

### 6.2.1. ACQUISIZIONE DEI DATI

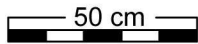
Tavolato originale e replica strutturale sono stati sollecitati a flessione secondo le seguenti modalità:

- 1) tavolato originale: flessione per tre punti lungo linee corrispondenti alle tre traverse
- 2) replica strutturale: flessione per tre punti lungo linee corrispondenti alle tre traverse
- 3) replica strutturale: flessione tramite due punti di ancoraggio e quattro appoggi.

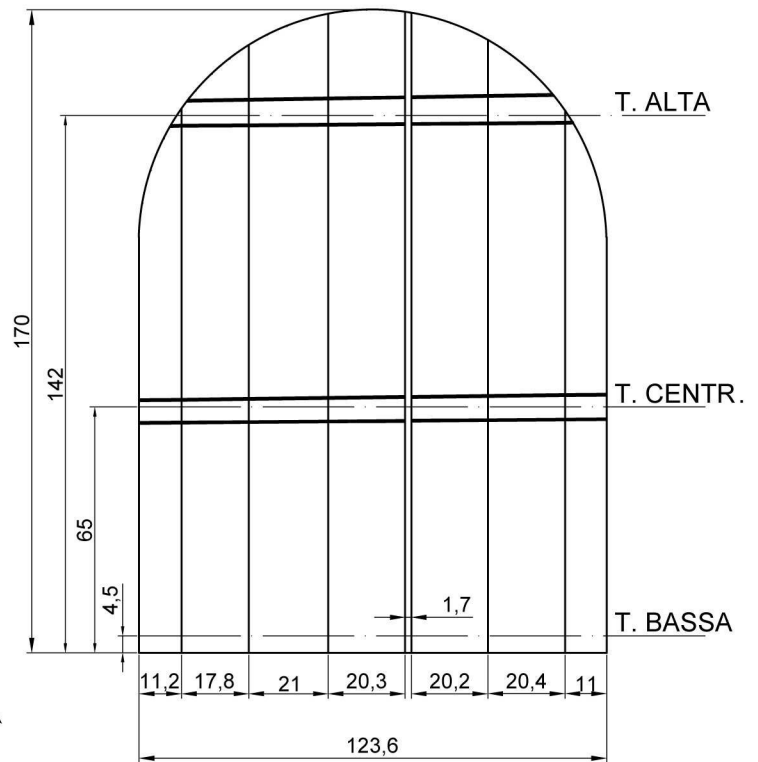
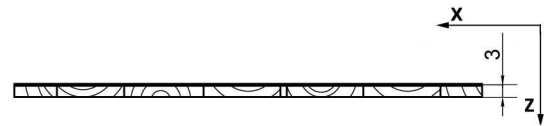
Ciascuna di queste prove è stata scelta al fine di fornire risposta a questioni ben precise. La modalità della prova 1) è stata scelta per le caratteristiche di praticità (lo strumento di misura è facilmente trasportabile in un laboratorio di restauro), rapidità di acquisizione e versatilità (la posizione degli appoggi è facilmente regolabile in funzione della superficie da sottoporre a prova): tutte caratteristiche idonee in ambito di un laboratorio di restauro. Il grande limite che si evidenzia nella prova 1) però è l'impossibilità di raccogliere informazioni circa il comportamento deformativo di tutto il tavolato, in risposta ad una flessione imposta lungo una determinata linea. La replica strutturale risponde perciò alla necessità di esplorare una più precisa e completa raccolta di informazioni circa il comportamento meccanico di un tavolato: con la prova 3) è possibile scegliere in modo adeguato due punti di applicazione del carico e imporre alla replica una deformazione cilindrica, ovvero il più omogenea possibile lungo l'asse y, al fine di estrapolare un parametro che potrà essere considerato come rappresentativo del comportamento meccanico dell'intera replica strutturale. Il nesso tra la prova 1) e la prova 3) è rappresentato dalla prova 2), durante la quale si applica alla replica strutturale lo stesso sistema adottato per il tavolato originale. Il confronto tra la prova 2) e la prova 3) indicherà quale posizione sul tavolato scelta nella prova 1) è più rappresentativa dell'intero comportamento della struttura.

Nei paragrafi che seguono si descrivono le modalità di prova seguite e si riportano i grafici rappresentanti la media delle acquisizioni effettuate per ciascuna tipologia di misura (carico/freccia).

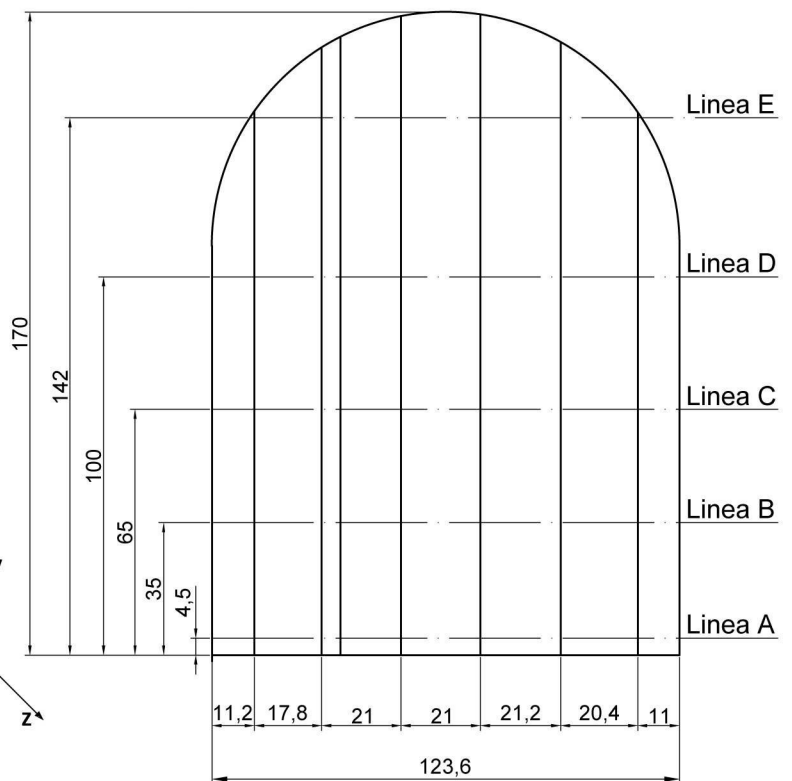
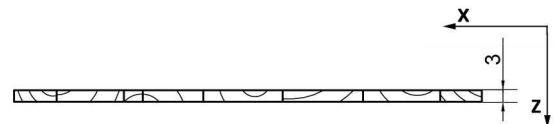
# Il tavolato della *Deposizione dalla Croce* di Anonimo Abruzzese XVI sec. e la replica strutturale



**TAVOLATO ORIGINALE**

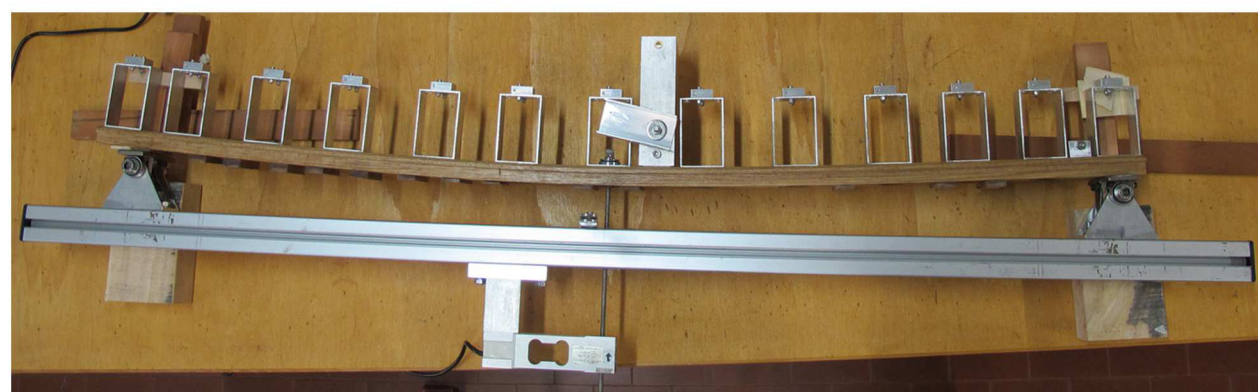
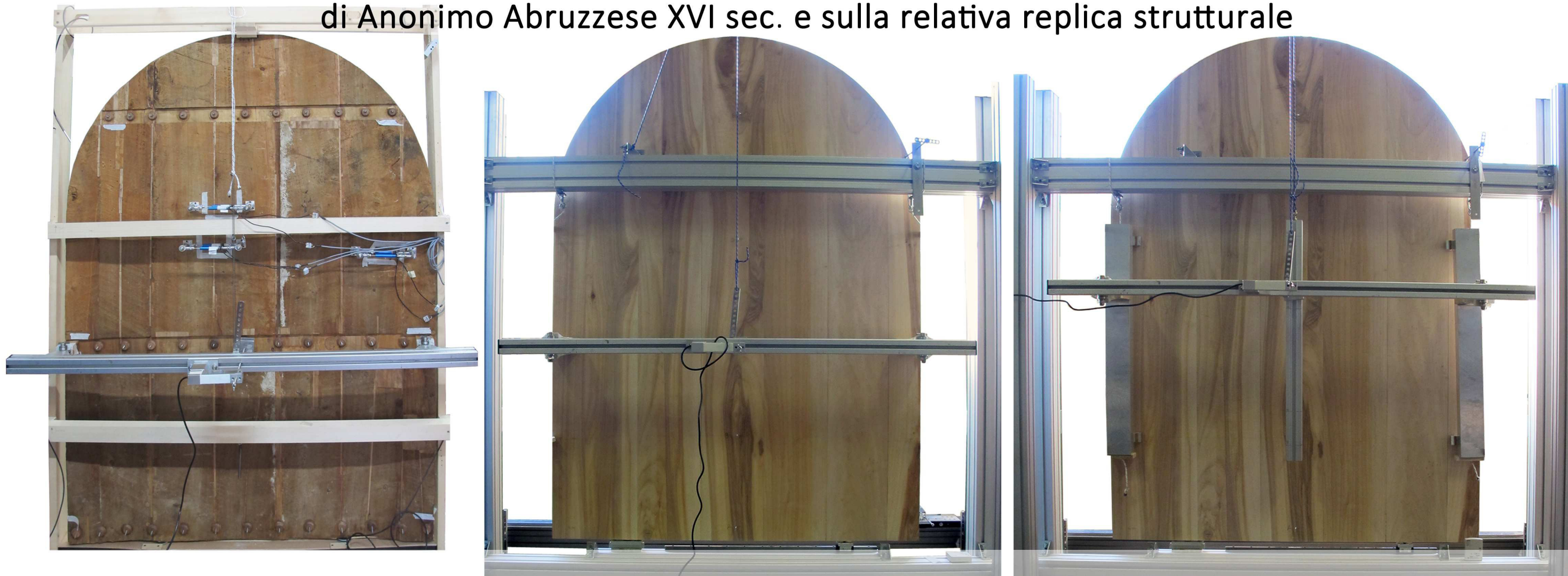


**REPLICA STRUTTURALE**





Prove a flessione sul dipinto su tavola *Deposizione dalla Croce* di Anonimo Abruzzese XVI sec. e sulla relativa replica strutturale



Sopra, da sinistra a destra: Flessione per tre punti del supporto ligneo del dipinto su tavola *Deposizione dalla Croce* di Anonimo Abruzzese XVI sec. Flessione per tre punti della replica strutturale della *Deposizione dalla Croce*. Flessione omogenea della replica strutturale tramite due punti di ancoraggio e quattro appoggi.

Sotto, da sinistra a destra: Flessione per tre punti della traversa centrale realizzata per il sistema di traversatura elastico. Dettaglio dell'ancoraggio della flessione per tre punti della replica strutturale. Dettaglio dell'ancoraggio della flessione omogenea della replica strutturale.

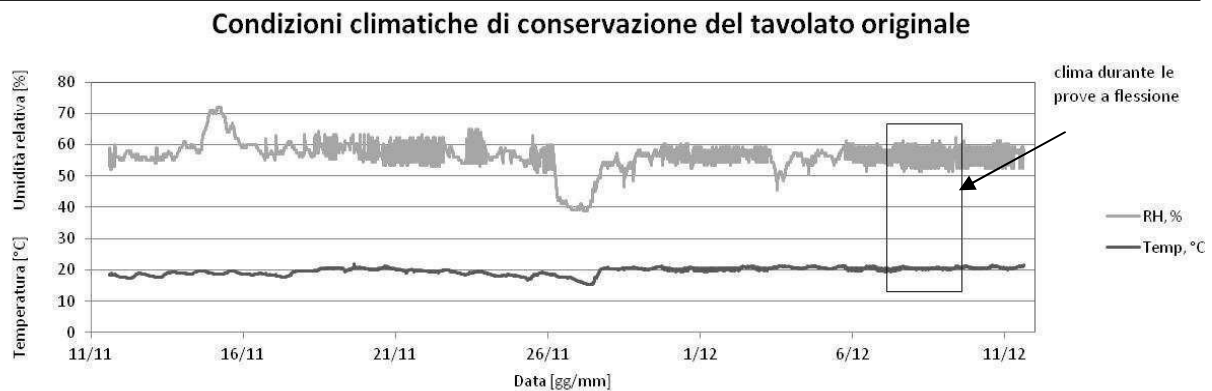


### 6.2.1.1 Tavolato originale: flessione per tre punti lungo linee corrispondenti alle traverse

Il tavolato è stato sollecitato a flessione lungo le tre linee corrispondenti alle traverse, tramite prove di durata media di 4 minuti esercitando un carico massimo di 100N per un totale di quattro/cinque ripetizioni per linea di misura. Le prove a flessione sul tavolato originale sono state effettuate in modo totalmente non invasivo: gli appoggi sono stati adattati alle irregolarità della superficie ed è stato scelto come punto di applicazione del carico una vite prigioniera in un bottone centrale, dedicato all'installazione della traversatura con molle (tavola 6.3).

Sono stati acquisiti dati relativi al carico e allo scarico ed è stato possibile determinare una linea di tendenza che mette in relazione il carico e la freccia di inflessione relativa, nel punto di applicazione del carico. Nel corso di queste prove è stata determinata la freccia di inflessione del tavolato tramite lo stesso metodo adottato per le prove sulle traverse, ovvero contando il numero di giri della barra filettata passante per la cella di carico.

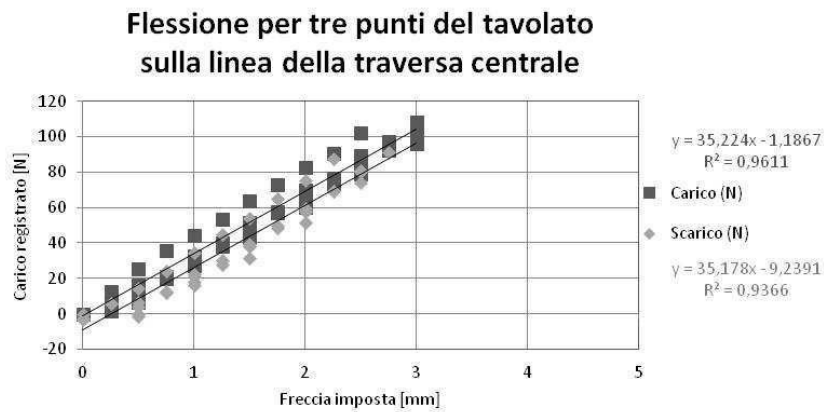
Le prove a flessione sul tavolato originale sono state effettuate in un clima che da circa un mese tendeva a mantenere valori medi di umidità pari a 55% e 20°C di temperatura (grafico 6.1). Nelle tabelle 6.4, 6.5, 6.6 sono riportati i dati acquisiti durante le prove:



**Grafico 6.1.** Condizioni climatiche di conservazione del dipinto *Deposizione dalla Croce*, monitorate per circa un mese prima delle prove a flessione.



**Tabella 6.4.** Flessione a tre punti del tavolato originale, lungo la linea della traversa superiore: si riportano i dati carico/freccia raccolti nel corso della prova e le caratteristiche della prova.



n. ripetizioni: 5

acquisizione ogni  
**0,25mm**

Interasse:  
 **$l = 1122\text{mm}$**

**$m = 35,201\text{ N/mm}$**

**Tabella 6.5.** Flessione a tre punti del tavolato originale, lungo la linea della traversa centrale: si riportano i dati carico/freccia raccolti nel corso della prova e le caratteristiche della prova.



n. ripetizioni: 4

acquisizione ogni  
**0,25mm**

Interasse:  
 **$l = 1114\text{mm}$**

**$m = 35,201\text{ N/mm}$**

**Tabella 6.6.** Flessione a tre punti del tavolato originale, lungo la linea della traversa inferiore: si riportano i dati carico/freccia raccolti nel corso della prova e le caratteristiche della prova.

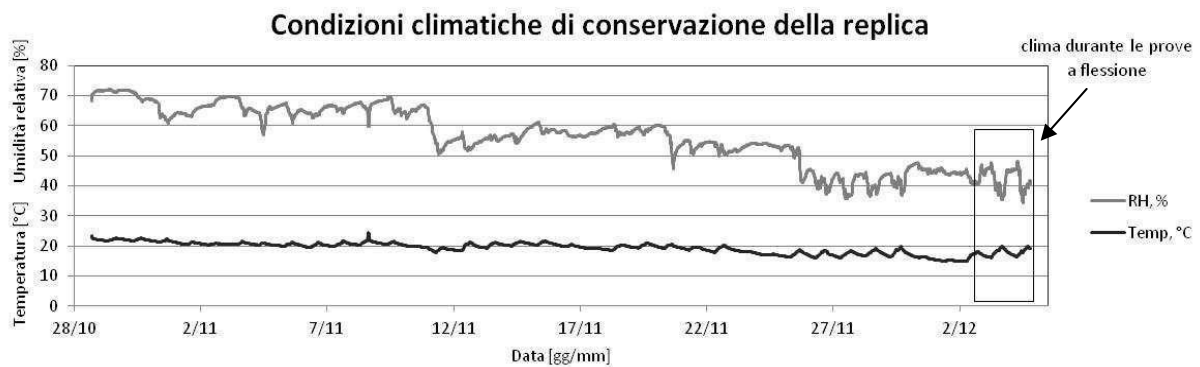
### 6.2.1.2. Replica strutturale: flessione per tre punti lungo linee corrispondenti alle traverse

Le prove a flessione per tre punti sono state effettuate lungo le tre linee coincidenti con le traverse (nella tavola 6.2 sono individuate con le lettere A, C ed E), utilizzando lo stesso sistema adottato per le prove sul tavolato originale; il carico massimo raggiunto è circa 200N. Differentemente dalla prova fatta sul tavolato originale, è stato possibile, grazie alla strumentazione di laboratorio descritta nel capitolo 4, rilevare i profili del tavolato lungo cinque linee di misura (individuate nella tavola 6.2 con le lettere A, B, C, D, ed E), dei quali si riportano nei grafici delle tabelle 6.7, 6.8, 6.9 le frecce di inflessione, durante le fasi di carico e scarico (tavola 6.3).

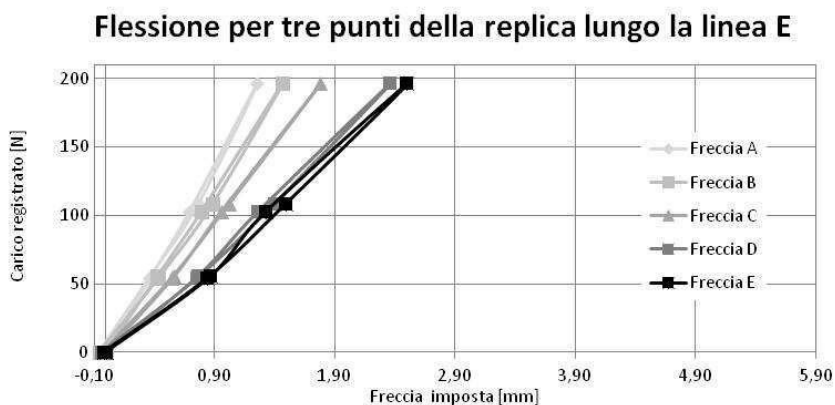
Le prove meccaniche sono state effettuate su di un tavolato non equilibrato a determinate condizioni climatiche: il simulacro è stato conservato in un clima molto variabile, del quale si riportano nel grafico 6.2 le registrazioni del mese precedente alle prove

meccaniche. Durante i giorni dedicati alle prove meccaniche si registrano giornaliere oscillazioni di umidità relativa da 35% a 45% e di temperatura da 20°C a 16°C.

Questi cicli di prove a flessione sono stati svolti in tempi piuttosto lunghi: ciascun valore di carico è stato mantenuto per 10-15minuti, tempo necessario per acquisire le misure dei profili sulle 5 linee di interesse. Durante questo tempo si registrano dei fenomeni di rilassamento che comportano una diminuzione della forza di reazione del tavolato. Il fenomeno di isteresi messo in evidenza nei grafici può essere causato da un comportamento viscoelastico e/o una deformazione irreversibile provocata dal carico di lunga durata. In questa sede ci si limita a constatare il suddetto comportamento, astenendosi da qualunque altro approfondimento, fuorviante ai fini del presente lavoro; per eventuali approfondimenti si rimanda a [36].



**Grafico 6.2.** Condizioni climatiche di conservazione della replica strutturale, monitorate per circa un mese prima delle prove a flessione.



durata della prova:  
105min

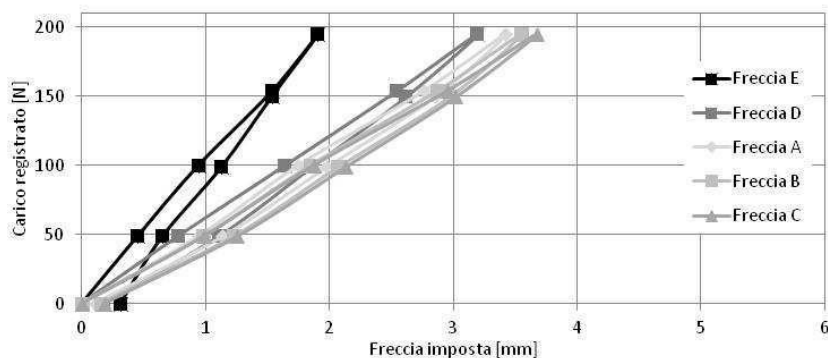
acquisizione a 50N,  
100N, 200N

Interasse:  $l = 960mm$

**Tabella 6.7.** Flessione a tre punti della replica strutturale, lungo la linea E (corrispondente alla traversa superiore): si riportano i dati carico/freccia raccolti nel corso della prova per cinque diverse linee orizzontali (A, B, C, D, E) e le caratteristiche della prova.



### Flessione per tre punti della replica lungo la linea C

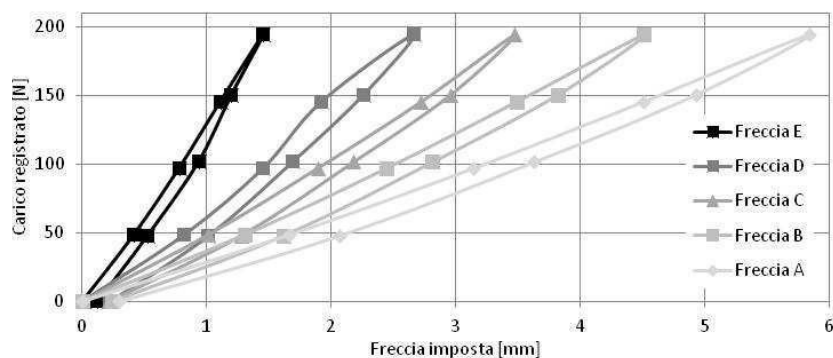


durata della prova: 135min  
acquisizione ogni 50N

Interasse:  $l = 1149mm$

**Tabella 6.8.** Flessione a tre punti della replica strutturale, lungo la linea C (corrispondente alla traversa centrale): si riportano i dati carico/freccia raccolti nel corso della prova per cinque diverse linee orizzontali (A, B, C, D, E) e le caratteristiche della prova.

### Flessione per tre punti della replica lungo la linea A



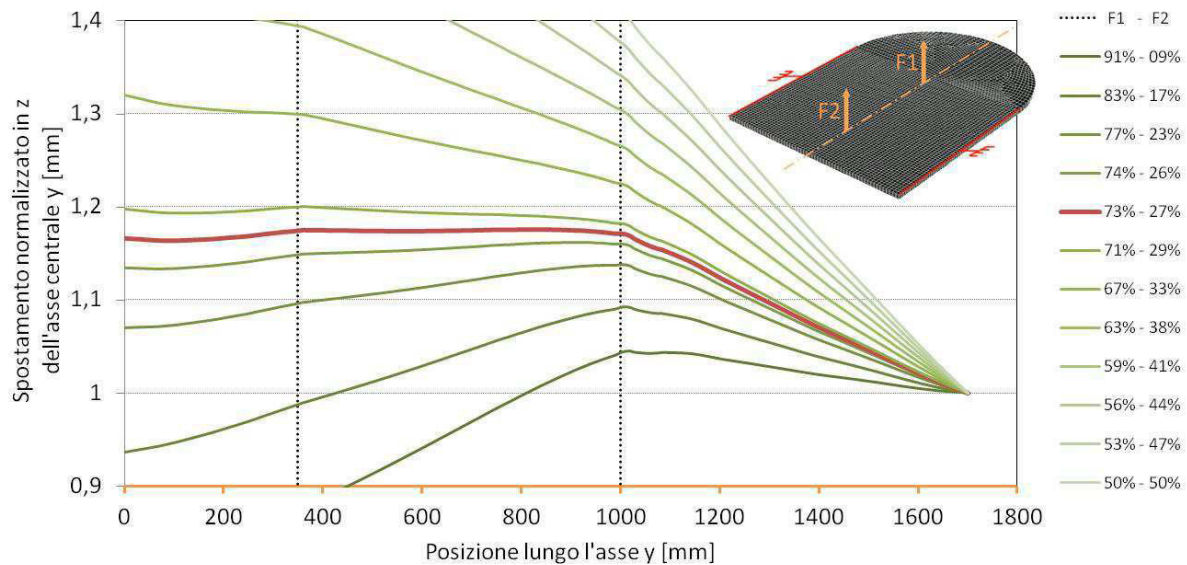
durata della prova: 135min  
acquisizione ogni 50N

Interasse:  $l = 1149mm$

**Tabella 6.9.** Flessione a tre punti della replica strutturale, lungo la linea A (corrispondente alla traversa inferiore): si riportano i dati carico/freccia raccolti nel corso della prova per cinque diverse linee orizzontali (A, B, C, D, E) e le caratteristiche della prova.

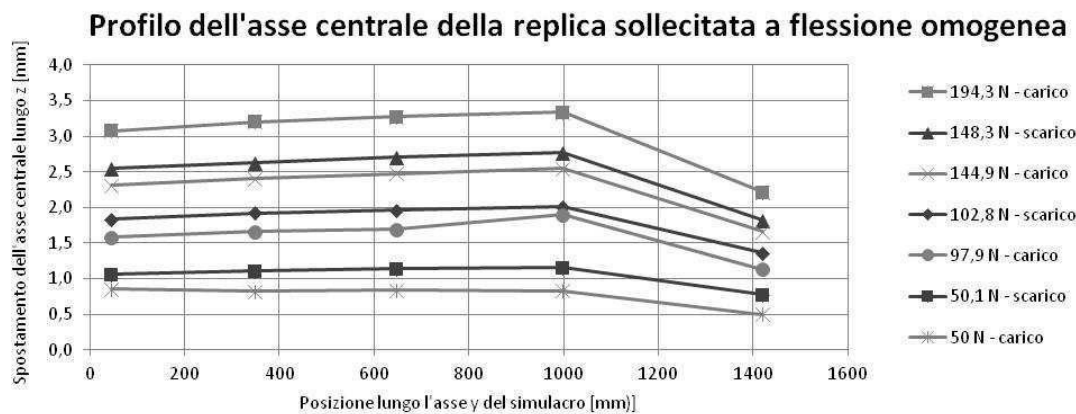
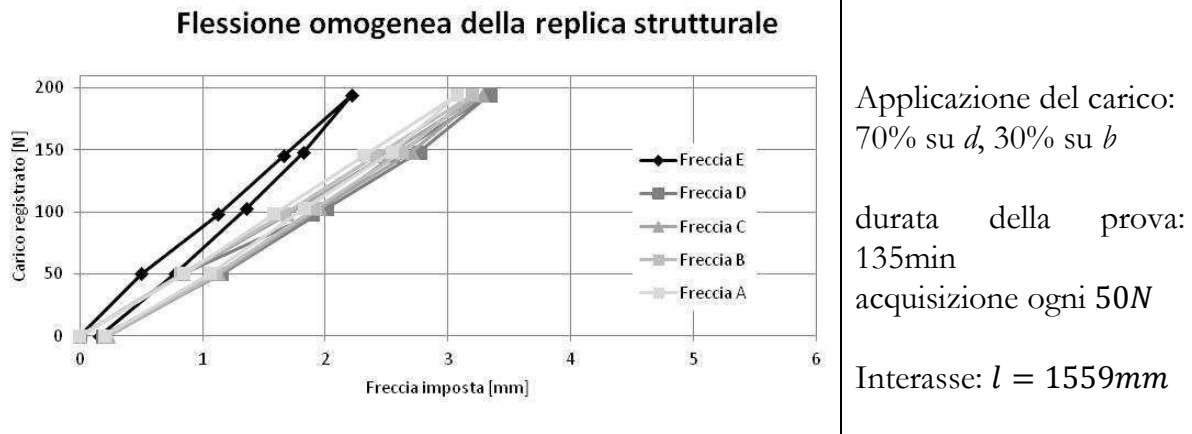
#### 6.2.1.3. Replica strutturale: flessione omogenea della lastra tramite due punti di ancoraggio e quattro appoggi

La prova in questione prevede l'applicazione del carico tramite due punti di ancoraggio al tavolato e quattro appoggi puntuali posizionati a due a due lungo le linee dell'applicazione del carico. Per realizzare questa prova è stato necessario individuare punti di ancoraggio tali per cui con una flessione fosse indotta una deformazione il più cilindrica possibile del tavolato. Tale questione è stata affrontata con un modello matematico che ha fornito la posizione dei punti di ancoraggio e la ripartizione della forza nei due punti: i due punti di applicazione del carico  $b$  e  $d$  sono localizzati al centro delle linee B e D (tavola 6.2) con una ripartizione della forza pari a 73% su D e 27% su B (grafico 6.3).



**Grafico 6.2.** Esplorazione tramite modello matematico di diverse ripartizioni di forze tra i due ancoraggi individuati per indurre una deformazione del tavolato il più possibile cilindrica. Ciascuna linea rappresenta il profilo dell'asse centrale y del tavolato indotto da una determinata ripartizione di forze.

Il modello matematico adottato non tiene conto delle disomogeneità di risposta del tavolato dovute alla presenza di difetti nel tavolato o all'orientamento delle singole tavole: il risultato che viene prodotto è coerente con un tavolato del tutto omogeneo, privo di discontinuità e disomogeneità. La previsione del modello potrebbe pertanto necessitare di una più raffinata regolazione nella pratica. Per questo motivo il sistema progettato per le prove a flessione tramite due punti di ancoraggio prevede la possibilità di regolare la distribuzione delle forze applicate, spostando lungo y la barra orizzontale di applicazione del carico. La procedura attuata per individuare la corretta distribuzione delle forze ai fini di una deformazione cilindrica prevede che sia esercitata una determinata forza a flessione sul simulacro e che siano misurati i profili all'altezza dei due ancoraggi. Dal confronto dei profili è possibile dedurre se e di quanto sia necessario spostare il punto di applicazione della forza e così variarne la distribuzione sul tavolato, fino a che, per approssimazioni successive, non si raggiungono delle misure di profilo sufficientemente simili tra loro. Grazie a questa regolazione manuale si è individuata una ripartizione del carico ottimale di 70% su  $d$  e 30% su  $b$ . Una volta verificata la corretta registrazione della distribuzione del carico tra i due ancoraggi, sono state effettuate le prove a flessione (tavola 6.3) di cui si riportano di seguito le acquisizioni.



**Tabella 6.8.** Flessione omogenea della replica strutturale, tramite due punti di ancoraggio e quattro appoggi a due a due allineati: si riportano i dati carico/freccia raccolti nel corso della prova per cinque diverse linee orizzontali (A, B, C, D, E); le caratteristiche della prova; e il profilo misurato lungo l'asse centrale  $y$ , durante la sollecitazione.

## 6.2.2. ELABORAZIONE DEI DATI TRAMITE MODELLAZIONE MATEMATICA

I dati raccolti sperimentalmente sono impiegati nel calcolo degli elementi finiti come comportamento target che il modello matematico deve simulare. È possibile riassumere il processo di elaborazione del modello secondo lo schema riportato in immagine 6.4, i cui parametri elencati sono inevitabilmente il risultato di una ponderata semplificazione della realtà. In dettaglio, si elencano di seguito le scelte operate per la descrizione del tavolato e della sua prova:

1. *Caratteristiche geometriche del tavolato.* Sia per il simulacro che per il dipinto originale è stato considerato un tavolato uniforme, omogeneo e costituito da un unico elemento. Si definiscono con esattezza la forma, le dimensioni e lo spessore del tavolato, ma si sceglie di non considerare la suddivisione in tavole/frammenti, né la presenza di incollaggi o cunei. Il tavolato è rappresentato privo di discontinuità: in questo modo si mira ad ottenere delle caratteristiche meccaniche che interessano l'intera struttura, come media ponderata di tutti gli elementi e discontinuità che la costituiscono. Nella descrizione della struttura della *Deposizione dalla Croce* è stato considerato uno spessore di 28mm per il supporto ligneo e 2mm per lo strato pittorico, per un totale di 30mm.

2. *Anisotropia del materiale.* Come conseguenza della scelta effettuata al punto 1., i diversi orientamenti delle tavole di cui è costituito il tavolato sono indistinguibili nella progettazione del modello. Alla luce di questo, per semplicità, si considera che l'anisotropia del materiale sia isotropica in direzione trasversale, ovvero si eguagliano i comportamenti a sollecitazione meccanica nelle due direzioni tangenziale e radiale.
3. *Localizzazione e descrizione dei vincoli.* I sostegni e i vincoli del tavolato, e gli appoggi del sistema di strumentazione sono descritti nel modello in modo accurato e fedele al reale; si adotta perciò un sistema di vincoli diverso in funzione della prova a flessione che si vuole simulare.
4. *Forza imposta.* È possibile testare l'elaborazione del modello inserendo come input un qualunque valore di forza. Ai fini della definizione delle caratteristiche meccaniche è opportuno inserire un valore di forza che sia compreso nel range di misura testato.
5. *Caratteristiche meccaniche del materiale.* Il comportamento meccanico di un materiale è descritto da modulo di Young  $E$ , modulo di scorrimento  $G$ , coefficiente di Poisson  $\nu$ , ciascuno espresso nelle tre direzioni fondamentali. Dal momento che il materiale definito nel modello, come spiegato al punto 2., è ortotropico radiale, si associano le componenti radiale e tangenziale in un'unica componente trasversale. Per praticità di lavoro sui dati, al fine di ridurre le variabili in input, si raccolgono i tre parametri in un'unica variabile, individuata in una la *densità virtuale*  $\rho$ . Questo è possibile grazie al rapporto individuato sperimentalmente da Guitard tra la densità e i tre parametri  $E$ ,  $G$  e  $\nu$  nelle tre direzioni fondamentali nel legno [37]; per le latifoglie sono state individuate le relazioni matematiche elencate in tabella 6.9.

$E_r = 1810 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,3}$ $R^2 = 0,933$	$E_t = 1030 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,74}$ $R^2 = 0,920$	$E_L = 14400 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,03}$ $R^2 = 0,917$
$G_{tL} = 971 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,26}$ $R^2 = 0,912$	$G_{Lr} = 1260 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,14}$ $R^2 = 0,900$	$G_{rt} = 366 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,74}$ $R^2 = 0,851$
$\nu_{tL} = \frac{E_T}{31200 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,09}}$ $R^2 = 0,805$	$\nu_{Lr} = \frac{E_L}{37300 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{0,913}}$ $R^2 = 0,727$	$\nu_{rt} = \frac{E_R}{2680 * \left(\frac{\rho}{0,65}\right)^{1,41}}$ $R^2 = 0,888$

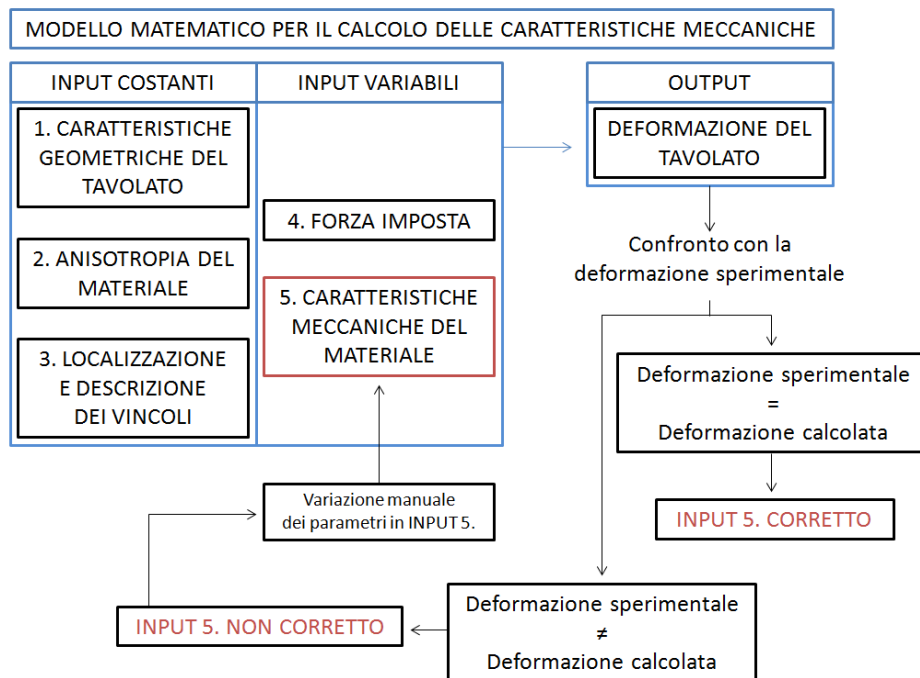
**Tabella 6.9.** Relazioni matematiche che legano le caratteristiche meccaniche del legno nelle varie direzioni alla densità. I valori numerici in grassetto sono i valori dei parametri corrispondenti a umidità 12% e densità 0,65g/cm<sup>3</sup>;  $E$ ,  $G$  e  $\nu$  sono espressi in MPa;  $\rho$  è espressa in g/cm<sup>3</sup>.

Si assume che le due direzioni trasversali (indicate con i pedici  $r$ ,  $t$ ) siano accorpate in un'unica direzione trasversale semplicemente effettuando una media matematica dei parametri calcolati in direzione radiale e tangenziale; in questo modo si caratterizza un materiale ortotropico radiale, le cui direzioni fondamentali sono la longitudinale (indicata con il pedice  $L$ ) e la trasversale (indicata con il pedice  $T$ ).

Servendosi di queste relazioni è sufficiente dunque variare il valore di  $\rho$  all'interno del modello per variare coerentemente tutti gli altri parametri.

Nel modello strutturato per la Deposizione dalla Croce sono state inserite anche le caratteristiche meccaniche dello strato pittorico, come materiale isotropico; come riferimento sono stati adottati i valori misurati da Mecklenburg [34] su strato pittorico nuovo, non invecchiato:  $E = 200 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,3 \text{ MPa}$ . È da tenere presente che tali valori sono relativi ad un materiale nuovo, non invecchiato: considerato che la pellicola pittorica con l'invecchiamento perde nel suo complesso di rigidità (a causa dell'infragilimento dovuto alla reticolazione delle vernici e a causa della formazione di cretti e discontinuità) si sovrastima l'effetto di irrigidimento sul tavolato da parte della pellicola pittorica.

Una volta inseriti questi dati, si simula la flessione e si ottiene come dato di output la deformazione del tavolato espressa come freccia di inflessione. In funzione del confronto con la freccia di inflessione ottenuta sperimentalmente si corregge per approssimazioni successive il valore di densità, finché non si ottiene una deformazione calcolata uguale alla deformazione misurata per via sperimentale. Il valore di  $\rho$  con il quale si simula una deformazione uguale a quella sperimentale, descrive le caratteristiche meccaniche proprie del materiale sollecitato.



**Immagine 6.4.** Rappresentazione schematica del processo compiuto dal modello matematico dedicato alla definizione delle caratteristiche meccaniche del tavolato sollecitato a flessione.

Per ciascuna tipologia di prova a flessione effettuata è stato calcolato il valore di densità virtuale utilizzando il carico massimo esercitato e la corrispondente freccia imposta per le tre linee di misura corrispondenti alle altezze delle tre traverse, chiamate nelle tabelle 6.10 e 6.11 “linea bassa”, “linea centrale” e “linea alta”. Osservando le tabelle 6.10 e 6.11, si trovano dei valori di densità virtuale diversi in funzione della posizione e della modalità secondo cui è stata imposta la flessione: questa variabilità è piuttosto contenuta nelle prove relative alla replica strutturale, mentre si manifesta in modo deciso nei valori di densità dell’opera originale. Benché la densità sia una caratteristica propria del materiale, svincolata dalla struttura, l’accentuata variabilità riscontrata nella *Deposizione dalla Croce* può essere attribuita all’inevitabile eterogeneità del materiale sottoposto a flessione, intrinseca nel legno stesso e accentuata dalla presenza di difetti, inserti, disomogeneità e diverso orientamento delle tavole: tutti fattori che incidono in percentuale diversa in funzione della linea sollecitata. In funzione degli obiettivi e degli impieghi delle caratteristiche meccaniche così calcolate, può risultare opportuno scegliere un determinato valore di umidità oppure considerare ciascun valore rappresentativo della zona sollecitata corrispondente.

Per individuare un criterio per scegliere un valore unico di densità virtuale che sia rappresentativo del comportamento complessivo di tutto il tavolato, ci si è basati sulle prove effettuate sulla replica strutturale: grazie ai due ancoraggi e alla calibrata ripartizione del carico che induce una risposta deformativa in tutto il tavolato, si considera che la flessione omogenea sia la prova che fornisce i dati più rappresentativi di un comportamento di insieme di tutto il tavolato. Nelle prove sulla replica strutturale perciò il valore di densità virtuale di  $0,32 \pm 0,01 \text{ g/cm}^3$  ricavato dalla flessione omogenea è considerabile con valore rappresentativo di tutto il tavolato. La prova a flessione per tre punti che ha fornito una densità virtuale che più si avvicina a tale valore è la prova effettuata lungo la linea centrale, pari a  $0,34 \text{ g/cm}^3$ .

Per la *Deposizione dalla Croce* pertanto si può considerare la prova lungo la linea centrale come la più rappresentativa del comportamento meccanico dell’intero tavolato tra le prove effettuate; il valore di densità virtuale corrispondente è  $0,25 \text{ g/cm}^3$ . Di seguito si riportano i parametri da essa deducibili tramite le relazioni di Guitard (tabella 6.9):

$$E_L = 5290 \pm 874 \text{ MPa},$$

$$E_T = 341 \pm 80 \text{ MPa},$$

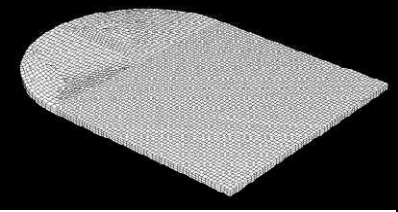
$$G_{LT} = 345 \pm 67 \text{ MPa},$$

$$G_T = 66 \pm 20 \text{ MPa},$$

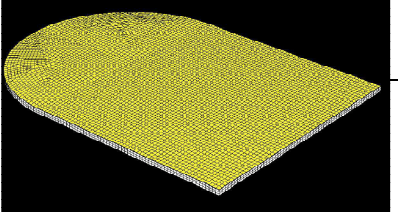
$$\nu_{LT} = 0,424 \pm 0,001 \text{ MPa},$$

$$\nu_T = 0,750 \pm 0,012 \text{ MPa},$$

Con  $E_T = (E_r + E_t)/2$   
 $G_{LT} = (G_{Lr} + G_{tL})/2$   
 $\nu_{TL} = (\nu_{rL} + \nu_{tL})/2$

REPLICA STRUTTURALE		FLESSIONE A 3 PUNTI ESERCITATA SU...			FLESSIONE OMOGENEA
		...linea bassa	...linea centrale	...linea alta	
	<i>Altezza dal basso (mm)</i>	45	647	1420	998-348
	<i>Forza (N)</i>	194,2	194,7	196,2	194,3 (70%-30%)
	<i>Interasse (mm)</i>	960	1150	1150	1159
<i>Densità virtuale (g/cm³) calcolata utilizzando il valore della...</i>	<i>...freccia lungo la linea bassa</i>	<b>0,38</b>	0,33	0,30	0,32
	<i>...freccia lungo la linea centrale</i>	0,32	<b>0,34</b>	0,34	0,32
	<i>...freccia lungo la linea alta</i>	0,42	0,27	<b>0,37</b>	0,30
	<i>Densità virtuale media (g/cm³)</i>	0,37 ±0,04	0,31 ±0,03	0,34 ±0,03	<b>0,32 ±0,01</b>

**Tabella 6.10.** Tabella riassuntiva dei valori di densità ottenuti con modellazione matematica dei dati raccolti tramite prove e a flessione sulla replica strutturale.

DEPOSIZIONE DALLA CROCE Anonimo Abruzzese		FLESSIONE A 3 PUNTI ESERCITATA SU...			FLESSIONE OMOGENEA
		...linea bassa	...linea centrale	...linea alta	
	<i>Altezza dal basso (mm)</i>	45	647	1420	/
	<i>Forza (N)</i>	101,2	101	101	/
	<i>Interasse (mm)</i>	1115	1125	940	/
<i>Densità virtuale (g/cm³) calcolata utilizzando il valore della...</i>	<i>...freccia lungo la linea bassa</i>	<b>0,34</b>			/
	<i>...freccia lungo la linea centrale</i>		<b>0,25</b>		/
	<i>...freccia lungo la linea alta</i>			<b>0,28</b>	/
	<i>Densità virtuale media (g/cm³)</i>	0,29±0,04			/

**Tabella 6.11.** Tabella riassuntiva dei valori di densità ottenuti con modellazione matematica dei dati raccolti tramite prove e a flessione sulla Deposizione dalla Croce di Anonimo Abruzzese XVI sec. In questa modellazione è considerato l'effetto di irrigidimento della pellicola pittorica.