, consiste nel generare il *budget* o bilancio dell'errore [1], ricercando ciascuna fonte di errore e quantificando per un

determinato processo l'entità dell'errore sul lavorato attribuito. Gli errori vengono classificati nominalmente in due categorie: errori quasi-statici e errori dinamici. I primi sono gli errori di posizionamento dell'utensile che variano lentamente nel tempo o che sono costanti, in generale possono essere relazionati alla struttura della macchina utensile. Ad essi, quindi, appartengono gli errori imputabili alla geometria e alla cinematica della macchina, alle deformazioni termiche e dovute al peso proprio dei componenti. Gli errori dinamici, invece, hanno origine nelle vibrazioni dell'utensile e della macchina utensile, ossia i modi di vibrare discendenti da rigidità ed inerzia del sistema, nel moto rotatorio del mandrino e negli errori di controllo. Questi ultimi risultano più influenzabili dalle condizioni di utilizzo della macchina, sono rilevanti soprattutto quando la macchina opera in condizione di fresatura ad alta velocità. Gli errori quasi-statici hanno un contributo sull'errore complessivo di circa il 70% e pertanto sono stati oggetto d'indagine in passato e lo sono ancora attualmente[2]. Gli errori dinamici invece, in principio evitati mediante l'utilizzo di mappe di stabilità sperimentali, sono divenuti di recente maggiormente oggetto d'indagine sia nell'ottica di ottenere tali mappe per via numerica, sia con l'avvento delle lavorazioni ad alta velocità che gravano sul controllo della macchina utensile.



## **1.1 Errori quasi-statici**

### **1.1.1 Errori geometrici e cinematici**

Gli errori cinematici e geometrici di una macchina utensile sono insieme agli errori termici i più rilevanti sull'errore di posizionamento utensile-pezzo. Gli errori geometrici e cinematici sono diversi e classificabili in errori di posizionamento lungo l'asse, errori di ortogonalità e rettilineità per assi lineari e cedimenti angolari. In base alla struttura cinematica della macchina utensile, del numero e tipo di assi, l'errore cinematico nella movimentazione assume varie forme, mentre gli errori geometrici che descrivono le imperfezioni cinematiche nel movimento dell'asse assumono le stesse rappresentazioni, definite dalle normative. L'indagine degli errori cinematici ha avuto sviluppi importanti nel campo delle macchine di misura a coordinate [3]. Artefatti calibrati, quali strumenti costruiti ad hoc per il riscontro geometrico e illustrati nel secondo capitolo, sono stati impiegati per mappare l'errore di misura all'interno dell'area di lavoro [4]. L'acquisizione dell'errore per punti viene interpolata per ottenere una mappa continua. L'indagine sperimentale svolta è necessaria per la validazione di un modello analitico equivalente della macchina, in cui ciascun corpo è introdotto considerandolo rigido, mentre nei giunti si introducono errori cinematici nella movimentazione. La

modellazione analitica si avvale di matrici di trasformazioni omogenee [5, 6, 7] in cui vi è l'introduzione, per una struttura cartesiana a tre gradi di libertà traslatori, di 21 parametri d'errore, ossia dei sei gradi di libertà di ciascun corpo nel moto e dell'errore di ortogonalità dell'asse [8]. L'errore misurato tramite il riscontro geometrico ha tuttavia sempre una componente aleatoria, viceversa la componente sistematica si è rivelata tale perché caratterizzata da un andamento talvolta progressivo, ciclico o opposto in relazione ad altre grandezze. L'indagine cinematica ha molta importanza in macchine utensili a cinematica parallela in cui la struttura è differente dal tradizionale schema con assi lineari X-Y-Z ed assi rotanti sulla tavola o sul mandrino. Una struttura comune a cinematica parallela è quella realizzata da un esapode ai cui vertici superiori del triangolo equilatero sono collegati con dei giunti sferici e di scorrimento degli attuatori con viti a ricircolo di sfere. I tre elementi convergono verso una piattaforma mobile su cui è alloggiato il mandrino.

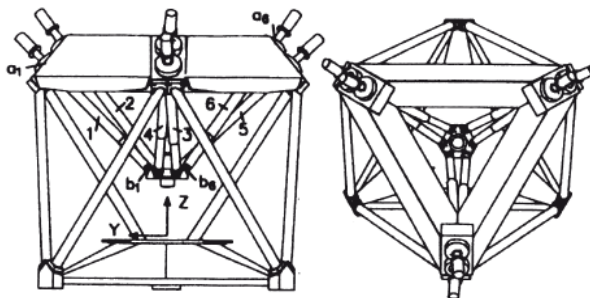


Figura 1.1 Schema di una macchina utensile a cinematica parallela con struttura ad esapode.

Pertanto il moto dell'utensile parallelo ad un asse convenzionale, quale ad esempio X, si traduce nella trasformazione inversa in un moto coordinato e non lineare dei tre attuatori e di conseguenza l'errore cinematico nel percorso utensile risulta complesso in relazione alle fonti d'errore geometriche della struttura cinematica.

In conclusione la modellazione degli errori geometrici e cinematici si avvale di corpi rigidi, dotati di gradi di libertà a rappresentare le inaccuratazze del moto in cui i cedimenti angolari per catene cinematiche aperte e strutture a sbalzo possono introdurre, per via dell'errore del seno (o errore di Abbe), sensibili spostamenti. Comunemente l'errore modellato è rappresentato in forma vettoriale tra due punti significativi che sono la punta utensile nella sua posizione effettiva ed ideale.

### 1.1.2 Errori termici

Gli errori termici del lavorato insorgono a seguito al riscaldamento di alcuni componenti legato all'utilizzo della macchina utensile e vengono indagati analizzando la struttura della macchina e le fonti di calore presenti nel processo di lavorazione al fine di generare una mappa termica. Una tecnica diffusa in passato, finalizzata alla risoluzione dei problemi indotti dalla variazione di temperatura, si è avvalsa dell'uso di materiali come cemento e pietra o materiali non tradizionali come i compositi, rivelandosi tuttavia più costosa delle tecniche di compensazione poi affermatesi. Tali metodi di riduzione dell'errore termico sono basati concettualmente sulla misura della temperatura di alcuni punti particolari della struttura della macchina utensile così da prevedere sulla base del determinato stato termico l'errore indotto sulla posizione relativa tra utensile e pezzo.

In generale le fonti di calore presenti nel processo di asportazione si riassumono in:

- formazione del truciolo e strisciamento nella zona di taglio
- attriti negli azionamenti, nelle guide e nei cuscinetti
- motori e pompe
- riduttori meccanici
- fonti esterne

Gli errori termici in letteratura sono inoltre distinti in due categorie, ossia gli errori termici funzione della posizione e indipendenti dalla posizione degli assi. I primi si relazionano alla storia termica del componente della macchina sin dalla sua produzione e conseguono dal cambiamento di temperatura tra lo stato d'esercizio e la fase di creazione iniziale dello stesso. Gli errori termici dipendenti dalla posizione invece, a fronte della dilatazione termica complessiva del componente, rappresentano l'errore di posizionamento dell'asse causata dalla dilatazione in base alla posizione dell'asse lungo la sua corsa. Nell'indagine di tali errori termici viene in ausilio la teoria termo-elastica dei giunti strutturali basata sul fatto che il calore viene trasmesso da un componente al contiguo nelle zone dove vi è pressione di contatto, pertanto lo studio del flusso termico e del gradiente termico della struttura diviene più dettagliato. L'esito di tale analisi fornisce tre soluzioni da attuare per minimizzare gli errori termici, ossia il necessario controllo del flusso termico all'interno della macchina utensile, il disegno progettuale della struttura per la ridurre la sensibilità del flusso stesso ed infine la compensazione tramite il controllo numerico. Nella pratica, qualora le fonti termiche non siano esattamente localizzate, quindi il flusso termico in partenza sia difficile da determinare, si ricorre a materiali con basso coefficiente di dilatazione termica. In relazione al calore generato nella formazione del truciolo si abbatte il forte gradiente termico con l'uso

di refrigerante, in particolare per lavorazioni di sgrossatura con alto tasso di rimozione. La modellazione per la predizione degli errori termici è comunemente svolta per via numerica con elementi finiti, per via analitica con matrici di trasformazione omogenee introducendo i corrispondenti errori cinematici dovuti alle dilatazioni ed infine mediante approccio con reti neurali. La compensazione degli errori termici tramite monitoraggio termico della macchina utensile avviene strumentandola con termocoppie in prossimità delle guide, dei cuscinetti del mandrino, agli estremi ed in mezzzeria della struttura dell'asse e monitorando la temperatura dell'ambiente. Le informazioni acquisite periodicamente vengono elaborate nel modello della macchina utensile predicendo l'errore termico nelle sue componenti, infine introdotte nel controllo di posizione degli assi per ottenere la compensazione dell'errore fino ad un 90% [9].

### **1.1.3 Errori nel staffaggio del pezzo**

Al fine di garantire la qualità geometrica del lavorato occorre valutare la deformazione del pezzo in lavorazione sotto l'azione delle forze di staffaggio. Le prime analisi di tale fenomeno si sono avvalse di formulazioni analitiche per modellare la rigidità del vincolo e del pezzo, mentre nello sviluppo per oggetti forma più complessa hanno visto l'impiego di modelli ad elementi finiti. La modellazione numerica è stata

applicata inizialmente al pezzo in lavorazione, in seguito estesa anche al sistema di staffaggio al fine di indagare anche la sua deformazione. Il progetto del sistema di staffaggio svolge uno tra i ruoli più influenti sulla qualità del prodotto, difatti sulla base del tipo di oggetto lavorato il sistema può assumere differenti forme ed essere caratterizzato pertanto da fenomeni di cedevolezza differenti. Tra questi rientrano in primo luogo la deformazione del pezzo, la deformazione del sistema di staffaggio e i cedimenti localizzati dovuti a carichi concentrati. Modelli ulteriormente sofisticati introducono fenomeni non lineari, in particolare in merito alla forza d'attrito [10]. L'inflessione statica è stata analizzata da alcuni autori per pezzi di forma semplice, come caso studio, per sistemi isostatici del tipo "3-2-1" ossia con vincoli d'appoggio tali da bloccare progressivamente i sei gradi di libertà del corpo ed in particolare nella sequenza con cui si realizzano [11]. Per pezzi di forma complessa, come casi industriali, la metodologia FEM risulta oggi l'approccio più efficiente nello sviluppo del sistema di staffaggio, inizialmente in ambiente di simulazione per risparmiare sui costi, in seguito nella costruzione e messa a punto. Infatti un primo progetto non rappresenta mai la soluzione ottimale in relazione a deformazione e stress interni indotti al pezzo, flessibilità del sistema di staffaggio e forze di reazione presenti durante la lavorazione, pertanto il primo disegno è iterativamente modificato per ottenere lo staffaggio ottimale nel rispetto dei vincoli di progetto.

Recentemente, inoltre, il sistema di staffaggio è stato studiato anche considerando la dinamica delle lavorazioni, quando infatti le soluzioni per fissare il pezzo sono molteplici è possibile ottimizzare la disposizione dei vincoli di ancoraggio per ridurre le vibrazioni dello stesso in fase di lavorazione [12]. Tale analisi è tuttavia fortemente vincolata alla forma del pezzo, quindi i casi studio si presentano come esempi generalizzabili con forma semplice, come oggetti scatolari.

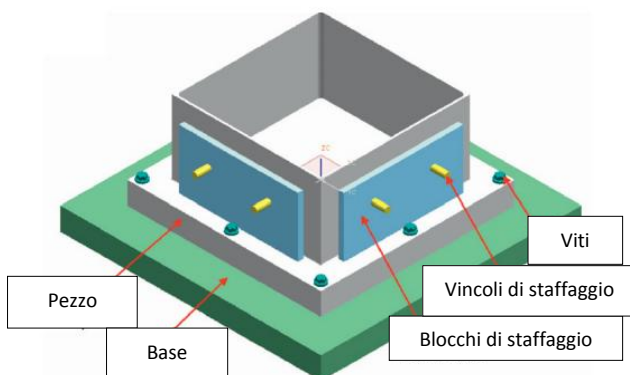


Figura 1.2 Modello per l'analisi dell'errore introdotto dal sistema di fissaggio del pezzo.

L'approccio per l'ottimizzazione dei vincoli viene comunemente realizzato in un algoritmo iterativo in cui si confrontano gli spostamenti del modello del pezzo, come indici della qualità geometrica ottenuta, con le forze e i relativi punti d'applicazione del sistema di fissaggio.



### 1.1.4 Errori dovuti alle forze inerziali

La struttura della macchina utensile ha un comportamento assimilabile ad un insieme di corpi rigidi. A seconda dei casi il peso proprio e la posizione degli assi o del pezzo lavorato possono avere influenza sull'accuratezza della lavorazione. La deformazione strutturale dell'anello tra utensile e pezzo lavorato è in generale più significativa per macchine utensili non simmetriche e dotate di elementi a sbalzo. L'errore di posizionamento dovuto alla deformazione strutturale a seguito dello spostamento dell'asse inoltre è maggiore per macchine utensili con grande volume di lavoro e caratterizzate difatti da primi modi di vibrare a bassa frequenza. La ripetibilità della direzione e dell'intensità del carico come il peso proprio di un asse nel suo spostamento talvolta consentono di interpretare tale errore di natura dinamica in un aspetto cinematico, traducendo l'inflessione strutturale ad esempio in un errore di rettilineità ed in un cedimento angolare dell'asse. Quando il carico inerziale che grava sulla struttura non è esclusivamente imputabile all'accelerazione gravitazionale ma al contrario insorgono elevate accelerazioni nell'interpolazione di una traiettoria seguita ad alta velocità, come per esempio in caso di lavorazione di leghe leggere o legno, la struttura della macchina utensile è soggetta a deformazioni non direttamente collegate alla posizione degli assi ma bensì correlate alla velocità del movimentazione imposta. Spaan [13] nella sua tesi di dottorato simula il comportamento di una fresatrice a

cinque assi, una Maho 700S, attraverso un modello cinematico per predire l'errore di posizionamento relativo utensile-pezzo a causa delle imperfezioni cinematiche nel movimento dell'asse verticale Z e trasversale X. Il modello è basato su misure sperimentali ottenute con un laser interferometrico e degli estensimetri. In realtà il modello cinematico è una rappresentazione a corpi rigidi della macchina utensile in cui a causa della gravità l'incurvatura e il cedimento angolare degli assi lineari lungo la direzione di traslazione sono dovuti allo spostamento del peso proprio e si manifestano in maniera ripetibile. La misura con laser interferometrico è stata impiegata successivamente anche per la validazione del modello, mentre quella estensimetrica ha dimostrato che i giunti della struttura sono in generale più cedevoli in confronto ai corpi degli assi, introdotti difatti come corpi rigidi. L'errore cinematico che rappresenta la cedevolezza del giunto dell'asse trasversale ha tuttavia una differenza importante rispetto all'errore cinematico della guida verticale in quanto il primo è relazionato al peso ed al suo punto di applicazione del pezzo lavorato. La tavola della macchina utensile manifesta un cedimento angolare che cresce linearmente col peso del lavorato, maggiore nella posizione centrale lungo la corsa dell'asse X e dipendente anche con la posizione del lavorato sulla tavola. L'entità di tale errore assume il valore di 0.1 mrad, circa 0.1 mm su una distanza lineare di un metro, ponendo sulla tavola un pezzo che esercita una

forza peso di 5000 N, valore massimo secondo specifica.

### 1.1.5 Altre fonti dell'errore quasi-statico

Ulteriori fonti di errore in lavorazione sono le incertezze associate al set-up dell'utensile. Gli utensili più comuni come frese a candela, sferoidali o toroidali sono caratterizzate da margini di variabilità in primo luogo sul diametro, poi sull'eventuale raggio di raccordo e sull'eccentricità geometrica dei vari denti che compongono l'utensile. L'utensile montato nel mandrino tramite l'insieme porta-utensile e pinza mostra in generale un comportamento caratterizzato da eccentricità nella rotazione conseguente dai vari errori di coassialità dell'insieme della catena cinematica della parte rotorica del mandrino. La lunghezza dell'utensile, intesa come distanza tra il naso del mandrino e la punta dell'utensile lungo la direzione dell'asse, viene misurata comunemente con una stazione di pre-setting ed è necessaria ogni qual volta l'utensile sia montato sul porta-utensile. L'errore associato alla misura della lunghezza dell'utensile introduce un errore sul pezzo che assume sempre la stessa direzione nelle lavorazioni di fresatura in tre assi, mentre per lavorazioni su più superfici del tipo tre assi e mezzo e continue come cinque assi, l'errore generato è legato all'inclinazione dell'utensile quindi non ha semplice interpretazione in relazione alla forma del pezzo quando la sua lavorazione implica un

continuo cambiamento della configurazione degli assi rotanti. Per spiegare meglio tale fenomeno è possibile descrivere un semplice esempio che consiste nella lavorazione di un oggetto cilindrico. Il profilo circolare se contornato in 2 assi mostrerà un errore sul diametro relativo al diametro dell'utensile, mentre se contornato con un utensile sferico e con angolo di "cross", ossia di inclinazione trasversale rispetto al moto di avanzamento, manifesterà un errore sul diametro dovuto anche dell'errore sulla lunghezza utensile, crescente con tale angolo. Le incertezze sul diametro e lunghezza dell'utensile oltre ad essere indicate per le prime dal fornitore e per le seconde dalla precisione garantita in fase di misura dalla stazione di pre-setting, insorgono in relazione al fenomeno dell'usura. Alcune macchine utensili integrano la stazione di misura della lunghezza al loro interno per cui ciclicamente a seguito della lavorazione di uno o più pezzi ripristinano il valore corretto della lunghezza misurandolo nuovamente, quindi correggendo l'errore dovuto all'usura generata. In merito invece all'usura sul diametro dell'utensile occorre precisare che in virtù delle differenti condizioni di taglio che si affrontano nel ciclo di lavoro di un prodotto talvolta essa assume valori differenti lungo la direzione assiale, in generale maggiore sulla punta. Dispositivi di misura ottica sono impiegati per osservare il labbro d'usura [14], mentre a livello del controllo numerico soltanto alcune funzioni consentono di correggere la il percorso utensile sulla

base del diametro effettivo dell'utensile (*G41*, *G42* e modalità cinque assi).

## **1.2 Errori dinamici**

### **1.2.1 Errori indotti dalla forza di taglio**

A differenza degli errori di natura termica e cinematica per i quali la compensazione in tempo reale ha avuto implementazione nelle macchine utensili, al fine di abbattere l'errore del lavorato in merito anche al contributo dovuto alle forze di taglio, un ciclo di lavorazione è da sempre costituito da una fase di sgrossatura con alti tassi di asportazione e rilevanti forze di taglio seguita in ultimo da una fase di finitura con ridotte sezioni di truciolo, così da ridurre le forze e diminuire l'inflessione dell'utensile. Tale approccio risulta tuttavia relativo, infatti sia in base ad esempio al materiale del prodotto o in base alla forma dell'utensile il contributo d'errore dovuto alla forza di taglio può essere trascurabile o rilevante. Due casi opposti sono uno stampo in alluminio senza profondi e sottili incavi e un vano chiuso di una girante in acciaio ad alta resistenza. Infatti la scelta dell'utensile per il primo può essere limitata nelle dimensioni dai raggi di raccordo minori del CAD dello stampo, ma comunque tale da garantire una sufficiente rigidità dell'utensile, mentre per il secondo la forma snella e allungata

necessaria a raggiungere le profondità del vano, nonché la maggior durezza dell'acciaio, comportano un approccio più attento a livello di impostazione della lavorazione per ridurre quanto possibile l'errore indotto dalle forze di taglio. Tale errore si manifesta in forma dinamica in quanto insorge come vibrazione forzata nel "rimbalzo" dell'utensile a seguito dell'asportazione del materiale realizzata dal tagliente. Quando il processo dinamico si mantiene relativamente stabile nell'arco di una porzione di superficie lavorata, è possibile individuare l'errore di forma introdotto come inflessione statica dell'utensile, approssimazione della regione di spazio mediamente spaziata dall'utensile nel suo moto di avanzamento. Tale regione è caratterizzata a rigore da uno scostamento nelle tre direzioni della punta utensile, dai due cedimenti angolari rigidi nelle direzioni nominalmente ortogonali all'asse utensile e dalla deformazione elastica del corpo utensile. Infine la sovrapposizione della rugosità superficiale come tessitura primaria e secondaria al profilo quasi-statico considerato dà nuovamente luogo all'errore effettivo generato dalla forzante di taglio.

In passato era consuetudine avvalersi di mappe di stabilità sperimentali per evitare condizioni di instabilità (chatter) in particolare nelle fasi di sgrossatura, e si ricorreva a parametri indicati dai fornitori di utensili per l'impostazione della lavorazione. Tale metodo riduceva l'errore indotto dalle forze di taglio per pezzi sufficientemente rigidi,

mentre era limitato per la lavorazione di superfici sottili in cui l'errore dovuto alle forze di taglio insorgeva in ragione della vibrazione del pezzo, meno rigido dell'utensile. Le condizioni di stabilità di taglio tuttavia raggiunte permettevano di avere infine un oggetto lavorato in cui l'errore risultante sul pezzo imputabile all'inflessione statica dell'utensile rimaneva un parametro controllato in seguito mediante un'ispezione geometrica, o stimato in partenza dall'esperienza dell'operatore.

L'approccio attuale è invece focalizzato all'aspetto dinamico del processo di asportazione per varie ragioni [15]. Infatti le configurazioni di lavoro di una macchina utensile possono variare sensibilmente sia in relazione alla posizione degli assi per macchine utensili con ampio volume di lavoro, sia in relazione alla forma del pezzo che può manifestare un comportamento assimilabile ad un corpo rigido o ad una parete sottile, sia in relazione all'utensile montato sulla macchina che in base al proprio rapporto d'aspetto e serie di collegamenti può mostrare una rigidità variabile. Inoltre anche il numero di denti è fondamentale in quanto modifica la frequenza d'eccitazione presente nel processo dinamico di asportazione. Di conseguenza in primo luogo l'indagine sperimentale tradizionale per ottenere le condizioni di stabilità diviene estremamente dispendiosa a causa dell'elevato numero di parametri che cambiano nelle varie configurazioni ed in secondo luogo, individuate le condizioni di stabilità, la stima dell'errore quasi-statico

dovuto all'inflessione stabile dell'utensile o del pezzo può rappresentare un'informazione chiave nell'ottimizzazione di un più ampio processo produttivo in cui l'asportazione mediante macchina utensile risulta uno tra i tanti passaggi a cui il lavorato è sottoposto.

Gli approcci recenti per la caratterizzazione dell'errore dovuto alle forze di taglio si basano inizialmente su una modellazione analitica finalizzata al calcolo della forza di taglio sulla base di sei coefficienti di taglio, secondo ad esempio il modello di Altintas [16]. Tali coefficienti sono correlati al materiale e alle caratteristiche geometriche del tagliente quali profilo dell'utensile, angoli di spoglia, angoli d'elica e possono essere stimati tramite prove sperimentali o ricavati da valori già tabellati. L'indagine prosegue nuovamente a livello sperimentale misurando la risposta dinamica della macchina utensile ad esempio con una prova d'impatto con martello strumentato. Le informazioni sperimentali ottenute rappresentano i dati d'ingresso per modelli numerici volti a stimare le mappe di stabilità del processo di asportazione nelle determinate condizioni. In generale lavorazioni tradizionali con basse velocità di taglio e grandi utensili introducono forzanti che eccitano i modi a bassa frequenza, ossia quelli della struttura della macchina utensile, mentre per lavorazioni ad alta velocità i modi eccitati sono quelli propri del mandrino appartenenti al campo delle frequenze medio alte.



### **1.2.2 Errori introdotti dal controllo numerico**

Gli errori introdotti dal controllo numerico sono in generale di natura dinamica in quanto insorgono in virtù dell'errore d'inseguimento nella posizione comandata dell'asse. Lo schema generale di un anello di controllo prevede come dati d'ingresso la posizione, la velocità e talvolta in forma calcolata l'aggiunta dell'accelerazione e del jerk dell'asse [17]. Il controllo digitale minimizza ad ogni intervallo di ciclo l'errore come differenza tra posizione reale e comandata, tra velocità reale ed imposta. Il sistema dinamico di controllo può introdurre fenomeni di risonanza nel comando di un asse quando entra in interferenza con un modo di vibrare del sistema meccanico. Per evitare tale fenomeno la funzione di trasferimento dell'anello è costruita in maniera tale da presentare un'attenuazione in corrispondenza delle frequenze di risonanza meccaniche, ad esempio con un guadagno del tipo passa-basso. In alternativa per modi che mantengono la stessa frequenza al variare della configurazione operativa della macchina utensile, è possibile adottare un funzione di trasferimento del tipo taglia-banda, che riduce il guadagno nell'intorno di tali frequenze. Ciò diviene utile al fine di rendere il controllo più pronto ed accurato a seguito di rapide perturbazioni come la contornatura di uno spigolo. I controlli numerici più avanzati possono imporre una legge di moto dell'asse controllando l'accelerazione con

un polinomio anche di terzo grado, in quanto il contenuto in frequenza del segnale ottenuto nel tempo mostra un abbattimento maggiore dei picchi alle alte frequenze al crescere del grado del polinomio. Al fine di non eccitare i modi di vibrare della macchina utensile nella movimentazione degli assi, soluzioni alternative sono costituite da dissipatori passivi o attivi, quest'ultimi intervengono con altri fattori di guadagno impostati per abbattere le risonanze meccaniche del sistema di attuazione.

A livello di modellazione il sistema di attuazione e controllo dell'asse viene sviluppato tramite l'impiego di software in grado di rappresentare l'anello di controllo e al tempo stesso anche la risposta meccanica del sistema. L'obiettivo ultimo è lo studio del comportamento dinamico della macchina nel suo insieme ed al punto comandato, ossia la punta utensile durante una simulazione nel dominio del tempo di una lavorazione in cui il percorso utensile può presentare delle movimentazioni critiche per il sistema. Un esempio comune è la contornatura di uno spigolo vivo in cui è possibile indagare la prontezza del controllo numerico nel cambiamento di velocità dell'asse in un breve lasso di tempo, oppure per macchine con tavola roto-basculante la capacità degli assi lineari di inseguire la posizione comandata a seguito di un ampio e rapido cambiamento dell'orientazione relativa utensile-pezzo in corrispondenza di un breve tratto di percorso. Tale fenomeno difatti può considerarsi l'estensione del primo caso citato alle lavorazioni in cinque assi, che si

manifesta tipicamente nella contornatura del bordo di una paletta dove la normale alla superficie mostra un elevato gradiente a causa del ridotto raggio di raccordo.

## **2 Errori quasi-statici di natura cinematica**

Gli errori introdotti nel precedente capitolo vengono ora presentati in particolare dettaglio per quanto concerne gli errori di natura cinematica. Il capitolo propone la normativa di riferimento per la loro definizione, fondamentale per sviluppare l'indagine sperimentale e di modellazione. In seguito viene presentato lo stato dell'arte della ricerca in relazione sia alla loro misura sperimentale in forma diretta ed indiretta, più i relativi modelli proposti per l'indagine, la predizione ed eventuali strategie di compensazione. Tale analisi preliminare consente di osservare gli aspetti migliorabili o mancanti dell'approccio della ricerca in tale campo, pur rimarcando la necessaria conoscenza degli aspetti globali e talvolta critici che concorrono nell'errore geometrico del lavorato.

### **2.1 Normativa di riferimento**

#### **2.1.1 ISO 230-1**

La norma ISO 230-1 "Precisione geometrica delle macchine utensili in funzionamento a vuoto e in condizioni di finitura" [18] unifica i metodi di verifica della precisione delle macchine utensili sottoposte a

forze di taglio trascurabili o nulle. Nella prima parte sono definiti gli errori geometrici propriamente detti come le tolleranze applicabili ai pezzi di prova o ai componenti della macchina utensile, in seguito le operazioni preliminari da effettuare prima di qualsiasi prova. La norma riporta gli strumenti e le modalità d'impiego nella misura per le verifiche.

L'impiego di strumenti di misura è legato al margine della tolleranza da verificare, considerando infatti la precisione dello strumento di misura occorre che gli errori di misurazione non superino una data frazione della tolleranza da verificare. Le macchine sottoposte a verifica devono essere mantenute in uno stato termico stabilizzato, come analogamente gli strumenti stessi di misura. Nell'operazioni di verifica delle tolleranze geometriche della macchina utensile diviene utile ripetere la procedura svolta nella misurazione, per ottenere il parametro d'errore tramite la media delle acquisizioni. Qualora la ripetizione delle misure dia luogo a scostamenti eccessivi nelle ripetizioni occorre ricercare criticamente la fonte di tale deviazione, se nello strumento di misura, nel metodo o nella macchina utensile.

Tra le operazioni preliminari da svolgere prima del collaudo della macchina utensile la norma indica l'importanza di eseguire il livellamento che garantisca la stabilità statica della macchina per la misurazione della rettilineità di taluni componenti. In relazione ai carichi gravanti la norma prescrive che non ve ne siano, a meno che non sia specificato dal

costruttore. Tra i vari aspetti caratterizzanti un processo di lavorazione eventualmente coinvolto nella verifica delle tolleranze viene suggerito di considerare l'usura utensile e non introdurre altre fonti d'errore sul lavorato.

Le verifiche geometriche descritte nella norma sono finalizzate a ricavare l'errore nella forma, posizione e scostamento di linee o superfici come ad esempio rettilineità, planarità, parallelismo e perpendicolarità mediante almeno un metodo di misura citando i principi e gli strumenti impiegabili.

#### ***2.1.1.1 Definizione delle componenti d'errore degli assi lineari***

Le verifiche di rettilineità di movimento di un componente di una macchina utensile sono richieste per assicurare che la macchina produca un pezzo "dritto" o "piano", quindi diviene fondamentale definire tali concetti in maniera univoca e legati ad un dato o serie di dati metrologici. Dato che nella realtà le linee non risultano rette dovremo dare una definizione di rettilineità in funzione di una tolleranza. Perché una linea nel piano possa essere detta retta tutti i suoi punti devono risultare compresi tra due rette parallele alla direzione generale della linea, mentre la distanza tra le due rette è pari alla tolleranza. Nello spazio si estende il concetto di rettilineità della linea applicando il caso di retta nel piano a ciascuna delle due proiezioni della linea su due piani dati, perpendicolari e paralleli alla direzione generale della linea è retta.

La rettilineità di movimento di un componente mobile congloba sei tipi di scostamento: uno scostamento di posizione nella direzione del moto, due scostamenti lineari di un punto del componente mobile dalla traiettoria e tre scostamenti angolari del componente mobile.

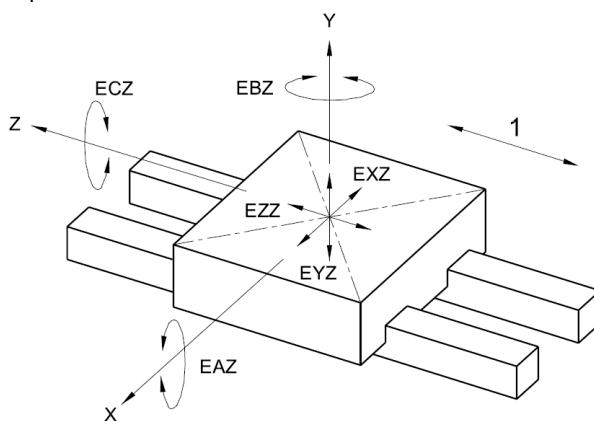


Figura 2.1 Modello per l'analisi dell'errore introdotto dal sistema di fissaggio del pezzo [18].

In riferimento alla figura è possibile individuare secondo la notazione

- 1 Direzione dell'asse lineare
- X,Y,Z Terna di riferimento
- EXZ Scostamento lineare dell'asse Z nella direzione X
- EYZ Scostamento lineare dell'asse Z nella direzione Y

EZZ Scostamento di posizione del componente mobile nella direzione Z

EAZ Scostamento angolare dell'asse Z intorno a X ( beccheggio )

EBZ Scostamento angolare dell'asse Z intorno a Y ( imbardata )

ECZ Scostamento angolare dell'asse Z intorno a Z ( rollio )

Lo scostamento lineare viene definito a partire, o dalla rettilineità della traiettoria di movimento del punto funzionale, o del punto rappresentativo, solidale col mobile stesso, del componente mobile. Tale punto funzionale è suggerito dalla norma come segue:

- se il componente mobile è solidale con l'utensile il punto funzionale coincide con l'utensile stesso, o più precisamente con il centro della parte attiva dell'utensile stesso.
- se il componente mobile è invece solidale con il pezzo da lavorare, ossia il caso in cui un asse lineare appartenga alla tavola portapezzo, il centro della tavola può essere considerato come punto rappresentativo.

Tali scostamenti sono essenzialmente le distanze che intercorrono fra la traiettoria ideale e quella reale nelle direzioni dei due assi X e Y normali a Z e fra loro, più la distanza tra la posizione realmente



raggiunta dall'elemento mobile e la posizione obiettivo nella direzione del moto.

Ogni movimento del componente mobile comporta tre scostamenti angolari fondamentali, ossia due rotazioni intorno agli assi normali all'asse di avanzamento, chiamate beccheggio e imbardata, ed una rotazione intorno all'asse di avanzamento, chiamata rollio. In realtà ognuno di questi ha effetto sulla rettilineità di movimento, infatti quando viene misurata la rettilineità di movimento della traiettoria di un punto rappresentativo, i dati rilevati includono tutti gli effetti degli scostamenti angolari che sono evidenziabili solo se si prende in considerazione almeno un altro punto rappresentativo non coincidente col primo. In generale la componente di scostamento del secondo punto risulta alterata ed occorre quindi eseguire due misurazioni separate per ricavare gli scostamenti angolari del componente nel moto.

#### ***2.1.1.2 Metodi di misura della rettilineità***

Per effettuare misure di rettilineità esistono metodi basati o sulla misura della lunghezza, o sulla misura degli angoli. Le misure di rettilineità possono essere effettuate riferendoci o a riferimenti fisici, come per esempio righe di controllo, oppure riferiti rispetto a linee ideali come per esempio un raggio luminoso. Qui di seguito verrà presentato, a titolo di esempio, un metodo basato sulle misure della lunghezza. Lo strumento utilizzato in questo caso, fornisce come lettura lo scostamento fra la linea verificata e la linea di

riferimento. Le letture vengono effettuate su vari punti, uniformemente distribuiti o meno, presi su tutta la lunghezza della linea da verificare. Il riferimento, indipendentemente dal tipo prescelto, deve essere posizionato in modo che le letture a entrambi le estremità siano simili. Lo scostamento di rettilineità è definito come la distanza tra due rette parallele alla linea rappresentativa e passante per i punti di scostamento massimo e minimo. La linea rappresentativa è la linea che meglio identifica l'asse di movimento. Tale linea può essere definita, o come linea passante per i punti iniziale e finale, o come linea che meglio approssima i valori rilevati attraverso per esempio il metodo ai minimi quadrati.

### ***2.1.1.3 Metodo di misura tramite riga di controllo***

#### **2.1.1.3.1 Misurazione in un piano verticale**

La riga di controllo deve essere posizionata su due blocchetti di riscontro situati posti possibilmente in corrispondenza dei punti di minima flessione della riga di controllo, la misurazione deve essere effettuata facendo traslare lungo la riga di controllo la punta di un tastatore collegato alla superficie da misurare tramite un supporto a tre appoggi. Uno di tali punti, coassiale con l'asse del comparatore, appoggia sulla linea della superficie da misurare e l'asta che regge il tastatore è perpendicolare a tale punto. Per garantire che il

supporto trasli lungo una linea retta, viene impiegata una riga di guida alla quale il supporto comparatore viene mantenuto in contatto.

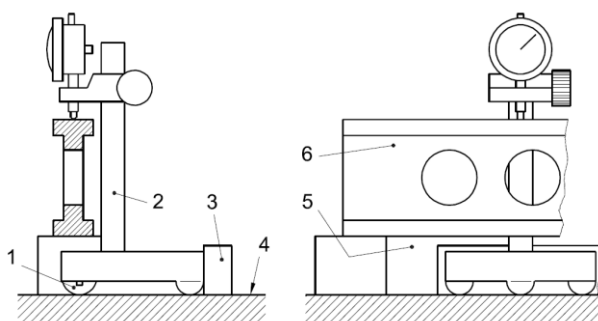


Figura 2.2 Misura di rettilineità in un piano verticale con riga di controllo: 1 punto di contatto, 2 supporto comparatore, 3 riga di guida, 4 superficie da misurare, 5 blocchetto pianoparallelo, 6 riga di riferimento [18].

#### 2.1.1.3.2 Misurazione in un piano orizzontale

Analogamente al caso precedente la faccia di riferimento viene tastata da un comparatore, collegato al supporto che viene mantenuto in contatto con la superficie da verificare. La riga è posta in modo tale da garantire che le letture alle due estremità siano identiche, di modo che possano essere letti direttamente gli scostamenti rispetto alla retta congiungente le due estremità. Per compensare l'errore di misurazione introdotto dalla non perfetta

rettilinearità della riga di controllo, viene impiegato il metodo del ribaltamento, che consiste nel far ruotare la riga di controllo di  $180^\circ$  intorno al suo asse longitudinale e nell'effettuare la misurazione in senso inverso sulla stessa faccia di riferimento della riga di controllo, sondando la stessa superficie.

Nel caso delle macchine utensili il metodo di misura della rettilinearità distingue due casistiche, ossia quando il piano di riferimento si trova sul componente mobile perché l'asse lineare è collegato alla tavola, o quando il piano di riferimento si trova sul componente fisso perché l'asse lineare è collegato al mandrino. Nel primo caso il comparatore è fissato al mandrino e il tastatore appoggia ortogonalmente alla superficie da verificare. La tavola e il piano di riferimento vengono traslati in modo da ricavare lo scostamento di rettilinearità dell'asse di traslazione. Nel secondo caso il comparatore vien sempre fissato sul mandrino ma, in questo caso, è quest'ultimo a muoversi sul riferimento che rimane fisso solidale con la tavola.

Tra le misure di perpendicolarità è utile citare quella tra due traiettorie, perché finalizzata alla misura degli errori di ortogonalità tra gli assi lineari. In tal caso si procede allineando un braccio della squadra ad una traiettoria verificando il parallelismo di movimento come riportato in norma e osservando lo scostamento misurato nell'altro braccio nella movimentazione dell'asse.

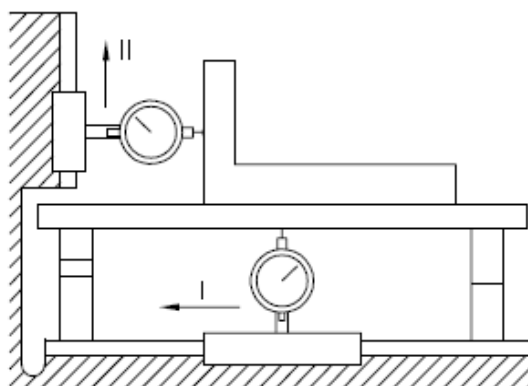


Figura 2.3 Misura di perpendicolarità tra due traiettorie [18].

#### **2.1.1.4 Definizione degli errori di locazione degli assi lineari**

La verifica della perpendicolarità nella movimentazione di un asse lineare in relazione agli altri o in relazione ai riferimenti fisici della tavola consente di determinare le tolleranze associate agli errori di locazione dell'asse.

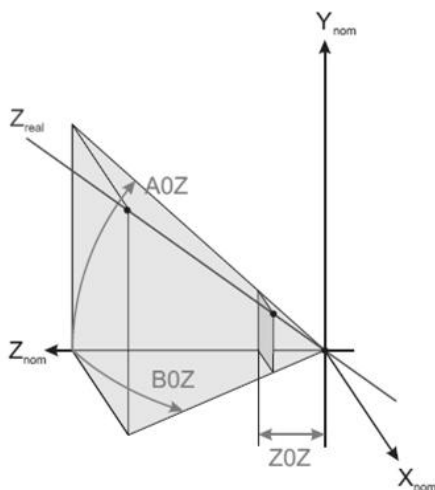


Figura 2.4 Errori di localizzazione dell'asse medio di traslazione dell'asse lineare Z.

In riferimento alla Figura 2.4 è possibile individuare secondo la notazione

$X, Y, Z$  Terna di riferimento

$AOZ$  Errore d'orientazione dell'asse Z attorno l'asse X

$BOZ$  Errore d'orientazione dell'asse Z attorno l'asse Y

$ZOZ$  Errore d'origine dell'asse Z

L'origine dell'asse viene definita inizialmente dal costruttore come quota nominale rispetto a riferimenti fisici della macchina utensile. Durante l'installazione della macchina l'origine definita può

essere soggetta ad eventuali correzioni dovute alla stabilizzazione statica della macchina a seguito della posa. In tale procedura di controllo sono coinvolte le procedure di verifica esposte nella norma ISO 230-1 per le misurazioni dei riferimenti fisici.

## **2.1.2 ISO 230-7**

La norma ISO 230-7 “Accuratezza geometrica degli assi di rotazione” [19] oltre a definire le inaccuranze cinematiche della movimentazione di un asse rotante, unifica i metodi di verifica dell’accuratezza geometrica. L’introduzione iniziale degli errori che possono verificarsi su un asse di rotazione non perfetto risulta fondamentale per la definizione dei metodi da impiegare per la determinazione delle singole componenti di scostamento.

### ***2.1.2.1 Definizione delle componenti di errore degli assi rotanti***

In relazione agli errori indotti dagli assi di rotazione è necessario definire le componenti di errore derivanti dal moto e le componenti di errore riferiti all’asse medio. L’asse medio di rotazione l’asse difatti rappresenta la media delle posizioni assunte dall’asse di rotazione durante la rotazione stessa. Tale asse viene solitamente determinato utilizzando un metodo di approssimazione ai minimi quadrati. È quindi possibile

definire dieci componenti di errore: sei componenti di errore definite per l'asse istantaneo di rotazione dipendenti dalla posizione angolare dell'asse e quattro componenti riferite all'asse medio, valori definiti costanti che rappresentano gli errori di locazione spaziale come tolleranze di perpendicolarità e posizione dell'asse medio. In Figura 2.5 sono rappresentati gli assi medio e istantaneo rispetto a una terna di riferimento  $X^o, Y^o, Z^o$ . Per definire gli errori occorre definire l'asse di rotazione "perfetto", che è un asse in grado di generare la rotazione pura rispetto a un sistema di riferimento.



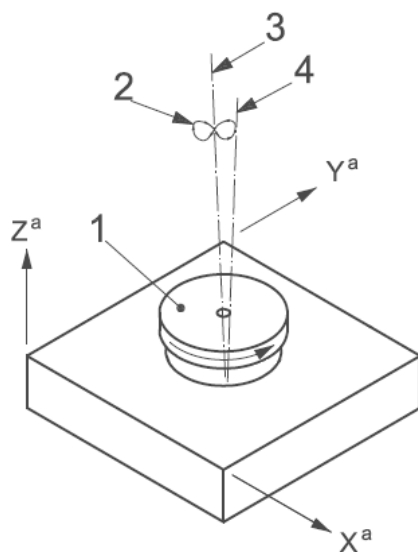


Figura 2.5 Coordinate e assi di riferimento per un asse di rotazione: 1 elemento rotante, 2 traiettoria dell'asse di rotazione, 3 asse medio di rotazione, 4 asse di rotazione istantaneo [19].

Per l'asse di rotazione si possono definire sei componenti di errore, ossia tre componenti di scostamento lineare inteso nelle tre direzioni ortogonali X, Y e Z e tre componenti di scostamento angolare dell'organo rotante attorno nuovamente alle tre direzioni X, Y e Z. Analogamente alle componenti di scostamento introdotte per gli assi lineari viste in

precedenza, tali componenti sono valutate rispetto alla posizione e all'orientazione dell'asse medio, ma risultano funzione della fase angolare spaziata dall'organo mobile anziché da una quota lineare.

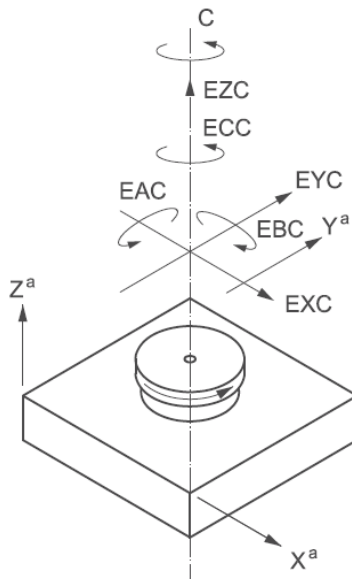


Figura 2.6 Componenti di errore dell'asse di rotazione C [19].

In riferimento alla Figura 2.6 definiamo:  
 EXC movimento in direzione radiale di C nella direzione X  
 EYC movimento in direzione radiale di C nella direzione Y

EZC Scostamento assiale di C in direzione C  
EAC moto angolare dell'asse C intorno a X  
EBC moto angolare dell'asse C intorno a Y  
ECC errore di posizionamento angolare

### ***2.1.2.2 Definizione degli errori di locazione degli assi rotanti***

Per quanto riguarda l'asse medio, definito come già detto dalla posizione media calcolata col metodo dei minimi quadrati assunta dall'asse di rotazione, si individuano quattro errori di locazione per rappresentare la sua posizione spaziale: due componenti ortogonali di scostamento lineare che determinano l'intersezione con un piano nominalmente ortogonale come origine dello stesso e due componenti di scostamento angolare in relazione alla terna del sistema di riferimento.

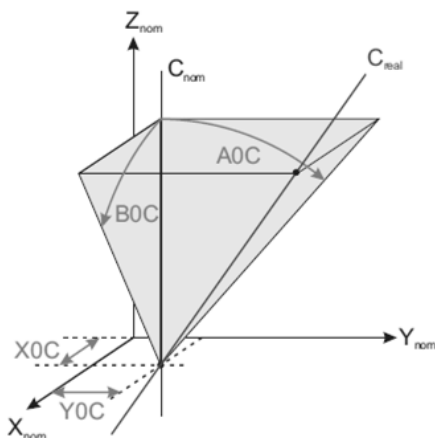


Figura 2.7 Errori di localizzazione dell'asse medio di rotazione dell'asse rotante C

In riferimento alla Figura 2.7 gli errori di localizzazione sono propriamente:

XOC coordinata di offset dell'asse C nella direzione di X

YOC coordinata di offset dell'asse C nella direzione di Y

AOC scostamento angolare di C intorno a X

BOC scostamento angolare di C intorno a Y

Gli scostamenti angolari AOC e BOC possono essere altresì intesi come errori di perpendicolarità con i corrispettivi assi della terna di riferimento.

In relazione alle componenti d'errore dell'asse rotante la norma approfondisce la loro caratterizzazione classificandolo in tre forme, ossia

l'errore di tipo sincrono, asincrono e strutturale. Il primo presenta una frequenza pari ad un multiplo intero della frequenza di rotazione, pertanto viene suddiviso a sua volta in una componente fondamentale perché con frequenza pari a quella di rotazione e in una componente residua perché con frequenza multiplo intero diverso da uno. L'errore asincrono è determinabile per differenza fra l'errore complessivo rilevato e l'errore sincrono. La caratteristica dell'errore asincrono è tale da non essere periodico ed è perciò in generale difficilmente eliminabile. Infine l'errore strutturale è dipendente dalla macchina stessa e quindi impossibile da eliminare. Comunemente l'errore viene presentato su un diagramma polare in cui è possibile isolare l'errore sincrono e l'errore asincrono. Con il metodo ai minimi quadrati si individua la circonferenza "LSC", *Least Square Circle*, che meglio approssima i dati. In generale il centro della circonferenza calcolata col metodo dei minimi quadrati non coincide con il centro del diagramma polare. A differenza dell'andamento osservabile nel diagramma polare per i vari errori, in relazione alla componente sincrona la norma definisce il valore dell'errore sincrono considerando due circonferenze aventi il centro calcolato col metodo dei minimi quadrati e che contengono il profilo dell'errore sincrono. La differenza fra i raggi di tali circonferenze ne rappresenta il valore.

## **2.2 Metodi di misura diretta**

A seguito della definizione degli errori geometrici degli assi e dei metodi di misura proposti dalle normative diviene utile proporre le tecniche impiegate in particolare nel settore della ricerca per la misura diretta. Nelle stesse norme tali tecniche sono illustrate talvolta nel principio di funzionamento e negli accorgimenti necessari per un corretto utilizzo dello strumento. Rispetto ai metodi tradizionali diffusi in ambito industriale, quali impiego di livelle di precisione, squadre e comparatori, presentati come prima tecnica di misura nelle norme, i metodi per la misura diretta esposti di seguito consentono di raggiungere margini di precisione più stretti.

### **2.2.1 Misure laser interferometriche**

Il principio di funzionamento della misura mediante laser interferometrico consiste nello sfruttare una sorgente luminosa con una piccola lunghezza d'onda impiegata come unità di misura, divisa in due fasci direzionati verso un dispositivo riflettente fisso ed uno mobile, in seguito direzionati verso un rilevatore che valuta lo sfasamento delle due onde in base alla differenza della lunghezza dei due cammini ottici. La tecnica impiegata nel settore della ricerca sulle macchine utensili rende possibile la misura con elevata precisione di spostamenti grandi e piccoli come il

posizionamento di un asse lineare lungo la sua corsa o come errore in direzione ortogonale, quindi in termini di rettilineità del moto. Questa modalità è riportata in Figura 2.8 e si avvale di relazioni trigonometriche per correlare la differenza nel cammino ottico dei due fasci luminosi  $a$  e  $b$  allo scostamento in direzione verticale, ossia ortogonale all'asse, dell'interferometro montato solidalmente all'organo mobile oggetto della misura.

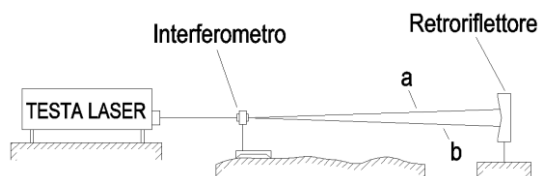


Figura 2.8 Schema della misura diretta con tecnica laser interferometrica.

Gli aspetti critici di tale metodo di misura risiedono nell'influenza dei fattori ambientali in particolare sulla lunghezza d'onda che rappresenta l'unità di misura. Infatti in seguito a variazioni di temperatura, pressione ed umidità occorre compensare la misura svolta strumentando il dispositivo laser con sensori in grado di rilevare ed elaborare tali variazioni. L'errore discendente dai fattori ambientali è quantificabile in decine di parti per milione della lunghezza misurata, tuttavia in determinate condizioni come la misura angolare o di rettilineità l'errore commesso si annulla nel confronto

dei cammini ottici in quanto identico per entrambi. Il dato acquisito nella misura ha in generale bisogno di un filtraggio nel quale siano eliminati errori indesiderati introdotti, come quelli dinamici. Fattori d'errori ulteriori a quelli ambientali citati sono l'elasticità dei corpi che introducono oscillazioni meccaniche nella movimentazione o anche in condizioni di apparente immobilità relativa delle parti, in realtà soggette a vibrazioni generate anche da fonti esterne.

### **2.2.2 Misure con ball bar telescopici**

Il dispositivo di misura nasce allo scopo di valutare l'accuratezza di macchine dotate di controllo numerico nell'interpolazione di una traiettoria circolare. Il dispositivo è dotato di due sfere di precisione collegate da una barra telescopica su cui è introdotto il dispositivo di misura e può sfruttare vari principi di funzionamento, quali interferometrici o capacitivi. L'impiego del test di misura su macchine utensili con tre assi lineari rappresenta una tecnica matura per l'indagine di determinate fonti d'errore cinematiche, quali giochi negli azionamenti ed errori di ortogonalità degli assi. Lo strumento è adatto anche per l'indagine degli errori introdotti dal controllo numerico tramite la variazione della velocità d'esecuzione del moto circolare. In relazione agli errori cinematici di macchine utensili con architetture cinematiche più complesse, come centri di lavoro con cinque assi o anche manipolatori a cinematica parallela



o antropomorfi, l'indagine delle fonti d'errore cinematiche e numeriche non è semplice e diretta come nel caso dei due assi lineari ortogonali, pertanto occorre sviluppare un modello cinematico ad hoc ed in tal senso la ricerca si impiega oggi per standardizzare ed estendere tale tecnica di misura su strutture più complesse [20, 21, 22]. Tale sviluppo prevede l'esecuzione di vari test del moto degli assi in cui i due riferimenti su tavola e mandrino mantengono nominalmente la stessa distanza. Tali prove consistono difatti in varie combinazioni di moti degli assi perché in primo luogo ciascun asse aggiuntivo comporta delle componenti d'errore cinematico aggiuntive ed in secondo luogo il dispositivo di misura è in grado di tracciare esclusivamente lo scostamento lungo la direzione tra i due riferimenti delle sfere poste alle estremità e solidali a tavola e mandrino.

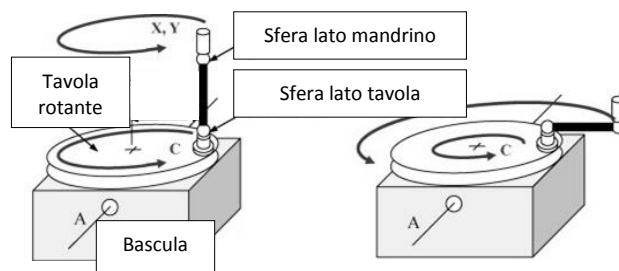


Figura 2.9 Schemi della misura diretta eseguita con double ball bar.

L'inseguimento tramite gli assi lineari  $X$  ed  $Y$  del riferimento sulla tavola rotante dà più di una modalità di misura possibile e la Figura 2.9 ne mostra due in cui la sensibilità dello strumento consente di rilevare errori cinematici lungo la verticale nel primo caso e nel piano per il secondo. Il test del moto circolare con misura mediante ball bar telescopico si presta anche come alternativa allo standard di lavorazione di contornatura del cono NAS 979 [23], almeno secondo due modalità generalmente diffuse, ossia con barra normale all'asse del cono, quindi con sensibilità nulla nello scostamento di posizione assiale dell'utensile, o normale alla superficie del cono.

### **2.2.3 Misure con sfere di precisione e tastatori**

La tecnica di misura tramite sfere di precisione e tastatore risulta in generale adatta per l'indagine dell'errore cinematico in quanto consente di valutare in forma esatta o ridondante l'errore introdotto nel posizionamento degli assi, sulla base di quote geometriche calibrate inizialmente o nel corso della misura. L'approccio nell'attività di misura risulta differente in relazione all'indagine svolta. Ad esempio l'impiego di una sfera "master" montata sul mandrino consente di valutare all'ordine del  $\mu\text{m}$  spostamenti non desiderati di natura anche dinamica, nel caso d'esempio della contornatura del cono ponendo la sfera sul vertice dello stesso [24, 25, 26, 27]. I sensori

impiegati possono essere di tipo capacitivo, come tre o quattro (ridondanti) tastatori unidirezionali che toccano la sfera in metallo duro o ceramica, o con lettura ottica della distanza della superficie della sfera. Nell'indagine esclusiva dell'errore cinematico è strategia comune disporre più sfere di precisione su un artefatto costruendo in alcuni casi una griglia di calibrazione. In tale metodo il sensore di misura è posto invece sul mandrino della macchina utensile, avendo la caratteristica di una sonda tastatrice. La tecnica di misura dell'errore cinematico nel posizionamento degli assi avviene mediante la calibrazione dell'artefatto per via esterna con l'ausilio di una macchina di misura a coordinate, talvolta avendo stima dell'incertezza della calibrazione in relazione alla precisione della CMM. L'artefatto montato sulla macchina utensile è sottoposto a misura nei riferimenti individuati dalle sfere di precisione, di seguito realizzate in altre configurazioni della macchina utensile, sulla base della disposizione degli assi e del minore margine di incertezza ottenibile nella media statistica delle acquisizioni. Il confronto delle quote geometriche relative all'artefatto nelle misure svolte tra le varie configurazioni consente di ricavare gli errori di locazione degli assi della macchina utensile, attraverso le trasformazioni omogenee rappresentanti le roto-traslazioni a cui è stato sottoposto l'artefatto nello spostamento degli assi. Tramite la griglia di calibrazione l'indagine è tutt'al più estesa anche alle componenti d'errore degli assi in forma discreta, ma in tal senso

crescono sia la complessità dell'analisi statistica per la minimizzazione dell'errore, sia la difficoltà per la pianificazione delle misure che individuano i riferimenti più accurati a seconda della configurazione degli assi. Il metodo con griglia di calibrazione è impiegato in particolare per macchine utensili con struttura del tipo a cinematica parallela, in cui l'assenza di assi lineari comporta maggiori errori di rettilineità nel posizionamento dell'utensile rispetto a centri di lavoro con architettura convenzionale.

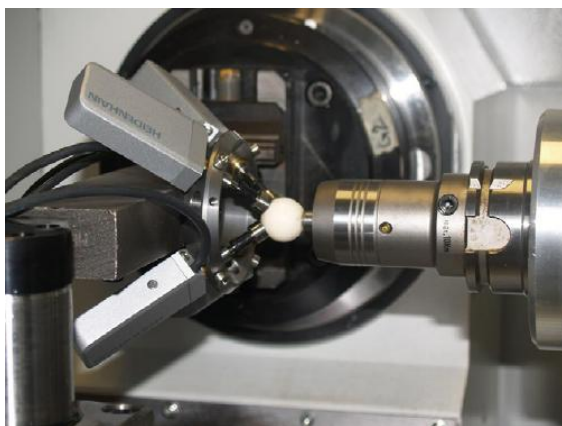


Figura 2.10 Misura diretta eseguita con sfera ceramica sul lato mandrino e quattro tastatori sul lato tavola.

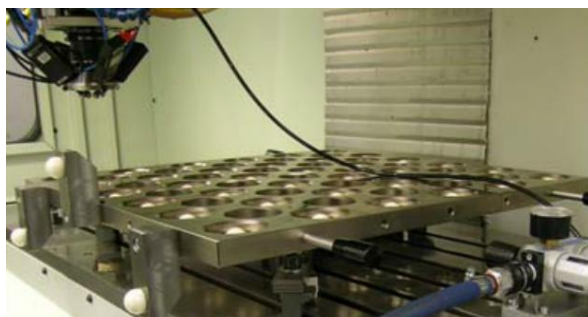


Figura 2.11 Misura diretta eseguita un artefatto dotato di sfere ceramiche e tastatori sul lato mandrino.

## 2.3 Metodi di misura indiretta

A seguito dei metodi di misura diretta si propongono quelli di tipo indiretta, ossia per via esterna tramite l'impiego di uno o più strumenti di misura nel rilievo geometrico di un determinato pezzo lavorato, la cui forma è definita nella normativa o è stata concepita dall'operatore perché in grado di rivelare le caratteristiche di performance della macchina utensile che costituiscono gli obiettivi dell'indagine. Difatti la norma 230-1 prevede che nell'atto della movimentazione degli assi la macchina utensile possa operare a vuoto o in condizioni di finitura. In tal senso viene demandata all'operatore la

scelta dei parametri di lavorazione perché l'oggetto lavorato sia esente da errori geometrici discendenti da altre fonti d'errore, come l'inflessione dell'utensile o del pezzo sotto l'azione delle forze di staffaggio.

### **2.3.1 ISO 10791-7**

Con riferimento alla ISO 230-1 la norma stabilisce una serie di prove di taglio in condizioni di finitura su pezzi normalizzati, nonché le caratteristiche e le dimensioni dei pezzi di prova stessi [28]. Lo scopo è di fornire i requisiti minimi per valutare la precisione di lavorazione della macchina utensile dotata di almeno tre assi lineari o in grado operare secondo tale modalità. Il pezzo standardizzato racchiude in sé varie lavorazioni che nel corso del collaudo di una macchina non è sempre necessario effettuare interamente. Ad esempio, quando le prove sono richieste per scopi di accettazione è facoltà dell'utilizzatore scegliere, d'accordo con il costruttore, quelle prove relative ai componenti e alle caratteristiche della macchina che sono di suo interesse. Queste prove devono essere chiaramente precisate nell'ordine della macchina. Nello standard vengono presi in considerazione due tipi di pezzi di prova, ciascuno di essi in due dimensioni. Il primo tipo riguarda la prova di posizionamento e contornatura, il secondo tipo in fresatura frontale. Posizioni estreme per i pezzi di prova dovrebbero essere adottate solo tramite accordo fra costruttore ed utilizzatore. Se non altrimenti specificato, il pezzo di

prova dovrebbe essere piazzato approssimativamente a metà corsa dell'asse X, ed in posizioni lungo gli assi Y e Z adatte al piazzamento del pezzo o dell'attrezzatura porta-pezzo, ed alla lunghezza degli utensili. Il pezzo di prova deve essere opportunamente montato su un'attrezzatura adatta, in modo da ottenere la massima stabilità degli utensili e dell'attrezzatura. Preliminarmente al ciclo di lavoro è bene verificare il parallelismo tra il piano di contornatura e la superficie di staffaggio del pezzo di prova, così da non compromettere la misura esterna a causa di un erroneo posizionamento del lavorato. Si raccomanda di utilizzare per il montaggio un sistema di staffaggio adatto, in modo da consentire all'utensile di realizzare una lavorazione passante ed un foro di centraggio per tutta la profondità del pezzo. Si raccomanda inoltre di montare il pezzo di prova sul sistema mediante viti a testa incassata in modo tale che lavorazioni successive non interferiscano con le viti, tuttavia sono possibili e possono essere scelti altri metodi. Materiali dei pezzi di prova, utensileria e parametri di taglio vengono proposti nella norma, ma nulla vieta di adottare altre scelte, purché concordate tra costruttore ed utilizzatore.

Relativamente alla sequenza delle lavorazioni previste, la prima prova consiste nel posizionamento ed alesatura di cinque fori ed una serie di passate di finitura su profili diversi, aventi lo scopo di verificare il comportamento della macchina in differenti condizioni cinematiche, ossia con avanzamento su un

solo asse, interpolazione lineare di due assi ed interpolazione circolare. Tale prova si esegue generalmente nel piano XY, e le indicazioni qui di seguito riportate si riferiscono a questo caso, tuttavia si può eseguire in altri piani se si dispone di una testa universale.

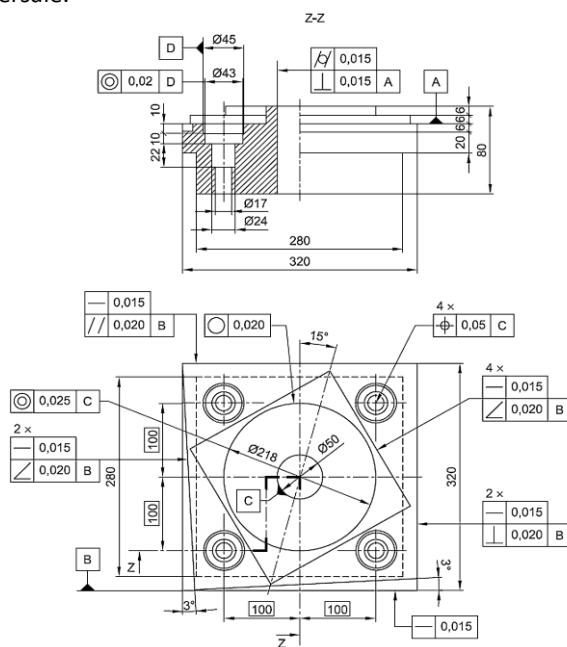


Figura 2.12 Geometria e tolleranze del pezzo secondo la norma 10791-7 per il collaudo della macchina utensile [28].



La forma finale del pezzo di prova illustrato in Figura 2.12 risulta dunque dalla lavorazione del foro passante situato nel centro del pezzo di prova, dalla contornatura del quadrato esterno e del diamante, il quadrato inclinato di  $75^\circ$ , del cerchio interno sulla faccia superiore del diamante e delle facce inclinate, su tutta la lunghezza dei due lati del quadrato esterno, con un angolo di  $3^\circ$  o un angolo con tangente di  $5/100$ . Infine si realizzano quattro coppie di alesature concentriche con diverso diametro dei fori posti negli angoli tramite il posizionamento in senso positivo degli assi X ed Y per le alesature superiori e posizionamento in senso negativo per le inferiori. La norma prescrive di mantenere l'utensile distante una frazione di millimetro dalla superficie sottostante così si da evitare il contatto frontale dell'utensile, in quanto le diverse superfici di contornatura sono lavorate ad altezze assiali diverse.

Il rilievo geometrico del pezzo per determinare il rispetto delle tolleranze viene eseguito sia con comparatori, barra seno, riga e squadra, ma in prevalenza con macchina di misura a coordinate.

Nella seconda parte della norma vengono unificate le modalità di lavorazione per la fresatura frontale, ossia la verifica geometrica della planarità delle superfici parallele al piano XY ottenute mediante la movimentazione degli assi X ed Y. Lo scopo di questa prova è di verificare la planarità di una superficie lavorata con un'operazione di fresatura frontale di finitura eseguita mediante due passate che si sovrappongono di circa il 20% del diametro della fresa.

Normalmente la prova viene effettuata mediante un movimento longitudinale lungo l'asse  $X$  ed un movimento trasversale lungo l'asse  $Y$ , ma può essere effettuata diversamente tramite accordo tra costruttore ed utilizzatore. La larghezza del pezzo deve essere circa 160% del diametro della fresa. Parametri di taglio, materiale del pezzo di prova e utensileria vengono anche in questo caso suggeriti, senza essere vincolanti e soggetti a modifica sulla base di accordo tra costruttore ed utilizzatore.

### **2.3.2 Circle Diamond Square Test**

Nella proposizione originaria della National Aerospace Standard 979 il pezzo lavorato è in alluminio, con un foro cilindrico prelavorato da utilizzarsi come riferimento unico di partenza per le lavorazioni. Generalmente il pezzo viene disposto centralmente sulla tavola, con i riferimenti paralleli agli assi della macchina e sono prescritti sia i parametri tecnologici del ciclo operativo, sia le tolleranze ammesse sulla planarità e sulla finitura superficiale del quadro fresato, sulla conicità della parte specifica, sulla ortogonalità e sul parallelismo del quadro esterno, sulla rotondità e finitura della zona circolare. Alcune versioni del provino introducono nel foro centrale un foro conico lavorato per contornatura.

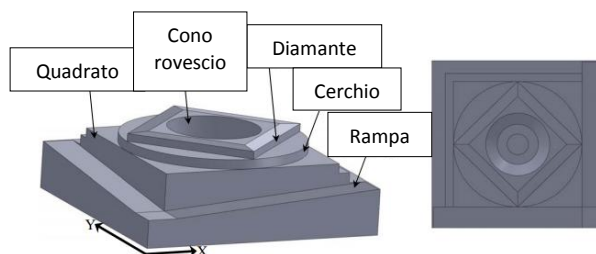


Figura 2.13 Geometria del pezzo Circle Diamond Square per il collaudo della macchina utensile.

La forma del pezzo lavorato propone traiettorie dell'utensile durante la lavorazioni simili a quanto visto nella normativa 10791-7, osservando ad esempio la presenza del cerchio e del quadrato. Nel confronto risulta tuttavia evidente la necessità di disporre di due assi rotanti per lavorare le rampe inclinate di  $5^\circ$ , mentre l'assenza dei fori alesati lavorati secondo posizionamento positivo e negativo, nonché dei lati verticali ed inclinati rispetto ai bordi del quadrato esterno di un angolo ridotto, non consente d'indagare a fondo l'accuratezza della movimentazione degli assi X ed Y. Al contrario, l'introduzione del cono inverso permette di valutare l'accuratezza del movimento sincrono e continuo dei cinque assi.

### 2.3.3 Contornatura del tronco di cono

La lavorazione di contornatura del cono proposta nella normativa NAS 979 non ha subito

aggiornamenti dalla sua data di pubblicazione. Le prescrizioni della norma risultano difatti gli aspetti minimi da definire nell'esecuzione e misura del test, perché in ottica della verifica delle performance di lavorazione non siano presenti ambiguità nel confronto delle tolleranze, mentre in ottica di applicabilità del test la lavorazione sia realizzabile con qualsiasi architettura cinematica dotata di cinque gradi di libertà nella movimentazione. La forma del cono difatti rappresenta la soluzione più semplice per la misura dell'errore geometrico presente in lavorazioni continue in cinque assi, tuttavia l'esito del test è fortemente legato alla scelta dei parametri non definiti o vincolati nella norma e necessita di un'indagine accurata su come essi influenzano l'errore geometrico di seguito misurato. A titolo d'esempio, in relazione alla posizione del cono all'interno dell'area di lavoro, la norma prescrive che sia tale da rendere necessaria la movimentazione dei cinque assi, ossia che il vertice non sia posto in punti singolari della catena cinematica. Ne consegue che per ciascuna locazione possibile del cono la movimentazione degli assi può essere differente, quindi anche l'errore introdotto, certamente nella componente cinematica. L'errore cinematico nella movimentazione sincrona dei cinque assi rende l'asse dell'utensile e del cono sghembi, ossia non incidenti sopra il vertice del cono in base all'angolo di apertura e il diametro dell'utensile. L'effetto relativo a tale fenomeno implica che l'involuppo spaziale dei cilindri che rappresentano l'utensile nei vari istanti temporali

generi una superficie del lavorato in realtà non rigata come quella di un cono geometrico, ma che su sezioni verticali del cono rivelino un andamento curvilineo dell'apotema. In relazione all'angolo di apertura del cono tra base superiore ed inferiore l'utensile ha un avanzamento per dente differente, in quanto è differente la lunghezza della circonferenza seguita nel percorso, pertanto l'inflessione utensile nella contornatura non è confrontabile direttamente con quella analoga ad un caso piano con la stessa interferenza stabilita da immersione radiale ed assiale dell'utensile. Il profilo del cono lavorato non consente di stabilire l'errore geometrico nella componente assiale dell'utensile in quanto viene ottenuto esclusivamente dal tagliente periferico dell'utensile stesso.

## 2.4 Metodi di modellazione cinematica

La modellazione cinematica nello stato dell'arte propone due approcci per la riduzione di tale componente d'errore in lavorazione. Secondo il primo approccio, l'analisi delle fonti geometriche d'errore riportata nella normativa e di seguito nei metodi di misura diretti ed indiretti costituisce il dato di partenza dei modelli cinematici finalizzati alla compensazione di tale componente d'errore. Il modello cinematico costruito sulla base delle grandezze geometriche fondamentali e degli errori geometrici degli assi

individuati in sede di misura della macchina utensile indagata risulta in grado di compensare l'errore esclusivamente per tale macchina, mentre per raggiungere gli stessi obiettivi su un'altra macchina seppure identica occorre eseguire nuovamente operazioni di misura. Nell'altro approccio, i modelli cinematici sono finalizzati all'ottimizzazione di una macchina utensile e hanno in definitiva lo stesso obiettivo di ridurre la componente d'errore cinematico, tuttavia si avvalgono di un'indagine statistica per minimizzare l'influenza degli errori geometrici degli assi sull'errore cinematico conseguente alla movimentazione. La scelta dell'indagine con base statistica è motivata dal fatto che ciascuna macchina utensile è caratterizzata dai propri errori geometrici degli assi, quindi l'approccio della modellazione preserva l'aspetto vantaggioso di rimanere a livello generale.

#### **2.4.1 Modelli cinematici per la compensazione**

I metodi volti alla compensazione dell'errore cinematico tramite lo sviluppo di un modello, analitico o numerico, in cui si fornisce una rappresentazione multi-body rigida della macchina utensile con un grado di libertà per ciascun asse, hanno carattere deterministico in quanto in forma univoca individuano la posizione dei *marker* introdotti sui corpi in base alla posizione degli assi. La formulazione del

collegamento tra due corpi rappresentante l'asse è fornita da equazioni di vincolo sulla base del tipo di giunto, come ad esempio un giunto prismatico o rotazionale. L'introduzione degli errori geometrici dell'asse può sembrare una complicazione del sistema, tramite la modifica delle lunghezze della struttura cinematica per gli errori di locazione o tramite una formulazione generica di vincolo per le componenti d'errore parametrizzate nella posizione dell'asse, tuttavia non costituisce un aumento del grado del sistema che modella la catena cinematica. Al contrario la modellazione dei giochi negli azionamenti, talvolta rilevanti nell'errore di posizionamento dell'asse o dell'utensile rispetto al pezzo lavorato, costituisce l'introduzione di ulteriori equazioni che esprimono l'interpretazione data alla natura di tale fenomeno. Ad esempio, due possibili modi d'interpretazione sono presentabili, del tipo a carattere cinematico o a carattere dinamico. Nel primo caso il modello rimane puramente cinematico in quanto la posizione tra i due estremi del gioco è dettata dal verso del moto dell'asse, pertanto nell'equazioni introdotte si valuta il segno della derivata dello spostamento, ossia il verso della velocità dell'asse. Nel secondo caso il modello diviene più accurato e di tipo dinamico perché il posizionamento all'interno del gioco è dettato dalla risultante delle forze agenti. In questo senso, pur rimanendo ad una modellazione completamente rigida, in aggiunta alle caratteristiche geometriche della macchina è necessario disporre delle grandezze

inerziali, nonché degli attriti e degli smorzamenti presenti nella direzione di moto degli assi.

Il primo passo seguito nello sviluppo di un modello cinematico finalizzato alla compensazione dell'errore cinematico consiste nella misura degli errori geometrici degli assi, sulla base di quanto prescritto nelle norme e le modalità di utilizzo del dispositivo metrologico. In seguito avviene l'analisi dei dati acquisiti per eliminare dalla misura errori casuali e sistematici e la traduzione della misura in un scalare per l'errore di locazione e in una funzione analitica per la componente d'errore. I tipi di funzione analitica più adatti per esprimere le componenti d'errore con variabile la posizione lineare per un asse traslazionale o la fase angolare per un asse rotante sono forme polinomiali o sinusoidali, sulla base dei massimi e minimi scostamenti rilevati e delle corrispondenti posizioni o fasi. Ottenuti i dati d'ingresso dalla misura e processamento, la modellazione cinematica sviluppata fornisce la corretta rappresentazione dell'errore cinematico nella movimentazione introdotto rispetto al corrispondente moto della struttura cinematica nominale.

Tra i vari passi svolti nella costruzione del modello cinematico finalizzato alla compensazione, il più critico è costituito dal processamento dei dati acquisiti in sede di misura. Ciò è causato dal fatto che la misura ricavata può essere caratterizzata da fraintendimenti di diversa natura. Ad esempio, nel caso della misura dell'errore geometrico di un asse



adottando come riferimento l'utensile e dei punti notevoli sulla tavola, il moto stesso, pur essendo del singolo asse oggetto d'indagine, include errori cinematici introdotti anche da errori geometrici di altri assi, nonché dei riferimenti stessi assunti.

L'analisi dell'errore cinematico proposto da Bohez [29] è un esempio che propone un modello atto alla compensazione sulla base della misura degli errori geometrici degli assi.

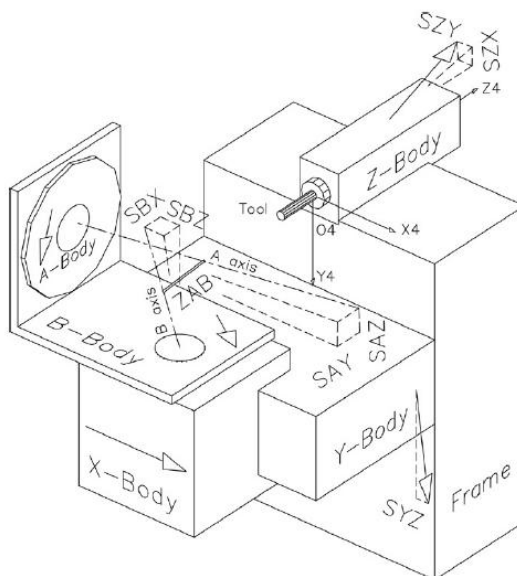


Figura 2.14 Struttura cinematica della macchina utensile modellata da Bohez [29].

Nella attività svolta dall'autore la misura degli errori geometrici degli assi avviene con l'utilizzo di un laser interferometrico, il processamento dei dati ricava delle funzioni polinomiali per l'introduzione degli errori di rettilineità degli assi lineari ed infine la compensazione viene realizzata su un provino lavorato in cinque assi, ma non in modalità continua essendo costituito da un pezzo lavorato per foratura, in seguito misurato nell'errore di locazione ed orientazione dei fori tramite una macchina di misura a coordinate.

Relativamente al processamento degli errori geometrici degli assi misurati Bringmann [30] nella tesi di dottorato dimostra come minimizzare errori di natura sistematica e casuale per un'indagine più corretta. Il caso in esame riguarda una macchina utensile con catena cinematica parallela, in cui si adopera una griglia di calibrazione costituita da sfere ceramiche per l'indagine degli errori di posizionamento. Inizialmente la griglia viene misurata esternamente con una macchina di misura a coordinate in diverse condizioni, in particolare cambiando l'orientazione all'interno del volume di misura. Ciò consente di avere una stima dell'incertezza relativa alla calibrazione della griglia, nonché l'eliminazione dell'errore sistematico discendente da un'erronea posizione della sfera. In fase di collaudo della macchina utensile l'autore si avvale di un'ulteriore tecnica per la riduzione dell'errore di misura, infatti le sfere *master* che rappresentano i riferimenti per determinare la posizione e l'orientazione spaziale della griglia di calibrazione

montata sulla tavola della macchina sono inizialmente misurate a tale scopo per avviare l'attività sperimentale di rilievo, ma in seguito sono parificate alle altre nella riduzione col metodo dei minimi quadrati delle deviazioni misurate di tutte le sfere della griglia per individuare la roto-traslazione da applicare alla griglia in maniera più esatta. Infine la correzione apportata tramite il riposizionamento della griglia consente di calibrare la macchina utensile tramite le deviazioni risultanti rimanenti.

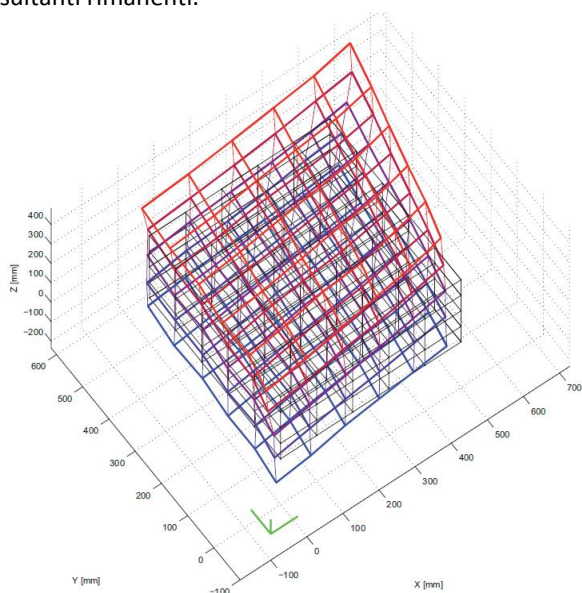


Figura 2.15 Esempio di mappa volumetrica d'errore tracciata tramite griglia di calibrazione [30].

### **2.4.2 Modelli cinematici per l'ottimizzazione**

La modellazione cinematica sviluppata per ottimizzare una determinata struttura ha come presupposto che i componenti meccanici sono sempre caratterizzati da tolleranze geometriche che introducono errori cinematici. L'ottimizzazione è resa possibile tuttavia perché il percorso e l'orientazione dell'utensile rispetto al pezzo dati per una lavorazione non sono sempre vincolati alla posizione del lavorato all'interno dell'area di lavoro o ad una determinata macchina per schema dell'architettura cinematica, se con assi rotanti sul lato mandrino o sulla tavola. In effetti a parità di classe di precisione dei componenti meccanici, l'errore cinematico introdotto su un medesimo pezzo lavorato può risultare sensibilmente diverso in base all'architettura cinematica, alla dimensioni della macchina o in base alla posizione del lavorato all'interno dell'area di lavoro. Di conseguenza la modellazione cinematica si presta come valido metodo per individuare le condizioni di lavoro tali da minimizzare o addirittura non introdurre errori cinematici nel processo di asportazione. In tal senso l'approccio per l'ottimizzazione, a seguito della definizione della catena cinematica nei tipi di giunti e nelle grandezze nominali, determina l'errore cinematico introdotto da ciascun errore geometrico degli assi, valutando per una determinata lavorazione i più influenti. L'analisi trova ulteriore approfondimento

nell'indagine statistica costruita sul calcolo dell'errore cinematico non in relazione ad un singolo errore geometrico, ma a coppie o terne di relative combinazioni ottenibili, osservando l'effetto sulla sovrapposizione cinematica. Bossoni [31] propone tale indagine per una macchina utensile a cinque assi con tavola roto-basculante nella contornatura di un tronco di cono fissato all'interno dell'area di lavoro. Occorre notare come, a causa dell'elevato numero di errori geometrici introducibili nel modello cinematico, il secondo passo dell'ottimizzazione basato sull'indagine statistica comporta un elevato onere computazionale perché le combinazioni ottenibili crescono esponenzialmente.

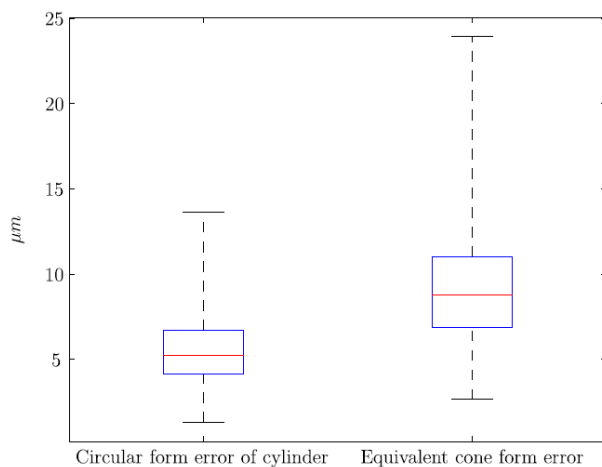


Figura 2.16 Dispersione statistica d'errore di circolarità della base del cono e dell'errore di conicità per

1000 combinazioni di coppie di errori geometrici degli assi introdotti nella simulazione cinematica [31].

## **2.5 Conclusioni dell'analisi dello stato dell'arte dell'errore cinematico**

L'analisi dell'errore cinematico secondo quanto presente nelle normative e quanto proposto dai ricercatori rivela che l'indagine necessita in partenza della cognizione delle varie fonti d'errore di natura non cinematica sempre presenti nel dato misurato. I metodi di misura diretti sono attualmente realizzabili con vari strumenti e risultano più accurati dei metodi indiretti, tuttavia a scapito di un maggiore tempo richiesto per il montaggio sulla macchina utensile della strumentazione, della taratura e dell'elaborazione numerica del dato acquisito. I metodi indiretti al contrario mantengono un approccio più vicino alla realtà produttiva, in quanto i passi fondamentali di tale tecnica corrispondono alla lavorazione e verifica geometrica per via esterna caratteristici del prototipo di un prodotto e preliminari ad una produzione in serie. Il performance test presente nella normativa ISO 10791-7 è in grado di evidenziare errori cinematici dovuti ad errori geometrici degli assi per macchine utensili dotate di tre assi lineari ortogonali, ad esempio giochi negli azionamenti ed errori di perpendicolarità. Tale analisi trova completezza nel calcolo di tali errori tramite un modello in grado di correlare l'errore

cinematico all'errore geometrico in questione. Seguendo tale approccio, idoneo per macchine utensili destinate alla produzione in continuo, l'analisi dello stato dell'arte dell'errore cinematico risulta ancora carente nell'indagine degli errori geometrici relativi agli assi rotanti. Mentre alcuni autori hanno già formulato varie movimentazioni degli assi lineari ed anche rotanti nell'applicazioni di metodi di misura diretta [32], la verifica analogica per via indiretta come lavorazione di un provino standard in cui sia gli assi lineari che rotanti sono coinvolti rimane un traguardo non ancora raggiunto. L'aspetto critico nell'ideazione e sviluppo del test di lavorazione risiede nella caratteristica di generalità per l'ambito di applicazione, ossia per dimensioni e tipo di struttura cinematica della macchina utensile, nonché alla sovrapposizione cinematica dell'errore, che è strettamente correlata a tali fattori.

### 3 Errori quasi-statici di natura flessibile

L'indagine degli errori quasi-statici di natura flessibile ha larga applicazione a livello di progettazione della macchina utensile. Il dimensionamento dei componenti e dei giunti è tale da massimizzare la rigidità statica e dinamica presente tra tavola e mandrino della macchina utensile [33, 34, 35, 36]. L'analisi è svolta avvalendosi di modelli numerici ad elementi finiti, talvolta estesi in ambiente *multi-body* qualora l'architettura cinematica della macchina è tale da comportare sensibili cambiamenti di rigidità in base alla posizione degli assi e in relazione ai carichi agenti [13, 37]. Ad esempio macchine utensili con struttura a portale manifestano maggior rigidità statica quando le forze di azione e reazione hanno punti di applicazione prossime agli estremi e viceversa nelle condizioni di mezzera [38]. Strutture a catena cinematica parallela, invece, come macchine utensili in cui il mandrino è montato su una piattaforma con cerniere sferiche e attuatori lineari non consentono di trarre le stesse considerazioni in forma così diretta, in quanto la rigidità nelle componenti traslazionali e rotazionali può variare sensibilmente in configurazioni prossime alle condizioni di singolarità cinematiche [39-40]. L'indagine dell'errore flessibile di una macchina utensile a seguito della sua costruzione ha ragione nel miglioramento ulteriore delle prestazioni d'accuratezza,



in particolare quando le condizioni operative richieste divengono gravose per la qualità del prodotto. In tal senso l'obiettivo diviene la caratterizzazione di tipo quasi-statica e dinamica nelle basse frequenze del comportamento della macchina utensile nelle lavorazioni ad alta velocità. Il processo di asportazione ad alta velocità difatti trova limiti nella dinamica strutturale se si considerano le macchine utensili concepite e dimensionate sulla calcolo della rigidità statica al mandrino e alla tavola, in quanto materiali caratterizzati da buona lavorabilità che generano ridotte forze di taglio permettono di massimizzare la resa produttiva con l'aumento della velocità di taglio, ma di conseguenza introducono maggiori sollecitazioni inerziali sulla struttura della macchina a causa della più rapida movimentazione degli assi.

Al contrario dell'errore cinematico descritto nel capitolo precedente, l'errore quasi-statico flessibile viene di seguito presentato inizialmente nei metodi di modellazione e poi nei metodi di misura sperimentale, in quanto i secondi costituiscono in generale il riscontro per la validazione.

### **3.1 Metodi di modellazione flessibile**

La modellazione flessibile della struttura della macchina utensile è svolta per via numerica, in ambiente *finite element analysis* o in ambiente *multi-body*. Una tecnica alternativa ed efficiente nei tempi

computazionali consiste nell'*axes construction kit* sviluppato presso l'Istituto *Machine Tools and Manufacturing* del Politecnico di Zurigo che prevede la modellazione rigida e flessibile degli assi della macchina e flessibile dei giunti. Le tecniche di modellazione citate presenti nello stato dell'arte vengono di seguito approfondite in esempi sviluppati da alcuni autori.

### **3.1.1 Modellazione Finite Element Method e Multi-body**

Lo sviluppo del modello FEM di una macchina utensile può avere vari scopi. Il calcolo della rigidità statica è l'obiettivo più semplice e rapido da raggiungere, anche tramite la costruzione di una *mesh* non accurata e dettagliata. L'analisi degli sollecitazioni non rappresenta un aspetto rilevante, in quanto la struttura dimensionata sulla rigidità non è sottoposta ad elevati stress. Il calcolo delle proprietà dinamiche richiede molto tempo computazionale, in particolare per le forme modali e ciò diviene ancora più oneroso se si considerano le configurazioni differenti che la macchina assume al variare della posizione degli assi. La risposta dinamica al variare della posizione degli assi è riproducibile nel dominio del tempo sviluppando la modellazione in ambiente multi-body così da simulare macro-spostamenti per gli assi e micro-spostamenti per la risposta vibratoria dei componenti. Zaeh [41] propone un esempio dell'estensione della modellazione ad elementi finiti ad un modello multi-body per l'analisi

della forza di taglio in un processo di tornitura. A livello di modellazione l'interazione tra due corpi contigui soggetti allo spostamento relativo nel moto dell'asse è riprodotta con dei profili di attivazione della rigidità di collegamento che caratterizza il giunto meccanico della coppia prismatica. Il profilo di attivazione proposto da Zaeh ha una forma parabolica, in cui il massimo è associato alla posizione di sovrapposizione dei nodi appartenenti ai due corpi. Tale principio di collegamento applicato a tutte le combinazioni dei nodi corrispondenti al pattino e alla guida lineare rende la rigidità del collegamento costante in qualsiasi posizione relativa.

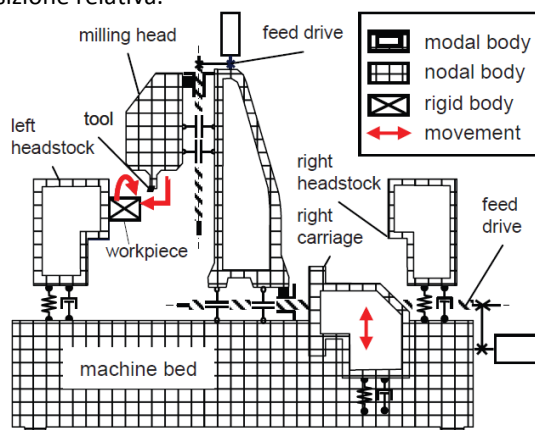


Figura 3.1 Modello rigido - flessibile di un processo di taglio di tornitura proposto da Zaeh [41].

### **3.1.2 Modellazione flessibile numerica tramite *Axes Construction Kit***

L'obiettivo di tale metodo è di raggiungere risultati accurati con il minor numero di dati d'ingresso possibili, al contrario di un modello FEM che richiede la conoscenza delle caratteristiche dei materiali e delle rigidità e smorzamenti equivalenti dei vari collegamenti. Tramite l'*axes construction kit* la struttura della macchina utensile è modellata con semplici elementi e i dati di partenza nell'impiego della tecnica sono il confronto della risposta dinamica per configurazioni alternative degli assi, la caratteristica d'irrigidimento nell'assemblaggio delle parti e la caratteristica inerziale dei corpi. I dati in uscita al modello sono la rigidità statica e dinamica all'utensile e relativamente alla tavola, frequenza e forma dei modi dominanti. Il vantaggio più importante del metodo risiede nel ridotto tempo computazionale, aspetto fondamentale in sede di taratura e calibrazione. Kono [42] applica la modellazione ad una macchina utensile costituita da corpi squadrati e di forma semplice. Mentre la rigidità statica è elevata, le elevate masse abbassano la rigidità dinamica e le frequenze dei primi modi di vibrare della struttura.

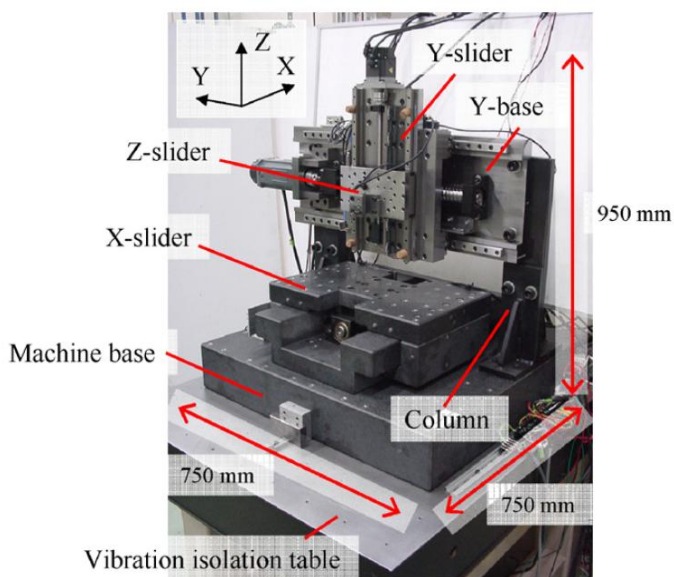


Figura 3.2 Macchina utensile modellata tramite ACK da Kono [42].

L'indagine finale consiste nell'individuare il compromesso più adatto tra complessità e accuratezza del modello con i dati sperimentali. Con questo obiettivo il modello viene aumentato nei gradi di libertà tramite una modellazione descrivibile in rigida, semi-rigida e flessibile che propone la scomposizione delle parti rappresentanti i corpi in sottoelementi flessibili. A differenza della modellazione FEM tradizionale a *mesh* solida i gradi di libertà dei nodi sono sei anziché tre e gli

elementi sono caratterizzati da notevoli dimensioni rispetto alle lunghezze caratteristiche dei corpi al fine di preservare il ridotto onere computazionale. Ne consegue che il metodo dell' *axes construction kit*, pur ulteriormente raffinato nella caratterizzazione flessibile della struttura, consente di modellare esclusivamente i primi modi.

## **3.2 Metodi di validazione**

La validazione della modellazione flessibile come visto nelle analisi presentate e sviluppate dai differenti autori può avere luogo nell'analisi modale sperimentale e in analisi nel dominio del tempo. Queste ultime si propongono talvolta come controprova delle prime per i modelli FEM e riscontro finale per modelli ACK, in cui l'analisi modale sperimentale al contrario rappresenta il dato di partenza.

### **3.2.1 Analisi modale sperimentale**

L'analisi vibrazionale è finalizzata alla caratterizzazione di una struttura complessa nei suoi modi di vibrare, nelle frequenze, nello smorzamento modale e nella forma delle deformate modali basandosi sul principio di sovrapposizione che determina la risposta dinamica dovuta ad

un'eccitazione. Nell'esempio dell'attività realizzata da Bossoni [31], l'eccitazione è fornita da un impatto tramite martello strumentato in corrispondenza dell'utensile, mentre il calcolo degli spostamenti avviene su più punti della struttura dalla misura fornita delle accelerazioni nelle tre direzioni ortogonali mediante accelerometri piezo-elettrici triassiali. Senza riportare la teoria matematica su cui si basa l'analisi modale sperimentale, è bene introdurre delle grandezze ricavabili dal confronto delle misure relative ai dati d'ingresso e d'uscita. La coerenza è un parametro che consente di stabilire se l'analisi modale sperimentale è sufficientemente attendibile a fronte del rumore acquisito nel segnale, della presenza di eccitazioni che non sono misurate e soprattutto delle non linearità che caratterizzano la struttura. Il parametro della coerenza è in principio calcolato confrontando la densità di potenza spettrale tra due segnali e nella loro correlazione. Nell'elaborazione del segnale acquisito due aspetti devono essere valutati con accuratezza, ossia la frequenza di campionamento e la finestra temporale del campionamento per evitare errori di *aliasing* e di *leakage*. Il primo si manifesta per quei contenuti armonici del segnale la cui frequenza supera la metà di quella del campionamento, mentre il secondo discende dall' algoritmo di processamento del segnale della trasformata di Fourier in forma discreta. Il segnale difatti replicato nella finestra di acquisizione presenta delle discontinuità agli estremi di questa nel contenuti armonici i cui multipli interi non

corrispondono alla frequenza di campionamento. Ne consegue che lo spettro discreto sarà caratterizzato da componenti alle alte frequenze dovute alle discontinuità introdotte. L'eliminazione dell'errore di *leakage* si ottiene adottando una finestra temporale con bordi "smussati" ossia distorcendo il segnale ad inizio e fine acquisizione perché abbiano valore nullo ai bordi della finestra stessa.

I metodi di eccitazione nell'analisi modale sperimentale più comuni sono di tre tipi, ossia *chirp sine*, *pure random* e *burst random*. Il primo è di tipo deterministico in quanto è descritto da una relazione matematica esplicita fornita da un'ampiezza prestabilita che moltiplica una senoide che varia aumentando la sua frequenza nel tempo. Lo svantaggio di tale metodo d'eccitazione risiede nel non evidenziare problemi discendenti dalle non linearità della struttura a causa della medesima ampiezza dell'eccitazione al variare delle frequenze. Il secondo ed il terzo tipo sono detti non deterministici in quanto non hanno un'espressione matematica ma statistica. Infatti il segnale *pure random* ha la caratteristica di essere non periodico con distribuzione di probabilità gaussiana. Il suo spettro in frequenza contiene tutte le frequenze contenute in una banda definita. Essendo un segnale aleatorio è necessario effettuare una media delle risposte per poter stimare la funzione di risposta in frequenza. Il segnale *burst random* è simile al precedente ma è troncato per poter osservare le oscillazioni libere del sistema. Il tempo di osservazione



dopo che l'eccitazione è resa nulla dipende ovviamente dalle caratteristiche di smorzamento della struttura.

Infine l'analisi modale sperimentale per l'estrazione dei parametri modali propone due approcci. Nel primo si ritiene possibile isolare il singolo modo intorno ad ogni frequenza di risonanza adottando un modello ad un singolo grado di libertà, nel secondo si adotta un metodo più generale basandosi su una ricostruzione modale a più gradi di libertà. Il secondo approccio è più attendibile e adottabile su strutture caratterizzate da elevati smorzamenti modali.

L'analisi modale operativa è in alternativa a quella sperimentale tradizionale un approccio rapido per valutare il comportamento dinamico di strutture caratterizzate da elevate dimensioni ed è uno standard consolidato nell'ingegneria civile. I vantaggi principali sono la velocità e l'economia della tecnica di misura, nonché la caratterizzazione dinamica nelle condizioni operative o maggiormente vicine a quelle di funzionamento. Il presupposto dell'analisi è che l'eccitazione non nota, né misurata, sia comunque stocastica, ossia un rumore bianco che ha contenuto in ogni frequenza dell'indagine.

### **3.2.2 Analisi nel dominio del tempo**

Le analisi nel tempo tramite misura diretta come strumento per la validazione dell'errore flessibile modellato è comunemente svolta negli spostamenti di

riferimenti sulla macchina utensile individuati sulla tavola e sul mandrino. L'aspetto critico risiede nel fatto che il dato acquisito include in generale errori di natura diversa da quella flessibile. Infatti relativamente al tipo di carico che introduce la deformazione indagata valgono le seguenti considerazioni: qualora la deformata sia associata allo spostamento dei baricentri delle masse degli assi, l'errore flessibile è ripetibile, dunque rappresentabile in termini di errore cinematico; qualora la deformata sia associata alle elevate accelerazioni nelle condizioni di lavorazione ad alta velocità, il contributo d'errore sulla traiettoria utensile dovuto al controllo numerico diviene elevato, pertanto la misura diretta finalizzata all'indagine della deformazione elastica della struttura ne deve tener conto. Uno spunto d'approfondimento di quest'ultimo aspetto è dato da Bratland [43] che analizza l'interazione tra un controllo proporzionale integrale derivativo di un sistema meccanico modellato come rigido e come flessibile nelle frequenze dei modi di vibrare.

Relativamente ai modelli flessibili illustrati in precedenza sviluppati da Zaeh e Kono le misure nel dominio del tempo volte alla validazione vengono di seguito presentate nel confronto con il corrispondente dato simulato. Per il primo esso avviene sulla forza di taglio legata all'interferenza, quindi lo spostamento relativo, tra utensile e pezzo lavorato, mentre per il secondo direttamente su una componente della deformazione della struttura.

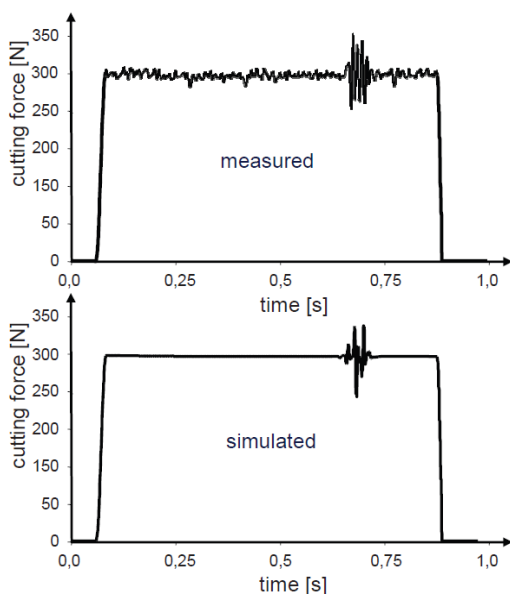


Figura 3.3 Confronto numerico - sperimentale della forza di taglio in funzione del tempo del processo di asportazione per tornitura modellato da Zaeh.

Il confronto numerico sperimentale della forza di taglio della lavorazione di tornitura svolta e simulata da Zaeh rivela che la risposta dinamica nelle alte frequenze ha difficilmente un riscontro veritiero quanto il modello si dimostra attendibile per le basse frequenze. Nell'approccio più diffuso le componenti della risposta alle alte frequenze sono filtrate nello smorzamento introdotto o non sono introdotti come informazioni modali nella flessibilità del componente.

Talvolta, inoltre, sorgono dubbi in relazione al dato sperimentale acquisito nel dominio del tempo, in quanto la distinzione tra componente del dato in alta frequenza e rumore risulta non semplice. In conclusione quindi l'errore di natura flessibile più attendibile dalla modellazione descritta ha carattere quasi-statico.

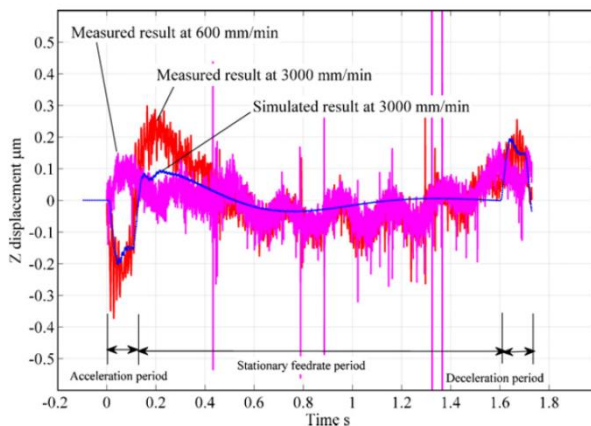


Figura 3.4 Confronto numerico - sperimentale dello spostamento verticale indotto dalla movimentazione dell'asse orizzontale per il modello sviluppato da Kono con metodo ACK [42].

In merito al modello proposto da Kono sviluppato con l'*axes construction kit* il confronto avviene nella simulazione del moto di un asse accostando gli spostamenti dinamici attesi a quelli misurati sperimentalmente con un piano ottico. La conclusione ottenibile dal raffronto in Figura 3.4 è in

definitiva la stessa raggiunta dai modelli costruiti con tecnica FEM, ossia la corrispondenza è limitata al campo degli spostamenti e deformazioni di tipo quasi-statico.

## 4 Modellazione cinematica

Nel presente capitolo il modello cinematico della macchina utensile con tavola roto-basculante Mori Seiki NMV 1500 DCG viene presentato inizialmente considerando come parametri soltanto gli errori geometrici degli assi, i quali costituiscono un'adozione semplificata degli errori di locazione e componenti d'errore definiti nelle norme. In seguito si presenta il modello analitico che correla a tali l'errore cinematico con la posizionamento dell'utensile. Lo sviluppo del modello è di seguito descritto nell'implementazione della formulazione analitica in ambiente *multi-body*, in cui è possibile definire ed impostare variabili d'entrata e monitorare differenti misure in uscita. La simulazione cinematica della movimentazione degli assi si propone come rapida ed economica soluzione per lo sviluppo di un test di lavorazione che permetta di ricavare gli errori geometrici degli assi. Infatti per il calcolo degli errori geometrici degli assi, l'errore cinematico introdotto sul test simulato diviene il dato di partenza, ma la sua esplicitazione esatta dalla formulazione analitica su cui è basato il modello rivela che tutti gli errori geometrici degli assi concorrono in esso, pertanto è scopo dello sviluppo del test individuare configurazioni di lavoro in cui l'errore cinematico risulta più sensibile rispetto all'errore geometrico dell'asse che si vuole ricavare. Per

tali configurazioni di lavoro l'errore cinematico esatto è simile a quello approssimato al primo ordine, in cui sono trascurati i termini dati dalla moltiplicazione di due errori tra loro in quanto di ordine di grandezza inferiore. A seguito della simulazione cinematica del test, il capitolo tratta quindi il calcolo dell'errore geometrico dell'asse sviluppato al primo ordine e presenta alcune mappe volumetriche dell'errore cinematico generate per alcuni posizionamenti degli assi rotanti, che evidenziano più chiaramente la relazione con alcuni errori geometrici degli assi.

## **4.1 Parametri d'errore degli assi lineari**

I parametri d'errore degli assi lineari sono qui presentati sulla base degli errori definiti nella norma 230-1 e propongono una gestione analitica più snella accorpando tra loro gli errori di locazione, tre termini scalari fissi per asse, e le componenti d'errore, sei funzioni della posizione dell'asse.

### **4.1.1 Rettilinearità, ortogonalità degli assi lineari**

La norma ISO 230-1 individua un asse medio lungo il quale avviene la traslazione espresso come o la congiungente tra i punti iniziale e finale della traiettoria

nel moto dell'asse, o la retta proiettata sul piano che minimizza gli scostamenti misurati. Su tale piano in relazione alla retta individuata gli scostamenti rappresentano l'errore di rettilineità. La proiezione della retta che rappresenta l'asse medio determina l'errore di orientazione rispetto alla direzione nominale stabilita dalla terna di riferimento. Nell'esempio dell'asse Z il parametro d'errore di rettilineità dell'asse *EXZ* adottato nella formulazione analitica del problema è definito dallo scostamento misurato nella traiettoria in riferimento alla direzione nominale della terna di riferimento nel piano XZ, dunque in esso viene incluso l'errore di ortogonalità con l'asse X che in norma è chiamato *BOZ*. Al fine di non confondere l'errore di rettilineità *EXZ* definito nella normativa con il parametro d'errore dell'asse lineare adottato nella presente analisi, quest'ultimo è seguito dal pedice "r". Tale definizione estesa all'altra proiezione nel piano YZ e poi agli altri due assi lineari consente di avere sei errori geometrici anziché dodici.

#### **4.1.2 Posizionamento degli assi lineari**

Per l'errore di posizionamento dell'asse lungo la linea di traslazione la norma individua l'errore di locazione dell'origine che dà luogo ad un errore costante e sistematico più la funzione componente d'errore in grado di rappresentare un errore sul passo della vite di manovra o una qualsiasi irregolarità nella cinematica del sistema di attuazione. In tale



componente può essere introdotto il gioco nell'attuazione, che a livello di modellazione necessita, come riportato in precedenza, di un'interpretazione relativamente all'origine dell'isteresi nel posizionamento che il gioco comporta. L'interpretazione proposta nello sviluppo del modello cinematico è di tipo anch'essa cinematica e il gioco è correlato al segno della velocità, ossia al verso del moto imposto all'asse. Gli altri errori geometrici a carattere sistematico nel posizionamento dell'asse non sono considerati, sia per le irregolarità dell'attuazione, sia per l'origine che è assunta nello zero macchina ed è confrontabile con gli errori di locazione degli assi rotanti desunti dal test di lavorazione o con i riferimenti posti sulla tavola.

### 4.1.3 Cedimenti angolari degli assi lineari

I cedimenti angolari degli assi lineari hanno due effetti sul posizionamento dell'utensile. Il primo è l'inclinazione introdotta sull'utensile dovuta alla rotazione rigida dell'organo condotto nelle tre componenti di beccheggio, rollio ed imbardata in relazione alla terna di riferimento adottata. Il secondo è fornito dalle tre componenti X, Y e Z dello spostamento lineare individuato ortogonalmente al braccio tra l'asse attorno al quale insorge il cedimento angolare e la punta utensile, approssimabile al prodotto del valore angolare del cedimento e del braccio stesso. Le componenti d'errore dei cedimenti

angolari sono significative su macchine utensile con catena cinematica aperta ed elementi a sbalzo, in cui il centro di spinta dell'organo condotto è distante dal centro di massa. Relativamente alla macchina utensile modellata il momento risultante dall'azione di spinta risulta non significativo, in quanto gli azionamenti sono stati disposti a livello di progetto in modo il più possibile simmetrico. Data inoltre l'elevata rigidezza della struttura, le componenti d'errore relative ai cedimenti angolari degli assi lineari sono trascurate nella modellazione cinematica.

## **4.2 Parametri d'errore degli assi rotanti**

Gli errori geometrici degli assi rotanti per la macchina utensile con tavola roto-basculante sono quattro errori di locazione e sei componenti d'errore per ciascuno dei due. I parametri d'errore adottati per la loro caratterizzazione nello sviluppo del modello cinematico sono in definitiva otto e corrispondono direttamente agli errori di locazione come di seguito illustrato.

### **4.2.1 Errori di locazione degli assi rotanti**

All'interno della struttura cinematica l'asse rotante, individuato secondo la norma dall'asse medio

attorno al quale il riferimento scelto in fase di misura esegue una rivoluzione parziale o totale, è in generale caratterizzato da due errori angolari rappresentanti l'orientazione effettiva dell'asse rispetto a quella nominale più due errori lineari individuati nel piano nominalmente ortogonale, che esprimono le proiezioni della distanza tra l'origine teorica e quella reale, corrispondente all'intersezione dell'asse medio sul piano. Analizzando i componenti della macchina utensile modellata è possibile ricercare le imperfezioni geometriche che sono origine degli errori di locazione degli assi rotanti. L'analisi è rivolta alle tolleranze su lunghezze e superfici dei componenti stessi che in fase di produzione, assemblaggio e messa in opera della macchina possono superare i valori di specifica, ad esempio a causa deformazione statica della struttura sotto il peso proprio durante il posizionamento della macchina utensile. Alternativa a tale analisi complessa e dispendiosa, l'indagine degli errori di locazione degli assi rotanti è proposta direttamente nella loro determinazione tramite l'esecuzione del performance test sviluppato nella simulazione cinematica del modello e senza valutare come le tolleranze geometriche dei componenti della struttura cinematica concorrono in essi.

### **4.2.2 Componenti d'errore degli assi rotanti**

Le componenti d'errore dell'asse rotante sono sei per ciascuno e determinano per il riferimento assunto in sede di misura un errore cinematico periodico ad ogni rivoluzione dell'asse. L'errore cinematico nelle componenti traslazionali e rotazionali è caratterizzato da componenti sincrone alla rotazione se affette da una periodicità multipla intera della rivoluzione ed asincrone in caso contrario. L'effetto delle componenti d'errore degli assi rotanti in una lavorazione in cinque assi sono strettamente legate all'ampiezza massima dell'oscillazione sincrona e all'ampiezza massima della componente non sincrona nelle componenti di traslazione, mentre per le componenti di rotazione oltre a tali fattori incorre nell'errore cinematico anche la lunghezza del braccio tra l'asse del cedimento angolare e il riferimento assunto nella misura. Occorre dunque valutare nella formulazione delle ipotesi, sulle quali è sviluppata la modellazione cinematica, l'entità dell'ampiezza di tali componenti d'errore degli assi rotanti in relazione alle soluzioni costruttive della macchina utensile, oltre al braccio che ha luogo nel cedimento angolare nella rivoluzione dell'asse tra il riferimento e l'asse del cedimento stesso.

Per le ampiezze delle componenti d'errore la soluzione costruttiva della macchina utensile prevede l'adozione di un cuscinetto a rulli incrociati calettato tra

i due elementi della struttura tollerati nelle superfici di accoppiamento. Nella modellazione cinematica sviluppata da Bossoni [31] le componenti d'errore sono introdotte in forma armonica con ampiezza stabilita dal valore delle tolleranze meccaniche degli elementi e la simulazione cinematica nel movimento in cinque assi rivela che tali ampiezze delle componenti d'errore introducono un effetto trascurabile rispetto agli altri errori geometrici degli assi presenti nella macchina utensile. La componente d'errore associata al cedimento angolare attorno l'asse stesso di rotazione non è legata come le altre cinque alle tolleranze della soluzione costruttiva di collegamento tra le due parti, ma al sistema di attuazione. Notoriamente riduttori meccanici sono origine di giochi e componenti d'errore sincrone alla rotazione. Poiché la macchina utensile modellata ha un azionamento diretto la formulazione analitica nello sviluppo del modello cinematico trascura tale componente d'errore.

Sebbene come visto le ampiezze delle componenti d'errore sono trascurabili, per i cedimenti angolari è bene valutare l'amplificazione dovuta all'eventuale braccio, quando il riferimento è posto in lontananza dall'asse del cedimento. In macchine utensili con assi rotanti sul lato mandrino il riferimento è individuato sulla punta utensile e il cedimento in corrispondenza del giunto amplifica l'errore cinematico. La macchina utensile modellata al contrario è caratterizzata da un braccio ridotto tra la locazione

del cuscinetto che costituisce il giunto meccanico e il riferimento misurabile sulla tavola.

Sulla base delle considerazioni esposte i parametri d'errore adottati per gli assi rotanti nello sviluppo del modello cinematico sono in definitiva otto e corrispondono esclusivamente ai quattro errori di locazione dei due assi rotanti.

### 4.3 Formulazione analitica

Lo sviluppo della formulazione analitica del modello cinematico prevede l'adozione di due sistemi di riferimento. Il primo è fisso, con origine nell'intersezione nominale tra l'asse basculante  $B$  e l'asse rotante  $C$  ed orientato secondo la terna degli assi lineari. Il secondo risulta solidale alla tavola ed è coincidente con il primo nella configurazione in cui gli assi rotanti sono entrambi posti allo zero, ossia nella relativa origine. Il riferimento costituito dalla punta utensile ha la sua locazione spaziale espressa nel primo sistema di riferimento secondo le leggi di moto impostate agli assi lineari  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  ed i corrispondenti parametri d'errore della modellazione. Sul pezzo lavorato, quindi nel secondo sistema di riferimento solidalmente alla tavola, il riferimento della punta utensile con coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  rappresenta la posizione ideale raggiunta nel percorso della lavorazione. L'errore cinematico, nelle componenti  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_z$ , rappresenta lo scostamento dell'utensile dalla

sua posizione ideale ed è individuato nel sistema di riferimento solidale al pezzo in quanto errore introdotto sul pezzo stesso. Il vettore delle coordinate effettive della punta utensile è dato dalla somma della posizione ideale e dell'errore introdotto sul pezzo.

$$\begin{bmatrix} X + EXX_r(\dot{x}) + EXY_r(\dot{y}) + EXZ_r(\dot{z}) \\ Y + EYX_r(\dot{x}) + EYY_r(\dot{y}) + EYZ_r(\dot{z}) \\ Z + EZX_r(\dot{x}) + EZY_r(\dot{y}) + EZZ_r(\dot{z}) \end{bmatrix} = [R_B^E] \left[ [R_C^E] \begin{bmatrix} x_w + \varepsilon_X + XOC \\ y_w + \varepsilon_Y + YOC \\ z_w + \varepsilon_Z \end{bmatrix} + XOB \right] + ZOB \quad (4.1)$$

dove

$$[R_C^E] = \begin{bmatrix} i_C^2 + (1 - i_C^2) \cdot \cos C & (1 - \cos C) \cdot j_C \cdot k_C - k_C \cdot \sin C & (1 - \cos C) \cdot i_C \cdot k_C + j_C \cdot \sin C \\ (1 - \cos C) \cdot i_C \cdot j_C + k_C \cdot \sin C & j_C^2 + (1 - j_C^2) \cdot \cos C & (1 - \cos C) \cdot j_C \cdot k_C - i_C \cdot \sin C \\ (1 - \cos C) \cdot i_C \cdot k_C - j_C \cdot \sin C & (1 - \cos C) \cdot j_C \cdot k_C + i_C \cdot \sin C & k_C^2 + (1 - k_C^2) \cdot \cos C \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

e

$$[R_B^E] = \begin{bmatrix} i_B^2 + (1 - i_B^2) \cdot \cos B & (1 - \cos B) \cdot i_B \cdot j_B - k_B \cdot \sin B & (1 - \cos B) \cdot i_B \cdot k_B + j_B \cdot \sin B \\ (1 - \cos B) \cdot i_B \cdot j_B + k_B \cdot \sin B & j_B^2 + (1 - j_B^2) \cdot \cos B & (1 - \cos B) \cdot j_B \cdot k_B - i_B \cdot \sin B \\ (1 - \cos B) \cdot i_B \cdot k_B - j_B \cdot \sin B & (1 - \cos B) \cdot j_B \cdot k_B + i_B \cdot \sin B & k_B^2 + (1 - k_B^2) \cdot \cos B \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

con

$$\begin{cases} i_C = \sin(BOC) \\ j_C = \sin(AOC) \\ k_C = \sqrt{1 - i_C^2 - j_C^2} \end{cases} \quad (4.4)$$

e

$$\begin{cases} i_B = \sin(COB) \\ j_B = \sqrt{1 - i_B^2 - k_B^2} \\ k_B = \sin(AOB) \end{cases}$$

(4.5)

Le rappresentazioni della stessa configurazione dell'utensile secondo i due sistemi di riferimento sono uguagliate attraverso due roto-traslazioni espresse dalle due trasformazioni omogenee in sequenza applicate al vettore delle coordinate reali della punta utensile nel sistema di riferimento solidale alla tavola. Le due trasformazioni omogenee introducono nella formulazione analitica gli errori di locazione degli assi rotanti, attraverso una traslazione delle componenti di offset dell'origine e una rotazione attorno l'asse effettivo sia per l'asse rotante  $C$  che per l'asse basculante  $B$ .

#### 4.4 Implementazione in ambiente multi-body

Il modello analitico viene sviluppato a livello numerico in ambiente multi-body che permette la rappresentazione cinematica completa della movimentazione tramite l'importazione del modello CAD della macchina utensile. Il software utilizzato è Adams View di MSC Software®. In fase di costruzione il modello è reso parametrico in relazione agli errori



geometrici degli assi e in relazione alle leggi di moto. I vincoli di collegamento nella modellazione del giunto sono introducibili sia con coppie cinematiche primitive, sia con formulazione generale. L'errore cinematico che costituisce il dato d'uscita a seguito della simulazione della movimentazione degli assi può essere ottenuto sia in termini assoluti, ossia rispetto al sistema di riferimento fisso, sia in termini relativi, quindi come errore introdotto sul pezzo in lavorazione. L'errore cinematico, inoltre, attraverso l'introduzione di riferimenti solidali a ciascun asse in corrispondenza dei punti di misura come la punta utensile, è calcolabile nei contributi associati agli errori geometrici di ciascun asse.

Il modello multi-body è presentato nelle variabili d'entrata più importanti definite a livello di sviluppo del performance test, ossia errori geometrici degli assi e leggi di moto, ed in seguito definite a livello di validazione nella contornatura del cono, ossia i parametri geometrici dello stesso. Infine l'errore cinematico simulato in termini di coordinate della punta utensile è elaborato con un algoritmo per la rappresentazione grafica della superficie del lavorato ottenuta.

#### **4.4.1 Variabili di input**

Gli errori geometrici degli assi sono nella fase iniziale di sviluppo del modello cinematico non noti, ma tuttavia stimabili nel campo di variazione sulla base di

quanto osservabile in indagini già sviluppate da altri autori, oppure sulla base della classe di precisione dei componenti meccanici della macchina utensile, quali guide prismatiche, cuscinetti ed elementi strutturali. Nella stessa fase iniziale le leggi di moto costituiscono variabili d'entrata al modello in cui la modifica delle coordinate dei punti spaziali diviene utile per ottenere mappe volumetriche dell'errore cinematico.

In fase di validazione, a seguito della determinazione degli errori geometrici degli assi, le variabili d'ingresso divengono i parametri geometrici del tronco di cono contornato in simulazione, che costituiscono le variabili d'ingresso per la generazione, tramite formule analitiche, delle leggi di moto da conferire agli assi lineari e rotanti.

#### **4.4.1.1 Errori geometrici degli assi verosimili**

Gli errori geometrici degli assi rappresentano delle variabili di input al modello cinematico in quanto in fase di sviluppo del percorso utensile del performance test sono impostati a differenti valori tra quelli plausibilmente realistici. In particolare per i parametri d'errore funzione della posizione, come gli errori di rettilineità introdotti da altri autori tramite forme polinomiali o sinusoidali, essi sono gestiti con delle *spline* interpolanti una distribuzione di punti con andamento simile a tali funzioni. Comunemente degli errori geometrici dell'asse funzione della posizione, il dato più significativo per la loro gestione all'interno di una qualsiasi analisi è il valore adimensionalizzato dello

scostamento tra il massimo ed il minimo rispetto alla corsa dell'asse. Tale dato di sintesi degli errori geometrici degli assi funzione della posizione è adottato nei prossimi capitoli in cui, al loro variare, sono riportati alcuni profili del performance test ottenuti dalla simulazione cinematica. Infine tra le variabili di input relative agli errori geometrici degli assi, oltre quelli definiti da spline, vi sono semplici valori parametrici sia per gli errori di locazione, sia per le ampiezze dei giochi.

#### ***4.4.1.2 Leggi di moto per un percorso generico***

L'introduzione delle leggi di moto per un percorso generico può avvenire in due modi. Il primo consiste nell'individuazione di una relazione tra la posizione dell'asse e l'istante temporale relativo allo sviluppo nel tempo della simulazione, pertanto è possibile definire una legge di moto nel tempo in termini di spostamenti, velocità o accelerazioni. La scelta adottata per la definizione di un percorso generico si avvale invece del secondo modo che, al contrario del primo, svincola le coordinate spaziali raggiunte dall'utensile dal tempo. Infatti l'introduzione di un percorso generico, quale quello associato ad una qualsiasi lavorazione CAM, avviene tramite la costruzione di una curva spline interpolante le coordinate presenti nel codice NC della lavorazione.

#### ***4.4.1.3 Leggi di moto per la contornatura del cono***

Le leggi di moto dei cinque assi per la contornatura del cono sono sviluppate sulla base dei parametri geometrici che lo descrivono, ossia angolo di semi-apertura, diametro di base, posizione ed orientazione all'interno dell'area di lavoro. Per brevità non sono riportati i passaggi algebrici, ma è soltanto descritto il metodo per ricavare le leggi di moto in forma analitica. Introducendo la variabile  $\varphi$  che esprime la posizione angolare dell'utensile all'interno dell'intero giro di contornatura, in sua funzione viene espressa analiticamente la circonferenza nel sistema di riferimento solidale alla tavola roto-basculante, in relazione al diametro di base del cono, origine ed orientazione (eq. 4.6). L'orientazione dell'asse utensile nello stesso sistema di riferimento, in termini di proiezioni del versore sugli assi della terna, è esprimibile anch'essa in funzione della variabile della posizione angolare, ed in base ovviamente dell'angolo di apertura e d'orientazione del cono. Trasformando l'orientazione dell'utensile, esplicita nel sistema pezzo dell'utensile, nei valori di posizione degli assi rotanti e scegliendo una delle due soluzioni possibili (eq. 4.7 - 4.8), si trasformano le coordinate della punta utensile, funzione della variabile della posizione angolare ed espresse nel sistema di riferimento solidale alla tavola, nel sistema di riferimento fisso ed orientato secondo gli assi lineari per ricavare le leggi di moto di quest'ultimi, (eq. 4.9 - 4.10 - 4.11). Nella scelta dei parametri

geometrici del tronco di cono riassunti in Tabella 4.1, il valore dell'altezza consente di rilevare con un margine di precisione adatto l'errore di conicità, senza un gravoso impegno assiale dell'utensile per ridurre l'inflessione dello stesso durante il processo di asportazione.

Parametri geometrici del tronco di cono	
Raggio di base $r$	70 mm
Angolo $\alpha$ di semi-apertura	45 °
Altezza $h$	9.702 mm
Coordinata X dell'origine $x_0$	-40 mm
Coordinata Y dell'origine $y_0$	0 mm
Coordinata Z dell'origine $z_0$	70 mm
Angolo $\beta$ tra l'asse del cono e Z nel piano XZ	30 °
Angolo $\gamma$ tra l'asse del cono e Z nel piano YZ	0 °

Tabella 4.1 Parametri geometrici per l'identificazione della forma e posizione del cono nell'area di lavoro della macchina utensile.

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi + x_0 \\ r \cdot \sin \varphi + y_0 \\ -r \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + z_0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$B = \cos^{-1}(\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi) \quad (4.7)$$

$$C = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \varphi}{\cos \beta \cdot \cos \varphi - \sin \beta \cdot \cot \alpha} \right) \quad (4.8)$$

$$X = \cos B \cdot \cos C \cdot (r \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi + x_0) + \cos B \cdot \sin C \cdot (r \cdot \sin \varphi + y_0) + \sin B \cdot (-r \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + z_0) \quad (4.9)$$

$$Y = -\sin C \cdot (r \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi + x_0) + \cos C \cdot (r \cdot \sin \varphi + y_0) \quad (4.10)$$

$$Z = \sin B \cdot \cos C \cdot (r \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi + x_0) + \sin B \cdot \sin C \cdot (r \cdot \sin \varphi + y_0) + \cos B \cdot (-r \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + z_0) \quad (4.11)$$

Oltre alle leggi di moto si riportano le rispettive derivate rispetto alla variabile della posizione angolare dell'utensile nella contornatura del cono. Dal momento che la velocità di contornatura del cono è stabilita dalla velocità di avanzamento impostata in lavorazione e risulta costante, le derivate rispetto alla variabile detta sono altresì, a meno di una costante moltiplicativa, le derivate delle leggi di moto nel tempo, ossia la velocità degli assi. Il calcolo della velocità è richiesto difatti nell'errore di posizionamento modellato come gioco secondo il verso del moto.

$$\frac{dB}{d\varphi} = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 - (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \cos \varphi \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta)^2}} \quad (4.12)$$

$$\frac{dC}{d\varphi} = \frac{\cos \beta - \cos \varphi \cdot \cot \alpha \cdot \sin \beta}{\cos^2 \beta \cdot \cos^2 \varphi - 2 \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi \cdot \cot \alpha \cdot \sin \beta + \cot^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \sin^2 \varphi} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\varphi} = & \left( -\cos C \cdot \sin B \cdot \frac{dB}{d\varphi} - \cos B \cdot \sin C \cdot \frac{dC}{d\varphi} \right) \\ & \cdot (r \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi + x_0) + \\ & + \cos B \cdot \cos C \cdot (-r \cdot \cos \beta \cdot \sin \varphi) + \\ & + \left( -\sin C \cdot \sin B \cdot \frac{dB}{d\varphi} + \cos B \cdot \cos C \cdot \frac{dC}{d\varphi} \right) \cdot (r \cdot \sin \varphi + y_0) + \\ & + \cos B \cdot \sin C \cdot r \cdot \cos \varphi + \\ & + \left( \cos B \cdot \frac{dB}{d\varphi} \right) \cdot (-r \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + z_0) - \sin B \cdot (r \cdot \sin \beta \cdot \sin \varphi) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{dY}{d\varphi} = & \left( -\cos C \cdot \frac{dC}{d\varphi} \right) \cdot (r \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi + x_0) + \sin C \\ & \cdot (r \cdot \cos \beta \cdot \sin \varphi) + \\ & + \left( -\sin C \cdot \frac{dC}{d\varphi} \right) \cdot (r \cdot \sin \varphi + y_0) + \cos C \cdot r \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dZ}{d\varphi} = & \left( \cos C \cdot \sin B \cdot \frac{dB}{d\varphi} - \sin B \cdot \sin C \cdot \frac{dC}{d\varphi} \right) \\ & \cdot (r \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi + x_0) + \\ & + \sin B \cdot \cos C \cdot (-r \cdot \cos \beta \cdot \sin \varphi) + \\ & + \left( \sin C \cdot \cos B \cdot \frac{dB}{d\varphi} + \sin B \cdot \cos C \cdot \frac{dC}{d\varphi} \right) \cdot (r \cdot \sin \varphi + y_0) + \\ & + \sin B \cdot \sin C \cdot r \cdot \cos \varphi + \\ & + \left( -\sin B \cdot \frac{dB}{d\varphi} \right) \cdot (-r \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi + z_0) \\ & + \cos B \cdot (r \cdot \sin \beta \cdot \sin \varphi) \end{aligned} \quad (4.16)$$

## 4.4.2 Variabili di output

### 4.4.2.1 *Errore cinematico tra utensile e pezzo*

La posizione dell'utensile nel sistema di riferimento solidale alla tavola viene adottata come variabile d'uscita in fase di sviluppo del modello cinematico, in cui l'obiettivo è la pianificazione del percorso di lavorazione del performance test. In fase di validazione il riferimento solidale alla tavola per la posizione utensile diviene l'origine nominale del cono contornato, così da ottenere direttamente lo scostamento radiale e assiale sulla base dello stesso. Tale misura in uscita è affiancata da una seconda assumendo un altro riferimento sull'utensile, posto sull'asse dello stesso ad una distanza stabilita. La seconda misura rende possibile la costruzione della superficie rigata rappresentata dal moto del segmento congiungente i due i punti di misura su punta e asse dell'utensile, quindi rappresentare errori di orientazione dello stesso rispetto al pezzo nella contornatura del cono.

### 4.4.2.2 *Elaborazione grafica per la rappresentazione della superficie lavorata*

La superficie ottenuta a seguito della lavorazione viene visualizzata su un diagramma tridimensionale costruito tramite due algoritmi dedicati al performance test e alla contornatura del cono,



implementati in Matlab®. La rappresentazione della superficie è sviluppata in maniera tale da evidenziare l'errore geometrico sul lavorato adottando una scala lineare con origine traslata. Con la traslazione dell'origine della scala di rappresentazione il dato simulato è presentato a partire da un valore soglia, per il cono tramite un diagramma polare in cui l'origine corrisponde ad un valore inferiore del dato del raggio, per il performance test tramite un diagramma cartesiano in cui le lunghezze nominali caratteristiche del pezzo sono ridotte di un fattore di scala.

Nell'esempio del performance test, l'algoritmo costruisce la superficie lavorata partendo dalle informazioni di posizione utensile nelle tre coordinate del sistema di riferimento solidale alla tavola, e l'orientazione dello stesso. Il percorso continuo viene suddiviso in parti sulla base delle regioni dell'area di lavoro raggiunte. All'interno di una parte sono individuate le intersezioni tra superfici generate dai taglienti sul fianco e dai taglienti sulla parte frontale dell'utensile relativamente alle passate adiacenti. Le intersezioni sono date dunque dalla distribuzione, lungo i vari istanti temporali della simulazione, dei due punti che si aggiungono alle coordinate della punta utensile, individuate sul fianco e sulla superficie frontale dell'utensile. I punti ordinati in base agli istanti temporali sono organizzati in terne per essere triangolarizzati. La Figura 5.6 illustra infine come la superficie triangolare per ciascuna terna definita nella sequenza temporale è riempita adottando una scala

cromatica relazionata al modulo dell'errore geometrico introdotto sul pezzo, in cui il rosso rappresenta il massimo valore ed il blu valore nullo.

Nell'algoritmo sviluppato per la rappresentazione della superficie del cono non è possibile adottare lo stesso metodo in quanto la lavorazione avviene mediante una singola passata, per cui non è possibile individuare punti sul fianco dell'utensile per intersezione tra le varie passate. Il secondo riferimento posto sull'asse utensile è scelto per tracciare una seconda circonferenza oltre a quella di base del cono realizzata dalla punta utensile. La seconda circonferenza viene a trovarsi in alto rispetto a quella di base lungo l'asse del cono in base alla distanza stabilita del secondo riferimento dalla punta sull'asse dell'utensile e l'angolo di semi-apertura del cono. La superficie del cono è sviluppata proiettando il segmento congiungente i due punti lungo la direzione radiale del cono di una quantità pari al raggio utensile divisa per il coseno dell'angolo di semi-apertura, dove idealmente la superficie è generata. In maniera più rigorosa in realtà la superficie del cono è generata dall'involuppo delle regioni cilindriche coperte dall'utensile nei vari istanti temporali della contornatura, per cui la superficie ottenuta non è esattamente una superficie rigata. Tuttavia, assumendo la direzione del raggio nominale del cono nella proiezione del segmento per definire la zona di contatto tangenziale tra cono generato ed utensile, la

superficie ottenuta è affetta da un errore di rappresentazione trascurabile.

## 4.5 Calcolo al primo ordine dell'errore

Il calcolo dell'errore geometrico dell'asse è svolto esplicitando l'errore cinematico  $\varepsilon$ , dal sistema formulato nell'equazione 4.1, in cui gli offset della locazione delle origini degli assi rotanti appaiono prima e dopo la rispettiva rotazione, dato che le origini dei sistemi di riferimento solidali alla tavola e fisso sono coincidenti.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} X + EXX_r(\dot{x}) + EYY_r(y) + EXZ_r(z) \\ Y + EYX_r(x) + EYY_r(\dot{y}) + EYZ_r(z) \\ Z + EZX_r(x) + EZY_r(y) + EZZ_r(\dot{z}) \end{bmatrix} \\
 &= [R_B^E] \left[ \begin{bmatrix} [R_C^E] \begin{bmatrix} x_w + \varepsilon_x + XOC \\ y_w + \varepsilon_y + YOC \\ z_w + \varepsilon_z \end{bmatrix} \begin{matrix} -XOC \\ -YOC \\ +ZOB \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{matrix} +XOB \\ -ZOB \end{matrix} \right] \begin{matrix} -XOB \\ -ZOB \end{matrix} \\
 & \hspace{15em} (4.17)
 \end{aligned}$$

### 4.5.1 Calcolo al primo ordine dell'errore cinematico

Al primo ordine l'esplicitazione dell'errore cinematico consente di svolgere delle semplificazioni relativamente alle matrici di rotazioni,

$$\begin{cases} i_C \approx BOC \\ j_C \approx AOC \\ k_C \approx 1 \end{cases} \quad (4.18)$$

e

$$\begin{cases} i_B \approx COB \\ j_B \approx 1 \\ k_B \approx AOB \end{cases} \quad (4.19)$$

Nella forma del primo ordine, date le configurazioni degli assi rotanti, le matrici di rotazione sono definitivamente calcolate introducendo i valori della posizione dell'asse  $B$  e  $C$ , di seguito espresse per  $B$  pari a  $\pm 90^\circ$  e  $C$  pari a  $180^\circ$ . Quando gli assi rotanti sono nella rispettiva origine, le matrici di rotazione per definizione sono matrici d'identità.

$$[R_B^E]_{90^\circ} = \begin{bmatrix} 0 & COB - AOB & 1 \\ COB + AOB & 1 & AOB - COB \\ -1 & AOB + COB & 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$[R_B^E]_{-90^\circ} = \begin{bmatrix} 0 & COB + AOB & -1 \\ COB - AOB & 1 & AOB + COB \\ 1 & AOB - COB & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$[R_C^E]_{180^\circ} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \cdot BOC \\ 0 & -1 & 2 \cdot AOC \\ 2 \cdot BOC & 2 \cdot AOC & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

L'esplicitazione dell'errore cinematico  $\varepsilon$ , svolta al primo ordine, rivela ulteriori semplificazioni. Avendo eliminato i prodotti tra errori di locazione degli assi rotanti all'interno delle matrici di rotazione, nello svolgimento dei passaggi algebrici per l'esplicitazione di  $\varepsilon$  appaiono inevitabilmente termini in cui vi è il prodotto tra errori geometrici degli assi lineari ed i rimasti errori di locazione degli assi rotanti, che danno luogo ad una quantità con ordine di grandezza inferiore e pertanto trascurabile. Per brevità l'eliminazione di tali termini viene illustrata per un singolo caso nella presentazione delle mappe volumetriche dell'errore cinematico tracciate nelle configurazioni corrispondenti alle posizioni degli assi rotanti citati in precedenza, per le quali sono state calcolate le matrici di rotazione nella forma al primo ordine.

#### 4.5.2 Mappe volumetriche dell'errore cinematico

Tre sono le mappe proposte in questo paragrafo, ossia due relative alla rotazione dell'asse basculante  $B$  con valore di  $\pm 90^\circ$  e una relativa alla rotazione dell'asse rotante  $C$  con valore di  $180^\circ$ . Per i primi due casi la matrice di rotazione dell'asse  $C$  è la

matrice d'identità, in quanto la sua posizione coincide con quella d'origine, per il terzo caso invece la matrice di rotazione dell'asse  $B$  è pari all'identità.

Nel primo caso, con  $B$  pari a  $90^\circ$ , dall'equazione 4.1 l'esplicitazione dell'errore cinematico  $\varepsilon$  avviene inizialmente trasformando con la trasposta della matrice di rotazione dell'asse  $B$  la posizione della punta utensile data dalle leggi di moto e i relativi errori degli assi lineari traslata degli offset dell'errore di locazione dell'origine dell'asse  $B$ ,

$$\begin{aligned} [R_B^E]^T_{90^\circ} & \begin{bmatrix} X + EXX_r(\dot{x}) + EXY_r(y) + EXZ_r(z) + XOB \\ Y + EYX_r(x) + EYY_r(\dot{y}) + EYZ_r(z) \\ Z + EZX_r(x) + EZY_r(y) + EZZ_r(\dot{z}) + ZOB \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} + XOB \end{aligned}$$

(4.23)

in seguito sottraendo la posizione idealmente corrispondente della punta utensile nel sistema solidale alla tavola,  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$ , e reintroducendo la traslazione degli offset dell'origine dell'asse  $B$

$$\begin{bmatrix} [R_B^E]_{90^\circ}^T \begin{bmatrix} X + EXX_r(\dot{x}) + EXY_r(y) + EXZ_r(z) + XOB \\ Y + EYX_r(x) + EYY_r(\dot{y}) + EYZ_r(z) \\ Z + EZX_r(x) + EZY_r(y) + EZZ_r(\dot{z}) + ZOB \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -XOB \\ -ZOB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

(4.24)

Sviluppando il prodotto matriciale si esprimono le tre componenti dell'errore cinematico

$$\begin{aligned} (COB + AOB) \cdot (Y + EYX_r(x) + EYY_r(\dot{y}) + EYZ_r(z)) \\ - Z - EZX_r(x) - EZY_r(y) \\ - EZZ_r(\dot{z}) - ZOB - x_w - XOB = \varepsilon_x \end{aligned}$$

(4.25)

$$\begin{aligned} (COB - AOB) \cdot (X + EXX_r(\dot{x}) + EXY_r(y) + EXZ_r(z) \\ + XOB) + Y + EYX_r(x) + EYY_r(\dot{y}) \\ + EYZ_r(z) + \\ + (AOB + COB) \cdot (Z + EZX_r(x) + EZY_r(y) \\ + EZZ_r(\dot{z}) + ZOB) = \varepsilon_y \end{aligned}$$

(4.26)

$$\begin{aligned} X + EXX_r(\dot{x}) + EXY_r(y) + EXZ_r(z) + XOB + \\ + (AOB - COB) \cdot (Y + EYX_r(x) + EYY_r(\dot{y}) \\ + EYZ_r(z)) - z_w - ZOB = \varepsilon_z \end{aligned}$$

(4.27)

si osserva la presenza di prodotti tra errori, quali ad esempio  $EYX$  con  $COB$ , che danno luogo ad una quantità trascurabile. Semplificando tali termini in

definitiva l'errore cinematico nelle componenti  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_z$ , espresso al primo ordine, assume nel caso in esame con  $B$  pari a  $90^\circ$  e  $C$  nell'origine la forma

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = & (COB + AOB) \cdot Y - Z - EZX_r(x) - EZY_r(y) \\ & - EZZ_r(z) - ZOB - x_w - XOB \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_y = & (COB - AOB) \cdot X + Y + EYX_r(x) + EYY_r(y) \\ & + EYZ_r(z) + (AOB + COB) \cdot Z \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_z = & X + EXX_r(x) + EXY_r(y) + EXZ_r(z) + XOB \\ & + (AOB - COB) \cdot Y - z_w - ZOB \end{aligned} \quad (4.30)$$

parametricamente con la posizione ideale dell'utensile, nel sistema di riferimento fisso e solidale al pezzo. L'espressione approssimata dell'errore cinematico al primo ordine è svolta al fine di invertire nuovamente il sistema, come illustrato nel prossimo paragrafo, esplicitando da tale formulazione l'errore geometrico dell'asse, calcolato per i parametri di posizione degli assi lineari che enfatizzano l'errore cinematico. L'individuazione della posizione degli assi che enfatizzano l'errore cinematico è una necessità a livello sperimentale dove insorgono errori casuali e di altra natura che si sovrappongono nel dato misurato. Tali errori costituiscono un rumore che introduce incertezza nel calcolo dell'errore geometrico dell'asse, pertanto è necessario individuare a priori, tramite le mappe, le regioni dell'area di lavoro in cui l'errore cinematico risulta maggiore.



Le mappe volumetriche dell'errore cinematico sono tracciate tramite il modello cinematico della macchina, pertanto definite le variabili d'ingresso associate agli errori geometrici dell'asse, l'errore cinematico è fornito in forma esatta e non approssimata al primo ordine. La mappatura è presentata rispetto al sistema di riferimento fisso con la macchina, per una regione emisferica, parametricamente al raggio il cui valore è riportato in figura per tre livelli, per punti posti ogni  $60^\circ$  nell'angolo azimutale e ogni  $22.5^\circ$  per l'angolo d'elevazione. Dall'osservazione delle mappe tracciate l'errore cinematico assume in generale valori maggiori nelle regioni periferiche, pertanto il calcolo dell'errore geometrico dell'asse esplicitato dalle equazioni approssimate al primo ordine avviene per coordinate dell'utensile corrispondenti alle regioni periferiche dell'area di lavoro della macchina utensile.

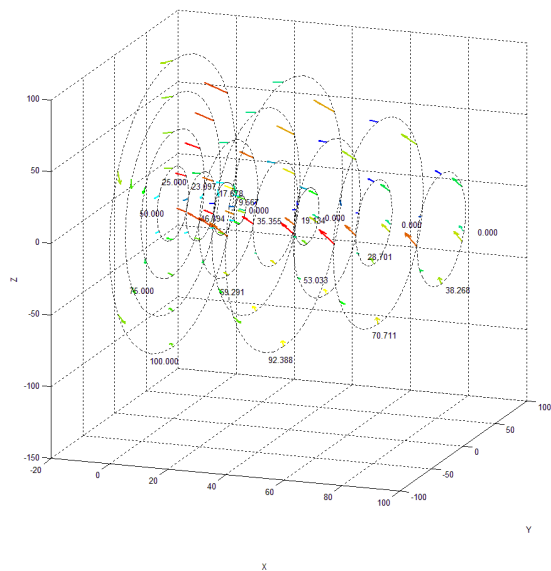


Figura 4.1 Mappa volumetrica dell'errore cinematico rispetto al sistema di riferimento fisso con la macchina utensile, con asse  $B$  ruotato a  $90^\circ$ , unità in mm.

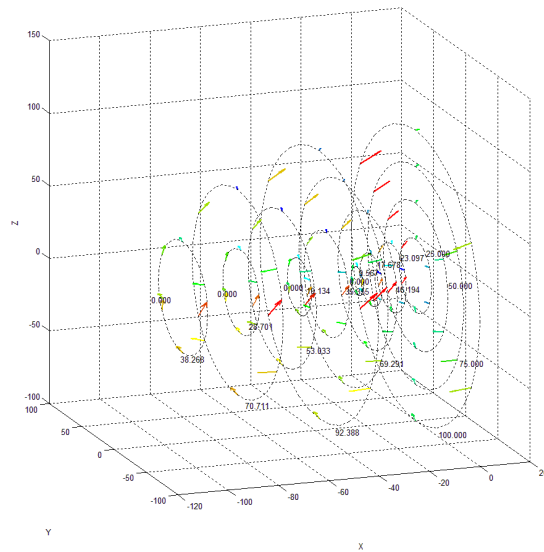


Figura 4.2 Mappa volumetrica dell'errore cinematico rispetto al sistema di riferimento fisso con la macchina utensile, con asse  $B$  ruotato a  $-90^\circ$ , unità in mm.

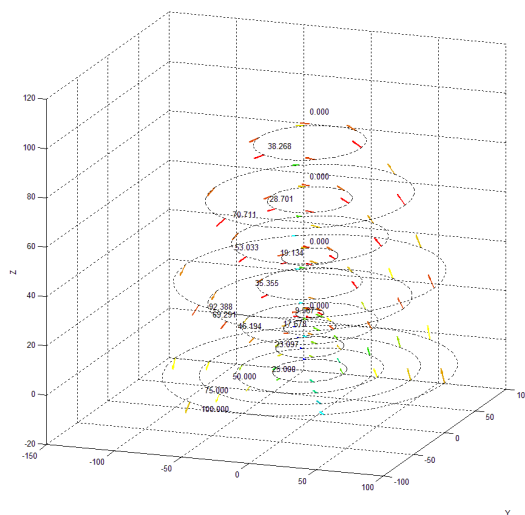


Figura 4.3 Mappa volumetrica dell'errore cinematico rispetto al sistema di riferimento fisso con la macchina utensile, con asse C ruotato a  $180^\circ$ , unità in mm.

Le mappe presentate sono sviluppate introducendo i seguenti valori verosimili degli errori geometrici degli assi, riportati in Tabella 4.1. Per i parametri d'errore funzione della posizione è stata scelta una funzione sinusoidale.

$EXX_r$	8 $\mu\text{m}$
$EXY_r$	16 $\mu\text{m}$ su $\Delta Y_{\text{corsa}}$
$EXZ_r$	5 $\mu\text{m}$ su $\Delta Z_{\text{corsa}}$
$EYX_r$	10 $\mu\text{m}$ su $\Delta X_{\text{corsa}}$
$EYY_r$	6 $\mu\text{m}$
$EYZ_r$	3 $\mu\text{m}$ su $\Delta Z_{\text{corsa}}$
$EZX_r$	21 $\mu\text{m}$ su $\Delta X_{\text{corsa}}$
$EZY_r$	12 $\mu\text{m}$ su $\Delta Y_{\text{corsa}}$
$EZZ_r$	2 $\mu\text{m}$
XOB	-31 $\mu\text{m}$
ZOB	22 $\mu\text{m}$
AOB	8 $^{\circ}/10^3$
COB	11 $^{\circ}/10^3$
XOC	-46 $\mu\text{m}$
YOC	12 $\mu\text{m}$
AOC	-12 $^{\circ}/10^3$
BOC	-22 $^{\circ}/10^3$

Tabella 4.2 Errori geometrici verosimili degli assi introdotti nel modello cinematico per la costruzione delle mappe volumetriche dell'errore cinematico.

#### 4.5.3 Calcolo al primo ordine dell'errore geometrico

Il calcolo dell'errore geometrico dell'asse avviene in realtà confrontando in più punti l'errore

cinematico nella sua esplicitazione delle equazioni 4.28, 4.29 e 4.30 che esprimono la relazione con più errori geometrici degli assi. Ad esempio il calcolo di  $XOB$  è ottenibile dall'errore cinematico tra due punti simmetrici del pezzo lavorato con l'asse  $B$  posto alternativamente a  $\pm 90^\circ$ , come nei casi presentati in precedenza. Svolgendo i passaggi seguiti nelle equazioni da 4.24 a 4.27, anche per il caso in esame con  $B$  pari a  $-90^\circ$  e individuati i punti simmetrici rispetto al piano  $YZ$  con coordinate di seguito elencate in tabella,

<b>Primo punto</b>	
$X_1$	0 mm
$Y_1$	0 mm
$Z_1$	100 mm
$x_{w,1}$	-100 mm
$y_{w,1}$	0 mm
$z_{w,1}$	0 mm
$B_1$	90 °
$C_1$	0 °
<b>Secondo punto</b>	
$X_2$	0 mm
$Y_2$	0 mm
$Z_2$	100 mm
$x_{w,2}$	100 mm
$y_{w,2}$	0 mm
$z_{w,2}$	0 mm
$B_2$	-90 °
$C_2$	0 °

Tabella 4.3 Coordinate dei due punti e configurazione degli assi rotanti in cui sono calcolati gli errori cinematici.

la componente  $\varepsilon_x$  nei due punti assume le seguenti espressioni

$$\varepsilon_{x,1} = -Z_1 - EZX_r(X_1) - EZY_r(Y_1) - EZZ_r(\dot{z}) - ZOB - x_{w,1} - XOB \quad (4.31)$$

$$\varepsilon_{x,2} = Z_2 + EZZ_r(X_2) + EZY_r(Y_2) + EZZ_r(\dot{z}) + ZOB - x_{w,2} - XOB \quad (4.32)$$

Sostituendo le coordinate della posizione nominale della punta utensile X, Y, Z nel sistema di riferimento fisso e  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  nel sistema di riferimento solidale al pezzo si ottiene per i due punti

$$\varepsilon_{x,1} = -100 - EZZ_r(0) - EZY_r(0) - EZZ_r(\dot{z}) - ZOB + 100 - XOB \quad (4.33)$$

$$\varepsilon_{x,2} = 100 + EZZ_r(0) + EZY_r(0) + EZZ_r(\dot{z}) + ZOB - 100 - XOB \quad (4.34)$$

sommando tra loro le componenti dei due errori cinematici

$$\varepsilon_{x,1} + \varepsilon_{x,2} = 2 \cdot XOB \quad (4.35)$$

si ottiene in definitiva in maniera diretta l'errore geometrico dell'asse dall'errore cinematico osservato in due punti

$$XOB = \frac{\varepsilon_{x,1} + \varepsilon_{x,2}}{2} \quad (4.36)$$

Nel sesto capitolo sono riportati gli errori geometrici degli assi e le relative formule di calcolo sviluppate al primo ordine ottenute tramite lo stesso metodo illustrato per  $XOB$  ed applicato ad altri punti



del pezzo lavorato nel performance test, la cui descrizione è presentata nel prossimo capitolo.

## 5 Pianificazione del Performance Test

In questo capitolo viene descritto il performance test messo a punto ed i parametri di taglio scelti. La forma del lavorato consegue dalla sequenza di moto degli assi pianificata per spaziare i punti notevoli dell'area di lavoro che consentono, anche tramite confronto come nell'esempio illustrato precedentemente, il calcolo approssimato degli errori geometrici degli assi introdotti nella modellazione partendo dall'errore cinematico.

### 5.1 Sequenza di movimentazione degli assi

Il performance test sviluppato è costituito da un tronco di piramide a base quadrata con quattro gradini che viene posto per la lavorazione al centro dell'area di lavoro, con la superficie superiore nominalmente all'altezza dell'asse basculante della macchina utensile. Ciascun gradino è lavorato in maniera tale che l'utensile lasci una traccia misurabile sia con il tagliente frontale che periferico. La forma semplice di un solido primitivo è scelta in primo luogo perché la misura del pezzo non abbia alcuna difficoltà e in secondo perché siano sfruttate le proprietà di

simmetria per confrontare tra loro alcuni punti nel calcolo dell'errore geometrico dell'asse. Come visto, sviluppando la formulazione analitica del problema per punti dell'area di lavoro simmetrici o caratterizzati da altre analogie si possono osservare in generale termini d'errore presenti in forma sistematica, eliminabili per sottrazione o somma.

Ciascun gradino è lavorato in concordanza ma con modalità diversa. Con i riferimenti cardinali rappresentati in Figura 5.1, partendo dal basso verso l'alto sono ottenuti come segue:

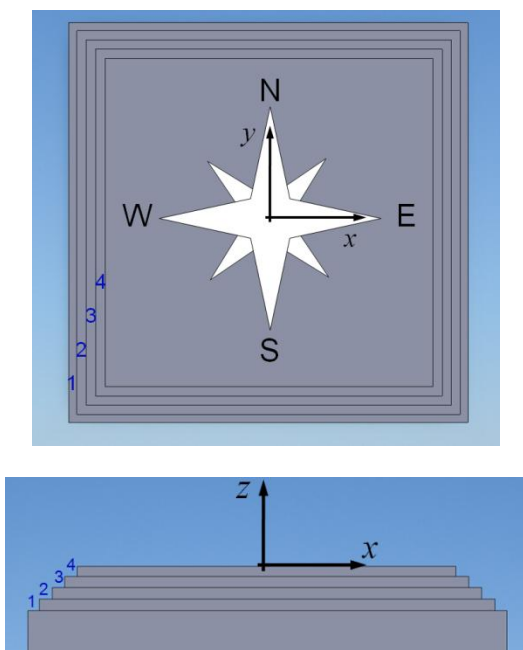


Figura 5.1 Riferimenti cardinali adottati come nomenclatura dei quattro lati della piramide, con riferimento al sistema di riferimento del pezzo.

- il primo gradino da un percorso che contorna il profilo quadrato della base ed in corrispondenza degli spigoli esegue un fiocco intorno ad essi, rappresentato in Figura 5.2

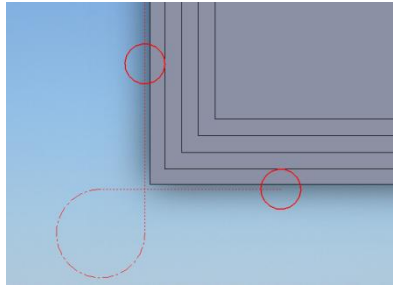


Figura 5.2 Percorso utensile a fiocco nella contornatura dello spigolo del primo gradino.

- il secondo gradino da un percorso che contorna il profilo quadrato della seconda base anche in corrispondenza degli spigoli, in Figura 5.3;

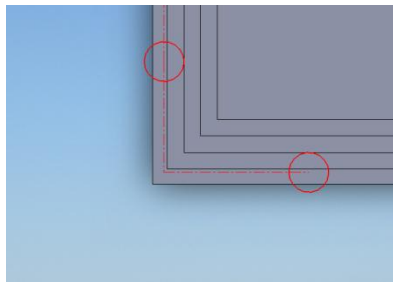


Figura 5.3 Percorso utensile nella contornatura diretta dello spigolo del secondo gradino.

- il terzo gradino da un percorso che contorna il lato ovest e nord del profilo quadrato della terza base, in seguito l'utensile torna in corrispondenza dello spigolo a sud-ovest e il pezzo è ruotato di  $180^\circ$  attorno l'asse  $C$ , percorrendo nuovamente la stessa traiettoria dei primi due lati, lavorando quindi il lati est e sud;
- Il quarto gradino, avendo posto nuovamente nell'origine l'asse  $C$ , da un percorso che contorna i pavimenti del lato est ed ovest ruotando alternativamente l'asse  $B$  di  $\pm 90^\circ$ , tramite il moto dell'asse  $Y$  in un verso ed in seguito nell'altro.

## 5.2 Set-up di lavorazione del Performance Test

L'esecuzione del test di lavorazione avviene adottando parametri di taglio tali da minimizzare gli errori geometrici introdotti sul lavorato di altra natura da quella cinematica. Il materiale scelto per la lavorazione è una lega d'alluminio 6082, che offre una lavorabilità migliore in termini di energia richiesta nel processo di asportazione rispetto a materiali alternativi quali ghisa o acciaio. Il peso inferiore riduce inoltre l'inflessione statica della tavola. I parametri di taglio

sono scelti perché l'utensile operi in condizioni di finitura, sia in relazione alla superficie orizzontale che verticale di ciascun gradino. L'interferenza tra utensile e pezzo dettata dal sovrametallo lasciato a seguito della grossatura preliminare ha uno spessore costante tra superficie orizzontale e verticale, come illustrato in Figura 5.4.

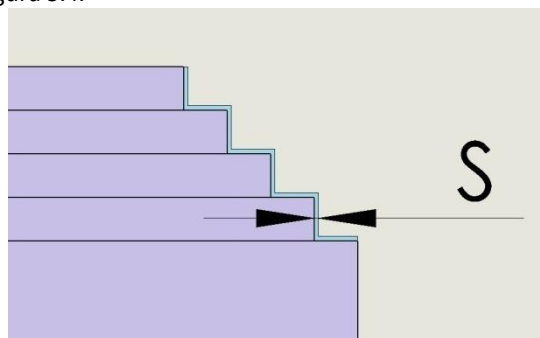


Figura 5.4 Sovrametallo asportato durante la lavorazione con spessore costante su superficie verticale e orizzontale di ciascun gradino.

Mentre l'avanzamento per dente è scelto tra i valori minimi indicati dal fornitore dell'utensile per ridurre le forze di taglio, la velocità di taglio è scelta dal confronto sia del valore ugualmente suggerito, sia del valore massimo che mantiene la velocità di avanzamento ridotta in relazione agli errori d'inseguimento introducibili dal controllo numerico, sia dei valori suggeriti dal software di simulazione del processo di asportazione CUTPRO®. L'analisi delle

configurazioni ottenibili a differenti velocità di taglio svolta dal software è finalizzata alla previsione della stabilità del processo e all'individuazione dell'immersione assiale massima dell'utensile che evita l'insorgere di vibrazioni dovute alle forze di taglio. L'analisi è resa possibile attraverso la misura della risposta dinamica di utensile e pezzo, nonché dalla introduzione nel simulatore dei parametri di taglio in gioco stabiliti come le caratteristiche geometriche dell'utensile, scelto in partenza per garantire un'adeguata rigidità statica. I benefici ottenibili da tale scelta si rispecchiano sia sulle condizioni di stabilità, difatti più ampie nell'immersione assiale, sia nel minore errore geometrico introdotto sul pezzo associato all'inflexione statica dello stesso. I parametri di taglio del performance test sono riassunti in Tabella 5.1, mentre le dimensioni nominali del pezzo in Figura 5.5.

<b>Utensile</b>	End mill integrale in carburo di tungsteno, $\phi 10$ mm, 2 taglienti
<b>Velocità di taglio</b>	$5500 \text{ mm}^{-1}$
<b>Sovrametallo</b>	0.5 mm nelle prime due ripetizioni, 0.25 mm in seguito
<b>Velocità di avanzamento</b>	500 mm/min, in concordanza

Tabella 5.1 Utensile e parametri di taglio scelti nella lavorazione del performance test.



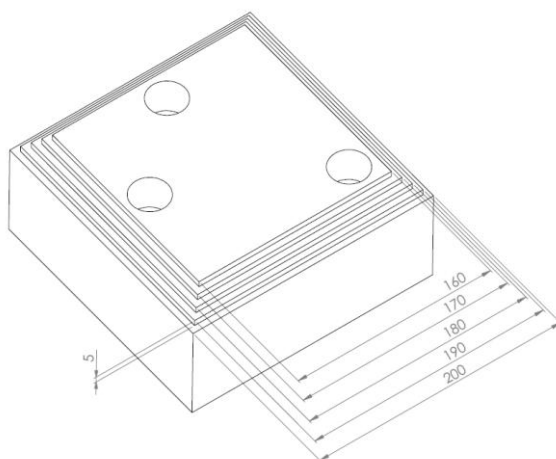


Figura 5.5 Quote nominali della piramide quadrata a scalini.

L'utensile montato sul porta-utensile viene misurato tramite una stazione di pre-setting esternamente per non introdurre errori in relazione alla sua lunghezza complessiva dall'attacco del mandrino, come illustrato nel paragrafo 1.1.5.

Il pezzo viene vincolato alla tavola della macchina utensile tramite tre viti passanti, serrate con la stessa coppia di serraggio ma poste in maniera asimmetrica. L'azione di compressione del pezzo, che pertanto risulta differente tra i lati opposti della piramide in virtù di tale asimmetria, rende più semplice l'individuazione degli errori dovuti alle forze di staffaggio sul pezzo lavorato, la cui entità viene stimata

da un modello FEM dello stesso sottoposto alle forze di vincolo delle viti.

### **5.3 Simulazione del Performance Test**

Il performance test pianificato è simulato nel suo percorso dal modello cinematico in cui sono introdotti gli errori geometrici degli assi verosimili definiti nel capitolo precedente, nella presentazione delle mappe volumetriche dell'errore cinematico. La simulazione è svolta al fine di validare il metodo di calcolo inverso dell'errore geometrico approssimato al primo ordine e di verificare l'idoneità dei punti presi in considerazione per tale calcolo. Con la simulazione sviluppata viene mostrata la tecnica di ricostruzione della superficie ottenuta a partire dal dato dell'errore cinematico di posizionamento e orientazione dell'utensile.

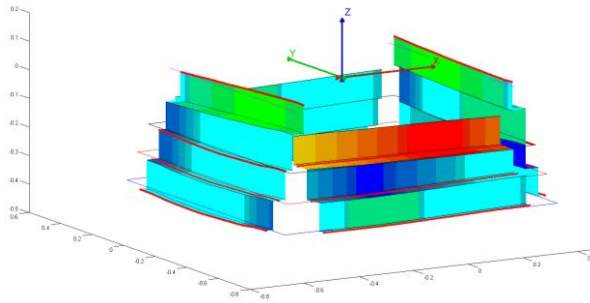


Figura 5.6 Simulazione del Performance Test per errori geometrici degli assi dati in Tabella 4.2, unità in mm. L'errore cinematico è presentato in scala 1:1 mentre le quote nominali ridotte con scala 1:200. La traccia del percorso della punta utensile è individuata dalla linea rossa.

## 6 Esecuzione sperimentale del Performance Test

Il capitolo descrive l'attività sperimentale di misura del performance test, con una parte introduttiva in cui sono presentati gli errori di altra natura da quella cinematica presenti nella lavorazione ed eliminati dal dato misurato. In seguito sono individuati gli errori geometrici degli assi della macchina utensile sia per gli assi lineari che rotanti. I dati ottenuti dal calcolo degli errori sono completati nella seconda parte del capitolo con i relativi margini d'incertezza, discendenti sia dalla dispersione delle misure dei performance test ripetuti più volte, sia dalla dispersione delle misure di un singolo performance test alla luce dell'errore di misura introdotto dalla macchina di misura a coordinate.

## **6.1 Eliminazione degli errori non cinematici**

Gli errori non cinematici presenti sul pezzo lavorato nel performance test sono in generale quelli illustrati nel capitolo introduttivo, ridotti il più possibile nella loro entità sulla base delle impostazioni scelte per la lavorazione. Tra essi sono risultati maggiori e confrontabili con l'entità dell'errore cinematico quelli associati alla deformazione del pezzo sotto l'azione di staffaggio alla tavola e quelli relativi al processo di asportazione dell'utensile, individuabili nell'inflessione statica dello stesso come scostamento della superficie liscia lavorata rispetto alla sua posizione tracciata in forma cinematica, e nella rugosità della stessa superficie che è generata dall'asportazione nel passaggio dei denti.

### **6.1.1 Inflessione dell'utensile**

La rugosità del pezzo lavorato è ridotta con la scelta dell'utensile montabile sul porta-utensile con diametro maggiore possibile e riducendo l'avanzamento per dente. L'utensile è stato scelto inoltre sulla base di una classe di precisione adeguata in relazione all'eccentricità geometrica dei taglienti, perché ciascuno di essi sia caratterizzato dalla stessa distanza tra bordo del tagliente e asse di rotazione. La

rugosità è in definitiva maggiore per le superfici ottenute dai taglienti periferici dell'utensile, nelle quali oltre al valore atteso della rugosità teorica funzione dell'avanzamento per dente e del diametro calcolabile con la relazione

$$R_t = \frac{D - \sqrt{D^2 - 4a_z^2}}{4} 10^3 \quad [\mu\text{m}] \quad (6.1)$$

si affianca l'oscillazione dinamica ortogonale all'asse, maggiore di quella assiale. La superficie generata dal tagliente frontale è affetta da una rugosità inferiore sia per quanto espresso per l'ampiezza delle oscillazioni dinamiche, sia per ragioni geometriche in quanto il tagliente ha direzione pressoché radiale.

Al fine di eliminare la dispersione della misura associata alla rugosità della superficie la misura elaborata nel calcolo degli errori geometrici viene mediata nell'intorno della regione in cui sono acquisiti un numero sufficiente di punti.

L'inflessione statica dell'utensile, rappresentata dallo scostamento della superficie liscia da quella tracciata in forma cinematica per interferenza tra il corpo dell'utensile e il pezzo lavorato, è valutata preliminarmente al performance test e in seguito confermata nella lavorazione dello stesso. La lavorazione preliminare ha visto la misura della superficie prima e dopo l'asportazione del sovrametallo corrispondente a quello del performance test, così da evidenziare il termine residuo corrispondente a tale

errore. In funzione dello spessore del sovrametallo, pari a 0.5 mm e 0.25 mm, l'inflessione statica sulla superficie tracciata dal tagliente periferico, misurata dalla media della distribuzione dei punti su una linea di acquisizione posta a 3 mm dalla superficie di base lavorata dal tagliente frontale, si attesta rispettivamente a 37 e 16  $\mu\text{m}$ .

La lavorazione preliminare del provino è finalizzata inoltre alla misura del diametro dell'utensile, rispetto al valore nominale indicato dal costruttore, mediante la tracciatura di una scanalatura rettilinea con lo stesso, prelaborata inizialmente ad una larghezza di 9/10 del diametro per avere condizioni di taglio analoghe alle condizioni di lavorazione per finitura. La scanalatura, portata al diametro dell'utensile dal suo passaggio, è misurata con la macchina di misura a coordinate nuovamente lungo una linea di punti d'acquisizione per ciascuna delle due superficie parallele. Le medie svolte per più sottoinsiemi di punti rivelano un valore del diametro col margine d'incertezza della misura corrispondente a quanto indicato dal costruttore.

### **6.1.2 Errori dovuti allo staffaggio**

Il modello FEM del pezzo lavorato sottoposto alle forze di compressione delle viti consente di ricavare la deformazione del pezzo montato sulla tavola della macchina utensile. La piramide a gradini del performance test, smontata e sottoposta a misura,

risulta deformata in virtù del rilassamento del materiale che consegue all'annullamento dello stato tensionale, pertanto in corrispondenza dei fori di ancoraggio il termine d'errore introdotto dall'azione di staffaggio ha una componente positiva in direzione verticale. L'entità e l'andamento sull'intero pezzo del rilassamento è ottenuto per sottrazione dalla geometria indeformata delle componenti di deformazione, in quanto la deformazione indotta dallo stato tensionale associato alla compressione delle viti è ragionevolmente incluso nel campo elastico.

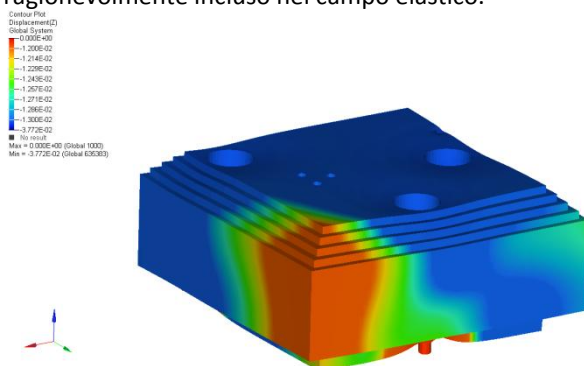


Figura 6.1 Deformazione statica del pezzo modellato tramite FEM sottoposto all'azione di compressione delle viti di ancoraggio.

L'andamento della componente verticale dell'errore causato dallo staffaggio è riportata nella presentazione degli errori geometrici degli assi lineari X



ed  $Y$ , rispetto la componente verticale dell'errore di rettilineità misurato.

## 6.2 Errori geometrici degli assi lineari

Gli errori geometrici degli assi lineari ricavati dalla misura del performance test sono presentati nell'ordine delle misure svolte. I profili dei muri del primo gradino che consentono di rilevare l'errore cinematico nel piano  $XY$  nel moto degli assi lineari  $X$  ed  $Y$ , dunque  $EXY_r$  e  $EYX_r$ , sono ottenuti dall'andamento dei punti equidistanti 5 mm distribuiti su una linea di acquisizione per ciascun lato posta a 3 mm sopra alla superficie orizzontale del rispettivo pavimento del gradino. L'andamento osservato risulta confrontabile con quello della linea analoga individuata sul secondo gradino. Come assunto sulla base della formulazione analitica proposta, l'errore misurato sul profilo del pezzo nel termine cinematico ha simile andamento a meno di una costante che è associata all'ampiezza del gioco degli azionamenti degli assi lineari  $X$  ed  $Y$ , messo in luce dal differente approccio nella contornatura dello spigolo dell'angolo. Al contrario le componenti d'errore dovute al moto dell'asse  $Z$  in direzione  $X$  ed  $Y$ , che compaiono nella formulazione analitica, introducono un errore costante in virtù della vicinanza in direzione verticale dei due gradini.

In seguito sono misurati i punti distribuiti per ciascun lato su di una linea scostata di 3 mm dal muro e

situata sul pavimento del gradino. L'andamento osservabile risulta influenzato dalla deformazione del pezzo a causa dell'azione di compressione delle viti di ancoraggio e viene epurato dalla deformazione modellata tramite FEM, necessaria anche per il successivo calcolo degli errori geometrici degli assi che hanno come dato di partenza l'errore cinematico nella componente verticale. Il dato elaborato dell'andamento compensato dei punti acquisiti sui pavimenti del primo gradino consente di ricavare gli errori geometrici degli assi espressi da  $EZX_r$  e  $EZY_r$ . I dati acquisiti e gli errori geometrici degli assi lineari individuati sono riassunti nel paragrafo relativo alla ripetibilità del test, nel quale si affianca al valore la deviazione standard nelle ripetizioni del performance test.

### 6.3 Errori geometrici degli assi rotanti

La scansione della piramide a scalini prosegue nel terzo gradino, lavorato per individuare gli errori di locazione dell'asse rotante *C*. Il profilo dei muri e pavimenti di ciascun lato sono acquisiti con lo stesso metodo dei primi due gradini, ossia tramite dei punti equidistanti posti su due linee, una per la superficie orizzontale ed una per la superficie verticale. L'acquisizione del quarto gradino avviene nei lati ovest ed est che sono lavorati al fine di ricavare gli errori geometrici dell'asse basculante *B*.

Nel calcolo dell'errore geometrico dell'asse rotante dal dato dell'errore cinematico, i passaggi algebrici svolti sono, come nell'esempio visto per *XOB*, tali da eliminare altri termini introdotti dagli altri errori geometrici dell'asse, come *ZOB*, tramite un'opportuna scelta dei punti del profilo. Dal momento che a livello sperimentale si sovrappongono all'errore cinematico errori di altra natura, dalla rugosità superficiale all'errore casuale di misura della macchina di misura a coordinate, la scansione dell'intero profilo è svolta, oltre che per ottenere una rappresentazione grafica completa, per mediare la dispersione dell'errore misurato dovuta ad errori casuali e dinamici, isolando il termine quasi-statico. Tale approccio, applicato alle misure delle ripetizioni del test e della misura, riduce la deviazione standard degli errori geometrici degli assi calcolati. Gli errori di locazione degli assi rotanti sono presentati come gli errori geometrici degli assi lineari nel paragrafo relativo alla ripetibilità del performance test.

## 6.4 Ripetibilità del Performance Test

Il performance test viene ripetuto dieci volte. Mentre nelle prime due ripetizioni il sovrametallo è stato di 0.5 mm sia nell'interferenza con la superficie verticale che orizzontale, in seguito il valore è stato

ridotto a 0.25 mm a beneficio della riduzione delle forze di taglio e dei relativi errori causati, avendo osservato nei primi test che l'errore introdotto sul pezzo lavorato risultava con sicurezza sempre inferiore a tale soglia, ossia che l'intera superficie del test risultava lavorata.

Sono presentati dalla Figura 6.2 alla Figura 6.5 le misure svolte per i dieci test ripetuti dei profili verticali e orizzontali dei quattro lati del secondo gradino, con i riferimenti cardinali introdotti in precedenza, volti alla misura degli errori geometrici degli assi definiti in  $EXY_r$ ,  $EYX_r$ ,  $EZX_r$ , e  $EZY_r$ .

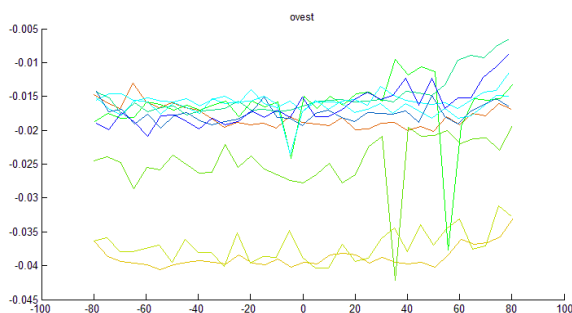


Figura 6.2 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato ovest del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm.

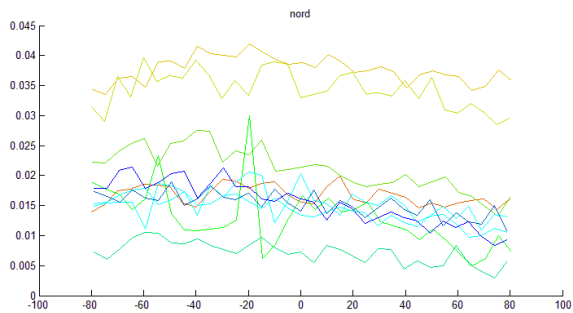


Figura 6.3 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato nord del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm.

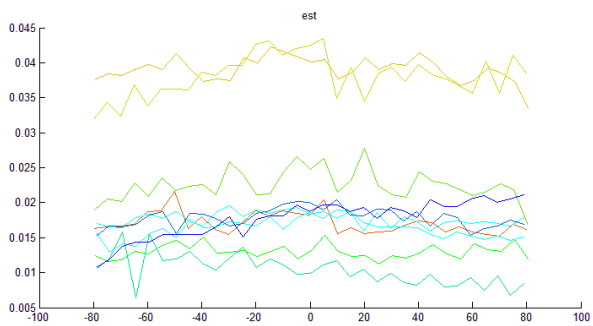


Figura 6.4 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato est del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm.

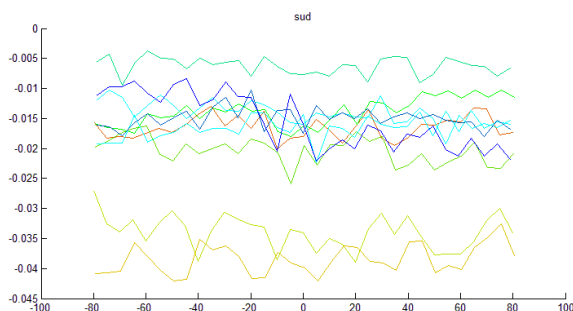


Figura 6.5 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato sud del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm.

I quattro profili acquisiti nel piano XY nelle dieci ripetizioni permettono di valutare il rapporto che vi è tra lo scostamento quasi-statico, causato in primo luogo dall'errore cinematico e l'inflessione statica dell'utensile, e lo scostamento dinamico e casuale del dato misurato. Le due prove svolte con interferenza di 0.5 mm, in giallo, si discostano dalle altre otto in virtù della maggiore inflessione dell'utensile. Tale contributo quasi-statico è sottratto al dato acquisito e sul termine restante, cinematico, dinamico e casuale dell'errore, è individuata per ciascuna ripetizione del performance test, sulla relativa linea di scansione, la forma sinusoidale di migliore approssimazione che esprime il parametro d'errore dell'asse lineare corrispondente. L'adozione della prima forma armonica per la migliore

approssimazione della misura sottratta del suo valor medio è stata scelta in quanto consente di correlare gli scostamenti massimi e minimi con la periodicità dell'oscillazione del dato misurato, così da evidenziare errori cinematici e sistematici, se risultanti con ampie lunghezze d'onda, o errori dinamici e casuali, se risultanti con ridotte lunghezze d'onda. Sono presentati in Figura 6.6 e Figura 6.7 le forme sinusoidali di  $EXY_r$  e  $EYX_r$ , relative rispettivamente al lato ovest e nord delle dieci ripetizioni, riportate in forma sintetica nell'ampiezza della sinusoide al termine del paragrafo in Tabella 6.1.

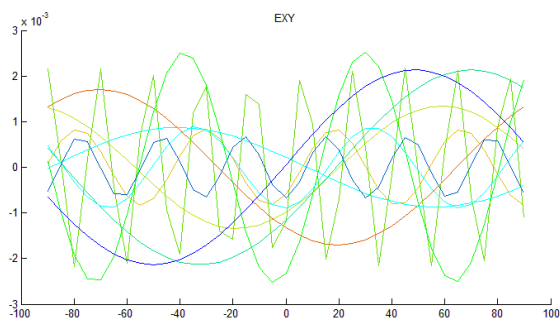


Figura 6.6 Sinusoidi di miglior approssimazione del parametro d'errore  $EXY_r$ , sul secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm.

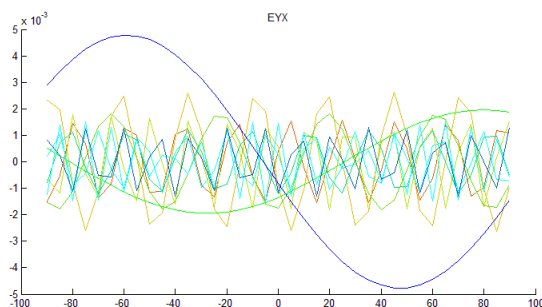


Figura 6.7 Sinusoidi di miglior approssimazione del parametro d'errore  $EYX$ , sul secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm.

I diagrammi dimostrano che gli errori geometrici degli assi lineari non sono ben visibili a fronte degli altri termini d'errore dinamico e casuale presenti nel dato acquisito.

Seguono i profili delle linee di acquisizione sulle superfici orizzontali dei quattro lati.



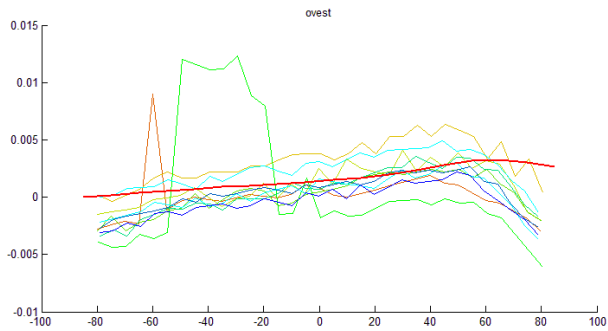


Figura 6.8 Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato ovest del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM.

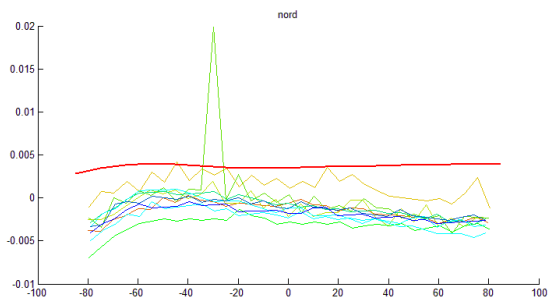


Figura 6.9 Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato nord del secondo gradino

per le dieci ripetizione del test, unità in mm. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM.

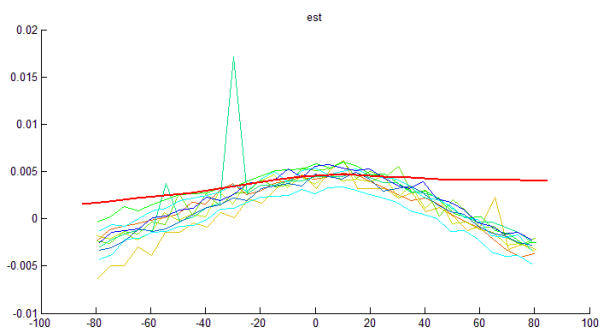


Figura 6.10 Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato est del secondo gradino per le dieci ripetizione del test, unità in mm. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM.

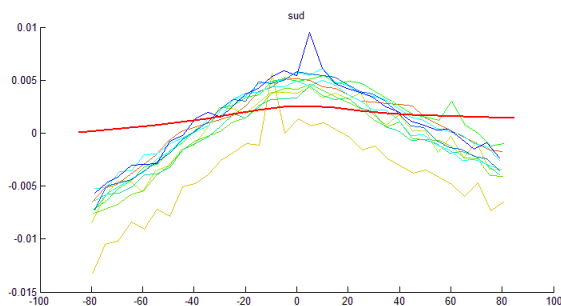


Figura 6.11 Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato sud del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test, unità in mm. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM.

Le misure nei piani XZ e YZ delle superfici orizzontali nelle dieci ripetizioni consentono di valutare come per i quattro diagrammi delle superfici verticali il rapporto che vi è tra lo scostamento quasi-statico, causato in primo luogo dall'errore cinematico e l'inflexione statica del pezzo, e lo scostamento dinamico e casuale del dato misurato. Nelle superfici orizzontali appare evidente che l'oscillazione del dato misurato lungo la linea di acquisizione tra un punto e il successivo è inferiore rispetto alle superfici verticali, la cui rugosità è difatti maggiore. Sottratto al dato acquisito il contributo quasi-statico del rilassamento del pezzo seguente allo smontaggio dello stesso, sul

termine restante, cinematico, dinamico e casuale dell'errore, è individuata per ciascuna ripetizione del performance test, sulla relativa linea di scansione, la forma sinusoidale di migliore approssimazione che esprime il parametro d'errore dell'asse lineare corrispondente. Sono riportate al termine del paragrafo in Tabella 6.1 in forma sintetica l'ampiezza delle sinusoidi per  $EZY_r$  e  $EZX_r$ .

I giochi negli assi lineari sono valutati dalla differenza delle medie delle linee di scansione sulle superfici del primo e secondo gradino, eliminando i contributi d'errore di altra natura da quella cinematica per differenza e di natura cinematica, ma associati ad altri errori geometrici degli assi, nella media.

$$EXX_r = \frac{\overline{\varepsilon_{x_{E,1}}} - \overline{\varepsilon_{x_{E,2}}} + \overline{\varepsilon_{x_{O,2}}} - \overline{\varepsilon_{x_{O,1}}}}{2} - \frac{l_1 - l_2}{2} \quad (6.2)$$

$$EYY_r = \frac{\overline{\varepsilon_{y_{N,1}}} - \overline{\varepsilon_{y_{N,2}}} + \overline{\varepsilon_{y_{S,2}}} - \overline{\varepsilon_{y_{S,1}}}}{2} - \frac{l_1 - l_2}{2} \quad (6.3)$$

$$EZZ_r = \frac{\overline{\varepsilon_{z_{N,1}}} - \overline{\varepsilon_{z_{N,2}}} + \overline{\varepsilon_{z_{O,1}}} - \overline{\varepsilon_{z_{O,2}}}}{2} - \frac{h_1 - h_2}{2} \quad (6.4)$$

I profili relativi agli altri tre gradini non sono riportati per brevità, in quanto il comportamento del dato acquisito risulta del tutto simile in relazione agli errori di natura non cinematica, mentre nel termine cinematico risulta dipendente con la configurazione degli assi rotanti nella lavorazione. Sinteticamente l'errore cinematico è relazionato agli errori geometrici

degli assi rotanti tramite le seguenti formule, ottenute dal calcolo approssimato al primo ordine ed esplicitate negli errori geometrici degli assi rotanti.

$$XOB = \frac{\overline{\varepsilon_{xO,4}} + \overline{\varepsilon_{xE,4}}}{2} \quad (6.5)$$

$$ZOB = \frac{\overline{\varepsilon_{zO,4}} + \overline{\varepsilon_{zE,4}}}{2} \quad (6.6)$$

$$XOC = \frac{\overline{\varepsilon_{xO,3}} + \overline{\varepsilon_{xE,3}}}{2} \quad (6.7)$$

$$YOC = \frac{\overline{\varepsilon_{yN,3}} + \overline{\varepsilon_{yS,3}}}{2} \quad (6.8)$$

$$AOB = \frac{\varepsilon_{zNO,4} + \varepsilon_{zNE,4} - \varepsilon_{zSO,4} - \varepsilon_{zSE,4}}{2 \cdot l_4} \quad (6.9)$$

$$COB = \frac{\varepsilon_{xNO,4} + \varepsilon_{xNE,4} - \varepsilon_{xSO,4} - \varepsilon_{xSE,4}}{2 \cdot l_4} \quad (6.10)$$

$$AOC = \frac{\overline{\varepsilon_{zN,3}} - \overline{\varepsilon_{zS,3}}}{l_3} \quad (6.11)$$

$$BOC = \frac{\overline{\varepsilon_{zE,3}} - \overline{\varepsilon_{zO,3}}}{l_3} \quad (6.12)$$

Errore	Media	Dev. Std.
EXX <sub>r</sub>	-1.7	1.9 μm
EXY <sub>r</sub>	1.6	0.7 μm su ΔY <sub>corsa</sub>
EYX <sub>r</sub>	2.6	0.9 μm su ΔX <sub>corsa</sub>
EYY <sub>r</sub>	-2.8	1.4 μm
EZX <sub>r</sub>	1.3	0.7 μm su ΔX <sub>corsa</sub>
EZY <sub>r</sub>	2.2	1.4 μm su ΔY <sub>corsa</sub>
EZZ <sub>r</sub>	4.1	1.2 μm
XOB	-30.6	2.2 μm
ZOB	301.0	12.1 μm
AOB	-1.1	0.4 °/10 <sup>3</sup>
COB	-0.6	1.1 °/10 <sup>3</sup>
XOC	-31.3	2.2 μm
YOC	12.8	3.0 μm
AOC	-0.9	0.3 °/10 <sup>3</sup>
BOC	2.1	0.7 °/10 <sup>3</sup>

Tabella 6.1 Errori geometrici degli assi calcolati dalle dieci ripetizioni del performance test.

## 6.5 Incertezza di misura

L'incertezza di misura discendente dal margine di precisione della macchina di misura a coordinate è analizzata misurando una singola lavorazione del performance test nove volte in diverse condizioni. L'accuratezza complessiva del test di

lavorazione nell'individuazione degli errori geometrici degli assi è dipendente dalla precisione che la macchina di misura a coordinate è in grado di garantire in fase di rilievo, pertanto, in maniera cautelativa, si valutano i fattori che influenzano quest'ultima, in particolare svolgendo la misura variando posizione ed orientazione del test lavorato nella CMM e svolgendo la misura in differenti condizioni di temperatura. In primo luogo per l'analisi della ripetibilità della misura del test si presentano le linee di scansione delle superfici verticali dei quattro lati del secondo gradino; in secondo si riportano le deviazioni standard dei parametri degli errori geometrici degli assi calcolati per le nove ripetizioni della misura.

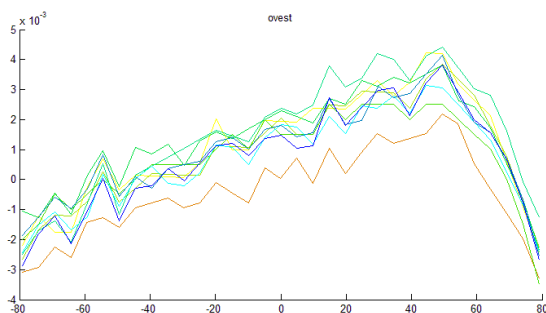


Figura 6.12 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato ovest del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura, unità in mm.

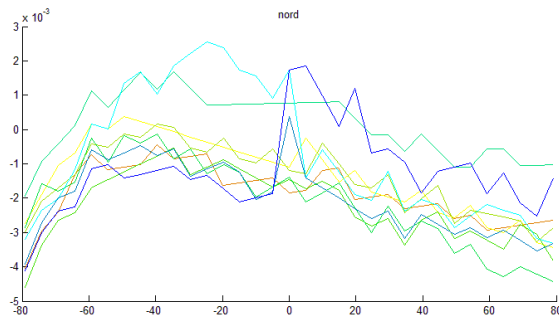


Figura 6.13 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato nord del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura, unità in mm.



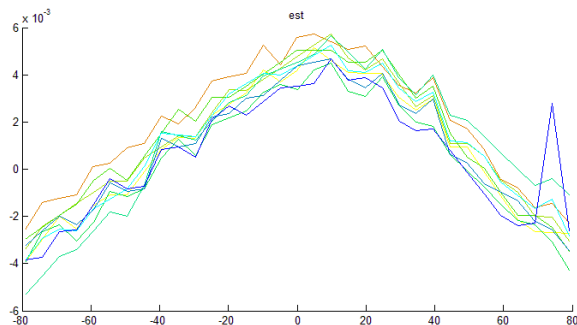


Figura 6.14 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato est del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura, unità in mm.

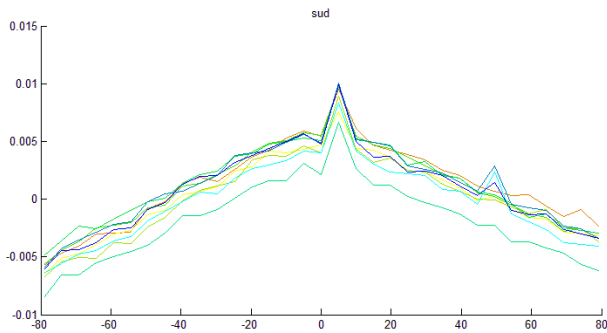


Figura 6.15 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato sud del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura, unità in mm.

Errore	Dev. Std.
EXX <sub>r</sub>	1.0 μm
EXY <sub>r</sub>	2.0 μm su ΔY <sub>corsa</sub>
EYX <sub>r</sub>	1.8 μm su ΔX <sub>corsa</sub>
EYY <sub>r</sub>	0.7 μm
EZX <sub>r</sub>	0.5 μm su ΔX <sub>corsa</sub>
EZY <sub>r</sub>	0.3 μm su ΔY <sub>corsa</sub>
EZZ <sub>r</sub>	1.1 μm
XOB	1.1 μm
ZOB	5.6 μm
AOB	0.4 °/10 <sup>3</sup>
COB	2.0 °/10 <sup>3</sup>
XOC	1.2 μm
YOC	0.7 μm
AOC	0.5 °/10 <sup>3</sup>
BOC	0.3 °/10 <sup>3</sup>

Tabella 6.2 Deviazioni standard degli errori geometrici degli assi calcolati dalle nove ripetizioni della misura dell'ultimo dei dieci performance test svolti.

## 6.6 Precisione del Performance Test

La combinazione delle deviazioni standard relative alla ripetibilità della lavorazione e della ripetibilità della misura consente di ottenere per

ciascun parametro d'errore l'incertezza che lo caratterizza nella sua determinazione.

Errore	Media	Dev. Std.
$EXX_r$	-1.7	2.1 $\mu\text{m}$
$EXY_r$	1.6	2.1 $\mu\text{m su } \Delta Y_{\text{corsa}}$
$EYX_r$	2.6	2.0 $\mu\text{m su } \Delta X_{\text{corsa}}$
$EYY_r$	-2.8	1.6 $\mu\text{m}$
$EZX_r$	1.3	0.9 $\mu\text{m su } \Delta X_{\text{corsa}}$
$EZY_r$	2.2	1.4 $\mu\text{m su } \Delta Y_{\text{corsa}}$
$EZZ_r$	4.1	1.6 $\mu\text{m}$
XOB	-30.6	2.6 $\mu\text{m}$
ZOB	301.0	13.3 $\mu\text{m}$
AOB	-1.1	0.6 $^{\circ}/10^3$
COB	-0.6	2.2 $^{\circ}/10^3$
XOC	-31.3	2.6 $\mu\text{m}$
YOC	12.8	3.1 $\mu\text{m}$
AOC	-0.9	0.6 $^{\circ}/10^3$
BOC	2.1	0.8 $^{\circ}/10^3$

Tabella 6.3 Errori geometrici degli assi ed incertezze relative calcolate nella ripetibilità del test e della misura.

## 7 Test di contornatura del cono

Il modello multi-body cinematico viene aggiornato nelle variabili d'ingresso definite nel paragrafo 4.4.1.1 associate agli errori geometrici degli assi. Gli errori geometrici degli assi introdotti inizialmente con valori casuali e realistici sono modificati assumendo i valori reali determinati dal performance test. Il test di contornatura del cono è presentato in questo capitolo in quanto impiegato nella validazione del modello per la predizione dell'errore cinematico nel moto sincrono dei cinque assi della macchina utensile. Il test NAS 979 di contornatura del cono ha larga diffusione nella settore della ricerca sulle macchine utensili perché ha inequivocabili vantaggi a livello di rapidità e semplicità nell'esecuzione e nella misura.

### 7.1 Generazione del codice ISO

La generazione del codice ISO è svolta in maniera tale che, nel moto di contornatura sincrono nei cinque assi, gli assi lineari non siano comandati dal

controllo numerico in inseguimento degli assi rotanti, ossia con modalità di compensazione dell'offset utensile *G43.4*, ma in inseguimento della posizione direttamente comandata agli stessi, ossia con modalità di compensazione dell'offset utensile *G43*, analoga in tale aspetto anche all'assenza di compensazione secondo modalità *G49*. La prima modalità prevede la scrittura del codice nelle coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$ , definite nel sistema di riferimento adottato e solidale alla tavola, ad esempio *G54*, *G55* o altro, e del valore degli assi rotanti *B* e *C*. Nota la configurazione degli assi rotanti, quindi la roto-traslazione imposta al sistema di riferimento definito sulla tavola, il controllo numerico mantiene la punta utensile nelle coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  calcolando in tempo reale gli spostamenti *X*, *Y* e *Z* degli assi lineari corrispondenti. La seconda modalità, *G43*, al contrario demanda l'onere di ricavare la posizione degli assi lineari all'algoritmo di elaborazione del percorso utensile programmato, con la scrittura del codice direttamente nelle coordinate *X*, *Y* e *Z* degli assi lineari, ossia nel sistema di riferimento della macchina.

In dettaglio è possibile illustrare i vantaggi e svantaggi della seconda modalità che è stata adottata. Lo svantaggio presente nella scrittura del codice con le coordinate degli assi lineari *X*, *Y* e *Z* risiede nel fatto che a priori è necessario stabilire la posizione e l'orientazione del sistema di riferimento solidale alla tavola *G54*, al di là della reale posizione del pezzo lavorato sulla tavola stessa, pertanto non è adottata nella prassi delle lavorazioni in cinque assi di pezzi di

forma complessa. Tra i vantaggi vi è l'eliminazione degli errori d'inseguimento presenti in modalità *G43.4* nel mantenimento della costante velocità di avanzamento in prossimità delle configurazioni di singolarità cinematiche, come ad esempio la vicinanza della punta utensile all'asse rotante, che impone rapidi movimenti ad essi, o l'elevata lontananza, che al contrario impone rapidi spostamenti agli assi lineari per piccole rotazioni dell'asse rotante. Il mantenimento di una costante velocità di avanzamento in lavorazione assicura che l'utensile sia nelle condizioni di taglio scelte in relazione all'avanzamento per dente, quindi che le forze di taglio e la qualità superficiale da esse discendenti siano regolari sull'intera lavorazione. Anche il mantenimento della costante velocità di avanzamento rispetto alla superficie lavorata è ottenuta dall' algoritmo di elaborazione del percorso utensile programmato per la scrittura del codice in coordinate  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  in modalità *G43*. In generale infatti, stabilita una velocità di avanzamento  $F$  nel codice, dati una serie di punti nelle coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  in modalità *G43.4* essi sono interpolati dal controllo numerico in maniera tale che l'utensile abbia tale velocità rispetto alla superficie lavorata, mentre in modalità *G43*, tradotti i punti nelle coordinate degli assi lineari  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , la velocità di avanzamento risulta costante rispetto a tali coordinate. Ne consegue che, se a due punti sono associati differenti posizioni degli assi rotanti, la loro distanza espressa nelle coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  e  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  risulta diversa, quindi la velocità di avanzamento deve essere

corretta di conseguenza. Nel caso della contornatura del cono, il codice è scritto assumendo dei punti di coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  sulla circonferenza di base con passo angolare costante. I corrispondenti punti in coordinate  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , nella variazione continua degli assi rotanti  $B$  e  $C$ , non hanno in generale la stessa distanza relativa, pertanto nel codice scritto in modalità *G43* la velocità di avanzamento  $F$  è corretta di conseguenza, sulla base del rapporto tra distanza dei punti in coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  e distanza degli stessi trasformati in coordinate  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , eq. 7.1. Prima di lavorare il pezzo in cinque assi, l'algoritmo adottato consente di rilevare condizioni di lavoro programmate che superano i limiti fisici della macchina utensile, in relazione alla velocità di avanzamento degli assi lineari, scritta in forma esplicita nel codice secondo modalità *G43*, e in relazione alla velocità degli assi rotanti, nota la variazione di posizione tra due punti e l'intervallo temporale, noto in partenza, che intercorre tra di loro.

$$C_i^F = \frac{\sqrt{(x_{wi} - x_{wi-1})^2 + (y_{wi} - y_{wi-1})^2 + (z_{wi} - z_{wi-1})^2}}{\sqrt{(X_i - X_{i-1})^2 + (Y_i - Y_{i-1})^2 + (Z_i - Z_{i-1})^2}} \quad (7.1)$$



## 7.2 Confronto numerico sperimentale

Il confronto numerico sperimentale per la validazione finale del modello cinematico sviluppato è svolto per il tronco di cono presentato nel paragrafo 4.4.1.3. Occorre premettere che al fine di avere una rappresentazione grafica corretta del profilo del cono simulato, il dato numerico è stato elaborato per presentarlo nella forma in cui è data la misura del profilo sperimentale. Infatti per il dato numerico sono noti gli errori di posizionamento della punta utensile e di un altro riferimento sull'asse della stessa nelle tre componenti  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_z$  dell'errore cinematico nel sistema di riferimento solidale alla tavola con origine nella centro della base del cono ideale e asse Z coincidente con l'asse del cono stesso; per il dato sperimentale, invece, la sua costruzione avviene acquisendo con la macchina di misura a coordinate 360 punti per ciascuna di tre circonferenze definite nello stesso sistema di riferimento adottato con origine nel centro della base del cono nominale e poste a tre livelli lungo la coordinata Z dell'asse. La rappresentazione del profilo del cono sperimentale avviene con tre distribuzioni di punti in cui la coordinata Z è stabilita all'atto dell'impostazione della misura, ed è pertanto pressoché esatta a meno dell'errore introdotto dalla macchina di misura a coordinate, mentre le coordinate X ed Y rivelano l'errore del profilo conico introdotto in lavorazione. Al fine di confrontare i due dati numerico e sperimentale è necessario elaborare il dato numerico in

cui è presente un'informazione in più, ossia l'errore di posizionamento assiale dell'utensile: individuato il segmento di contatto tangenziale tra l'utensile cilindrico ed il cono contornato a livello di simulazione, è individuato su di esso il punto la cui coordinata  $Z$  è pari al valore impostato all'atto della scansione del profilo sperimentale del livello  $Z$  della circonferenza di misura. Tale operazione può essere altresì descritta dal sezionamento della superficie rigata, costruita dal moto spaziale del segmento di tangenza durante la contornatura simulata del cono, con dei piani paralleli alla base del cono ideale, sui quali è stata svolta la misura del profilo sperimentale. Questa operazione descritta risulta necessaria per la rappresentazione grafica in cui vi è per ovvie ragioni l'ingrandimento dell'errore sul profilo numerico e sperimentale. Poiché l'ingrandimento è ottenuto adottando sulla scala radiale un offset proporzionale al raggio, per la base inferiore e superiore del cono, la rappresentazione sul diagramma tridimensionale del cono simulato risulterebbe falsata a causa dello spostamento introdotto dalla componente assiale  $\varepsilon_z$  che viene presentata senza offset.

Il diagramma tridimensionale del confronto è presentato in Figura 7.1, seguito dai due diagrammi polari corrispondenti a due sezioni del cono prossime alla base superiore ed inferiore, nei quali è presentato lo scostamento tra dato numerico e sperimentale.

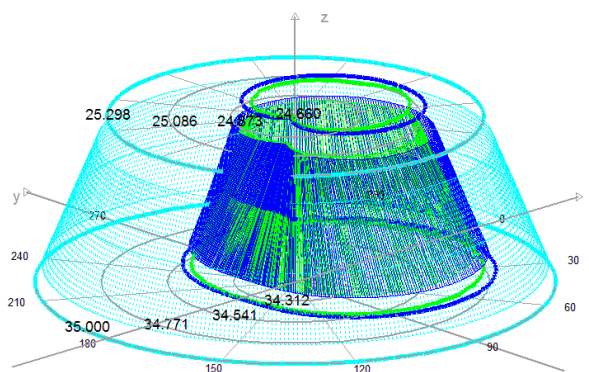


Figura 7.1 Profili del cono numerico in blu, sperimentale in verde ed ideale in celeste. L'offset del diagramma polare sulla base inferiore sul raggio è pari a 34.1 mm, scalato linearmente al valore di 24.647 mm per l'offset del diagramma polare sulla base superiore.

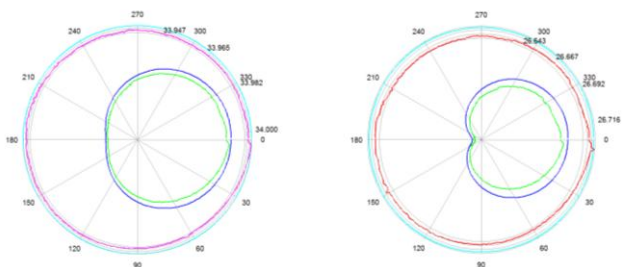


Figura 7.2 Sezioni del cono numerico in blu, sperimentale in verde ed ideale in celeste, al livello della prima e terza scansione svolta con la macchina di misura a

coordinate lungo la coordinata assiale Z del cono ideale, rispettivamente pari a 1 mm e 8.702 mm. In viola e rosso lo scostamento tra profilo simulato e sperimentale.

Il modello cinematico aggiornato con gli errori geometrici ricavati dal performance test rivela un buon margine di previsione dell'errore introdotto sul lavorato in cinque assi, in quanto l'errore sul raggio di base superiore ed inferiore è predetto sia circa nel valore, che nell'andamento sui 360°.

La scelta di misurare il profilo sperimentale su tre livelli assiali del cono è stata adottata al fine di rilevare se la superficie del pezzo lavorato sperimentalmente fosse esattamente una superficie rigata, per cui se il segmento di contatto tangenziale tra utensile cilindrico e cono si fosse spostato durante la contornatura senza sovrapporsi a sé stesso. Nella realtà dei fatti ciò non avviene in virtù degli errori cinematici in quanto, come ricavabile anche dal dato simulato, non esiste un vertice inteso come stesso punto in cui sono incidenti tutte le rette associate ai segmenti ricavati per la costruzione del profilo del cono numerico. Ne consegue che la superficie del cono lavorato sperimentalmente scaturisce dall'involuppo interno delle regioni cilindriche di spazio percorse dal utensile istante per istante nella contornatura.

## 8 Modellazione flessibile

Lo sviluppo del modello multi-body flessibile della macchina utensile ha le sue basi sulla geometria CAD dei componenti fornita dal costruttore della macchina. I componenti sono discretizzati nella costruzione della *mesh*, assemblati in macroassiemi funzionali con elementi di collegamento che modellano la rigidità dei collegamenti stessi ed infine assemblati nei giunti degli assi in ambiente FEM per analisi FRF, e assemblati allo stesso livello con formulazione estesa ai macrospostamenti, in ambiente multi-body per analisi nel dominio del tempo.

L'analisi dell'errore flessibile è focalizzata sulla struttura della macchina utensile sollecitata dalle forze inerziali. L'errore flessibile discendente dalla sollecitazione della forza di taglio presente nel processo di asportazione non è trattato nel capitolo, in quanto in primo luogo il carattere di tale errore è dinamico, ed in secondo luogo è strettamente legato alla flessibilità dell'insieme pinza, utensile e pezzo, che variano a seconda delle lavorazioni e dei parametri impostati.

## 8.1 FEM dei componenti

I componenti della macchina modellati sono stati quelli con funzione strutturale, mentre altri elementi come il sistema di cambio utensile automatico, il magazzino utensili, i pannelli esterni, sistemi di cablaggio e refrigerazione sono stati trascurati o altrimenti introdotti come masse aggiuntive. Nella prassi della modellazione ad elementi finiti, disponendo della geometria CAD, occorre modificarla in corrispondenza dei particolari estetici e dei dettagli che non sono influenti sulla rigidità totale, ma che costituiscono un ostacolo alla costruzione di una *mesh* corretta e regolare. Sono eliminati pertanto fori, raggi di raccordo e piccoli smussi.

La *mesh* sviluppata con il software Altair HyperWorks® è costituita da elementi solidi *brick*, per sfruttare i vantaggi di una discretizzazione mappata, in particolare in corrispondenza dei collegamenti tra componenti e giunti degli assi, e quando non possibile con elementi solidi *tetra*.

I collegamenti dei componenti tramite viti sono modellati con degli elementi *beam* con rigidità assiale corrispondente e degli elementi rigidi per vincolare le sezioni dei componenti adiacenti nel moto tangenziale, altrimenti con l'equivalenza dei nodi qualora le viti di collegamento non siano note per posizione e dimensione. I collegamenti dei componenti modellati riducono la struttura a sei macroassiemi, in ordine dalla tavola alla punta utensile:

- asse C
- asse B
- corpo principale
- asse Y
- asse X
- asse Z

La modellazione è completata con l'introduzione di un ulteriore corpo, ossia il rotore del mandrino. Occorre precisare tuttavia che la geometria CAD fornita della macchina utensile non è completa relativamente a tale parte, che riveste il ruolo principale nella dinamica ad alta frequenza. La parte rotorica viene ricostruita da una vista in sezione dell'assieme del mandrino per svolgere un'analisi preliminare, seppur non validata a fronte delle incertezze relative a massa, smorzamento ed altri elementi non introdotti, quali ad esempio il sistema pneumatico di bloccaggio del porta-utensile al mandrino. Sia in ambiente FEM che multi-body, l'introduzione della parte rotorica del mandrino può essere altresì assunta come un'appendice del modello strutturale della macchina utensile, in quanto sull'ultimo assieme dell'elenco, ossia l'asse Z, sono individuati sia a livello FEM, che in ambiente multi-body, dei riferimenti tramite nodi o *marker* per misurare lo spostamento flessibile tra naso mandrino e tavola introdotto dai carichi inerziali della struttura, in relazione ai quali l'insieme utensile-mandrino riveste un ruolo secondario.

### 8.1.1 Dimensione degli elementi

Il modello ad elementi finiti dell'intera macchina utensile è sviluppato al fine di valutare il comportamento quasi-statico e gettare le basi per la caratterizzazione dinamica del processo di asportazione. In tale ottica occorre stabilire una frequenza massima per l'attendibilità del modello, alla quale è associata una dimensione minima dell'elemento della *mesh* in grado di rappresentare la forma modale nella sua lunghezza d'onda che risulta inversamente proporzionale alla frequenza. Oltre a tale legame, la lunghezza d'onda modellabile è funzione del materiale per densità e modulo elastico, con la relazione

$$\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (8.1)$$

in cui il rapporto tra modulo elastico  $E$  e densità  $\rho$  è minimo per la ghisa, che rappresenta il materiale dei componenti ottenuti per fusione. In conclusione la dimensione lineare dell'elemento per osservare tutte le forme modali entro i 4000 Hz con almeno sei nodi è approssimativamente di 33 mm.

### 8.1.2 Analisi di convergenza

In generale lo sviluppo di un modello discreto è caratterizzato da una sovrastima della rigidità statica e da frequenze associate ai modi di



vibrare maggiori di quelle reali. Per indagare tale differenza viene svolta nello sviluppo della *mesh* di discretizzazione l'analisi di convergenza a livello numerico delle frequenze relative ai primi cinque modi di vibrare e al decimo, per i componenti strutturali più grandi con elementi *tetra* anziché *brick*, in quanto, parametricamente alla dimensione dell'elemento scelta, vi è la possibilità per tale discretizzazione di generare la *mesh* in maniera automatica. L'analisi è riportata per il telaio dell'asse Y e pone sull'asse delle ascisse il numero di nodi, che diviene il dato di confronto nella costruzione della *mesh* adottata con elementi *brick*.

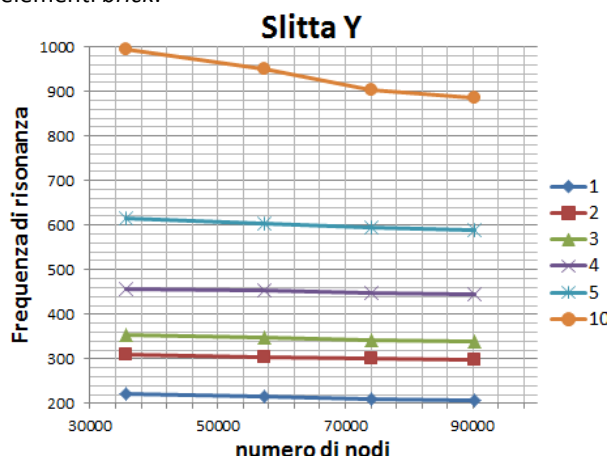


Figura 8.1 Frequenze dei modi di vibrare osservati nell'analisi di convergenza per il telaio dell'asse Y, al variare del numero di nodi.

L'individuazione del numero di nodi adatto non è in generale immediata, in quanto l'esito dell'analisi di convergenza rivela un comportamento asintotico, ma diverso per ciascun modo.

## 8.2 Costruzione dei Superelementi

Il modello FEM completo della macchina utensile in cui di volta in volta sono risolte le equazioni differenziali negli spostamenti dei nodi, per il tipo di analisi scelta, risulta molto oneroso in termini computazionali, pertanto i macroassiemi sono tradotti in superelementi, nei quali le informazioni modali sono presenti esclusivamente nei nodi di riduzione. Il principale vantaggio risiede nello snellimento del calcolo e nella configurabilità del modello in riferimento alla posizione degli assi, mentre tra gli svantaggi vi sono la perdita di informazioni sulla risposta dinamica negli altri nodi rispetto a quelli di riduzione e di poter vincolare o sottoporre a carichi solo questi ultimi. La generazione dei super-elementi per l'ambiente multi-body viene svolta dal software solutore dell'analisi a elementi finiti, tramite la costruzione del *modal neutral file* di risultato in cui sono presenti le informazioni modali relative a rigidità, massa e precarico nei nodi di riduzione, mentre le deformate modali sono incluse all'intera *mesh* con carattere estetico.

### 8.3 Modellazione dei giunti in ambiente multi-body

L'approccio scelto per la modellazione dei giunti in ambiente multi-body mantiene, nell'impostazione iniziale del collegamento dei nodi tra un corpo ed il contiguo in corrispondenza del giunto dell'asse, l'approccio della modellazione FEM nella quale non ci sono problematiche connesse ai macrospostamenti. L'interruzione della continuità strutturale e la presenza di elementi di contatto come sfere e rulli nelle guide, nei cuscinetti e nelle viti di manovra pone a livello di modellazione difficoltà, relativamente a non linearità, precarichi, attriti e fenomeni che influenzano la dinamica locale e globale. La modellazione del giunto non ha tuttavia la finalità di modellare l'accoppiamento stesso in tali aspetti, ma di fornire un collegamento che in termini globali abbia lo stesso comportamento di quello reale, a livello statico e possibilmente a livello dinamico. Risulta necessaria un'analisi preliminare pertanto, perché scelti dei nodi di collegamento su un corpo e l'altro, in termini globali il giunto riproduca la stessa rigidità statica, nelle varie componenti. A livello dinamico non sono date dal costruttore funzioni di risposta in frequenza, né è possibile smontare il giunto per una caratterizzazione sperimentale, quindi per approssimare quanto possibile il reale comportamento la modellazione del giunto avviene in forma solida, discretizzando con una *mesh* ad elementi *brick* pattini, guide e ralle dei cuscinetti.

### 8.3.1 Cuscinetti

La rigidezza statica equivalente è calcolata per ciascun cuscinetto, relativamente agli assi rotanti e al mandrino, applicando il principio dei lavori virtuali, perché a parità di spostamento siano immagazzinate le stesse energie potenziali elastiche. Nella componente radiale risulta

$$\frac{1}{2} k_{tot\,rad} \cdot u^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_{eq\,rad} \cdot (u \cdot \cos \theta_i)^2 \quad (8.2)$$

definito  $\theta_i$  l'angolo, scelto costante sui  $360^\circ$ , compreso tra l'elemento  $i$ -esimo con rigidezza equivalente che collega i nodi della coppia assunti sulla ralla interna ed esterna del cuscinetto,

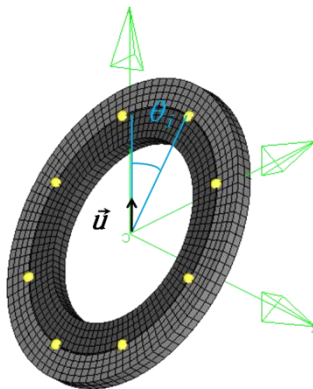


Figura 8.2 Modellazione dei collegamenti introdotti tra le coppie di nodi scelti nel giunto del cuscinetto.

è quindi possibile esplicitare la rigidezza equivalente radiale

$$k_{eq_{rad}} = \frac{k_{tot_{rad}}}{\sum_{i=1}^n \cos^2 \theta_i} \quad (8.3)$$

Tramite le stesse considerazioni la rigidezza assiale equivalente risulta

$$k_{eq_{ass}} = \frac{k_{tot_{ass}}}{n} \quad (8.4)$$

I macrospostamenti sono resi possibili in ambiente multi-body riproducendo il collegamento introdotto nel modello FEM considerando i nodi di riduzione scelti sia adiacenti che non appartenenti alla ralla interna ed esterna; il collegamento viene attivato in corrispondenza della sovrapposizione di tali nodi ottenuta nella rotazione. Il profilo di attivazione ha una forma triangolare, introdotto nel modello multi-body come *spline* adimensionale presentata in Figura 8.3.

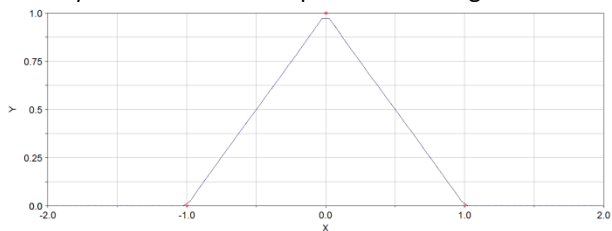


Figura 8.3 *Spline* adimensionale introdotta nel multi-body come profilo di attivazione del collegamento

nella sovrapposizione reciproca nel moto dell'asse dei nodi dei due corpi.

La *spline* adimensionale è richiamata nella formulazione analitica adottata che modella il collegamento labile nella direzione del moto e rigido nelle altre. Calcolata la distanza angolare  $\theta_{ij}$  tra il nodo di riduzione  $i$  sulla ralla interna dell'asse ed il nodo di riduzione  $j$  sulla ralla esterna dell'altro corpo, essa è rapportata al passo angolare  $\theta$  presente tra i nodi di riduzione ed il rapporto diviene la variabile d'ingresso della *spline* adimensionale, funzione di attivazione del collegamento. L'uscita ottenuta è pari a zero quando il valore assoluto del rapporto è maggiore di uno, ossia i due nodi hanno una distanza relativa maggiore del passo  $\theta$ , per cui non sono nella zona di sovrapposizione relativa, mentre altrimenti è variabile linearmente da zero ad uno col valore assoluto del rapporto; in particolare è pari al valore unitario in caso di sovrapposizione esatta. L'uscita è infine moltiplicata per la rigidità statica e la viscosità equivalente del cuscinetto, se introdotta, per la componente assiale e radiale. L'applicazione di tale collegamento a tutte le combinazioni  $n \times n$ , con  $n$  numero dei nodi di riduzione scelti sull'intera ralla, dà luogo ad una rigidità di collegamento equivalente a quella del modello FEM dove i nodi di collegamento scelti sono sovrapposti; infatti per qualsiasi posizione dell'asse senza esatta sovrapposizione ciascun nodo è collegato a due dell'altro corpo con rigidità complessiva pari a  $k_{eq}$ . Detta  $S_f$  la funzione *spline* di attivazione del

collegamento, l'espressione analitica della forza radiale, scambiata tra il nodo di riduzione *i-esimo* su una ralla ed il nodo *j-esimo* sull'altra, è data

$$F_{rad\ ij} = -k_{eq\ rad} \cdot S_f \left( \frac{\theta_{ij}}{\theta} \right) \cdot \delta_{rad\ ij} \quad (8.5)$$

in cui la rigidezza radiale equivalente attivata moltiplica lo spostamento radiale relativo tra i due nodi,  $\delta_{rad\ ij}$ .

Analogamente è esprimibile la forza assiale

$$F_{ass\ ij} = -k_{eq\ ass} \cdot S_f \left( \frac{\theta_{ij}}{\theta} \right) \cdot \delta_{ass\ ij} \quad (8.6)$$

in cui la rigidezza assiale equivalente attivata moltiplica lo spostamento assiale relativo tra i due nodi,  $\delta_{ass\ ij}$ .

### 8.3.2 Guide lineari

Il calcolo della rigidezza statica equivalente nelle guide degli assi lineari è ottenuta invece per via numerica, sottoponendo il modello costruito del giunto con pattino e guida ad un'analisi statica equivalente alla prova sperimentale svolta dal costruttore per ricavare i valori di rigidezza in direzione orizzontale e verticale. Come osservabile in Figura 8.4, nell'analisi statica relativa alla rigidezza orizzontale, al fine di non introdurre coppie applicate alla guida, sono affiancate

due di esse e collegate da una piastra superiore, riprodotta anch'essa a livello FEM.

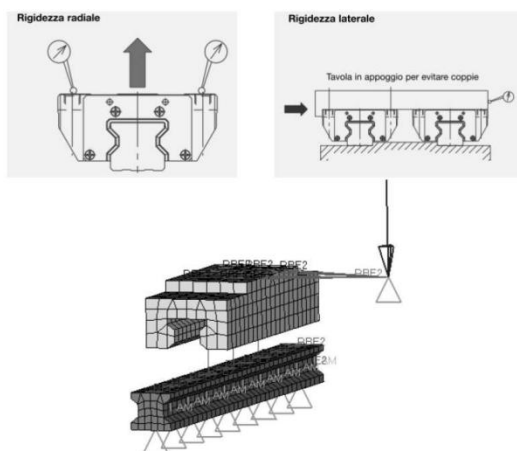


Figura 8.4 Modellazione dei collegamenti introdotti tra le tre coppie di nodi scelti nel giunto prismatico.

L'asse lineare Z presenta invece un'altra soluzione costruttiva rispetto a tali guide essendo costituito da superfici rettificate di strisciamento, precaricate e lubrificate. Il collegamento è riprodotto a livello numerico con degli elementi visco-elastici posti a regolare distanza sulla superficie di contatto, lungo le due direzioni che mappano la superficie discretizzata. La rigidezza reale del collegamento ha caratteristica non lineare nello spostamento ortogonale in virtù del vincolo unilaterale su ciascuna superficie di



strisciamento. Tuttavia considerando il precarico presente tra le facce contrapposte in relazione alla massima sollecitazione che grava sul collegamento, ossia la forza inerziale nella movimentazione degli assi  $X$  ed  $Y$ , è corretto assumere una rigidezza di collegamento lineare, distribuita sui numerosi nodi scelti, perché gli spostamenti ortogonali alle superfici precaricate sono quasi nulli in ragione dell'elevata rigidezza che caratterizza la soluzione costruttiva.

In ambiente multi-body è applicata la stessa formulazione analitica descritta precedentemente per i cuscinetti degli assi rotanti e del mandrino. Nel caso degli assi lineari il rapporto che costituisce la variabile d'ingresso della funzione di attivazione è dato dalla distanza relativa lungo la direzione del moto dell'asse tra il nodo  $i$  su un corpo ed il nodo  $j$  sull'altro rispetto al passo costante  $p$  individuato sulla *mesh* di discretizzazione relativo ai nodi di riduzione scelti. Nell'esempio dell'asse  $Z$  è espressa la forza scambiata tra i nodi in direzione  $y$

$$F_{y_{ij}} = -k_{eq_y} \cdot S_f \left( \frac{d_{z_{ij}}}{p_z} \right) \cdot \delta_{y_{ij}} \quad (8.7)$$

e la componente in direzione  $x$

$$F_{x_{ij}} = -k_{eq_x} \cdot S_f \left( \frac{d_{z_{ij}}}{p_z} \right) \cdot \delta_{x_{ij}} \quad (8.8)$$

con forma analoga per gli altri due assi lineari, in relazione al passo e rigidzze corrispondenti.

L'introduzione dello smorzamento nella forza scambiata a livello del giunto prismatico avviene con il medesimo principio di attivazione con la funzione *spline*, mentre viene sostituito il termine  $\delta$  della componente dello spostamento ortogonale con la stessa componente della velocità relativa tra i nodi, e la rigidzza equivalente con un coefficiente di smorzamento. Tale parametro non noto viene introdotto esclusivamente in ottica dell'estensione della modellazione flessibile alla caratterizzazione dinamica del processo di asportazione e alla risposta della struttura della macchina utensile all'eccitazione della forza di taglio. In realtà, come illustrato nei prossimi paragrafi, le simulazioni nel dominio del tempo svolte dimostrano che l'accelerazione degli assi introducono una deformazione tra utensile e pezzo con carattere quasi-statico in cui il termine dinamico del transitorio vibrazionale ha ridotta ampiezza perché l'area di lavoro si colloca in una regione di anti-risonanza in relazione ai modi della struttura eccitati.

### 8.3.3 Viti di manovra

Le viti di manovra presentano una rigidzza globale nella direzione del moto in cui, adottando parametri concentrati, si hanno tre molle in serie per ciascuno dei due rami di essa dalla madre-vite al supporto vincolato alla struttura. Le tre molle

riproducono, in ordine dal vincolo alla madre-vite, la rigidità assiale del vincolo dell'estremità, la rigidità assiale della parte di vite dalla madre-vite all'estremo, e la rigidità assiale della madre-vite nei contatti a ricircolo di sfere. La scelta dei parametri concentrati è stata adottata a livello di modellazione FEM e multi-body con rigidità fornite dal costruttore per madre-vite e vincoli delle estremità, e con rigidità del ramo della vite dato dalla relazione

$$k_{vite_{ass}} = \frac{E \cdot A_{vite}}{L_{vite}} \quad (8.9)$$

in cui compaiono il modulo elastico del materiale e le caratteristiche geometriche di area del nocciolo  $A_{vite}$  e lunghezza  $L_{vite}$  del ramo, funzione della posizione dell'asse movimentato a cui è solidale la madre-vite. Sono introdotte inoltre le rigidità flessionali dei due rami della vite di manovra, assumendo gli estremi incastrati,

$$k_{vite_{fles}} = \frac{E \cdot I_{vite}}{L_{vite}} \quad (8.10)$$

nelle quali vi è un legame inverso con la lunghezza analogamente alla rigidità assiale, ma l'area del nocciolo è sostituita con il momento d'inerzia  $I_{vite}$  della sezione.

## **8.4 Simulazioni nel dominio del tempo**

Al fine di ricavare l'entità dell'errore flessibile nella movimentazione le simulazioni nel dominio del tempo sono sviluppate nelle condizioni di operazione più gravose in termini di accelerazioni introdotte, per prove semplici da replicare a livello sperimentale in ottica di una validazione futura.

### **8.4.1 Moto circolare nei due assi lineari X ed Y**

Il moto di contornatura circolare simulato con il modello flessibile è svolto per una circonferenza di 100 mm di diametro imponendo una velocità di avanzamento di 18500 mm/min, valore circa triplo della massima velocità di avanzamento in modalità di taglio, ma ottenibile in modalità di corsa in rapido. A livello pratico difatti, in corrispondenza dei punti di attacco e disimpegno dal pezzo, la movimentazione in rapido può sollecitare la struttura della macchina utensile e introdurre dei difetti geometrici sul lavoro, pertanto al fine di evidenziare la deformazione elastica della struttura sono adottate a livello di simulazione elevati valori di accelerazione e velocità. L'accelerazione centrifuga generata nel moto circolare a cui sono sottoposte le inerzie della parte superiore della struttura della macchina utensile risulta pari a circa 0.2 volte l'accelerazione gravitazionale. Al fine di

ridurre il tempo complessivo richiesto nel calcolo numerico della soluzione, la simulazione è svolta con uno *time step* d'integrazione del solutore numerico variabile, pari a 0.2 ms in corrispondenza dell'inversione del moto di ciascuno dei due assi coinvolti, mentre pari a 2 ms in corrispondenza dei quattro intervalli angolari 30°-60°, 120°-150°, 210°-240° e 300°-330°, nei quali il moto ha caratteristica più stazionaria. I risultati presentati sono relativi a tre riferimenti significativi individuati sulla struttura del multi-body flessibile, il primo collocato centralmente sulla sezione del corpo ottagonale dell'asse Z all'altezza del naso mandrino, il secondo coincidente al primo ma sulla parte rotorica del mandrino stesso ed infine il terzo centralmente sulla tavola.

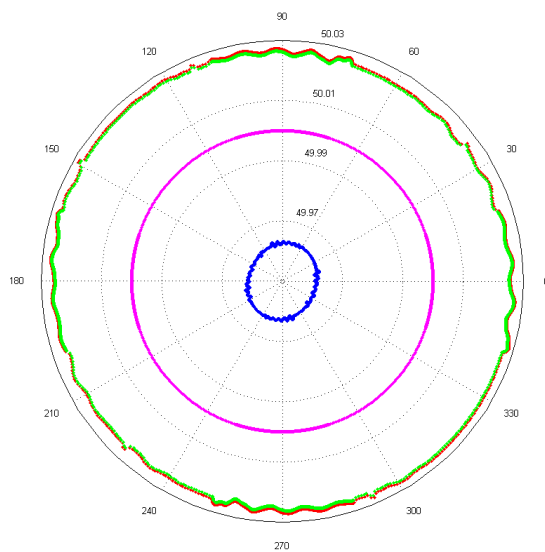


Figura 8.5 Errore flessibile in mm nel piano XY simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In magenta la traiettoria nominale, in rosso lo spostamento assoluto del asse Z, in rosso lo spostamento assoluto del rotore del mandrino e in blu lo spostamento assoluto del riferimento sulla tavola.

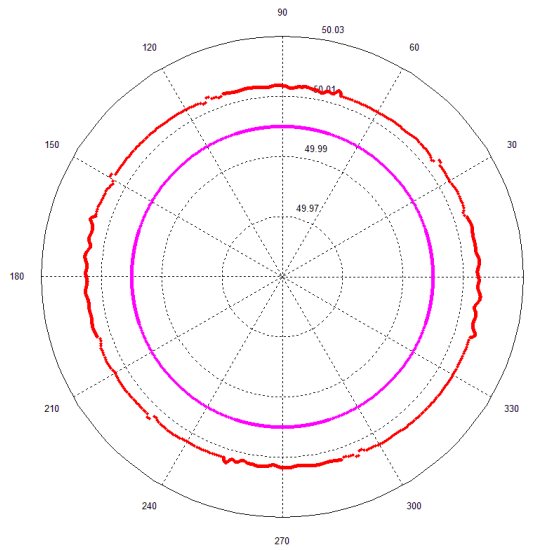


Figura 8.6 Errore flessibile in mm nel piano XY simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In magenta la traiettoria nominale, in rosso lo spostamento relativo del rotore del mandrino rispetto al riferimento sulla tavola.

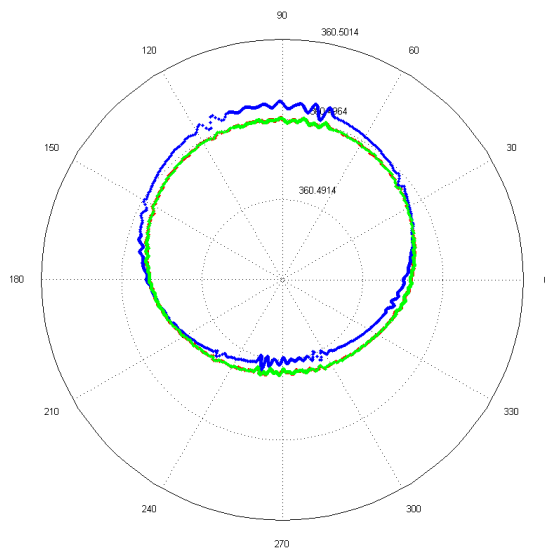


Figura 8.7 Errore flessibile in mm nella componente Z simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In rosso lo spostamento assoluto del asse Z, in rosso lo spostamento assoluto del rotore del mandrino e in blu lo spostamento assoluto del riferimento sulla tavola. L'offset radiale del diagramma è relativo ai riferimenti su asse Z e rotore del mandrino.



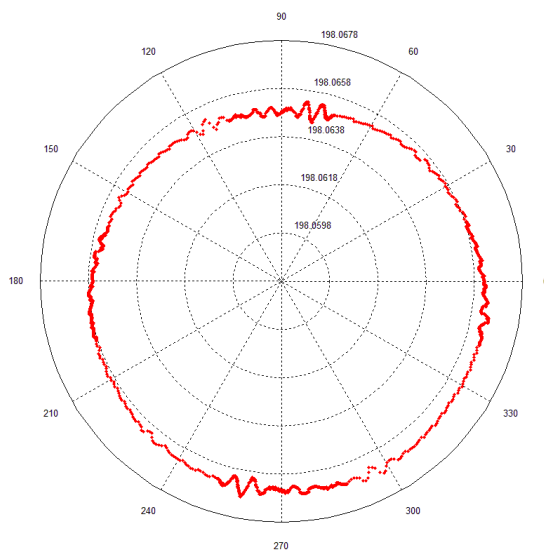


Figura 8.8 Errore flessibile in mm nella componente Z simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In rosso lo spostamento relativo del rotore del mandrino rispetto al riferimento sulla tavola.

L'errore flessibile presente sull'intero percorso circolare rivela una componente costante, caratterizzabile come quasi-statica, e una componente oscillatoria, più accentuata in corrispondenza dell'inversione di moto degli assi lineari. Dall'osservazione dei diagrammi dell'errore flessibile è possibile notare che l'entità del contributo quasi-statico

è in generale maggiore della componente dinamica. Inoltre, lo spostamento relativo tra naso mandrino e tavola è inferiore allo spostamento assoluto dei riferimenti sulla parte superiore, in quanto l'intera struttura viene sottoposta, a seguito delle forze inerziali generate dall'accelerazione centrifuga, ad una deformazione in cui un contributo rilevante è localizzato nei supporti del basamento, pertanto l'intera struttura della macchina ha una componente di spostamento rigido nello spazio. Nelle simulazioni di moto singolo di un asse, presentate di seguito, gli effetti osservati nelle simulazioni di contornatura circolare si riproducono, sia in relazione al cedimento localizzato nei vincoli d'appoggio della macchina, sia nella caratteristica quasi-statica dell'errore flessibile in termini assoluti e relativi.

#### **8.4.2 Moto dell'asse lineare X**

Il moto singolo dell'asse X è simulato dal modello multi-body flessibile, introducendo un riferimento per generare il movimento dell'asse in corrispondenza della madre-vite dell'azionamento. Il riferimento è collegato alla madre-vite, solidale all'asse X, mediante le rigidità concentrate dei due rami della vite di manovra ed è mosso perché abbia, come spostamento relativo rispetto agli estremi della vite vincolati al corpo dell'asse Y, lo spostamento nominale impostato. Gli spostamenti degli estremi vincolati, il primo al motore dell'azionamento ed il secondo al

cuscinetto assiale, sono mediati tra loro per ottenere un unico riferimento rispetto al quale introdurre lo spostamento comandato al riferimento dell'asse X. Lo spostamento comandato è uno spostamento ideale, in cui non sono introdotti errori discendenti dal controllo numerico e che a livello analitico è continuo fino alla terza derivata nel tempo. Il profilo della seconda derivata, l'accelerazione comandata, è trapezoidale con una rampa lineare di pendenza pari al jerk di 5000  $\text{mm/s}^3$  e valore massimo in modulo di 1000  $\text{mm/s}^2$ . Il tratto alla costante accelerazione massima ha durata tale perché con lo stesso jerk di discesa fino all'annullamento si ottenga la velocità di avanzamento desiderata. Nel caso della simulazione sviluppata la velocità scelta raggiunta con partenza da fermo è pari a 15000  $\text{mm/min}$ . Gli intervalli temporali che caratterizzano il profilo dell'accelerazione con partenza da fermo fino a raggiungimento della velocità desiderata vedono un tratto di crescita lineare tra 0.05 a 0.25 secondi, il tratto costante fino a 0.3 secondi ed il tratto di decrescita lineare fino ad annullamento da 0.3 a 0.5 secondi.

Nella simulazione del moto del singolo asse X, a differenza della simulazione presentata per la contornatura circolare, l'errore flessibile è indagato nei contributi cumulati delle deformazioni dei singoli corpi che costituiscono la struttura della macchina utensile, introdotti inizialmente in forma rigida per valutare l'errore associato alla deformazione elastica di tutti i giunti, in seguito in forma flessibile per osservare il loro

peso sull'errore flessibile completo. I risultati presentati sono in forma assoluta e relativa tra naso mandrino e tavola, per la componente di errore nella direzione del moto, in quanto più significativa delle altre.

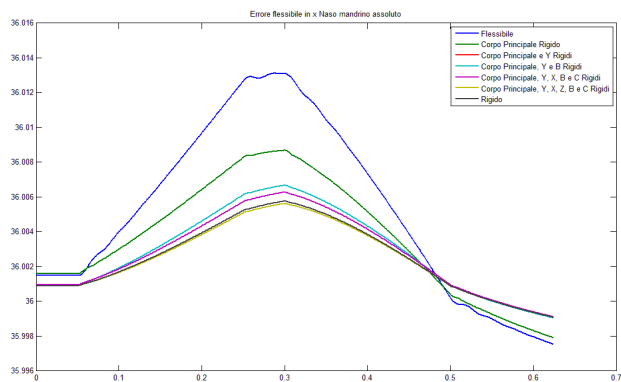


Figura 8.9 Errore flessibile del naso mandrino in mm in termini assoluti nella componente X con posizione nominale pari a 36 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.

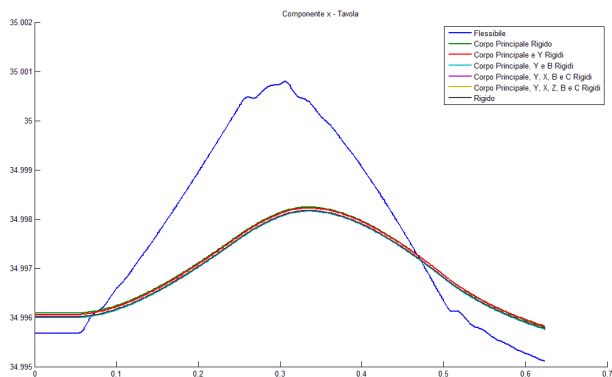


Figura 8.10 Errore flessibile della tavola in mm in termini assoluti nella componente X con posizione nominale pari a 35 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.

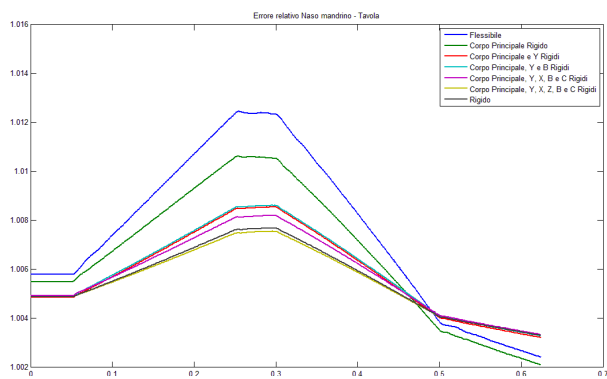


Figura 8.11 Errore flessibile relativo tra naso mandrino e tavola in mm nella componente X con distanza nominale pari a 1 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.

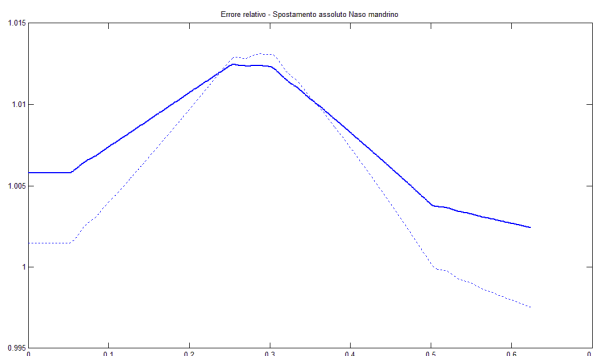


Figura 8.12 Errore flessibile completo relativo tra naso mandrino e tavola, linea continua, e del naso mandrino in termini assoluti, linea tratteggiata, in mm nella componente X con distanza nominale pari a 1 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.

I profili dell'errore flessibile simulato nelle forme rigido-flessibili e relativa-assoluta rivelano un andamento che riflette il profilo trapezoidale dell'accelerazione comandata all'asse lineare, con valore crescente nella modalità via via meno rigida. L'errore in termini relativi tra naso mandrino e tavola risulta, come visto per la contornatura circolare, inferiore dell'errore assoluto a causa del cedimento localizzato dei supporti di vincolo del basamento della macchina utensile. L'analisi cumulata dei contributi di flessibilità delle parti della macchina utensile individua in ordine il corpo principale come l'elemento più cedevole, seguito dall'insieme dei giunti come secondo contributo in peso e come terzo l'asse Y.

### 8.4.3 Moto dell'asse rotante B

L'analisi dell'errore flessibile introdotto nella movimentazione è stata estesa al moto degli assi rotanti posti nella parte inferiore della macchina utensile, in particolare per l'asse basculante B che presenta una struttura a sbalzo ed eccentrica nella rotazione. Sulla base delle considerazioni esposte in precedenza nella simulazione dell'asse lineare X, si introduce un comando trapezoidale all'accelerazione dell'azionamento dell'asse B. Il motore dell'asse con azionamento diretto non è modellato nel multi-body flessibile, pertanto, al fine di imporre il moto, sono individuati due riferimenti centrali in corrispondenza di dove è posto l'azionamento. Un riferimento è mantenuto centrale alla parte statorica collegata al corpo principale, imponendo la sua posizione come media dei nodi di riduzione posti sulla circonferenza statorica. L'altro riferimento, analogamente, è mantenuto centrale ai nodi di riduzione posti sul rotore collegato all'asse B. Per entrambi i riferimenti, oltre alla posizione, l'orientazione è mantenuta nella media degli angoli individuati con i nodi di riduzione. Infine l'angolo compreso tra i due riferimenti, nella rotazione attorno l'asse, diviene la variabile comandata nell'imposizione del moto, esente da errori relativi al controllo numerico e di natura elettrica non modellati. Il moto comandato è caratterizzato da un jerk pari a  $2500^\circ \text{ s}^{-3}$ , un'accelerazione massima pari a  $500^\circ \text{ s}^{-2}$  e una velocità di  $7500^\circ \text{ min}^{-1}$ , circa 21 giri al minuto, con partenza da fermo e nuovamente arresto dopo una rotazione di



87.5°. Gli intervalli temporali del profilo dell'accelerazione sono gli stessi visti per la simulazione dell'asse X, con profilo uguale ma opposto nel tratto di decelerazione dall'istante temporale corrispondente a 0.75 secondi.

I diagrammi di seguito sono presentati nei contributi cumulati di elasticità dei corpi e giunti della macchina utensile ed estesi, a differenza del moto dell'asse lineare X descritto, all'intera simulazione con partenza da fermo, accelerazione fino alla velocità richiesta e decelerazione con arresto. Infatti, mentre l'errore flessibile relativo al moto dell'asse X nel tratto di accelerazione è simile in andamento ma opposto nel tratto di decelerazione, l'ampiezza di circa 90° della rotazione dell'asse B e la relativa eccentricità inerziale rendono l'errore flessibile introdotto prevalente in direzione X all'atto dell'accelerazione e in direzione Z nel tratto di decelerazione. Al fine di osservare i microspostamenti relativi all'errore flessibile della tavola, i macrospostamenti cinematici in direzione X e Z del riferimento sono sottratti al dato simulato.

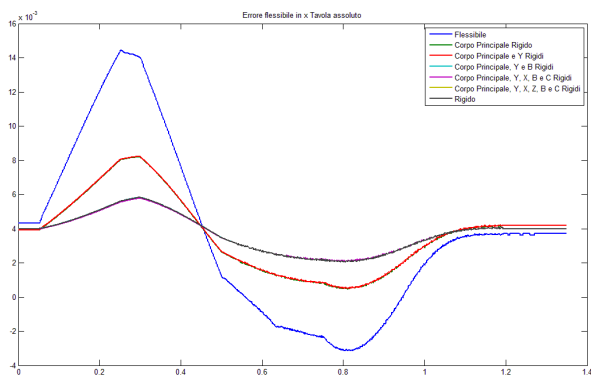


Figura 8.13 Errore flessibile della tavola in mm in termini assoluti nella componente X con posizione nominale pari a 4 mm, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.

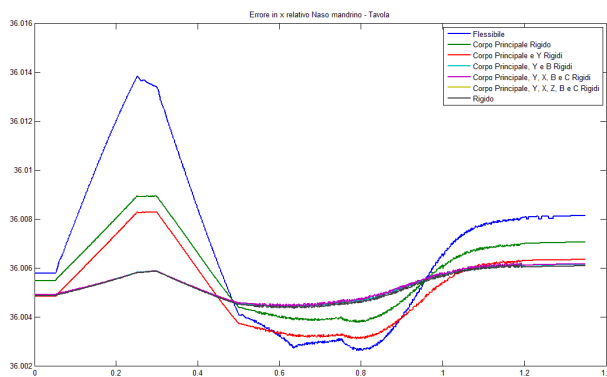


Figura 8.14 Errore flessibile relativo tra naso mandrino e tavola in nella componente X con distanza

nominale pari a 36 mm, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.

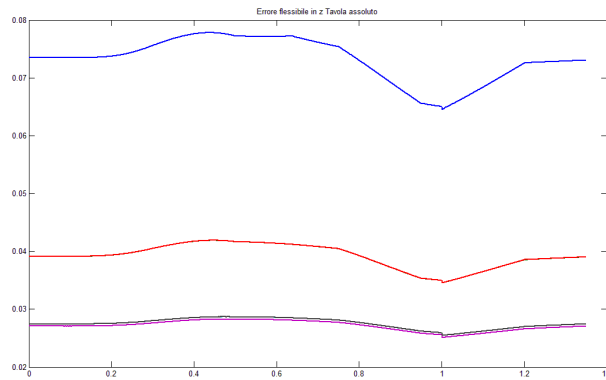


Figura 8.15 Errore flessibile della tavola in mm in termini assoluti nella componente Z, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.

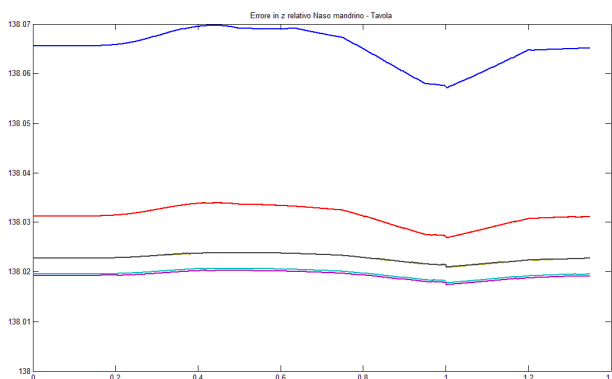


Figura 8.16 Errore flessibile relativo tra naso mandrino e tavola in nella componente Z con distanza nominale pari a 138 mm, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.

L'errore flessibile segue, come nei risultati visti nel moto dell'asse X, il profilo trapezoidale dell'accelerazione dell'asse risultando più accentuato in direzione X all'atto dell'accelerazione ed in direzione Z all'atto della decelerazione del moto dell'asse basculante.

Il terzo ed il quarto diagramma sono gli unici presentati, anche tra i diagrammi relativi al moto dell'asse X, relativi alla componente cumulata dell'elasticità dei corpi in direzione Z. In essi è chiaramente visibile che la deformazione statica della struttura in virtù della forza gravitazionale altera sensibilmente la quota di locazione verticale dell'asse basculante, introducendo l'errore geometrico dell'asse

presentato nella modellazione cinematica in *ZOB*. Il confronto tra la curva blu, relativa al modello completamente flessibile, e la curva rossa, in cui solo il corpo principale è rigido, rivela che la flessibilità del corpo introduce uno scostamento pari a circa 35  $\mu\text{m}$  nella posizione iniziale di equilibrio.

## **8.5 Test strumentato con laser interferometrico**

Il paragrafo presenta l'acquisizione dello spostamento tramite misura diretta con laser interferometrico Renishaw XL-80, equipaggiato con compensatore XC-80 dei fattori ambientali quali temperatura dei materiali e dell'aria, quest'ultima monitorata anche nella pressione e umidità.

La misura si propone come prima indagine sperimentale per estendere la modellazione flessibile alla predizione dell'errore nei termini dinamici oltre che quasi-statici. La misura diretta nella movimentazione degli assi include in generale tutti gli errori introdotti nella lavorazione eccetto quelli strettamente legati all'asportazione di truciolo. Nello spostamento acquisito tra le due ottiche, solidali ad asse Z e tavola della macchina utensile, sono sovrapposti all'errore cinematico in primo luogo l'errore flessibile, statico e dinamico, e in secondo luogo l'errore numerico nel controllo dell'asse.

I dati campionati ad una frequenza di 50 kHz consentono di rilevare sia errori dinamici imputabili al sistema di misura, che alla macchina utensile. Per i primi, rivelatesi più influenti, è svolta un'acquisizione ad assi fermi nella quale sono eccitati dinamicamente i due riferimenti delle ottiche, al fine di osservare le relative frequenze proprie di oscillazione eccitate anche a seguito dell'imposizione del moto degli assi, e tali pertanto da disturbare la misura dello spostamento. L'analisi spettrale ha individuato in 80 e 200 Hz i picchi più alti di disturbo relativi all'oscillazione delle ottiche.

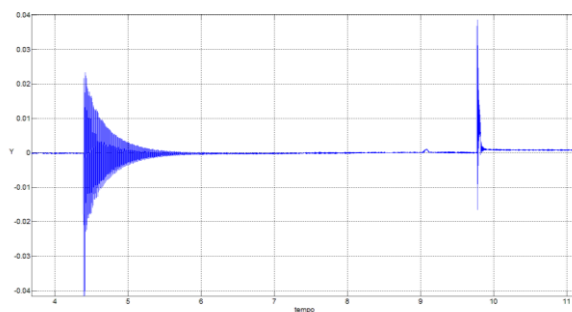


Figura 8.17 Segnale temporale acquisito nella prova d'eccitazione dinamica della prima e della seconda ottica del dispositivo di misura.

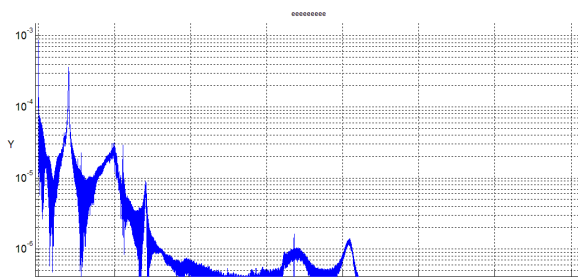


Figura 8.18 Spettro del segnale acquisito nella prova d'eccitazione dinamica della prima e seconda ottica del dispositivo di misura.

La misura dello spostamento nel moto dell'asse Y avviene su una distanza di 200 mm con velocità di avanzamento impostata a 200 mm/min, con partenza da fermo, inversione e nuovamente arresto. Il dato acquisito è filtrato in passa basso con un frequenza di taglio di 65 Hz e derivato tre volte al fine di stimare i profili di velocità, accelerazione e jerk.

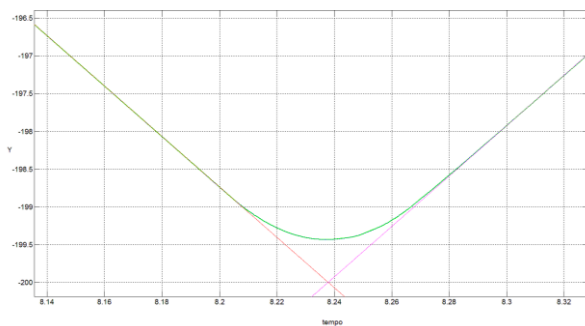


Figura 8.19 Finestra del segnale temporale in mm acquisito nel moto dell'asse Y in corrispondenza dell'inversione alla distanza nominale di 200 mm dal punto di partenza. In verde il segnale acquisito, in rosso e magenta le rette di migliore approssimazione dei tratti a velocità costante.

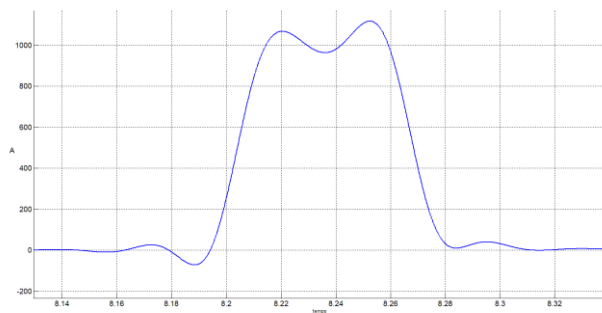


Figura 8.20 Profilo dell'accelerazione in  $\text{mm/s}^2$  in corrispondenza dell'inversione alla distanza nominale di 200 mm dal punto di partenza.



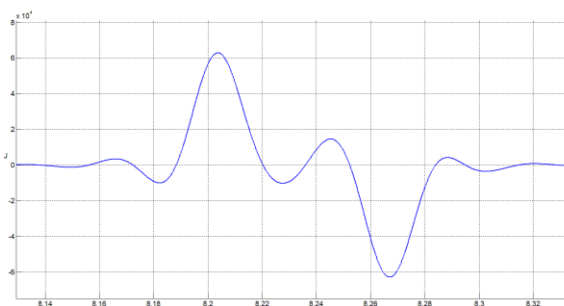


Figura 8.21 Profilo del jerk in  $\text{mm/s}^3$  in corrispondenza dell'inversione alla distanza nominale di 200 mm dal punto di partenza.

Il segnale temporale dello spostamento consente di osservare che il controllo numerico ha una tolleranza nel posizionamento dell'asse sulla base della quale approssima la traiettoria di percorrenza dei punti programmati. All'atto dell'inversione del moto, a distanza nominale di 200 mm dal punto di partenza, la legge di moto di comando dell'asse è tale che, sulla base del jerk e dell'accelerazione fisica, si abbia lo stesso tempo di percorrenza del moto ideale con inversione istantanea nel punto programmato.

Le derivate calcolate numericamente sul dato filtrato in passa basso consentono di ricavare i valori massimi di accelerazione e jerk, mentre il profilo corretto nel tempo è difficilmente stimabile con esattezza nell'andamento e negli intervalli di tempo associati. L'operazione di filtraggio con una frequenza

più vicina al primo picco di oscillazione dell'ottica a 80 Hz non rivela sostanziali benefici in tal senso, mentre oltre tale valore di frequenza di taglio il segnale è sensibilmente disturbato.

## **8.6 Sviluppi della modellazione flessibile**

La misura diretta tramite laser interferometrico pone l'attenzione sugli errori sovrapposti all'errore flessibile nella movimentazione degli assi ad alta velocità. La tolleranza vista nell'approssimazione dei punti è un parametro impostabile a livello operativo nel caso in esame della Mori Seiki NMV 1500 DCG con controllo numerico FANUC serie 30i, pertanto è interessante approfondire l'indagine introducendo nel modello multi-body un modulo relativo al controllo numerico in grado di conferire le leggi di moto effettivamente impostate.

La misura diretta ha inoltre evidenziato che, ai fini della caratterizzazione dell'errore flessibile, vi è a livello di impostazione la necessità di misurare con maggiore dettaglio i profili temporali di jerk ed accelerazione, mentre a livello di validazione la possibilità di rilevare anche aspetti dinamici adottando ottiche rigidamente montate.

## 9 Compensazione dell'errore cinematico

Il capitolo riprende l'analisi dell'errore cinematico sviluppata estendendo la predizione dell'errore ottenuta dal modello multi-body alla compensazione. Sono discussi di seguito due metodi di compensazione, il primo parziale ed il secondo completo in relazione agli errori geometrici degli assi individuati.

### 9.1 Errori sull'origine degli assi

Il primo metodo di compensazione parziale consiste nella reimpostazione dell'origine degli assi lineari e rotanti eseguibile a bordo macchina. Tramite tale operazione sono corrette alcune grandezze fondamentali della catena cinematica sulla base delle quali il controllo numerico calcola la trasformazione omogenea delle roto-traslazioni per tradurre le coordinate introdotte nel codice di lavorazione, espresse nel sistema di riferimento del pezzo, in leggi di comando degli assi. La correzione dell'origine degli assi è altresì descrivibile come una traslazione degli assi

lineari e una rotazione degli assi rotanti virtuali nel controllo numerico perché essi coincidano al meglio con gli assi fisici. Il metodo di compensazione risulta tuttavia incompleto, in quanto vi sono imperfezioni geometriche non corrette in tale operazione, ad esempio nella rettilineità degli assi lineari o in alcuni errori di orientazione degli assi rotanti. La seguente tabella presenta l'equivalenza tra l'origine degli assi e particolari errori geometrici degli assi definiti nella modellazione cinematica in relazione a tali origini. Tutti gli errori geometrici degli assi ricavati dal performance test sono poi presentabili nelle origini corrette, che impongono una traslazione dei sistemi di riferimento solidale alla macchina ed alla tavola nelle direzioni degli assi lineari nominali, e una rotazione attorno l'asse B e C del secondo sistema, risultando ridotti o eliminati per gli errori con equivalenza presentata in tabella.

<b>Errore geometrico dell'asse</b>	<b>Errore dell'origine dell'asse</b>	<b>Valore</b>	<b>Incertezza</b>
XOC	XOX	-31.3	2.6 $\mu\text{m}$
YOC	YOY	12.8	3.1 $\mu\text{m}$
BOC	BOB	2.1	0.8 $^{\circ}/10^3$
XOB	XOX	-30.6	2.6 $\mu\text{m}$
ZOB	ZOZ	301.0	13.3 $\mu\text{m}$

Tabella 9.1 Equivalenza di alcuni errori geometrici degli assi con l'errore d'origine degli assi.

In seguito alla compensazione delle origini degli assi a bordo macchina, quindi nella traslazione e rotazione dei sistemi di riferimento adottati nella modellazione, gli errori geometrici degli assi individuati dal performance test sono riportati nella seguente tabella nei valori risultanti, compensabili esclusivamente tramite il metodo completo descritto nel prossimo paragrafo.

Errore	Media	Incertezza
$EXX_r$	-1.7	2.1 $\mu\text{m}$
$EXY_r$	1.6	2.1 $\mu\text{m}$ su $\Delta Y_{\text{corsa}}$
$EYX_r$	2.6	2.0 $\mu\text{m}$ su $\Delta X_{\text{corsa}}$
$EYY_r$	-2.8	1.6 $\mu\text{m}$
$EZX_r$	1.3	0.9 $\mu\text{m}$ su $\Delta X_{\text{corsa}}$
$EZY_r$	2.2	1.4 $\mu\text{m}$ su $\Delta Y_{\text{corsa}}$
$EZZ_r$	4.1	1.6 $\mu\text{m}$
XOB	0.4	2.6 $\mu\text{m}$
ZOB	0.0	13.3 $\mu\text{m}$
AOB	-1.1	0.6 $^{\circ}/10^3$
COB	-0.6	2.2 $^{\circ}/10^3$
XOC	-0.3	2.6 $\mu\text{m}$
YOC	-0.2	3.1 $\mu\text{m}$
AOC	-0.9	0.6 $^{\circ}/10^3$
BOC	0.1	0.8 $^{\circ}/10^3$

Tabella 9.2 Errori geometrici degli assi risultanti in seguito alla compensazione sulle origini degli assi.

## 9.2 Compensazione completa

La generazione di un codice di lavorazione in cui la geometria del lavorato sia compensata nell'errore cinematico introdotto dalla macchina utensile può essere ottenuta in due modalità per un pezzo generico lavorato in cinque assi. Le due modalità sono difatti quelle descritte nel capitolo relativo alla contornatura del cono, in cui le coordinate del percorso utensile sono espresse nel sistema di riferimento solidale al pezzo, secondo modalità di correzione dell'offset utensile *G43.4* con inseguimento degli assi lineari in base alla posizione degli assi rotanti, o secondo modalità *G43*, in cui le coordinate del percorso utensile scritte nel codice di lavorazione sono trasformate nelle posizioni degli assi lineari in base a posizione degli assi rotanti e posizione del pezzo lavorato nell'area di lavoro. La seconda modalità, come riportato, necessita in primo luogo di un algoritmo di traduzione delle coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$ , date nel sistema di riferimento del pezzo, basate su matrici di trasformazioni omogenee relative alle traslazioni e rotazioni cinematiche, e in secondo luogo di una correzione per ciascun punto della velocità di avanzamento definita in termini assoluti, anziché in relazione al punto di contatto con il pezzo che ha una componente di velocità in base alla rotazione comandata agli assi B e C. Nella prassi delle lavorazioni in cinque assi in continuo è sempre adottata la prima modalità, in quanto, per un ciclo di lavorazione con percorso e orientazione dell'utensile programmati, è

unico onere del *post processor* CAM trasformare l'orientazione dell'asse utensile nelle coordinate degli assi rotanti B e C, mentre è onere del controllo numerico della macchina utensile inseguire con gli assi lineari la posizione e la velocità relativa d'avanzamento in base a posizione del lavorato nell'area di lavoro e posizione comandata agli assi rotanti. Il metodo di compensazione completa, come descritto di seguito, necessita inevitabilmente il calcolo della posizione degli assi lineari nell'inseguimento degli assi rotanti e offre la possibilità di scrivere il codice già in modalità *G43*, o nuovamente in modalità *G43.4*, ritrasformando i comandi degli assi lineari nelle coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  date nel sistema di riferimento del pezzo. Per comprendere correttamente i passi relativi alle trasformazioni in sequenza svolte nel metodo di compensazione, è bene ricordare che il controllo numerico della macchina non considera errori di natura cinematica, quindi basa le sue trasformazioni sulla cinematica ideale, mentre il metodo di compensazione considera tali errori, quindi basa le sue trasformazioni sulla catena cinematica reale.

Il metodo di compensazione per una lavorazione generica in cinque assi in continuo elabora in ingresso le coordinate del percorso utensile nel sistema di riferimento del pezzo presenti nel codice scritto con compensazione *G43.4*. Le coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$  sono elaborate sulla base della cinematica reale della macchina utensile trasformandole in coordinate nel sistema di riferimento fisso esterno. Basandosi sulla

cinematica reale, l'operazione svolta determina l'errore di posizionamento del pezzo in termini assoluti a seguito della rotazione attorno l'asse C e B reali, affetti dagli errori geometrici ricavati dal performance test. All'errore di posizionamento del pezzo in termini assoluti si aggiunge l'errore di posizionamento della punta utensile a causa degli errori geometrici che caratterizzano gli assi lineari, ottenendo quindi l'errore complessivo in termini assoluti. La compensazione è ottenibile ora in modalità *G43*, scrivendo il codice della lavorazione direttamente nelle coordinate degli assi "macchina",  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $B$  e  $C$ , tuttavia con la correzione in continuo della velocità di avanzamento in base alla formula presentata nell'equazione 7.1. Nella scrittura del codice nuovamente in coordinate "pezzo",  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$ ,  $B$  e  $C$  e modalità *G43.4* occorre ritrasformare le coordinate compensate degli assi lineari  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  basandosi invece sulla catena cinematica ideale, in quanto il controllo numerico basa le sue trasformazioni su tale catena, e applica la stessa trasformazione, ma in forma inversa, comandando gli assi lineari nelle coordinate  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  difatti compensate. Dette tali coordinate compensate  $X_c$ ,  $Y_c$  e  $Z_c$  esse risultano dalle coordinate non compensate sottratte nelle componenti dell'errore cinematico in termini assoluti, sia dovuto agli assi lineari nell'errore di posizionamento della punta utensile che agli assi rotanti nell'errore di posizionamento del pezzo.





$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} x_{w_c} \\ y_{w_c} \\ z_{w_c} \end{bmatrix} \\
&= -[R_C^{id}]^T \left[ [R_B^{id}]^T \begin{bmatrix} EXX_r(\dot{x}) + EXY_r(\dot{y}) + EXZ_r(\dot{z}) \\ EYX_r(\dot{x}) + EYY_r(\dot{y}) + EYZ_r(\dot{z}) \\ EZX_r(\dot{x}) + EZY_r(\dot{y}) + EZZ_r(\dot{z}) \end{bmatrix} \right] \\
&+ [R_C^{id}]^T \left[ [R_B^{id}]^T [R_B^E] \left[ [R_C^E] \begin{bmatrix} x_w + XOC \\ y_w + YOC \\ z_w \end{bmatrix} \begin{matrix} -XOC \\ -YOC \\ +ZOB \end{matrix} \right] \begin{matrix} +XOB \\ -XOB \\ -ZOB \end{matrix} \right] \\
& \hspace{15em} (9.3)
\end{aligned}$$

### 9.2.1 Esempio applicativo della compensazione

Viene proposta la compensazione completa applicata alla lavorazione di finitura delle palette del *Castle Impeller* in Figura 9.1. Il codice NC della lavorazione viene elaborato nelle prime 1600 righe di comando, in cui l'utensile esegue una contornatura completa del profilo della paletta, di seguito svolte per ciascun incremento nella direzione radiale della superficie verso il nucleo. Il profilo della paletta è costituito da un'isola avvolta intorno al nucleo della girante, pertanto il percorso della contornatura vede l'utensile contornare la superficie inferiore per poi passare alla superficie superiore invertendosi in corrispondenza dell'estremità.

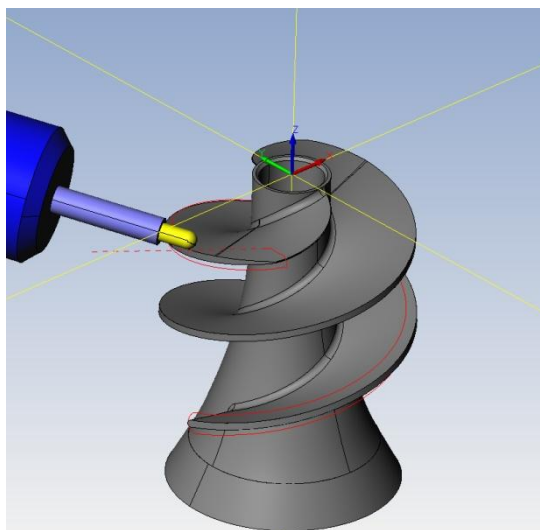


Figura 9.1 Lavorazione di finitura della paletta del *Castle Impeller*.

Prima di realizzare la compensazione è presentato l'errore cinematico ottenuto sul pezzo in termini assoluti, ossia nell'errore di posizionamento spaziale del pezzo dovuto agli errori geometrici degli assi rotanti e della punta utensile a causa degli errori geometrici degli assi lineari, ed in termini relativi, ossia trasformato nel sistema di riferimento solidale al pezzo lavorato. Al fine di valutare l'andamento dell'errore cinematico per rotazioni opposte dell'asse basculante, caratterizzato dall'errore geometrico maggiore misurato, *ZOB*, l'errore è presentato anche per la finitura della seconda paletta, quest'ultima

programmata con angoli opposti per l'asse B, anziché con rotazione di  $180^\circ$  dell'asse C. Infine l'errore cinematico è presentato variando la posizione del pezzo lavorato nell'area di lavoro, introducendo un offset nelle tre coordinate  $x_w$ ,  $y_w$  e  $z_w$ . Sul percorso elaborato è adottata una scala cromatica dal blu al rosso al crescere del modulo dell'errore cinematico.

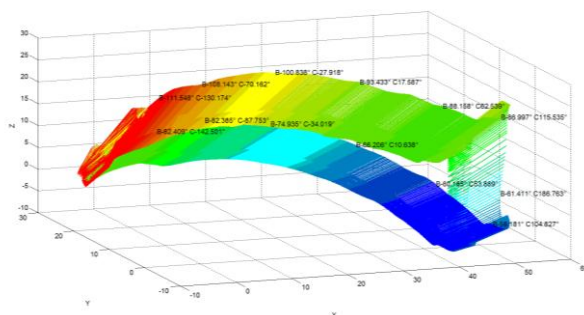


Figura 9.2 Errore cinematico in termini assoluti della lavorazione di finitura della prima paletta del *Castle Impeller*. La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo. Ad intervalli di 115 punti sono indicata i valori degli assi rotanti.

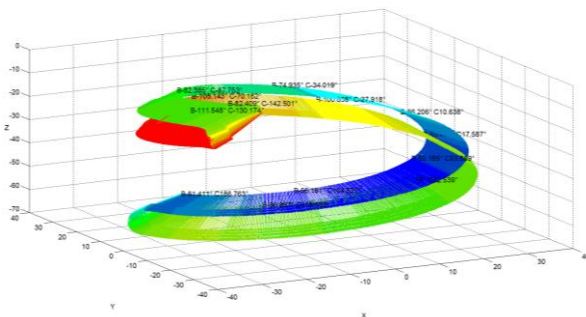


Figura 9.3 Errore cinematico in termini relativi della lavorazione di finitura della prima paletta del *Castle Impeller*. La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo, in direzione opposta individua l'errore introdotto sul pezzo.

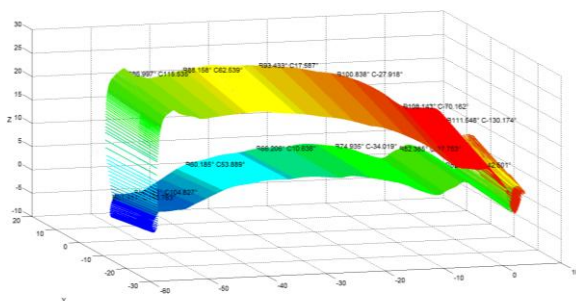


Figura 9.4 Errore cinematico in termini assoluti della lavorazione di finitura della seconda paletta del *Castle Impeller*. La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo. Ad intervalli di 115 punti sono indicati i valori degli assi rotanti.

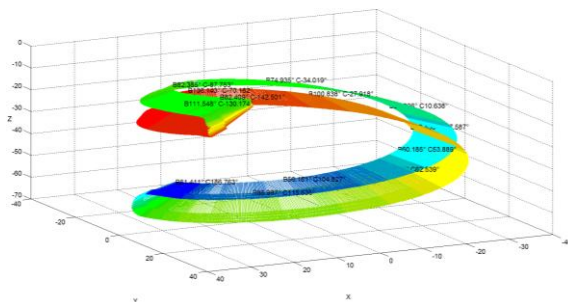


Figura 9.5 Errore cinematico in termini relativi della lavorazione di finitura della seconda paletta del *Castle Impeller*. La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo, in direzione opposta individua l'errore introdotto sul pezzo.

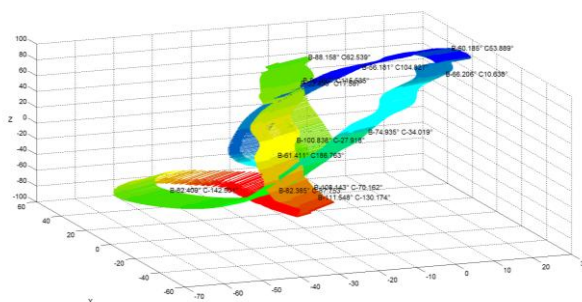


Figura 9.6 Errore cinematico in termini assoluti della lavorazione di finitura della prima paletta del *Castle Impeller*, traslato nell'area di lavoro di 60 mm in direzione x, -30 mm in direzione y e 50 mm in direzione Z.

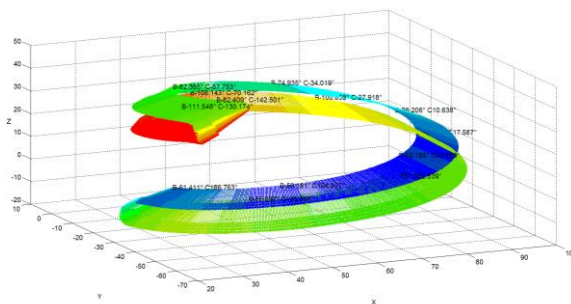


Figura 9.7 Errore cinematico in termini relativi della lavorazione di finitura della prima paletta del *Castle Impeller*, traslato nell'area di lavoro di 60 mm in direzione X, -30 mm in direzione Y e 50 mm in direzione Z.

I tre casi presentati rivelano che l'errore cinematico, in base agli errori geometrici degli assi misurati, in termini assoluti ha componente in direzione X positiva o negativa a seconda che la rotazione dell'asse B sia positiva o negativa. In ciascuno dei tre casi presentati, in termini relativi al pezzo l'errore cinematico rende il pezzo più piccolo nelle sue dimensioni. Seguendo l'errore presentato lungo il percorso dell'utensile con coordinata parametrica il valore dell'asse B indicato insieme al valore dell'asse C, l'errore cinematico, crescente dal blu al rosso, risulta massimo in corrispondenza dei valori maggiori di B.

La compensazione applicata dell'errore cinematico è illustrata nei passi seguiti nella stesura dell' algoritmo di compensazione, basato sul multi-body cinematico della macchina utensile in cui sono introdotti gli errori geometrici degli assi. L'algoritmo esegue due cicli: nel primo è letto in ingresso il codice NC della lavorazione programmata, nel secondo è letto il codice NC compensato ottenuto al termine del primo ciclo, verificando che l'errore cinematico residuo è nullo.

Nel dettaglio, all'interno del primo ciclo sono lette le coordinate pezzo dei punti  $p_{w1}$  e le coordinate degli assi rotanti del codice programmato per calcolare l'errore cinematico nel sistema di riferimento fisso solidale alla macchina. Il calcolo è svolto elaborando le coordinate pezzo sulla base delle coordinate degli assi rotanti sia nella trasformazione basata sulla catena cinematica reale che ideale. La differenza dei punti



ottenuti tra le due trasformazioni determina l'errore di posizionamento spaziale del pezzo introdotto dagli errori geometrici degli assi rotanti. Sommando ad esso l'errore di posizionamento assoluto della punta utensile in virtù degli errori geometrici degli assi lineari è ottenuto l'errore cinematico completo in termini assoluti, eq. 9.1. L'errore cinematico assoluto è la differenza tra posizionamento reale nello spazio della punta utensile e posizionamento ideale della stessa in contatto con il pezzo nel punto scelto  $p_{w1}$ ; pertanto, se venisse considerata la posizione reale nello spazio della punta utensile, denominabile con  $P_{R1}$ , come il posizionamento ideale della stessa nel contatto con un altro particolare punto del pezzo  $p_{w2}$ , a tale punto trasformato dal controllo numerico secondo la cinematica ideale, corrisponderebbe difatti la posizione assoluta  $P_{R1}$ , esito tuttavia del posizionamento reale della punta utensile secondo la trasformazione cinematica reale del punto  $p_{w1}$  scelto in partenza nel codice. Quindi la compensazione è ottenuta al termine della prima iterazione dell'algoritmo, individuando le coordinate  $x_{w_c}$ ,  $y_{w_c}$  e  $z_{w_c}$  dei punti particolari  $p_{w2}$  che trasformati sulla base della cinematica ideale collocano la punta utensile in corrispondenza di dove la cinematica reale pone la stessa nella trasformazione dei punti desiderati  $p_{w1}$ .

Nel secondo ciclo l'algoritmo simula la lavorazione compensata, leggendo le coordinate ottenute dei punti compensati e trasformandole come svolto dal controllo numerico sulla base della catena

cinematica ideale. L'errore cinematico in termini assoluti è nuovamente valutato dalla differenza tra i punti di partenza della lavorazione programmata trasformati secondo la cinematica reale e i punti compensati trasformati secondo la cinematica ideale, risultando nulli a meno dell'errore numerico introdotto nel calcolo. L'errore residuo, con carattere casuale, introduce una colorazione variabile tra punti contigui, visibile in Figura 9.8, in cui sono sovrapposti i dei due cicli di percorso elaborati nelle iterazioni dell'algoritmo. La figura mostra una finestra dell'intero percorso in cui sono osservabili il passaggio di contornatura sulla superficie superiore ed inferiore. Alla prima iterazione l'errore cinematico introdotto sul pezzo ha carattere fluente, come osservabile nella colorazione celeste per la superficie superiore e gialla per quella inferiore. Nella seconda iterazione, sovrapposta in figura alla prima, l'errore cinematico è calcolato come residuo tra posizione programmata in partenza e ottenuta con la compensazione, quindi la colorazione risulta casuale.

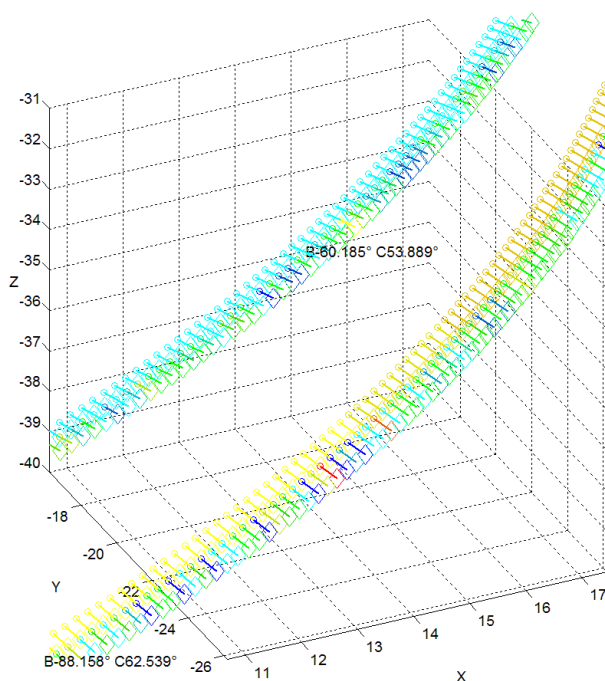


Figura 9.8 Finestra su una porzione del percorso utensile e dell'errore cinematico relativo al pezzo della Figura 9.3, con i due passaggi corrispondenti al tratto di contornatura della superficie superiore (in celeste), ed al tratto di contornatura della superficie inferiore (in giallo). Sono sovrapposti i due cicli d'iterazione dell'algoritmo e indicati con il simbolo del cerchio l'errore introdotto sul pezzo, con il simbolo del rombo la posizione programmata. La

scala cromatica dal blu al rosso al crescere dell'errore cinematico, consente di distinguere il primo ciclo non compensato, con errore fluente nel percorso, dal secondo compensato sulla medesima superficie. Il secondo ciclo al contrario ha errore casuale residuo di calcolo. Il cerchio del secondo ciclo è sovrapposto al rombo della posizione programmata al primo ciclo. Il rombo del secondo ciclo individua le coordinate del codice compensato.

Oltre alla rappresentazione grafica dell'errore cinematico nella lavorazione non compensata e compensata, che pone l'utensile nelle coordinate desiderate del codice di partenza, è riportato quest'ultimo e quello ottenuto a seguito della compensazione, nelle prime venti righe di comando.

Nella compensazione cinematica sviluppata è interessante osservare, dall'equazione 9.1, come sia possibile introdurre nella correzione delle coordinate altri termini d'errore non cinematici, con carattere quasi-statico e determinabile. Un esempio è individuato negli errori sul diametro o lunghezza dell'utensile, noti in termini assoluti e sommabili nel secondo membro dell'equazione agli errori geometrici degli assi lineari. Analogamente agli errori geometrici dell'utensile, il calcolo del termine costante d'inflexione dell'utensile in virtù delle forze di taglio, in assenza d'instabilità e con parametri costanti durante l'asportazione, può essere compensata se inclusa anch'essa nell'equazione.

G01 X-22.03 Y-14.629 Z-3.827 B84.105 C152.082  
G01 X-20.273 Y-15.561 Z-4.033 B84.105 C152.082 F500  
G01 X-20.03 Y-16.294 Z-4.437 B84.105 C152.082  
G01 X-19.752 Y-17.076 Z-4.701 B84.105 C152.082  
G01 X-19.449 Y-17.885 Z-4.818 B84.105 C152.082  
G01 X-19.355 Y-18.127 Z-4.831 B84.224 C152.578 F2500  
G01 X-19.262 Y-18.36 Z-4.849 B84.395 C153.296  
G01 X-19.363 Y-18.657 Z-4.976 B84.62 C154.274  
G01 X-19.426 Y-18.844 Z-5.104 B84.892 C155.333  
G01 X-19.468 Y-18.996 Z-5.238 B85.164 C156.259  
G01 X-19.493 Y-19.115 Z-5.371 B85.502 C157.247  
G01 X-19.507 Y-19.213 Z-5.503 B85.86 C158.132  
G01 X-19.511 Y-19.292 Z-5.631 B86.283 C159.031  
G01 X-19.508 Y-19.358 Z-5.76 B86.736 C159.875  
G01 X-19.498 Y-19.413 Z-5.892 B87.287 C160.766  
G01 X-19.482 Y-19.458 Z-6.03 B87.903 C161.639  
G01 X-19.469 Y-19.486 Z-6.187 B88.697 C162.627  
G01 X-19.447 Y-19.501 Z-6.357 B89.633 C163.617  
G01 X-19.409 Y-19.505 Z-6.532 B90.81 C164.577  
G01 X-19.388 Y-19.499 Z-6.629 B91.556 C165.044

Prime venti righe del codice della lavorazione  
programmata nella contornatura della paletta del *Castle*  
*Impeller*.

G01 X-22.260 Y-14.501 Z-4.064 B84.105 C152.082  
G01 X-20.503 Y-15.433 Z-4.270 B84.105 C152.082 F500  
G01 X-20.260 Y-16.166 Z-4.674 B84.105 C152.082  
G01 X-19.982 Y-16.948 Z-4.938 B84.105 C152.082  
G01 X-19.679 Y-17.757 Z-5.055 B84.105 C152.082  
G01 X-19.587 Y-18.001 Z-5.068 B84.224 C152.578 F2500  
G01 X-19.495 Y-18.237 Z-5.087 B84.395 C153.296  
G01 X-19.599 Y-18.539 Z-5.215 B84.620 C154.274  
G01 X-19.664 Y-18.731 Z-5.345 B84.892 C155.333  
G01 X-19.708 Y-18.887 Z-5.480 B85.164 C156.259  
G01 X-19.736 Y-19.011 Z-5.615 B85.502 C157.247  
G01 X-19.752 Y-19.113 Z-5.749 B85.860 C158.132  
G01 X-19.758 Y-19.196 Z-5.879 B86.283 C159.031  
G01 X-19.756 Y-19.266 Z-6.010 B86.736 C159.875  
G01 X-19.748 Y-19.325 Z-6.145 B87.287 C160.766  
G01 X-19.734 Y-19.374 Z-6.286 B87.903 C161.639  
G01 X-19.723 Y-19.407 Z-6.448 B88.697 C162.627  
G01 X-19.703 Y-19.427 Z-6.622 B89.633 C163.617  
G01 X-19.667 Y-19.436 Z-6.804 B90.810 C164.577  
G01 X-19.647 Y-19.432 Z-6.905 B91.556 C165.044

Prime venti righe del codice della lavorazione  
compensata nella contornatura della paletta del *Castle  
Impeller*.



## Conclusioni

Nella presente tesi è stato presentato un modello sviluppato nel corso dei tre anni di dottorato in grado di individuare e compensare gli errori cinematici di una macchina utensile. Il modello sviluppato è stato applicato alla fresatrice a 5 assi Mori Seiki NMV 1500 DCG e sperimentalmente validato. La simulazione cinematica resa possibile dalla modellazione multi-body ha permesso in primo luogo di sviluppare un test di lavorazione vantaggioso in termini di tempi e semplicità di realizzazione quale metodo per l'indagine geometrica della macchina utensile alternativo ai metodi di misura diretta, ed in secondo luogo di proporre una strategia di compensazione dell'errore cinematico per la lavorazione di un pezzo generico.

Nello specifico la tesi ha presentato lo stato dell'arte che ha messo in luce inizialmente aspetti fondamentali del processo di asportazione ed in seguito ha focalizzato l'attenzione sulle caratteristiche dell'errore geometrico del lavorato legate alla macchina utensile. Tra i fattori che influenzano la qualità del lavorato legati alla macchina utensile sono stati indagati separatamente errori cinematici nella movimentazione ed errori legati alla flessibilità della



macrostruttura con carattere quasi-statico. L'intera attività volge l'attenzione al contesto industriale sia dei piccoli che dei grandi utilizzatori di macchine utensili che, nell'esigenza di garantire la qualità del lavorato e ridurre i tempi di fermo macchina, non hanno la possibilità di dotarsi di strumentazioni di misura e svolgere collaudi o indagini mirate alle fonti d'errore presenti in lavorazione.

In riferimento agli errori cinematici due sono state le linee guida seguite nell'indagine: lo sviluppo di un modello multi-body fondato sulla consolidata metodologia analitica delle trasformazioni omogenee delle coordinate e la misura indiretta in fase sperimentale dell'errore sul pezzo lavorato tramite l'ausilio di una macchina di misura a coordinate, tecnica difatti efficiente ed applicabile in ambito industriale.

La modellazione analitica proposta si è rivelata in grado di elaborare mappe volumetriche d'errore dell'errore cinematico e di individuare in esso una correlazione diretta con gli errori geometrici degli assi modellati. Conseguentemente è stato possibile pianificare un test di lavorazione rivelatosi attendibile per la lettura degli errori geometrici degli assi di una macchina utensile con simile struttura cinematica con tavola roto-basculante. La validazione realizzata tramite il confronto numerico sperimentale dello standard di lavorazione della contornatura del tronco di cono ha visto nell'ultimo capitolo l'estensione della capacità predittiva del modello cinematico alla possibilità di rigenerare il codice NC della lavorazione

programmata in forma compensata dell'errore cinematico. La compensazione è stata proposta per una lavorazione comune in cinque assi, sviluppata secondo vari set-up. Precedentemente essa è stata descritta nelle trasformazioni omogenee nelle quali si sviluppa e che aprono alla possibilità di compensare anche altri errori quasi-statici introdotti nel processo di asportazione.

La macchina utensile è stata inoltre modellata in forma completamente flessibile, come primo passo verso la caratterizzazione della dinamica del processo di asportazione. Lo sviluppo del multi-body flessibile ha presentato criticità relativamente alla modellazione dei collegamenti dei giunti e delle masse non introdotte, quali ad esempio parti non strutturali. L'esito della modellazione è stata la stima dell'entità e dell'andamento dell'errore di posizionamento relativo ed assoluto di utensile e tavola porta-pezzo nella movimentazione degli assi ad alta velocità. L'attendibilità del modello è verificabile tramite test di misura dinamica diretta dello spostamento e, tuttavia, come osservato dall'analisi dello stato dell'arte e dai primi test proposti, è necessario modellare gli altri fattori che concorrono all'errore dinamico.

# Indice delle figure

Figura 1.1	Schema di una macchina utensile a cinematica parallela con struttura ad esapode. ....	19
Figura 1.2	Modello per l'analisi dell'errore introdotto dal sistema di fissaggio del pezzo.....	24
Figura 2.1	Modello per l'analisi dell'errore introdotto dal sistema di fissaggio del pezzo. ....	39
Figura 2.2	Misura di rettilineità in un piano verticale con riga di controllo: 1 punto di contatto, 2 supporto comparatore, 3 riga di guida, 4 superficie da misurare, 5 blocchetto pianoparallelo, 6 riga di riferimento.....	43
Figura 2.3	Misura di perpendicolarità tra due traiettorie... ..	45
Figura 2.4	Errori di locazione dell'asse medio di traslazione dell'asse lineare Z. ....	46
Figura 2.5	Coordinate e assi di riferimento per un asse di rotazione: 1 elemento rotante, 2 traiettoria dell'asse di rotazione, 3 asse medio di rotazione, 4 asse di rotazione istantaneo. ....	49
Figura 2.6	Componenti di errore dell'asse di rotazione C. ...	50
Figura 2.7	Errori di locazione dell'asse medio di rotazione dell'asse rotante C. ....	52
Figura 2.8	Schema della misura diretta con tecnica laser interferometria. ....	55
Figura 2.9	Schemi della misura diretta eseguita con double ball bar. ....	57

Figura 2.10	Misura diretta eseguita con sfera ceramica sul lato mandrino e quattro tastatori sul lato tavola.....	60
Figura 2.11	Misura diretta eseguita un artefatto dotato di sfere ceramiche e tastatori sul lato mandrino.....	61
Figura 2.12	Geometria e tolleranze del pezzo secondo la norma 10791-7 per il collaudo della macchina utensile.....	64
Figura 2.13	Geometria del pezzo Circle Diamond Square per il collaudo della macchina utensile.....	67
Figura 2.14	Struttura cinematica della macchina utensile modellata da Bohez.	73
Figura 2.15	Esempio di mappa volumetrica d'errore tracciata tramite griglia di calibrazione.	75
Figura 2.16	Dispersione statistica d'errore di circolarità della base del cono e dell'errore di conicità per 1000 combinazioni di coppie di errori geometrici degli assi introdotti nella simulazione cinematica.....	77
Figura 3.1	Modello-rigido flessibile di un processo di taglio di tornitura proposto da Zaeh.....	83
Figura 3.2	Macchina utensile modellata tramite ACK da Kono.	85
Figura 3.3	Confronto numerico-sperimentale della forza di taglio in funzione del tempo del processo di asportazione per tornitura modellato da Zaeh. ....	91
Figura 3.4	Confronto numerico-sperimentale dello spostamento verticale indotto dalla movimentazione dell'asse orizzontale per il modello sviluppato da Kono con metodo ACK.....	92
Figura 4.1	Mappa volumetrica dell'errore cinematico rispetto al sistema di riferimento fisso con la macchina utensile, con asse B ruotato a 90°, unità in mm. ....	122
Figura 4.2	Mappa volumetrica dell'errore cinematico rispetto al sistema di riferimento fisso con la macchina utensile, con asse B ruotato a -90°, unità in mm. ....	123
Figura 4.3	Mappa volumetrica dell'errore cinematico rispetto al sistema di riferimento fisso con la macchina utensile, con asse C ruotato a 180°, unità in mm. ....	124

Figura 5.1	Riferimenti cardinali adottati come nomenclatura dei quattro lati della piramide, con riferimento al sistema di riferimento del pezzo. ....	132
Figura 5.2	Percorso utensile a fiocco nella contornatura dello spigolo del primo gradino.....	133
Figura 5.3	Percorso utensile nella contornatura diretta dello spigolo del secondo gradino.....	133
Figura 5.4	Sovrametallo asportato durante la lavorazione con spessore costante su superficie verticale e orizzontale di ciascun gradino.	135
Figura 5.5	Quote nominali della piramide quadrata a scalini.	137
Figura 5.6	Simulazione del Performance Test per errori geometrici degli assi dati in Tabella 4.2, unità in mm. L'errore cinematico è presentato in scala 1:1 mentre le quote nominali ridotte con scala 1:200. La traccia del percorso della punta utensile è individuata dalla linea rossa. ....	139
Figura 6.1	Deformazione statica del pezzo modellato tramite FEM sottoposto all'azione di compressione delle viti di ancoraggio.	144
Figura 6.2	Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato ovest del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test.	148
Figura 6.3	Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato nord del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test.	149
Figura 6.4	Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato est del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test.	149
Figura 6.5	Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato sud del secondo gradino per le dieci ripetizioni del test.	150
Figura 6.6	Sinusoidi di miglior approssimazione del parametro d'errore $EXY_r$ , sul secondo gradino per le dieci ripetizioni del test.	151
Figura 6.7	Sinusoidi di miglior approssimazione del parametro d'errore $EYX_r$ , sul secondo gradino per le dieci ripetizioni del test.	152
Figura 6.8	Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato ovest del secondo gradino per le dieci ripetizione	

- del test. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM. .. 153
- Figura 6.9 Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato nord del secondo gradino per le dieci ripetizione del test. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM. .. 153
- Figura 6.10 Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato est del secondo gradino per le dieci ripetizione del test. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM. .. 154
- Figura 6.11 Profili delle linee di acquisizione della superficie orizzontale del lato sud del secondo gradino per le dieci ripetizione del test. La linea evidenziata in rosso sovrappone l'andamento dell'errore dovuto allo staffaggio determinato dal modello FEM. .. 155
- Figura 6.12 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato ovest del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura. 159
- Figura 6.13 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato nord del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura. 160
- Figura 6.14 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato est del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura. 161
- Figura 6.15 Profili delle linee di acquisizione della superficie verticale del lato sud del secondo gradino per le nove ripetizioni della misura. 162
- Figura 7.1 Profili del cono numerico in blu, sperimentale in verde ed ideale in celeste. L'offset del diagramma polare sulla base inferiore sul raggio è pari a 34.1 mm, scalato linearmente al valore di 24.647 mm per l'offset del diagramma polare sulla base superiore.171
- Figura 7.2 Sezioni del cono numerico in blu, sperimentale in verde ed ideale in celeste, al livello della prima e terza scansione svolta con la macchina di misura a coordinate lungo la coordinata assiale Z del cono ideale, rispettivamente pari a 1 mm e 8.702 mm. In viola e rosso lo scostamento tra profilo simulato e sperimentale... 171
- Figura 8.1 Frequenze dei modi di vibrare osservati nell'analisi di convergenza per il telaio dell'asse Y, al variare del numero di nodi. 177

Figura 8.2	Modellazione dei collegamenti introdotti tra le coppie di nodi scelti nel giunto del cuscinetto.....	180
Figura 8.3	Spline adimensionale introdotta nel multi-body come profilo di attivazione del collegamento nella sovrapposizione reciproca nel moto dell'asse dei nodi dei due corpi.....	181
Figura 8.4	Modellazione dei collegamenti introdotti tra le tre coppie di nodi scelti nel giunto prismatico.....	184
Figura 8.5	Errore flessibile in mm nel piano XY simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In magenta la traiettoria nominale, in rosso lo spostamento assoluto del asse Z, in rosso lo spostamento assoluto del rotore del mandrino e in blu lo spostamento assoluto del riferimento sulla tavola.....	190
Figura 8.6	Errore flessibile in mm nel piano XY simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In magenta la traiettoria nominale, in rosso lo spostamento relativo del rotore del mandrino rispetto al riferimento sulla tavola.....	191
Figura 8.7	Errore flessibile in mm nella componente Z simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In rosso lo spostamento assoluto del asse Z, in rosso lo spostamento assoluto del rotore del mandrino e in blu lo spostamento assoluto del riferimento sulla tavola. L'offset radiale del diagramma è relativo ai riferimenti su asse Z e rotore del mandrino.....	192
Figura 8.8	Errore flessibile in mm nella componente Z simulato nella contornatura circolare nel moto degli lineari X ed Y. In rosso lo spostamento relativo del rotore del mandrino rispetto al riferimento sulla tavola.....	193
Figura 8.9	Errore flessibile del naso mandrino in mm in termini assoluti nella componente X con posizione nominale pari a 36 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.....	196
Figura 8.10	Errore flessibile della tavola in mm in termini assoluti nella componente X con posizione nominale pari a 35 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.....	197
Figura 8.11	Errore flessibile relativo tra naso mandrino e tavola in mm nella componente X con distanza nominale pari a 1 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.....	198

Figura 8.12	Errore flessibile completo relativo tra naso mandrino e tavola, linea continua, e del naso mandrino in termini assoluti, linea tratteggiata, in mm nella componente X con distanza nominale pari a 1 mm, simulato nel moto dell'asse lineare X. In ascissa il tempo in secondi.	199
Figura 8.13	Errore flessibile della tavola in mm in termini assoluti nella componente X con posizione nominale pari a 4 mm, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.....	202
Figura 8.14	Errore flessibile relativo tra naso mandrino e tavola in nella componente X con distanza nominale pari a 36 mm, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.....	202
Figura 8.15	Errore flessibile della tavola in mm in termini assoluti nella componente Z, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.	203
Figura 8.16	Errore flessibile relativo tra naso mandrino e tavola in nella componente Z con distanza nominale pari a 138 mm, simulato nel moto dell'asse rotante B. In ascissa il tempo in secondi.....	204
Figura 8.17	Segnale temporale acquisito nella prova d'eccitazione dinamica della prima e della seconda ottica del dispositivo di misura.	206
Figura 8.18	Spettro del segnale acquisito nella prova d'eccitazione dinamica della prima e seconda ottica del dispositivo di misura.	207
Figura 8.19	Finestra del segnale temporale in mm acquisito nel moto dell'asse Y in corrispondenza dell'inversione alla distanza nominale di 200 mm dal punto di partenza. In verde il segnale acquisito, in rosso e magenta le rette di migliore approssimazione dei tratti a velocità costante.....	208
Figura 8.20	Profilo dell'accelerazione in $\text{mm/s}^2$ in corrispondenza dell'inversione alla distanza nominale di 200 mm dal punto di partenza.	208
Figura 8.21	Profilo del jerk in $\text{mm/s}^3$ in corrispondenza dell'inversione alla distanza nominale di 200 mm dal punto di partenza.	209



Figura 9.1	Lavorazione di finitura della paletta del <i>Castle Impeller</i> .	219
Figura 9.2	Errore cinematico in termini assoluti della lavorazione di finitura della prima paletta del <i>Castle Impeller</i> . La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo. Ad intervalli di 115 punti sono indicata i valori degli assi rotanti.	221
Figura 9.3	Errore cinematico in termini relativi della lavorazione di finitura della prima paletta del <i>Castle Impeller</i> . La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo, in direzione opposta individua l'errore introdotto sul pezzo.	221
Figura 9.4	Errore cinematico in termini assoluti della lavorazione di finitura della seconda paletta del <i>Castle Impeller</i> . La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo. Ad intervalli di 115 punti sono indicata i valori degli assi rotanti.	222
Figura 9.5	Errore cinematico in termini relativi della lavorazione di finitura della seconda paletta del <i>Castle Impeller</i> . La freccia mostra l'errore in scala 50:1 ed ha direzione dalla punta utensile al pezzo, in direzione opposta individua l'errore introdotto sul pezzo.	222
Figura 9.6	Errore cinematico in termini assoluti della lavorazione di finitura della prima paletta del <i>Castle Impeller</i> , traslato nell'area di lavoro di 60 mm in direzione x, -30 mm in direzione y e 50 mm in direzione Z.....	223
Figura 9.7	Errore cinematico in termini relativi della lavorazione di finitura della prima paletta del <i>Castle Impeller</i> , traslato nell'area di lavoro di 60 mm in direzione X, -30 mm in direzione Y e 50 mm in direzione Z.....	223
Figura 9.8	Finestra su una porzione del percorso utensile e dell'errore cinematico relativo al pezzo della Figura 9.3, con i due passaggi corrispondenti al tratto di contornatura della superficie superiore (in celeste), ed al tratto di contornatura della superficie inferiore (in giallo). Sono sovrapposti i due cicli d'iterazione dell'algoritmo e indicati con il simbolo del cerchio l'errore introdotto sul pezzo, con il simbolo del rombo la posizione programmata. La scala cromatica dal blu al rosso al crescere dell'errore cinematico,	

consente di distinguere il primo ciclo non compensato, con errore fluente nel percorso, dal secondo compensato sulla medesima superficie. Il secondo ciclo al contrario ha errore casuale residuo di calcolo. Il cerchio del secondo ciclo è sovrapposto al rombo della posizione programmata al primo ciclo. Il rombo del secondo ciclo individua le coordinate del codice compensato..... 227

# Bibliografía

- [1]. Schmitz T. L., Ziegert J. C., Canning J. S., Zapata R., Case study: A comparison of error sources in high-speed milling, *Precision Engineering*, 2008, Volume 32, Issue 2, Pag. 126-133
- [2]. R. Ramesh, M.A Mannan, A.N Poo, Error compensation in machine tools — a review: Part I: geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 40, Issue 9, July 2000, Pag. 1235-1256
- [3]. Jorge Santolaria, Juan-José Aguilar, José-Antonio Yagüe, Jorge Pastor, Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machines, *Precision Engineering*, Volume 32, Issue 4, October 2008, Pag. 251-268

- 
- [4]. J.R.R. Mayer, Five-axis machine tool calibration by probing a scale enriched reconfigurable uncalibrated master balls artefact, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 61, Issue 1, 2012, Pag. 515-518
- [5]. Mohsen Habibi, Behrooz Arezoo, Mehrdad Vahebi Nojedeh, Tool deflection and geometrical error compensation by tool path modification, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 51, Issue 6, June 2011, Pag. 439-449
- [6]. Mehrdad Vahebi Nojedeh, Mohsen Habibi, Behrooz Arezoo, Tool path accuracy enhancement through geometrical error compensation, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 51, Issue 6, June 2011, Pag. 471-482
- [7]. Soichi Ibaraki, Takeyuki Iritani, Tetsuya Matsushita, Calibration of location errors of rotary axes on five-axis machine tools by on-the-machine measurement using a touch-trigger probe, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 58, July 2012, Pag. 44-53
- [8]. Chana Raksiri, Manukid Parnichkun, Geometric and force errors compensation in a 3-axis CNC milling machine, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*,

- Volume 44, Issues 12–13, October 2004, Pages 1283-1291
- [9]. R. Ramesh, M.A. Mannan, A.N. Poo, Error compensation in machine tools — a review, Part II: thermal errors, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 40, Issue 9, July 2000, Pag 1257-1284
- [10]. Shane P. Siebenaler, Shreyes N. Melkote, Prediction of workpiece deformation in a fixture system using the finite element method, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 46, Issue 1, January 2006, Pag. 51-58
- [11]. Anand Raghu, Shreyes N. Melkote, Analysis of the effects of fixture clamping sequence on part location errors, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 44, Issue 4, March 2004, Pag. 373-382
- [12]. Xiao-Jin Wan, Yan Zhang, A novel approach to fixture layout optimization on maximizing dynamic machinability, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 70, July 2013, Pag. 32-44
- [13]. Spaan Ham, Software error compensation of machine tools. Ph.D. thesis Eindhoven University of Technology, 1995
- [14]. Min-yang Yang, Oh-dal Kwon, A tool condition recognition system using image processing, *Control Engineering Practice*,

- Volume 6, Issue 11, November 1998, Pag. 1389-1395
- [15]. Altintas Y., Stepan G., Merdol D., Dombovari Z., Chatter stability of milling in frequency and discrete time domain, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 2008, Volume 1, Issue 1, Pag. 35-44
- [16]. Altintas Y., Eynian M., H. Onozuka, Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with process damping, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 57, Issue 1, 2008, Pag. 371-374
- [17]. Dreoni A., Alta velocità, Look-ahead, jerk, NURBS, Superfinitura, Publitec, Milano, *Costruire Stampi 2000*
- [18]. ISO 230-1, 2003, Test code for machine tools, Part 1: Geometric Accuracy of Machine Operating under no-load Finishing Conditions, International Organization for Standardization.
- [19]. ISO 230-7, 2010, Test code for machine tools, Part 7: Geometric Accuracy of Axes of Rotation, International Organization for Standardization.
- [20]. Lei W.T., Paung I.M., Yu C., 2009, Total Ball-Bar Dynamic Tests for Five-Axis CNC Machine Tools, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Volume 49, 2009, Pag. 488–499, Elsevier

- 
- [21]. Lei W.T., M.P. Sung, W.L. Liu, Y.C. Chuang  
Double ballbar test for the rotary axes of  
five-axis CNC machine tools, *International  
Journal of Machine Tools and Manufacture*,  
Volume 47, Issue 2, February 2007, Pag. 273-  
285
- [22]. N. Kato, M. Tsutsumi, R. Sato, Analysis of  
circular trajectory equivalent to cone-  
frustum milling in five-axis machining centers  
using motion simulator, *International Journal  
of Machine Tools and Manufacture*, 2013,  
Volume 64, Pag. 1-11
- [23]. NAS 979:1969, Uniform Cutting Tests, NAS  
Series Metal Cutting Specification, Aerospace  
Industries Association of America
- [24]. B. Bringmann, P. Maglie, A method for direct  
evaluation of the dynamic 3D path accuracy  
of NC machine tools, *CIRP Annals -  
Manufacturing Technology*, Volume 58, Issue  
1, 2009, Pag. 343-346
- [25]. Cefu Hong, Soichi Ibaraki, Non-contact R-test  
with laser displacement sensors for error  
calibration of five-axis machine tools,  
*Precision Engineering*, Volume 37, Issue 1,  
January 2013, Pag. 159-171
- [26]. G.H.J. Florussen, H.A.M. Spaan, Dynamic R-  
Test for Rotary Tables on 5-Axes Machine  
Tools, *Procedia CIRP*, Volume 1, 2012, Pag.  
536-539

- 
- [27]. L. Andolfatto, S. Lavernhe, J.R.R. Mayer, Evaluation of servo, geometric and dynamic error sources on five-axis high-speed machine tool, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 51, Issues 10–11, October–November 2011, Pag. 787-796
- [28]. ISO 10791 series, 1998, Test conditions for machining centers, International Organization for Standardization.
- [29]. Erik L.J. Bohez, Bancha Ariyajuny, Chanin Sinlapeecheew, Tin Maung Maung Shein, Do Tien Lap, Gustavo Belforte, Systematic geometric rigid body error identification of 5-axis milling machines, *Computer-Aided Design*, Volume 39, 2007, Pag. 229–244
- [30]. B. Bringmann, A. Küng, W. Knapp, A Measuring Artefact for true 3D Machine Testing and Calibration, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 54, Issue 1, 2005, Pag. 471-474
- [31]. Bossoni S., Geometric and Dynamic Evaluation and Optimization of Machining Centers, 2009, Diss. ETH No. 18382, ETH Zürich
- [32]. B. Bringmann, W. Knapp, Model-based 'Chase-the-Ball' Calibration of a 5-Axes Machining Center, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 55, Issue 1, 2006, Pag. 531-534



- 
- [33]. Ching Yuan Lin, Jui Pin Hung, Tzuo Liang Lo, Effect of preload of linear guides on dynamic characteristics of a vertical column–spindle system, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 50, Issue 8, August 2010, Pag. 741-746
- [34]. Jui-Pin Hung, Yuan-Lung Lai, Ching-Yuan Lin, Tzu-Liang Lo, Modeling the machining stability of a vertical milling machine under the influence of the preloaded linear guide, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Volume 51, Issue 9, September 2011, Pag. 731-739
- [35]. Eiji Shamoto, Chun-Hong Park, Toshimichi Moriwaki, Analysis and Improvement of Motion Accuracy of Hydrostatic Feed Table, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 50, Issue 1, 2001, Pag. 285-290
- [36]. Sienkiewicz, Z. Wilczyński, B., Structural Optimization, Shape optimization of a dynamically loaded machine foundation coupled to a semi-infinite inelastic medium, *Volume 12, Issue 1, 1996, Pag.29-34*
- [37]. M. Zatarain, E. Lejardi, F. Egaña, R. Bueno, Modular Synthesis of Machine Tools, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 47, Issue 1, 1998, Pag. 333-336
- [38]. Mantega Claudio, *Metodi numerici per lo studio di centri di lavoro ad alta velocità. Tesi di Dottorato, Università di Bologna, 2008.*

- 
- [39]. Xiaoyun Wang, James K. Mills, Dynamic modeling of a flexible-link planar parallel platform using a substructuring approach, *Mechanism and Machine Theory*, Volume 41, Issue 6, June 2006, Pag. 671-687
- [40]. Xiaoyun Wang, James K. Mills, FEM dynamic model for active vibration control of flexible linkages and its application to a planar parallel manipulator, *Applied Acoustics*, Volume 66, Issue 10, October 2005, Pag. 1151-1161
- [41]. M. Zaeh and D. Siedl, A new method for simulation of machining performance by integrating finite element and multi-body simulation for machine tools, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, Volume 56, Issue 1, 2007, Pag. 383-386
- [42]. Daisuke Kono, Thomas Lorenzer, Sascha Weikert, Konrad Wegener, Evaluation of modelling approaches for machine tool design, *Precision Engineering*, Volume 34, Issue 3, July 2010, Pag. 399-407
- [43]. Magne Bratland, Bjørn Haugen, Terje Rølvåg, Modal analysis of active flexible multibody systems, *Computers & Structures*, Volume 89, Issues 9–10, May 2011, Pag. 750-761

