

Università degli Studi di Firenze - Dipartimento di Architettura: Disegno, Storia, Progetto
Dottorato di Ricerca in *Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente* - Settore disciplinare ICAR 17

Tesi di Dottorato di Ricerca D.P.R. 11/7/1980 - Ciclo XXVI - Gennaio 2013

Stefano Giannetti

Analisi sistemica di un processo creativo medievale
Il Duomo di Sansepolcro e San Francesco ad Arezzo



Scuola Nazionale di Dottorato in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo

Copyright Dipartimento di Architettura: Disegno, Storia, Progetto - Sezione Architettura e Disegno, Firenze 2012

Tutti i diritti sono riservati:

nessuna parte di questa pubblicazione può essere riprodotta in alcun modo (comprese fotocopie e microfilms) senza il permesso scritto del dottorando di ricerca in "Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente".

Scuola Nazionale di Dottorato III ciclo - 2012/2014

in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo

Sede centrale di coordinamento

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

Direttore

Cesare Cundari

Sedi consorziate

Politecnico di Bari

Università di Catania - Siracusa

Università degli studi "G. D'Annunzio" Chieti - Pescara

Università degli Studi di Firenze

Università degli Studi di Palermo

Università Mediterranea di Reggio Calabria

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

Università degli Studi di Firenze

Dottorato di Ricerca in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente

XXVI ciclo - Settore disciplinare ICAR 17

Coordinatore 2011-2013

Marco Bini

Coordinatore 2014

Maria Teresa Bartoli

Collegio del Dottorato

Giovanni Anzani, Barbara Aterini, Maria Teresa Bartoli, Stefano Bertocci, Marco Bini, Marco Cardini,

Giancarlo Cataldi, Giuseppe Conti, Roberto Corazzi, Carmela Crescenzi, Fauzia Farneti, Marco Jaff,

Cecilia Luschi, Emma Mandelli, Alessandro Merlo, Paola Puma, Marcello Scalzo, Giorgio Verdiani.

<i>Dottorando</i> Stefano Giannetti	<i>Coordinatore del Dottorato 2014</i> Maria Teresa Bartoli
<i>Tutor</i> Maria Teresa Bartoli	
<i>Co-Tutor</i>	
	data

Indice

Introduzione	7	Articolazione sufficiente: topologia dell'architettura medievale	75
<i>Definizione del campo di ricerca</i>	9	<i>Ragione e società</i>	
<i>Tre premesse</i>		Prima citazione	
Storiografia	10	Seconda citazione	
Processi cognitivi e percezione della forma	14	Terza citazione	
Disegno dell'Architettura	15	<i>L'articolazione delle lunghezze: gli algoritmi</i>	
Limiti: l'epistemologia	17	La facciata del Duomo di Sansepolcro	
		La sezione delle campate della prima fase di Santa Maria Novella	
		La sezione del presbiterio di San Francesco ad Arezzo	
L'architettura medievale: le applicazioni	21	<i>L'articolazione delle aree: le equazioni</i>	
Due edifici ed un disegno	23	Santa Maria Novella e San Francesco ad Arezzo	
Il rilievo del Duomo di Sansepolcro		Il Duomo di Sansepolcro	
Il disegno di progetto di San Francesco ad Arezzo		Le piante del monastero e dei conventi	
Il rilievo di San Francesco ad Arezzo		Prime conclusioni	
Sansepolcro: un'applicazione omogenea del processo creativo medievale	33	Cogenza deduttiva	89
Da Badia a Borgo: l'omogeneità cronologica		<i>Ragione e società</i>	
Le vicende costruttive del Duomo di Sansepolcro		Prima citazione	
San Francesco ad Arezzo: un importante documento	44	Seconda citazione	
Il disegno di progetto		Terza citazione	
Tra i disegni architettonici più antichi		Quarta citazione	
		<i>In medio ecclesiae: la posizione del tramezzo</i>	
		Il ponte di Santa Maria Novella e il tramezzo francescano	
		Il pergolo di Sansepolcro	
		<i>Forma Urbis</i>	
		Prime conclusioni: deduzioni necessarie	
Lineamenti di topologia del processo creativo medievale	53		
Premessa	55		
Enumerazione sufficiente: le invarianti quantitative	57	Conclusioni	105
<i>Ragione e società</i>		Modello, topologia, disegno	107
Prima citazione		L'approccio sistemico e l'architettura	109
Seconda citazione			
Terza citazione			
Quarta citazione			
Quinta citazione			
<i>Le relazioni delle misure lineari</i>		BIBLIOGRAFIA	113
Il Duomo di Sansepolcro			
Gli studi su Santa Maria Novella a Firenze			
Il disegno di San Francesco ad Arezzo			
<i>Le relazioni delle misure di superficie</i>		Tavole	117
La tavola e lo stavore di Sansepolcro			
Santa Maria Novella a Firenze e il disegno di San Francesco ad Arezzo		Abstract	145
Prime conclusioni			

Introduzione

Definizione del campo di ricerca

[...] i paradigmi potrebbero determinare la scienza normale, senza che si renda necessario l'intervento di regole scopribili. Cercherò ora di accrescere sia la chiarezza sia l'importanza di questa affermazione, sottolineando alcune delle ragioni che ci inducono a credere che i paradigmi di fatto operano in questa maniera. La prima ragione, che è già stata discussa abbastanza ampiamente, è data dalla grande difficoltà di scoprire le regole che hanno guidato le particolari tradizioni della scienza normale. Tale difficoltà è molto simile a quella incontrata dal filosofo quando cerca di dire che cosa hanno in comune tutti i giochi. La seconda ragione, di cui la prima è semplicemente un corollario, affonda le ragioni nella natura dell'educazione scientifica. Dovrebbe ormai essere evidente che gli scienziati non imparano mai concetti, leggi e teorie in astratto e per se stesse. Al contrario, questi strumenti intellettuali si manifestano fin dall'inizio come un complesso storicamente e pedagogicamente anteriore che li fa conoscere assieme e attraverso le loro applicazioni.¹

Thomas S. Kuhn

¹ KUHN 1970

Tre premesse

Prima premessa. La presente ricerca, pur essendo una ricerca che ha come oggetto i manufatti architettonici, mira ad analizzare i processi cognitivi (creativi e percettivi) che li hanno generati. Questi, in quanto anch'essi manifestazioni dell'intelletto umano, a parere dello scrivente, comportano la stessa necessità di essere scoperti e valorizzati di quanto sia necessario fare per il risultato finale.

Seconda premessa. La presente ricerca è di natura prettamente epistemologica (come tutte le ricerche afferenti al campo del Disegno dell'Architettura lo sono per la Disciplina architettonica in generale). In particolare, questo tipo di ricerca può essere inserita nel più grande alveo della *storia della scienza* (o storia delle scienze), poiché vengono adoperati strumenti e metodi propri di una data disciplina al fine di indagare la natura della stessa: le sue origini e le origini degli stessi strumenti e metodi. Perciò, al metodo scientifico proprio, si affianca una metodica² auto-poietica tipica dell'epistemologia.

Terza premessa. La presente ricerca, data la seconda premessa, porta con sé il *paradosso della complessità* proprio dell'epistemologia. In quest'ottica, va letto lo stralcio di Kuhn citato all'inizio di questo capitolo, nel quale, più che in ogni altro, a parere dello scrivente, l'autore sottolinea la natura *complessa* del concetto di paradigma. Per affrontare questo paradosso la presente ricerca fa propria la metodica dell'approccio sistemico.

Ciascuna scienza non ha altro significato se non quello di quadro schematizzato della realtà, nel senso che un certo costrutto concettuale è inequivocabilmente

² Il termine *metodica*, viene qui utilizzato nel suo significato epistemologico, sottolineando la distinzione dal concetto di metodo. La metodica è il modo in cui si utilizza il metodo scientifico proprio di una data scienza. Questa può essere condivisa da scienze diverse che utilizzano metodi diversi

correlato a certe caratteristiche d'ordine nella realtà; nello stesso identico modo il progetto di un palazzo non è il palazzo stesso, né lo rappresenta in ogni particolare (e si tratta di particolari come la disposizione dei mattoni e le forze che li tengono insieme), ma, ciò nondimeno, una corrispondenza inequivoca esiste tra il disegno tracciato sulla carta e la costruzione reale di pietra, di ferro e di legno. Non si intende affatto sollevare il problema della "verità" ultima, e cioè il problema di quanto corretto, o bisognoso di correzioni, oppure capace di subirne, sia il piano della realtà così com'è tracciato dalla scienza; né si solleva l'analogo problema vertente sul fatto che la struttura della realtà sia o no espressa da un singolo progetto — e cioè, dal sistema della scienza umana. È presumibile che siano possibili, se non necessarie, delle rappresentazioni differenti — così com'è privo di senso il chiederci se sia più "corretta" una proiezione centrale o una parallela, una sezione orizzontale o una verticale. (BERTALANFFY 1969)

Questo approccio come illustrato da von Bertalanffy, parte dal noto presupposto *costruttivista* per cui la realtà è più complessa di qualsiasi schematizzazione che la scienza possa operare per comprenderla e che solo il quadro di insieme può avvicinarci maggiormente alla verità³.

Chiariti strumenti, metodi e paradigma, a questo punto l'utilizzo dell'approccio sistemico (che interpella diverse discipline) richiede una definizione del campo di ricerca dentro il quale lo studio intende muoversi. Come qualsiasi campo geometrico, anche il campo di ricerca può essere identificato dai confini che lo contengono. Questa delimitazione è al tempo stesso descrizione e contenuto. Descrizione in quanto traccia i confini dell'area, contenuto perché le discipline rappresentano di volta in volta il campo d'azione in modo differente.

I confini sono gerarchicamente organizzati. Le pareti della scatola sono due scienze importanti per comprendere il processo creativo medievale: la psicologia da un lato e la storiografia dall'altro. Queste possono essere lette in chiave umanistica e in chiave scientifica. La base, infine, che

³ Per verità, come nella citazione sopra riportata, non si intende la verità assoluta, definita da Bertalanffy verità ultima, ma la verità scientifica.

sostiene il campo di ricerca "sub-stanzandone" i processi logici è il Disegno dell'architettura. Il "coperchio" ovvero la forza di gravità che permette di sviluppare la ricerca rimanendo dentro questo campo è l'architettura in quanto disciplina ovvero la ricerca epistemologica sulla disciplina architettonica.

Questo primo capitolo ha la precisa finalità di descrivere accuratamente e singolarmente questi confini e isolare per ogni disciplina gli strumenti e i metodi adoperati.

Storiografia

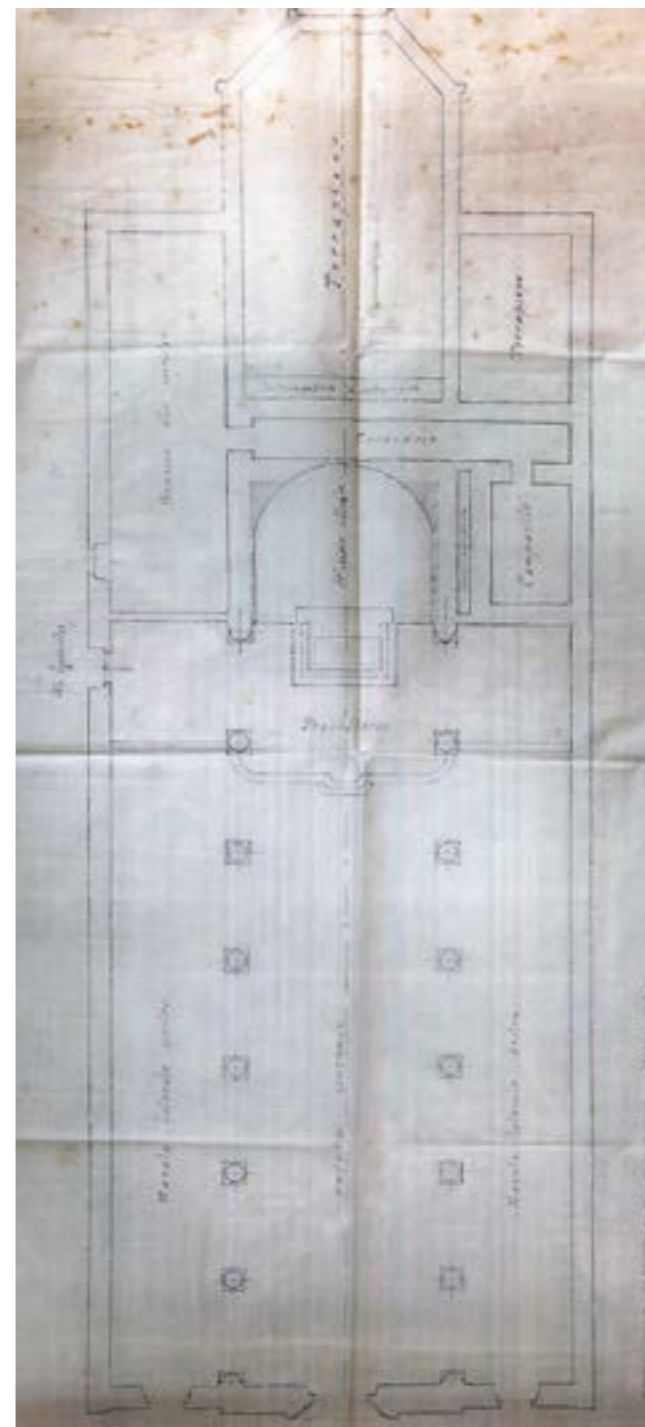
Negli ultimi decenni si è tentato spesso di dare una descrizione organica non solo dell'architettura storica, ma anche dell'approccio allo studio della stessa.

La scienza di base che si è occupata dell'architettura storica (dal XIV secolo in particolare) è stata la storiografia; o meglio, gli strumenti utilizzati per la comprensione e la descrizione dei manufatti architettonici negli ultimi secoli sono stati prevalentemente quelli storiografici.

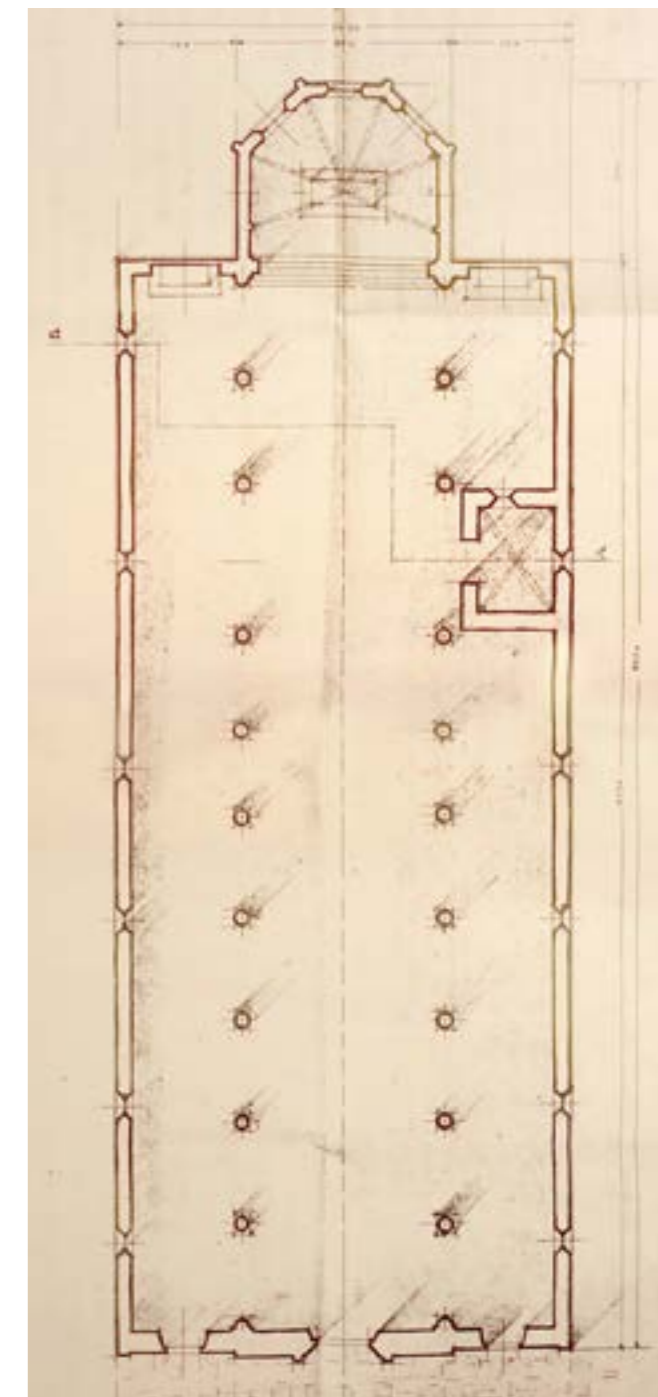
Parallelamente a questa tendenza è sempre sopravvissuta, ed a volte è riemersa, un'altra lettura critica dell'architettura storica che utilizzava gli strumenti propri dell'approccio compositivo. Questo approccio, nelle varie pieghe storiche, è stato rappresentato di volta in volta da personaggi differenti, ma quasi sempre i promotori sono stati gli architetti. Questi, con le differenze culturali proprie delle varie epoche, hanno riutilizzato i propri strumenti conoscitivi e compositivi per offrire chiavi di lettura differenti, molto spesso in contrasto con le tesi storiografiche, dei manufatti architettonici.

Vittorio Ugo condensa questa distinzione nella descrizione dei concetti di "stile" e "monumento".

Al suo [del monumento, *nda*] "valore storico" e paradigmatico è infatti istituzionalmente demandato il superamento di ogni contingenza e di ogni accidentalità epocale. Del monumento, lo storico è inoltre chiamato a dare una descrizione "intrinseca", relativa cioè alla sua specificità, al suo intimo, alla sua essenzialità, a quel "com'è fatta quest'opera" che nell'illustrare il tema generale abbiamo visto essere la questione fondamentale di una gnoseologia dell'architettura e del suo apprezzamento estetico.



1/ Rilievo degli anni Trenta del Novecento del Duomo di Sansepolcro. Non firmato né datato, è stato attribuito dalla Pincelli all'Ing. Ettore Gabrielli (PINCELLI 2012)



2/ "Ripristino del Duomo di Sansepolcro", firmato dall'Arch. Vittorio Paron. Il disegno viene definito dalla Pincelli come "uno studio che ipotizza l'antica conformazione della cattedrale" (PINCELLI 2012). Databile nei primi decenni del Novecento.

In ogni caso, questa è in fondo l'unica autentica domanda che si pone l'architetto, perché è la domanda simmetrica che egli si pone quando progetta: "come posso fare l'opera che mi è stata commissionata?". Quella sul "come" e sulla "modalità" (che include ovviamente quella sul "perché") è insomma l'unica domanda pertinente e l'unica che connette la storia al progetto, all'interpretazione e alla critica, anziché al racconto o alla narrazione. [...]

Gli stili non sono "cose", come i monumenti; ma neppure semplici insiemi di cose, di misure, di rapporti o di figure; essi sono invece insiemi di qualità e di modi d'essere della materia, degli oggetti, dei processi produttivi, del pensiero loro sotteso, del gusto... corrispondenti ad un paradigma codificato, sintetizzati in esso e ben identificabili nella fisicità delle cose. Gli stili sono stati intesi da generazioni di accademici e di storici dell'architettura, soprattutto dei due secoli scorsi, come etichette classificatorie per gli statuti cronologici e formali delle opere di architettura (e non solo di essa), come parametri che consentissero di inserirle in appositi capitoli o categorie.[...] (UGO 2008)

La distinzione di approcci, così come permea dalle parole di Ugo, passa dalla definizione di "insiemi di cose" ed "insiemi di qualità".

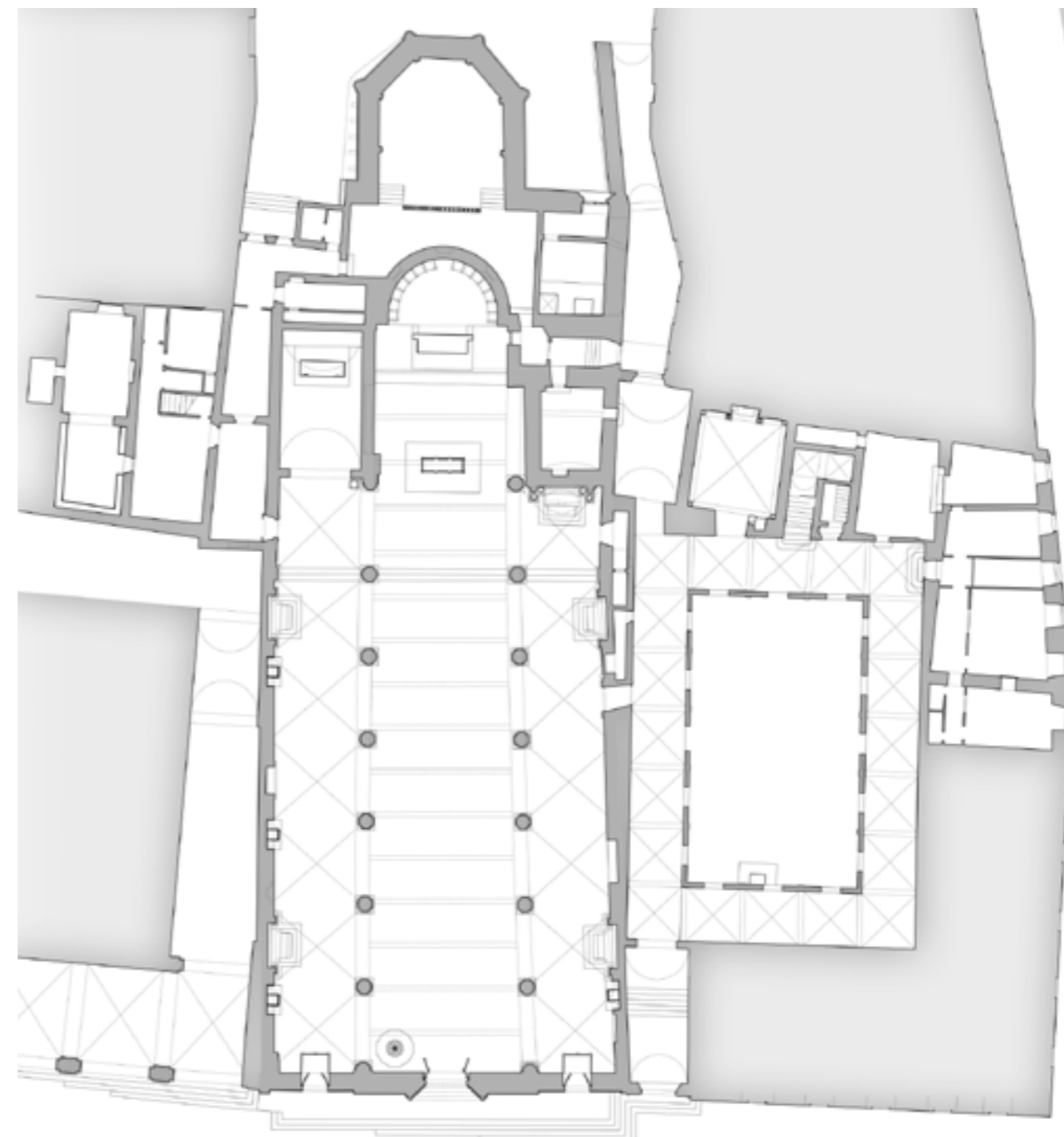
Secondo questa dicotomia i due approcci accennati all'inizio del paragrafo, possono essere distinti in:

1. Ricerca delle relazioni tra entità isolate: le "cose". Questo approccio predilige l'analisi degli elementi superficiali dell'architettura storica. Il termine superficiale, usato nel senso etimologico, sta ad indicare quell'approccio che ricerca le similitudini tra gli elementi decorativi; tra questi e l'edificio; tra l'edificio ed edifici coevi. Poiché queste similitudini, per essere instaurate, hanno bisogno di un contesto cronologico e geografico coerente, gli strumenti privilegiati per creare questa coerenza sono quelli storiografici e la metodologia generale è di tipo analitico classico. Attraverso questo metodo, negli anni, è stato possibile individuare molti elementi utili alla collocazione storica

e contestuale dell'edificio e dei suoi artefici: la fattura di un capitello, il materiale usato per una parasta, la struttura portante in sé (muratura a sacco, muratura continua in mattoni, pilastri polistili o colonne, ecc.) e la struttura portante dell'edificio in generale (muratura portante continua o muratura ad elementi portanti puntuali, soffitto a capriate o a volte). Lo strumento grafico maggiormente utilizzato da questo approccio è la fotografia. Poiché questo approccio necessita di una frammentazione degli elementi superficiali dell'architettura, questo può essere definito come "ricerca delle analogie".

2. Ricerca delle relazioni tra entità che appartengono ad un sistema: le "qualità". Questo secondo approccio sottintende, come da definizione, uno sguardo differente nei confronti dell'architettura (non solo storica). Il manufatto architettonico non è solo una somma di elementi realizzati dalla capacità diffusa di una tradizione costruttiva, ma è il frutto di un pensiero (non per forza concentrato nella mente di un singolo) che ha dovuto governare lo spazio (e le sue leggi) per dare forma a quel manufatto. La finalità del governo dello spazio può essere raggiunta solo con i metodi propri della geometria e della matematica. Questi metodi, per loro stessa natura, creano una rete di relazioni tra gli elementi architettonici all'interno del manufatto, costituendo, di fatto, gli "insiemi di qualità" di cui parla Ugo. Poiché la ricerca di queste relazioni richiede un maggiore grado di profondità, e strumenti più sofisticati, l'approccio come descritto sopra può essere definito della "ricerca delle omologie".

Questa distinzione, non prettamente storiografica, ma più che altro epistemologica, lungi dall'essere esaustiva, vuole suggerire una diversa descrizione sintetica della metodica utilizzata dagli storici dell'architettura.



3/ Rilievo del Duomo di Sansepolcro realizzato dall'autore del presente studio. Da notare la marcata convergenza dei muri longitudinali della chiesa, ignorata dai rilievi-progetti novecenteschi mostrati in precedenza.

Processi cognitivi e percezione della forma

Nel corso del XX secolo, a partire dalla psicologia della *Gestalt*, molti studi sulla neurofisiologia hanno dimostrato alcuni comportamenti basilari della mente umana. Questi comportamenti sono stati ottenuti fondamentalmente in due modi: analizzando le risposte di esseri umani e di esseri viventi a determinati stimoli (approccio dei primi decenni del XX secolo); simulando, attraverso le prime macchine cibernetiche, i comportamenti della mente di un essere vivente stimolata visivamente e acusticamente (approccio costruttivista della seconda metà del XX secolo). Entrambi i metodi hanno portato alla conoscenza, non tanto della fisiologia della mente (oggetto di studi più recenti, indagata con strumenti sempre più sofisticati), ma più che altro del suo comportamento.

Poiché questi studi si sono fermati all'osservazione del comportamento, i risultati ottenuti sono riconosciuti tuttora validi e sono divenuti la base per elaborare metodologie di terapia all'interno dell'approccio sistemico in psicologia. Tra questi studi, basilari sono quelli elaborati da Von Foerster. Attraverso la costruzione di macchine elettroniche, l'équipe di ricerca ha elaborato reti che simulavano il comportamento della rete neurale di fronte ad alcuni stimoli luminosi ed uditivi.

L'insieme di osservazioni che interessano maggiormente questa ricerca sono quelle circa la percezione della forma:

Spero che questi pochi esempi [analisi del comportamento di una macchina che simula la percezione umana, nda] abbiano chiarito a sufficienza che se si determina lo schema di interazione o la logica della contiguità tipica di alcuni elementi, e questo schema si ripete periodicamente su un intero livello di elementi, questo livello estrarrà una particolare proprietà della struttura dello stimolo che ad esso perviene, per esempio il 'margine', indipendentemente da altre circostanze accidentali presenti nella struttura, quali ad esempio i movimenti, le dimensioni, l'intensità dello stimolo e così via. Si potrebbe dunque affermare che ciascuno di questi livelli computa un'invariante, oppure effettua un'astrazione, oppure seleziona una certa proprietà. Di qui, il termine 'filtro selezionatore di proprietà', frequentemente utilizzato in riferimento

a reti di questo genere.

Le reti così descritte, viene dimostrato dallo stesso Von Foerster, possono facilmente ricercare proprietà all'interno delle percezioni. Queste proprietà sono spesso geometriche. Questa coerenza tra la mente e la geometria è spiegata attraverso la "teoria dei gruppi":

La branca della matematica che indaga le varie possibilità di simmetria e periodicità in spazi di dimensioni arbitrarie si chiama teoria dei gruppi. Il gruppo viene definito come quell'insieme di operazioni che trasforma una figura geometrica in se stessa. Un triangolo equilatero, per esempio, viene detto invariante rispetto al gruppo delle rotazioni di 120°. Una freccia è invariante solo rispetto al gruppo delle rotazioni di 360°.

Ecco dunque che il postulato dell'invarianza di una certa configurazione definisce un gruppo di operazioni che, a loro volta, forniscono informazioni sufficienti a determinare in modo univoco lo schema di connessione tra elementi contigui in reti di dimensioni arbitrarie.

Immaginiamo per il momento di costruire una rete che non sia solo periodica, ma in ogni istante successivo estragga anche dal proprio campo di stimolazione determinate relazioni di simmetria. Potrei aggiungere che esistono convincenti dimostrazioni neurofisiologiche del fatto che reti di questo genere esistono nel sistema visivo, e soprattutto in quello auditivo. Si immagini adesso di sottoporre questa rete ad uno stimolo che esibisca esattamente la stessa simmetria, non in un punto soltanto, ma in tutto il campo di stimolazione. Evidentemente l'intera rete risponderà in ogni suo punto; entrerà per così dire, in 'risonanza', e l'intero apparato sensorio verrà inondato di attività riferita a informazioni riguardanti questa specifica struttura.

Quindi è plausibile pensare che la nostra rete neurale si sia conformata nel tempo in modo tale da estrapolare determinate relazioni tra elementi contigui nello spazio. La

stimolazione della rete con un insieme di elementi aventi la stessa struttura di relazioni fa entrare in "risonanza" la rete stessa che ritrova in ogni elemento contiguo e in ogni punto non solo l'elemento, ma la relazione con gli elementi contigui.

Von Foerster porta come esempio la simmetria, affermando che poiché la natura è conformata simmetricamente, le reti neurali, molto probabilmente, entrano facilmente in risonanza con l'invarianza della simmetria.

Sono convinto che questo spieghi come mai fin dall'antichità l'uomo abbia abbellito le proprie realizzazioni con ornamenti e mosaici, e come mai la tessitura di motivi complicati costituisca uno dei primi prodotti umani nel campo della realizzazione di concetti matematici. Mi azzarderei addirittura ad affermare che il piacere quasi fisico da noi provato di fronte a certi stimoli caratterizzati da una estrema ridondanza non sia soltanto alla radice dei nostri giudizi estetici, ma sia in realtà un fattore intrinseco nella pre-strutturalizzazione del nostro sistema nervoso.

Questa analisi fa intuire che l'esistenza di invarianti, che possiamo definire percettive, regola inevitabilmente la nostra lettura dello spazio. Ma se lo stimolo provenisse non da un elemento naturale, ma piuttosto da un manufatto, allora per forza di cose si creerebbe una "risonanza" tra lo stimolo e la percezione. E questa "risonanza" sarebbe legata all'esistenza di gruppi di operazioni che sia la mente creativa sia la mente percettiva compiono di fronte allo stesso oggetto.

In ambedue i campi, quello delle arti figurative e quello musicale, l'attività creativa, che generalmente viene definita 'classica', è principalmente un esercizio di esplorazione di canoni accettabili, ossia di regolarità strutturali, che facciano entrare in 'risonanza' alcuni dei nostri 'rivelatori di configurazioni' innati. Ciò non esclude un apprezzamento dovuto all'apprendimento poiché ciò che è passibile di apprendimento deve essere già presente come potenzialità strutturale. [...]

Questi studi, che altro non sono che il tentativo di spiegazione della percezione estetica di una cultura, son utili

al presente studio in quanto mostrano la complessità che si può celare dietro al tentativo di comprensione di un manufatto. Per la comprensione della natura dell'oggetto stimolante, difatti, è necessaria la comprensione delle invarianti percettive messe in gioco da quello stesso oggetto. E se è vero che esistono una lunga serie di invarianti che sono rimaste più o meno intatte nella storia, ne esistono altre proprie di una determinata cultura, che nel tempo possono essere scomparse e senza le quali, la "risonanza" tra il nostro sistema percettivo e il manufatto stimolante potrebbe essere parziale.

Disegno dell'Architettura

"In primo luogo abbiamo le analogie — e cioè superficiali similitudini tra fenomeni, similitudini che non trovano corrispondenze reciproche né nei loro



4/ "Certi antropologi si imbarcarono un giorno in una tribù che usava una lingua ignota e dei simboli altrettanto ignoti. I due simboli qui raffigurati venivano chiamati dagli indigeni 'Ooboo' e 'Itratzky'. Sorge allora la domanda: quale dei due è Ooboo, e quale Itratzky? Il fatto sconcertante è che chiunque sa dare una risposta." (FOERSTER 1987).

Questo esempio è utilizzato da Von Foerster per dimostrare l'esistenza di invarianti percettive eterosensoriali innate.

fattori causali né nelle loro leggi di maggior rilievo. [...] A un secondo livello troviamo le omologie, che si presentano quando i fattori efficienti sono differenti mentre le rispettive leggi sono formalmente identiche. Queste omologie hanno un'importanza particolare nei confronti dei modelli concettuali impiegati nelle scienze. Esse vengono assai spesso applicate in fisica: ne sono esempi il fatto di considerare il flusso di calore come flusso di una sostanza termica, il fatto di paragonare il flusso elettrico al flusso di un fluido e, in generale, il fatto di trasferire sui potenziali elettrici, chimici, ecc. [...] Le analogie sono scientificamente prive di valore alcuno. Le omologie, al contrario, forniscono spesso modelli validi, e sono pertanto applicate, e largamente, in fisica. Analogamente, la teoria generale dei sistemi può essere utile come dispositivo regolatore atto a distinguere le analogie dalle omologie. (BERTALANFFY 1969)

Von Bertalanffy sembra attribuire maggiore scientificità alla ricerca delle omologie. Questa "scientificità" si può attribuire al necessario utilizzo di scienze "esatte" nella costruzione di omologie.

La lettura del biologo è coerente con quanto definito nel precedente paragrafo: le omologie possono essere create attraverso l'utilizzo di strumenti e metodi propri della matematica e della geometria.

Tornando per un momento alla definizione dei processi cognitivi data in precedenza, Von Foester prosegue affermando che il cervello, selezionate le invarianti percettive, costruisce una serie di mappature topologiche del contesto nel quale è inserito:

Di mappatura topologica parliamo ogni qual volta è possibile stabilire una corrispondenza biunivoca tra, mettiamo, un 'oggetto' e la sua 'immagine', anche se non è assolutamente necessario che l'immagine assomigli all'oggetto in modo evidente. Tutte le carte geografiche, per esempio, sono mappature topologiche di determinate caratteristiche della superficie terrestre, e mappature topologiche sono tutte le proiezioni [...]. (FOERSTER 1987)

Una definizione utile e sintetica di topologia, coerente con la definizione che ne dà la neurofisiologia è la seguente:

[...] topology deals with geometric properties which are dependent only upon the relative positions of the components of figures and not upon such concepts as length, size, and magnitude (CROOM 1978)

A partire da questa definizione, negli ultimi anni, il concetto di topologia è stato trasposto anche nel campo del Disegno di architettura, in particolare nella definizione di modello digitale tridimensionale.

Da un punto di vista operativo, infatti, la definizione di un modello digitale tridimensionale passa attraverso la determinazione di tre caratteristiche: - la geometria: cioè la descrizione delle coordinate dei vertici; - la topologia: cioè la descrizione delle relazioni di connessione tra componenti geometriche; - la fotometria: cioè la descrizione di colori, normali, texture. La necessità di definire queste caratteristiche, se da un lato qualifica il modello come soggetto spaziale, dall'altro ne stabilisce le condizioni esistenziali e determina le scelte operative di base per la sua costituzione.

Questo testo di Gaiani è inserito in un libro di riflessioni sul disegno (MIGLIARI 2004). Nel testo, realizzato a più mani, viene sfruttato il periodo storico di profonda perturbazione del concetto di disegno, creato dall'ingresso degli strumenti informatici, per far emergere un nuovo paradigma di interpretazione del disegno stesso:

Oggi non ha più senso distinguere tra disegno artistico, disegno tecnico, tavola costruita con i codici della Geometria descrittiva, disegno automatico, modello informatico e modello fisico: poiché tutte queste diverse rappresentazioni sono in grado di dialogare l'una con l'altra e, anzi, di trasformarsi l'una nell'altra; è chiaro, finalmente, che si tratta di diversi aspetti o epifanie del Modello. Il Modello non è altro che l'idea che il progettista vuole realizzare, oppure è la forma che il rilevatore ha compreso o crede di comprendere studiando un monumento antico.

Dicevo che le diverse rappresentazioni del Modello si trasformano l'una nell'altra: è vero, ma è vero che in ogni trasformazione qualcosa si aggiunge, qualcosa si perde, e che la rappresentazione più vicina al Modello è la somma di tutte. (MIGLIARI 2004)

Questo passaggio, associata la natura del disegno come Modello, ha il pregio di estendere lo stesso concetto anche all'interpretazione dell'architettura storica. Tuttavia, per raggiungere questo intento, demandando ai successivi testi l'approfondimento del concetto, risolve nell'indecisione tra "comprensione" o "presunta comprensione" del rilevatore la profonda diversità esistente tra la descrizione di un modello diretto e quella di un modello inverso.

A questo punto è necessario fare un passo indietro e provare a dare una definizione più generale del concetto di modello.

Un modello generico può essere definito come un insieme di dati selezionati e di relazioni sufficienti tra gli stessi. In base alla tipologia delle relazioni, i modelli possono essere distinti in due tipi:

1. Modello quantitativo. E' quel modello dove i dati sono messi in relazione da quantità. Nell'ambito del disegno architettonico questo equivale a costruire un modello (disegno o modello tridimensionale) inserendo le misure (coordinate) di ogni punto. Esempio: disegnare un poligono che ha 4 vertici nei punti A (0;0) B (0;1) C (1;0) D (1;1)
2. Modello qualitativo. E' quel modello i cui dati sono relazionati in una sequenza logica di operazioni matematiche geometriche (algoritmi). Nel disegno architettonico questo equivale a realizzare un modello (disegno o modello tridimensionale) inserendo le geometrie basilari di cui i punti rappresentano i vertici. Esempio: disegnare un quadrato di lato pari a 1. E' evidente che la seconda tipologia di modello per essere realizzato ha la necessità di definire una mappatura topologica (quadrato appartenente ad un determinato spazio geometrico)

Esistono poi una serie di modelli che per essere realizzati costituiscono alternativamente relazioni tra i dati di tipo qualitativo e di tipo quantitativo.

Alla luce di quanto evidenziato, dato che:

1. L'universalità della definizione di modello, come sopra, permette di estendere il concetto anche al disegno e al progetto⁴ medievale (anche qualora questo non ci fosse pervenuto);
2. Nel caso si debba ricostruire un progetto medievale, di fatto si definisce un modello inverso dell'architettura frutto di quel progetto.
3. La costruzione di un modello (sia esso inverso o diretto) implica una selezione dei dati e una descrizione della natura delle relazioni fra questi dati.
4. Se è lecito pensare che la natura delle relazioni individuate è di tipo qualitativo, allora per costruire un modello inverso plausibile va tracciata una mappatura topologica di quel modello;
5. La mappatura topologica utilizzata da un architetto è legata ad una topologia di riferimento propria del progettista e questa è in parte universale, ma ha anche elementi (invarianti e relazioni) condizionati dalla cultura;

Per la costruzione di un modello valido e verificabile dell'architettura storica, oltre al modello in quanto tale, va operata una descrizione della mappatura topologica che l'ha generato, ovvero della topologia di riferimento che ha permesso di crearlo.

Questo è l'intento perseguito dal presente studio e dichiarato dal titolo dello stesso.

Limiti: l'epistemologia

Per epistemologia si intende la branca del sapere umano che pone le condizioni per le quali c'è "produzione" di conoscenza, ovvero di creazione di conoscenza scientifica. Poiché l'epistemologia è la scienza umana che pone limiti su se stessa, non rappresenta un vero e proprio confine della ricerca, ma, come enunciato in precedenza, è la natura stessa del "porre confini".

Se esistono sfumature tra i confini, come sopra descritti, allo stesso tempo esistono estremi che li oltrepassano. Queste "deviazioni", sperimentate nel corso della presente ricerca, possono essere contingentate da un utilizzo

4 Si potrebbe utilizzare la parola inglese *design*

strumentale del disegno dell'architettura.

Per questo motivo il disegno dell'architettura è stato definito come confine di profondità e come superficie di azione del presente studio.

I rischi a cui si può andare incontro oltrepassando il confine della storiografia, così come descritto in precedenza, possono essere ascritti a due categorie:

1. Immobilismo della ricerca dovuto all'assenza di prove documentarie. Ogni qualvolta la ricerca delle analogie si avvale esclusivamente degli strumenti storiografici, nel momento in cui questi ultimi giungono al limite, giunge al limite anche la produzione di conoscenza legata a questi strumenti.
2. Affioramento di relazioni non sistematizzate fra di loro. Un'analisi delle analogie, come definita, non porta ad un grado sufficiente di approfondimento delle relazioni fra gli elementi, per cui è possibile scorgere l'esistenza di relazioni profonde, ma che, non essendo verificate dal disegno di architettura, e non essendo inserite in un quadro sistemico, possono apparire come tutte "plausibili" creando incoerenze geometriche e cronologiche.

Allo stesso modo la ricerca di una topologia basilare dei processi creativi può comportare due rischi:

1. Meccanicismo. La "cosificazione" invade anche le relazioni qualitative. Le omologie, poiché, come affermato in precedenza, utilizzano gli strumenti delle scienze esatte, se ben individuate possono essere replicabili. La replicabilità, tipica della cultura occidentale dal XVIII secolo in poi, porta con sé una reificazione⁵ dei processi. Il disegno di architettura nella sua doppia essenza di modello qualitativo e quantitativo (di sche-

⁵ La reificazione Umberto Galimberti la riconosce come un limite proprio dell'approccio sistemico. Poiché il presente approccio si muove a confine tra gli strumenti delle scienze esatte e la metodica delle discipline umanistiche, ponendo la reificazione come limite, si è voluto sottolineare l'appartenenza umanistica della presente ricerca.

ma e di immagine⁶), assegna alla replicabilità (nello studio dell'architettura storica) un'esclusiva valenza euristica.

2. Olismo. Similmente al primo limite, la ricerca di invarianti basilari dei processi, di archetipi, rischia di portare all'affioramento di una profondissima relazione tra le scienze e tra i processi creativi che le utilizzano. Questa affioramento porta con sé la convinzione dell'esistenza di archetipi universali, ma per la trattazione dei quali non esistono ancora strumenti scientifici idonei. Il disegno, legando la ricerca di omologie ad un manufatto ed alla fattibilità geometrica, pone dei confini di profondità. Le omologie trovate attraverso il disegno quindi non sono archetipi universali, ma corrispondenze che hanno valore in quell'oggetto o in quell'insieme di oggetti: il disegno non enuncia teorie, ma delinea modelli.

Tornando alla premessa e alla citazione iniziale di Kuhn, questo tentativo di sistematizzazione del metodo necessita di essere accompagnato da applicazioni. Queste applicazioni saldano il legame tra l'approccio e la scienza che vuole coadiuvare, arricchendo la chiave epistemologica di quest'ultima.

⁶ Questa doppia valenza è quella che comunemente viene riferita da una parte al disegno di progetto e dall'altra al disegno di rilievo: la rappresentazione dell'idea e la rappresentazione della realtà. Questa dicotomia, pur essendo vera a parere dello scrivente, non è esaustiva per comprendere la natura del disegno. Tuttavia, in questo frangente, aiuta a rimarcare la dinamica per cui la rappresentazione particolare del manufatto realizzato preserva l'indagine nei riguardi dell'architettura storica da facili generalizzazioni.

L'architettura medievale: le applicazioni

Due edifici ed un disegno

Le applicazioni principali, di seguito elencate, hanno come oggetto il Duomo e la città di Sansepolcro, e una planimetria di progetto del convento di San Francesco ad Arezzo. I due manufatti, oltre ad essere prossimi geograficamente, sono in gran parte coevi.

L'attuale Duomo di Sansepolcro nasce come importante abbazia benedettina intorno alla quale, in pochi decenni, viene fondato il borgo medievale. Le caratteristiche particolari del manufatto, che possono gettare luce nuova sul processo creativo medievale, risiedono nella stretta relazione tra genesi del manufatto e fondazione del borgo limitrofo.

La pergamena di San Francesco ad Arezzo, data la sua rarità, è sicuramente un ottimo documento di indagine del processo creativo. Per comprendere più a fondo la natura della pergamena è stato necessario:

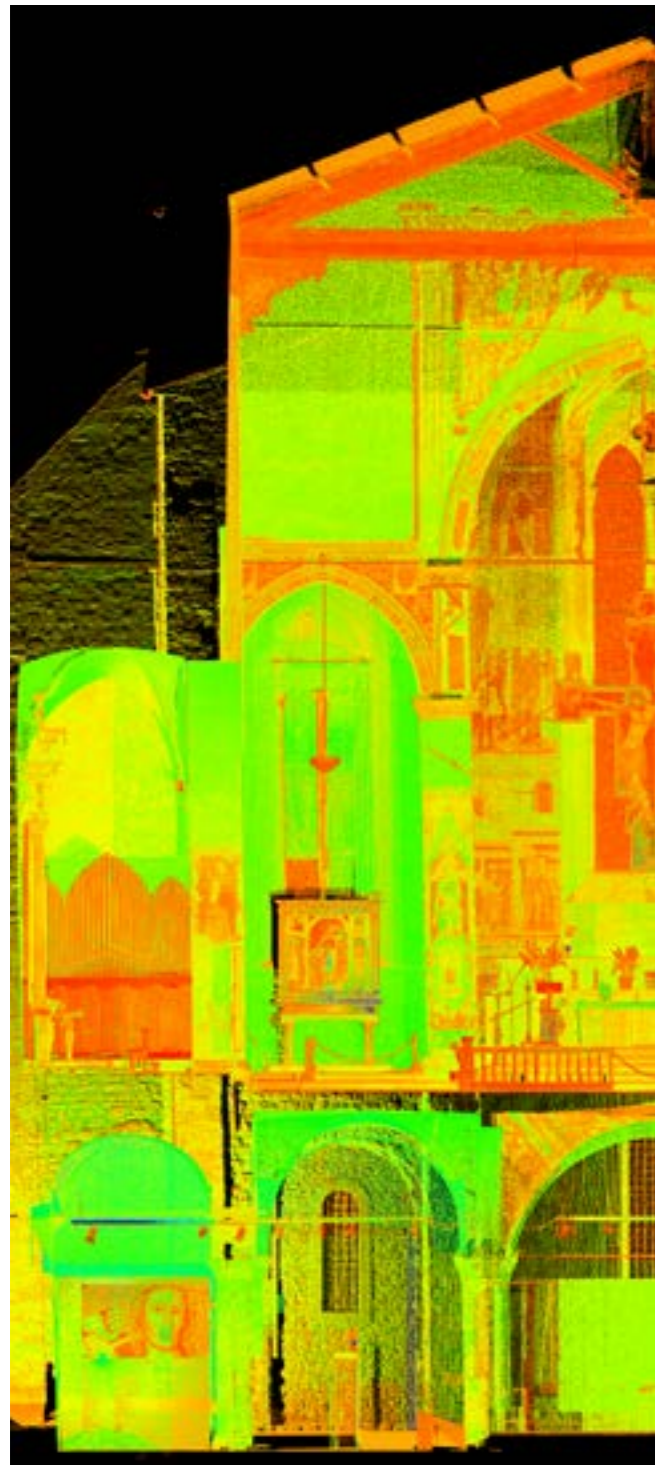
1. Approntare il rilievo della chiesa e di ciò che resta del convento di San Francesco ad Arezzo.
2. Instaurare un confronto con la chiesa e il convento di Santa Maria Novella⁷ coeva alle architetture sopra citate.

Il paragone tra questi due complessi (peraltro di natura differente, uno abbaziale e l'altro conventuale) non vuole insinuare paternità comuni o relazioni di dipendenza stilistica, ma, muovendosi proprio tra le numerose differenze (evidenti ad un occhio educato alla ricerca dello stile architettonico), ricercare quelle omologie comuni ad entrambi i manufatti che possano contribuire a "misurare" l'estensione di un approccio specifico della progettazione architettonica medievale.

⁷ La chiesa di Santa Maria Novella è stata oggetto di tesi di laurea dello scrivente al cui rilievo, realizzato dal gruppo di ricerca della Bartoli, lo stesso ha contribuito



6/ Fotografia di una porzione della pergamena di San Francesco ad Arezzo



7/ Porzione della sezione (proiezione ortogonale) del modello pointcloud di San Francesco ad Arezzo

Il rilievo del Duomo di Sansepolcro

Il Duomo di Sansepolcro è stato oggetto di una serie di campagne di rilievo operate dall'autore del presente studio.

Il rilievo, di tipo integrato, condotto sul manufatto è stato realizzato attraverso due campagne: la prima strumentale e la seconda prevalentemente di rilievo diretto. La base del rilievo strumentale è stata fornita da un rilievo topografico che ha costituito una rete di 86 punti attraverso i quali sono state registrate le 16 *nuvole di punti* acquisite attraverso altrettante stazioni laserscanner (Leica HDS6000). Questa campagna ha permesso di acquisire gran parte del volume della chiesa (interno ed esterno) e di parte del piano terra del complesso (abside, campanile e chiostro) e di parte del contesto urbano (sagrato, via Giacomo Matteotti e piazza di Torre Berta). In seguito una campagna di rilievo diretto (coadiuvata dal Disto3D Leica) ha permesso di integrare i dati fino ad allora raccolti. In particolare attraverso il rilievo diretto sono stati misurati tutti i locali parrocchiali e la zona delle sagrestie, disposti entrambi al piano terra, e di tutti gli altri locali disposti sui tre livelli dell'attuale palazzo vescovile coincidenti con i luoghi dell'antico monastero. Allo stesso modo, un'ulteriore campagna di rilievo integrato ha avuto come oggetto altre porzioni del tessuto cittadino quali le torri dei Gherardi e alcuni negozi che affacciano sulla piazza di Torre Berta (questi ultimi occupanti gli spazi seminterrati del vecchio monastero).

La nuvola di punti, sopra citata, è stata trattata in AutoCAD 2013, dove è divenuta la base per il disegno bidimensionale di parte della planimetria e della "quasi" totalità degli alzati.

Un rilievo completo del complesso non era mai stato realizzato. In occasione del millenario, le pubblicazioni che hanno avuto come oggetto il Duomo di Sansepolcro hanno utilizzato come base per i loro studi una planimetria del piano terra del complesso realizzata dallo studio tecnico Romolini di Sansepolcro (FORNASARI 2012).

Oltre a questa planimetria recente non sono stati ritrovati dall'autore altri rilievi pubblicati del complesso che mostrassero i piani superiori, le sezioni, il prospetto e l'inserimento nel contesto.

Per lo studio a scala urbana è stata utilizzata come base la Carta Tecnica Regionale della regione Toscana, realizzata

“nel sistema nazionale Gauss-Boaga tramite trasporto di coordinate, avvenuto mediante utilizzo dei “grigliati” dell'IGMI”⁸, quindi che utilizza una proiezione equidistante. Data la modesta dimensione del tessuto urbano di Sansepolcro oggetto di studio, la CTR 1:2000 può essere ritenuta anche equivalente. Questa carta è stata integrata puntualmente da isolate campagne di rilievo integrato e, attraverso la costruzione della rete topografica di cui sopra, è stato inserito al suo interno il rilievo del complesso del Duomo di Sansepolcro.

Il disegno di progetto di San Francesco ad Arezzo

L'altro oggetto di studio è stato il disegno di progetto della chiesa e del complesso conventuale di San Francesco ad Arezzo, redatto su pergamena e conservato presso l'Archivio Capitolare di Arezzo.

Ad Arezzo è conservata una planimetria del complesso conventuale di San Francesco risalente alla seconda metà del Trecento. Il disegno si trova all'Archivio Capitolare (Carte di varia provenienza, pergamena n.873) e misura cm 55,4 x 39,5. Esso è delineato a inchiostro bruno su pergamena; lo stato di conservazione è buono [...]. In alcuni punti si evidenziano cancellature e correzioni, le didascalie appartengono a diverse mani.

Si tratta dell'unica pianta completa di un convento di epoca medievale conservata in Italia, e il suo interesse principale è proprio in relazione alla progettualità delle chiese e degli edifici conventuali degli ordini mendicanti, argomento sul quale solo recentemente si è iniziato a porre attenzione e che ancora rimane in gran parte sconosciuto quanto a caratteristiche metrologiche e, spesso, proporzionali degli edifici. (ASCANI, 1997)

La planimetria di cui si accenna in questo testo di Ascani, si tratta di un disegno realizzato ad inchiostro su pergamena

⁸ Allegato della Regione Toscana, *Prescrizioni tecniche per la cartografia fotogrammetrica numerica in scala 1.2000*



8/ Porzione del fotopiano della facciata del Duomo di Sansepolcro

na raffigurante il complesso conventuale di San Francesco ad Arezzo.

Lo stato di conservazione è buono e non ci sono lacune nella pergamena che vadano a scapito della completezza del disegno. L'unica eccezione è per la zona intermedia, dove la pergamena ha subito un taglio e una ricucitura. Questa operazione, a parere della critica (BORGHERINI 2001) è stata realizzata in un periodo successivo al disegno. Come tutte le pergamene, anche questa ha subito un ritiro non omogeneo che ha alterato i rapporti proporzionali, ma a questo problema, come si vedrà, è stato ovviato attraverso un ridisegno. Il soggetto, oltre ad essere dichiarato nella firma posta sul verso della pergamena⁹ (fig. 9), è reso palese dalla conformazione della chiesa rappresentata (navata unica con tre cappelle terminali) unitamente alla presenza di alcune caratteristiche peculiari (tra le quali la scala di collegamento con la basilica inferiore) presenti sia nel disegno che nell'edificio reale.

La datazione è avvenuta in due momenti, entrambi successivi alla realizzazione del disegno.

1. Il primo in occasione della catalogazione del XVIII secolo: "[...] tagliata nel mezzo con [...] la pianta di tutto il Convento e luogo dei Frati Minori di Arezzo. Disegnata da Frate Giovanni da Pistoia, Camarlengo. Assignanda probabiliter seculo XIV." Questa assegnazione si basa proprio sulla firma e sulla collocazione storica dell'autore.
2. La seconda datazione è stata ad opera di Mario Salmi, in occasione dei primi studi sul complesso conventuale. L'attenzione del Salmi era soprattutto rivolta a

9 [forma?] totius loci conventus fratrum minorum de Aretio ... [ecc]lesia est designata per fratrem Johannem de Pistorio magistrum cementarium. (CENTAURO 1990)

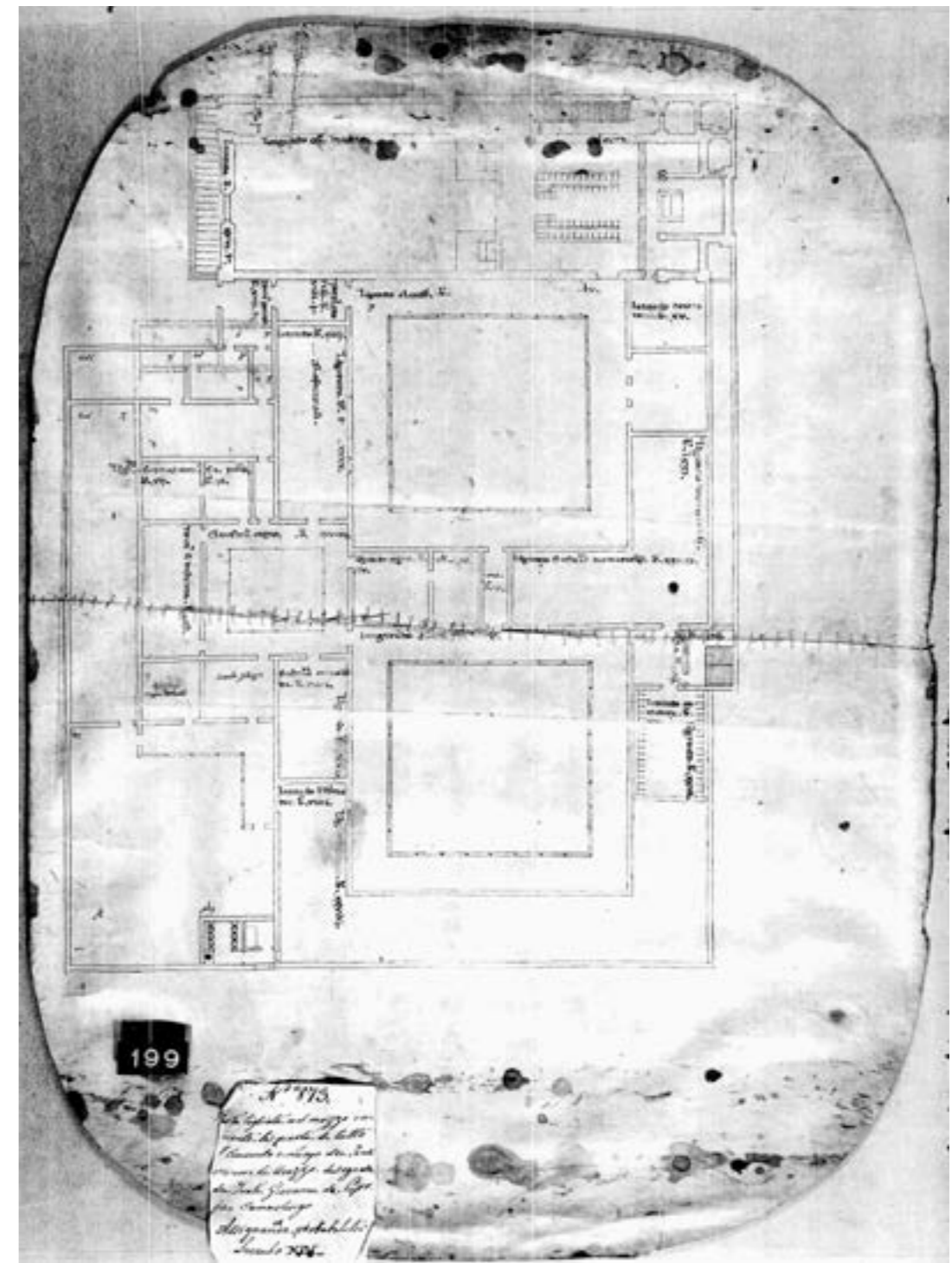


9/ Fotografia del verso della pergamena con sopra riportata la firma di Fra Giovanni da Pistoia

valorizzare la Basilica inferiore in quegli anni adibita a garage. In particolare, il Salmi, osservando la navata della chiesa di San Francesco ad Arezzo, notando la presenza di due grandi archi posti sulle fiancate della chiesa, ipotizzò che questi fossero un accenno di un transetto mai realizzato. Non trovando traccia di questo transetto nel disegno della chiesa così come riportato sulla pergamena, dedusse che il disegno in questione fosse un rilievo della chiesa in costruzione (una volta abbandonata l'idea del transetto) e il progetto del convento, e che la datazione della pergamena potesse essere confermata nei primi secoli del XIV secolo.

Per semplificare la descrizione della pergamena le informazioni riportate sul disegno possono essere inquadrare in cinque categorie:

1. Muri. Questi costituiscono l'informazione maggiormente rappresentata. Misurando attentamente il disegno si nota che questi, esclusi quelli della chiesa, hanno tutti lo stesso spessore. Lo spessore, come si vedrà in seguito, corrisponde ad un'unità del disegno.
2. Quote e destinazioni d'uso degli ambienti. La planimetria è sufficientemente quotata e permette un ridisegno del complesso conventuale privo di lacune. Le quote sono scritte in numeri romani e premettono alla cifra l'unità di misura abbreviandola in *h* puntato e segnato, come in uso nel carattere gotico per indicare l'abbreviazione (STEFFENS 1910). Tuttavia ci sono delle caratteristiche della grafia e della notazione che permettono di distinguere nel disegno almeno due tipi di quote: le prime sono vergate con una piuma più larga, con un carattere gotico e riportano spesso,

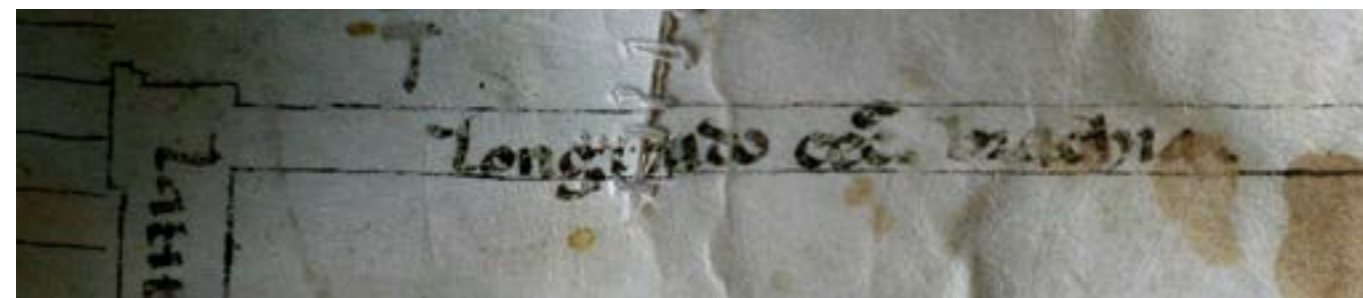


10/ Immagine della pergamena originale raffigurante il convento di San Francesco ad Arezzo (conservata presso l'Archivio Capitolare di Arezzo). Da notare: le cuciture a metà della pergamena; in basso il cartiglio con riportata l'assegnazione del XVIII secolo.

prima della quota vera e propria, la dicitura *latitudo* o *longitudo*. Tra queste, una sola¹⁰ (fig. 11) riporta per esteso l'unità di misura *brachia* (braccia). Con la stessa grafia, inoltre, sono segnate le destinazioni d'uso degli ambienti; Il secondo tipo di quote, invece, è caratterizzato da un tratto più fine e, oltre alla già citata *b* segnata, le quote riportano solo la misura. Questa seconda grafia, assomiglia maggiormente a quella della firma segnata nel *verso* della pergamena.

3. Porte, gradini e coro ligneo. Ogni vano è individuato dalle pareti perimetrali e dai suoi collegamenti con gli altri vani. Ciò permette di comprendere la distribuzione degli ambienti, anche di quelli non rappresentati (come la presenza di scale ad indicare un piano inferiore o superiore). Caso emblematico è la dicitura *dormitori* segnata in corrispondenza del capitolo e della sagrestia ad indicare la destinazione d'uso dei locali al piano superiore. Vale la pena sottolineare che gli unici arredi disegnati nella pergamena sono i 50 scranni del coro ligneo.
4. Segni di compasso. Questi, visibili solamente da vicino, sono presenti in corrispondenza dei cambi di direzione delle pareti, con lo scopo di fornire, chiaramente, appoggio alla riga.
5. Alcune parti del disegno che rappresentano il convento sono "grattate" e corrette. In corrispondenza di queste è sempre presente la seconda tipologia di grafia. Ciò, nella distinzione di due mani operanti nello stesso disegno, fa propendere l'autore verso una sequenza cronologica degli interventi sulla pergamena tale per cui, la prima mano è quella dell'autore della prima stesura,

10 Questa quota si trova all'interno della parete laterale della chiesa verso il cimitero.



11/ Fotografia della pergamena di San Francesco ad Arezzo - Particolare della quota scritta lungo il muro della chiesa in cui si può leggere l'unità di misura: "Longitudo ecc.[lesiae] brachia lxxv"

la seconda di un altro disegnatore che ha modificato il progetto ingrandendo il convento verso la città¹¹.

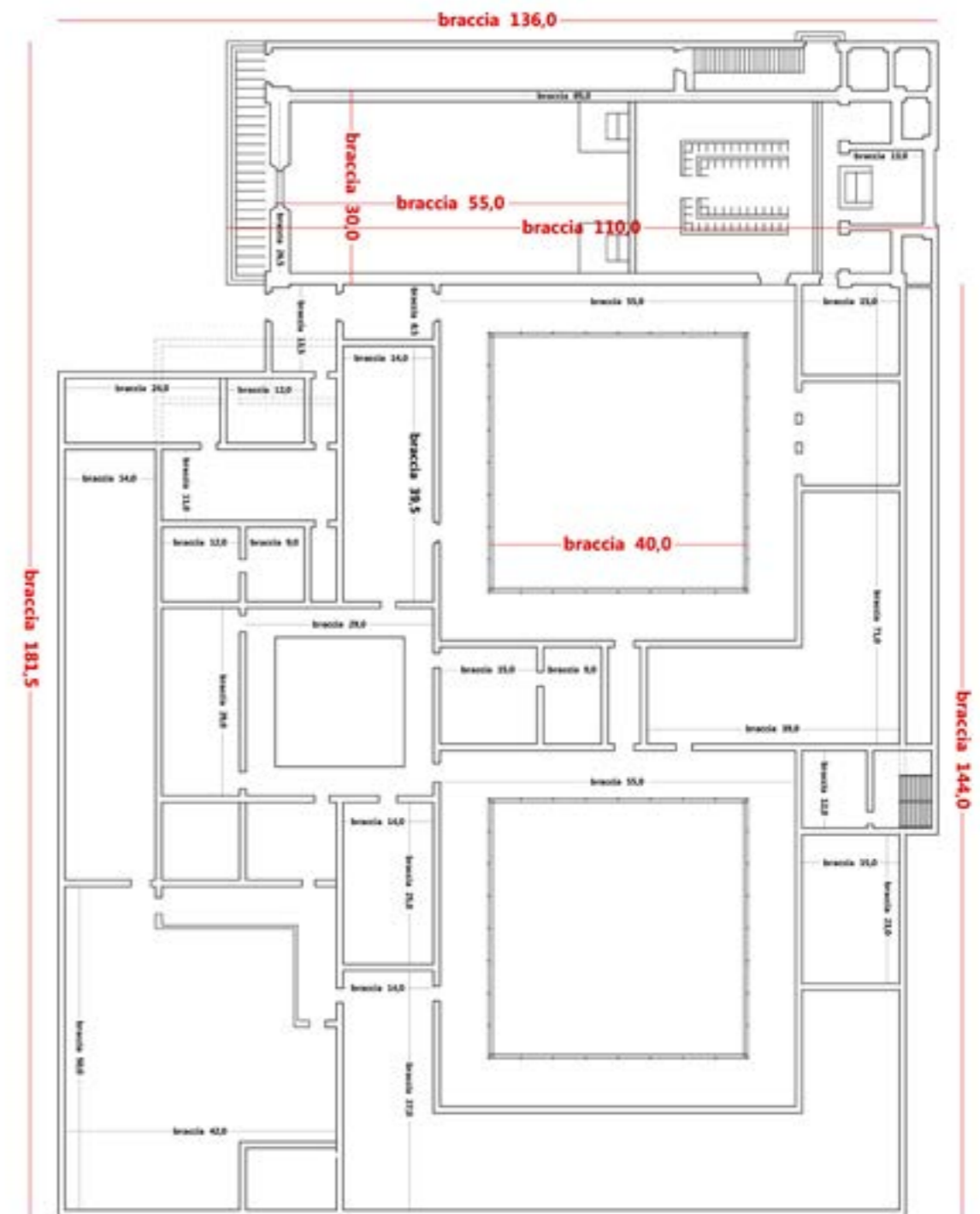
La presenza della quotatura ha permesso un ridisegno completo (Figura) dal quale è emersa una forte coerenza tra spazi rappresentati e quote. A titolo esemplificativo è utile notare come alcune misure sono segnate con il segno di mezzo tipico della notazione gotica. Questo se precede il numero, può indicare (come nei numeri romani) una sottrazione di mezzo dalla cifra indicata; se lo segue, indica un'addizione (STEFFENS 1910). Il *Refectorium* collocato a nord¹² del convento, ha il segno di mezzo che precede la cifra di XXXX. Nel ridisegno, si verifica presto, come solo il numero 39,5 permetta di mantenere l'allineamento tra gli ambienti posti a nord con quelli a sud del chiostro. Gli studi rivolti esclusivamente alla pergamena sono stati pochi, tra questi è degno di nota quello della Borgherini, già più volte citato, che dedica una scheda proprio a questo disegno, in un suo libro sul disegno trecentesco (BORGHENINI 2001).

Il rilievo di San Francesco ad Arezzo

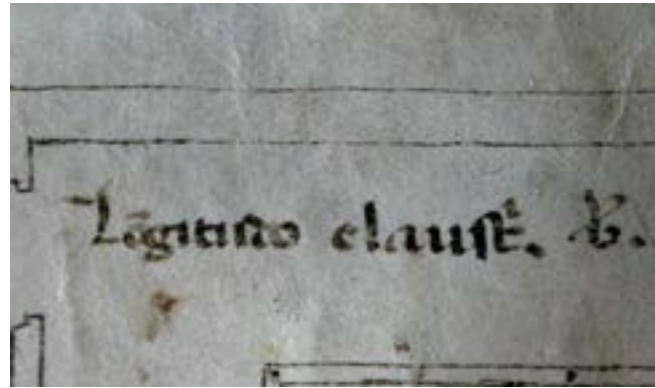
Come già accennato, contemporaneamente allo studio del disegno, si è proceduto al rilievo dell'intero complesso conventuale con l'esclusiva finalità di instaurare un confronto tra l'edificio realizzato e l'antico disegno. Il rilievo è stato realizzato in tre diverse campagne. In una prima campagna il rilievo diretto è stato integrato dall'uso di una

11 Questa sequenza cronologica è inversa a quella individuata dalla Borgherini, ma appare sicuramente più plausibile.

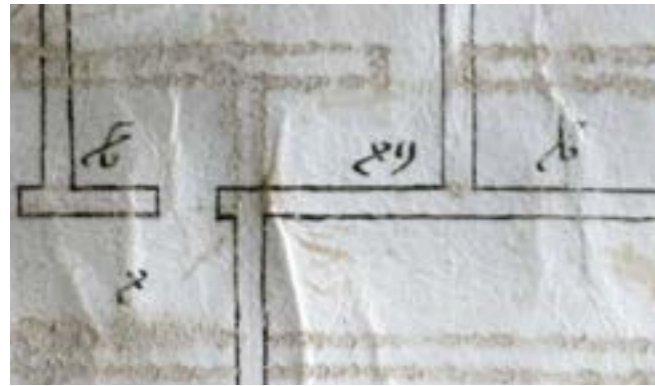
12 Per la descrizione della pergamena si utilizzeranno i punti cardinali assegnando al disegno lo stesso orientamento dell'edificio realizzato. Questo ha la facciata a nord e il presbiterio a sud.



12/ Ridisegno della pergamena (in rosso le quote dedotte dal disegno non segnate direttamente sulla pergamena)



13/ Fotografia della pergamena di San Francesco ad Arezzo. Particolare della scritta Lo[n]gitud claustr.[rum] b. Da notare la grafia attribuibile ad una prima mano.



14/ Fotografia della pergamena di San Francesco ad Arezzo. Particolare della zone grattate in corrispondenza delle quali è presente una differente grafia attribuibile ad una seconda mano. Il carattere in alto a sinistra è b abbreviazione di brachia.



15/ Fotografia dello stato attuale della Basilica Inferiore di San Francesco ad Arezzo.

stazione totale per la creazione di una rete topografica e per la presa delle misure inaccessibili. Questa campagna, realizzata in accordo con la Soprintendenza di Arezzo, ha riguardato solo gli spazi della chiesa. A seguito dello studio della pergamena, e all'emergere dei primi risultati, è stato necessario approntare una seconda campagna di rilievo integrato che riguardasse maggiormente gli spazi del convento, realizzata questa in accordo con i Frati Minori ivi alloggiati.

Del complesso originario rimangono alcune porzioni:

1. La sagrestia. Questa ha la stessa conformazione e collocazione in pianta di quella medievale. L'originalità dello sviluppo planimetrico è confermata dalla presenza delle quattro imposte degli altrettanti costoloni che coprivano questo spazio.
2. Il capitolo. Attualmente questo spazio è adibito a cappella feriale. Tuttavia nel corso dei restauri degli anni '90 è emerso il triforio che, tipicamente, separava questo spazio dal chiostro antistante.
3. Il muro opposto al chiostro. Nel corso dei secoli il chiostro è andato completamente distrutto e lo spazio occupato da questo è divenuto il resede dei palazzi ottocenteschi realizzati "sventrando" parte del convento.
4. Elementi dello spazio urbano circostante. Come accennato, l'antico convento, ha subito ingenti demolizioni a seguito degli sventramenti ottocenteschi realizzati per far spazio all'attuale via Guido Monaco e alla piazza antistante la chiesa. Andando ad analizzare il catasto Leopoldino, si ritrova la conformazione originaria del complesso conventuale. Da questa si deduce che il vecchio convento avesse almeno un chiostro grande e, forse, uno di dimensioni minori verso la città. Quest'ultimo, con gli edifici annessi, occupava l'attuale piazza di San Francesco, lasciando spazio ad una piccola via che proseguiva, verso la Badia dei Ss. Flora e Lucilla, nell'attuale via Cavour. Da questo disegno e dall'osservazione diretta¹³ si deduce che tutti i prospetti opposti al convento dell'attuale piazza San Francesco pre-esistessero alle demolizioni

¹³ Molti di questi edifici sono caratterizzati da prospetti neoclassici, Tuttavia alcuni di questi, non rimaneggiati nel XIX secolo, presentano molte caratteristiche gotiche come archi a sesto acuto e muratura in pietra squadrata.



16/ Fotografia satellitare a volo d'uccello (da Nord verso Sud) del complesso di San Francesco ad Arezzo. Estrapolata da Bing Maps (www.bing.com; 27/11/2013).



17/ Foto aerea del complesso di San Francesco ad Arezzo. A Est si può osservare la chiesa e ad Ovest quello che rimane del convento. Estrapolata da Bing Maps (www.bing.com; 27/11/2013).

ottocentesche. Il rilievo integrato (diretto, topografico e laserscanner) ha permesso l'acquisizione della giacitura dei prospetti dei palazzi circostanti la piazza e la planimetria di uno di questi.

Queste porzioni, oltre alle caratteristiche evidenti riportate sopra, sono state riconosciute come originali anche dal Centauro¹⁴ che in occasione del restauro del complesso, ha realizzato uno studio completo sul complesso di edifici (CENTAURO 1990).

14 Per l'individuazione di queste parti lo studio si è avvalso degli studi effettuati nel 1992 dal Centauro. Questi studi hanno anticipato il grande cantiere di restauro della chiesa e del convento. Da questa ricerca è stato possibile notare che le parti originali erano sicuramente un muro a nord del vecchio chiostro e l'intera zona della sagrestia e dell'attuale cappella, (ex sala del capitolo). La distanza tra i fili esterni di queste due pareti rappresentavano la profondità del vecchio chiostro.



18/ Fotografia della navata di S.Francesco ad Arezzo effettuata durante la campagna di rilievo laserscanner

In questa seconda campagna, finalizzata a collocare con esattezza questi ambienti, è stato utilizzato il rilievo diretto integrato dall'utilizzo del Leica Disto3D.

Come ultima è stata realizzata una terza campagna di rilievo mediante laserscanner Leica C10 (che realizza scansioni e rete topografica di collegamento), durante la quale è stata rilevata tutta la Basilica superiore, quella inferiore e parte degli esterni, tra cui la piazza antistante il fianco est e la zona absidale.

Questa è stata finalizzata ad una più precisa comprensione della conformazione degli spazi della basilica.

Sansepolcro: un'applicazione omogenea del processo creativo medievale

Da Badia a Borgo: l'omogeneità cronologica

L'attuale borgo nasce come abbazia nei primi anni del mille. Dai primi documenti si evince che il complesso abbaziale era più piccolo dell'attuale.¹⁵ La fondazione

15 La località di cui si parla nella leggenda e nei documenti dei secoli successivi, viene chiamata Noceati. Di questa località non c'è più traccia e quindi si susseguono numerose ipotesi sulla originaria collocazione della prima abbazia.

abbaziale viene attribuita dalla leggenda a due pellegrini, Arcano ed Egidio, provenienti dalla Terra Santa. La possibile conformazione di questo primo complesso è stata oggetto di ipotesi di numerosi studi, che convergono nell'affermare che di questa non vi è più traccia se non in qualche capitello erratico. Intorno all'abbazia nei secoli



19/ Foto aerea del centro storico di Sansepolcro. Estrapolata da Bing Maps (www.bing.com; 27/11/2013).

Il complesso del Duomo è posto immediatamente a nord della piazza centrale e la chiesa si sviluppa da ovest (facciata) verso est (abside)



20/ Fotografia dell'attuale chiostro realizzata dalla cella campanaria. Sullo sfondo si può osservare la porzione orientale del Borgo.



21/ Fotografia del chiostro di Sansepolcro.



22/ Fotografia dello stato attuale dell'abside interna non finita

successivi cresce un centro abitato: il Borgo¹⁶.

Anche se la genesi del Borgo ancora non è unanimemente riconosciuta, la teoria dell'evoluzione da badia a Borgo è la più comprovata.

L'abbazia, da immaginarsi delle dimensioni tipiche delle abbazie sorte intorno al mille nel centro Italia, aveva, già nel X secolo, moltissimi possedimenti nella zona dell'alta valle del Tevere e fin da subito, aveva radunato intorno a sé un piccolo centro abitato. Questo nei successivi due secoli acquisirà sempre maggiore autonomia fino ad eleggere dei propri rappresentanti e un proprio statuto.

L'abbazia fino al XII secolo permane sicuramente sotto il controllo imperiale, in piena rivalità con la diocesi di Città di Castello. L'assenza di una sede episcopale fa sì che al nascente Borgo, sempre più esteso ed organizzato, non possa essere assegnato, dalla storiografia, l'appellativo di *civitas*. Tuttavia, i recenti studi hanno teso ad affermare che fin dai primi decenni, seppure con un assetto differente dalle altre fondazioni cittadine coeve, il borgo di San Sepolcro era di fatto una cittadina. Una città nata sotto il controllo dell'abbazia e con la quale aveva un rapporto di mutua dipendenza: i numerosi terreni erano coltivati da maestranze che avevano il privilegio di poterle vendere al mercato cittadino. Questa dinamica, osservano gli storici, se da una parte induce a pensare una dipendenza del borgo dall'abbazia, dall'altra, attraverso la lettura delle vicende storiche, fa intendere una relazione inversa. Esemplicative sono le pressioni operate dai cittadini del Borgo nei confronti dell'imperatore, durante tutto il XI secolo, affinché fosse imposto un avvicendamento nella guida abbaziale, tra i benedettini fondatori dell'abbazia ed i Camaldolesi. Questi ultimi erano già attivi da tempo nella zona alto-tiberina (confinante con il Casentino dal quale provengono) e avevano anche dei propri monaci impegnati nella vita dell'abbazia di Sansepolcro.

Nel 1197 gli abitanti del Borgo ottengono, finalmente, che i monaci camaldolesi assumano la guida della badia. Questa alternanza, tuttavia, non muta i rapporti con la vicina Diocesi, la quale, in contrasto con i vari abati che si sus-

¹⁶ Al di là della veridicità della leggenda, questo dato è suffragato da molti documenti. Ormai è riconosciuto da tutti gli studi che si sono occupati della genesi di Sansepolcro che il centro abitato si sia sviluppato intorno all'abbazia benedettina. In ogni modo, per lo studio delle origini del Borgo, si rimanda ai testi specifici.

seguono, tenta in più modi di inserirsi nella vita cittadina, riuscendoci, infine, nel 1200, attraverso la costruzione di una nuova pieve a ridosso delle mura del borgo. La costruzione di questa pieve è abbondantemente documentata poiché implicò la costituzione di una serie di patti tra abitanti del borgo, abbazia e diocesi di Città di Castello. Questo evento è riconosciuto come il primo cedimento del potere costruito nei secoli dall'abate. La diocesi ottiene la costruzione della nuova pieve, con la conseguente possibilità di amministrarvi il battesimo¹⁷.

Esattamente un secolo dopo, avviene l'altro evento importante per la comprensione dello sviluppo urbanistico della cittadina di Sansepolcro: l'abate cede il controllo

¹⁷ L'amministrazione del battesimo era il primo controllo di un autorità ecclesiastica su di una comunità. Questa possibilità, fino alla costruzione della nuova pieve era esclusiva dei monaci.

del borgo, ovvero il diritto feudale, alla Diocesi di Città di Castello, inaugurando, di fatto, un periodo di pace per la vita cittadina. Nello stesso anno i Camaldolesi avviano la costruzione della nuova chiesa abbaziale, senza incontrare ostacoli o veti particolari. In questo modo, nella seconda metà del XIII secolo si possono individuare gli anni di rifondazione del borgo e di gran parte dell'attuale nucleo storico di Sansepolcro.

Per capire lo sviluppo è utile sapere che oltre alla pieve, anche i conventi degli ordini mendicanti erano rimasti immediatamente fuori le mura del Borgo. Secondo questa descrizione è da prendere in considerazione l'assetto descritto da Benini (BENINI 1989) che delinea due centri: uno nell'abbazia e l'altro nel vicolo della Castellina che la fronteggia. Il borgo così descritto si sviluppa prima di



23/ La facciata inquadrata dall'arco di via della Castellina, perfettamente in asse con l'antico portale.

fronte alla chiesa abbaziale, poi a sud e solo dopo la metà del XIII secolo esce dalle mura e arriva quasi agli attuali confini.

Gli attuali confini sono delineati dalle mura costruite da Giuliano da Sangallo nel XVI secolo, volute dai Medici per rafforzare la “fortezza di confine” di Sansepolcro. Sempre nel XV secolo, il Borgo venne identificato con il centro romano di Biturgia, citato da Tolomeo nella sua Geografia. L’ipotesi cinquecentesca (di cui rimane testimonianza in una delle forme usate per indicare gli abitanti: biturgensi) è stata scartata dalla storiografia moderna.

Le vicende costruttive del Duomo di Sansepolcro

La vicenda costruttiva del Duomo di Sansepolcro, alla luce della ricostruzione storica degli episodi che l’hanno caratterizzata, appare largamente condizionata fin dai tempi della fondazione dell’antica chiesa abbaziale, dalle riparazioni e dai rimaneggiamenti indotti dal ripetersi disastroso e frequente di terremoti. Del resto la terra l’Alta Valtiberina è terra di movimenti tellurici e di geomagnetismi. (CENTAURO 2012)

Delle vicende costruttive e della storia architettonica del Duomo di Sansepolcro si è occupato un recente volume, redatto a cura di Liletta Fornasari nel 2012, in occasione del millenario dell’abbazia.

Gli studi contenuti in questo volume, realizzati da storici e architetti, hanno ripercorso tutta la storia e le vicende costruttive del Duomo dalla sua fondazione al 2012. Di questo studio, ritenuto dall’autore il più completo per comprendere lo sviluppo architettonico del complesso, vengono riportati esclusivamente gli stralci ritenuti essenziali per la comprensione delle indagini svolte nel presente studio.

A tal fine, poiché l’oggetto della ricerca è il processo creativo, il flusso storico-costruttivo può essere segmentato in quattro fasi che rappresentano quattro differenti interpretazioni del complesso architettonico, utili tutte per distinguere i gradi di separazione tra l’atto creativo iniziale e l’assetto della fabbrica attuale

1) Fondazione della chiesa Camaldolese.

Questa avvenne negli ultimi anni del XIII secolo, a seguito

dei mutati rapporti con il borgo e con la diocesi di Città di Castello

Quasi inesistenti, dal punto di vista documentale, sono le notizie relative all’evoluzione della fabbrica nel corso del XIII secolo, epoca caratterizzata dal conflitto dell’abbazia, con il vescovo di Città di Castello e con il comune, che si riflette anche in episodi di ritorsione a livello edilizio [...]. (PINCELLI 2012)

Questa assenza di documenti non permette di comprendere in alcun modo l’inizio della costruzione della nuova chiesa. Un fatto che si intuisce dai documenti è che questa avvenne in un clima di mutati rapporti tra l’abbazia e il contesto.

Il Salmi ritiene che la nuova fabbrica prenda le mosse dalla facciata, ma pone, contemporaneamente, dei dubbi sulla preesistenza della stessa alla nuova chiesa. Gli studi recenti non hanno contribuito ad arricchire le ipotesi sulle fasi costruttive. Ciò che è evidente è che la facciata è sicuramente un elemento coerente in se e che il suo progetto sia coevo al progetto di una grande chiesa abbaziale¹⁸.

Con atto rogato il 19 maggio 1301 l’abate Giovanni II rinunciò ai diritti feudali sul Borgo, ottenendo in cambio dal Comune un buon numero di appezzamenti di terra della Fraternita di San Bartolomeo. Con il ricavato poté dedicarsi a concludere la ricostruzione della chiesa abbaziale del Santo Sepolcro, tra 1300 e 1340 circa. [...] Sotto l’abate Francesco (1338-1348) si presume avvenuto almeno un completamento parziale della chiesa abbaziale, tale quantomeno da permetterne l’utilizzo dal momento che, al 1340, data tradizionalmente la consacrazione dell’ampliata chiesa, effettuata dal vescovo *lesinense* Francesco. A tale atto è stato legato, in passato, il cambiamento del titolo dall’originario Santo Sepolcro e Santi Quattro Evangelisti in quello attuale di San Giovanni Evangelista, sebbene questo fosse già usato dalla fine del XIII secolo. (PINCELLI 2012)

Le date certe che indicano una collocazione temporale sono quelle del 1301, quando la fabbrica sembra ormai

¹⁸ La descrizione della facciata è demandata ad un approfondimento nei paragrafi seguenti

avviata e quella del 1340, in cui la nuova chiesa viene consacrata, mutando peraltro la dedizione.

Tra queste due date probabilmente si costruisce gran parte della chiesa a partire dal presbiterio fino alla facciata compresa. A metà del XIV secolo, molto probabilmente, un terremoto interrompe i lavori di costruzione di una nuova abside poligonale. Questa rimane incompiuta e viene occupata dai detriti dei crolli dovuti all’evento sismico.

Sono ancora insolute le ipotesi sulla mancata attuazione del grandioso progetto in San Giovanni Evangelista, imputabile secondo il Salmi, per gran parte alla “difficoltà di demolire la massiccia torre



24/ Fotografia della parete di fondo della chiesa (e dell’abside) ante la demolizione avvenuta nel . Da notare l’allineamento di questa con la parete del campanile. (Tratta da FORNASARI 2012)

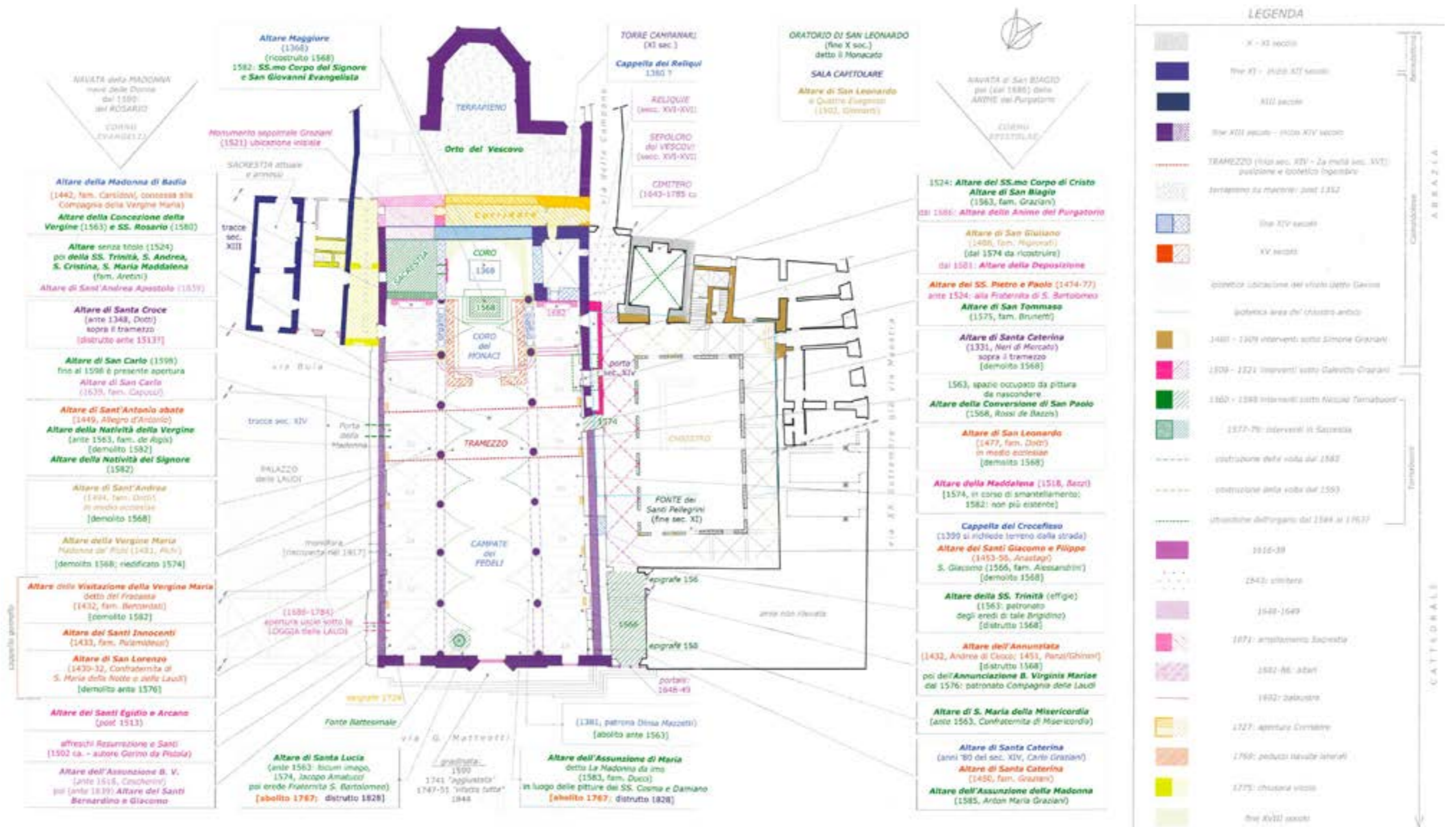
romantica che restò limite insormontabile alla nave destra”, attribuibile invece, secondo Agnoletti, al devastante terremoto del 25 dicembre 1352, in cui il campanile rovinò sul presbiterio, distruggendo “buona parte dell’abside e diverse parti della chiesa”. (PINCELLI 2012)

Il campanile viene realizzato anch’esso alla fine del XIV secolo, prendendo a modello la vicina chiesa di San Francesco.

La chiesa che termina, così, all’altezza della parete di fondo del campanile, rimarrà con questa configurazione planimetrica fino al XX secolo (fig. 24).



25/ Fotografia della facciata ante i lavori di ripristino del rosone. Da notare la perfetta visibilità del cerchio del rosone nel paramento murario della facciata (Tratta da FORNASARI 2012)



2) L'ammodernamento rinascimentale.

In questa fase, sotto l'impulso dell'abate Simone Graziani (1480-1509), l'abbazia subisce un importante rinnovamento. Questa fase si occupa soprattutto del monastero, del quale viene stravolto l'assetto, con l'intento di dare nuovo "ordine" all'architettura. Il chiostro viene ricostruito dalle fondamenta, come un edificio a sé stante perfettamente rettangolare, con l'esplicito intento di mediare le molteplici direzioni e angoli presenti nel complesso. L'isolamento di questa nuova struttura contribuì a creare una serie di intercapedini tra i muri all'interno delle quali, negli stessi anni, vennero collocate cappelle e spazi di servizio della chiesa e del monastero.

L'abate che proseguì i lavori avviati da Simone Graziani fu suo fratello Galeotto Graziani, abate e primo vescovo dell'ormai Diocesi di Sansepolcro.

3) Dopo la controriforma.

La mutazione della chiesa abbaziale in Cattedrale, unitamente ai dettami della controriforma, portò a numerose modifiche, prima fra tutte l'abbattimento del tramezzo (denominato *pergolo*¹⁹).

La ricostruzione dell'altare maggiore, in posizione più avanzata nella navata, è conseguenza dell'abbattimento del tramezzo, decretato dal vescovo, operazione a seguito della quale il coro fu rimosso dalla navata centrale della chiesa nella zona antistante all'altare e posto nella zona absidale. (PINCELLI 2012).

Oltre alla riconfigurazione per le mutate esigenze liturgiche, i lavori riguardano anche l'assetto globale degli ornamenti all'interno della cattedrale.

Di notevole importanza furono la costruzione di un'abside semicircolare (ricavata all'interno di quella rettangolare medievale), la copertura con una volta a botte di mattoni in foglio della navata centrale e la copertura con volte a crociera delle navate laterali.

A completamento dei lavori di riordino interno,

¹⁹ Tale denominazione, attestata da numerosi documenti, è dovuta alla profondità e conformazione, della struttura. Questo fu costruito contemporaneamente alla nuova chiesa medievale.

il vescovo promuove la copertura a volta della navata centrale, operazione condotta in almeno tre fasi, tra 1585 e 1594, che determina una profonda trasformazione della fisionomia dell'antica chiesa. (PINCELLI 2012).

Non si esclude che tale intervento [l'ampliamento della scalinata di ingresso alla chiesa, nda] sia da correlare ad un'operazione di riordino globale anche della piazza, ove in quegli anni era in corso una generale opera di riqualificazione, con la coeva costruzione del contiguo palazzo delle Laudi [...] realizzato a nord in aderenza ed allineato alla facciata della cattedrale.

Nei secoli seguenti le opere furono tutte rivolte ad accrescere un'immagine coerente ed ordinata del Duomo. Tra questi, vale la pena menzionare la realizzazione di due altari barocchi, incorniciati da colonne tortili ai lati dell'altare maggiore, la sistemazione delle finestre del coro e dell'organo, il progetto di realizzazione di una loggia nell'abside centrale, la realizzazione di una cantoria sopra l'ingresso per alloggiare l'organo.

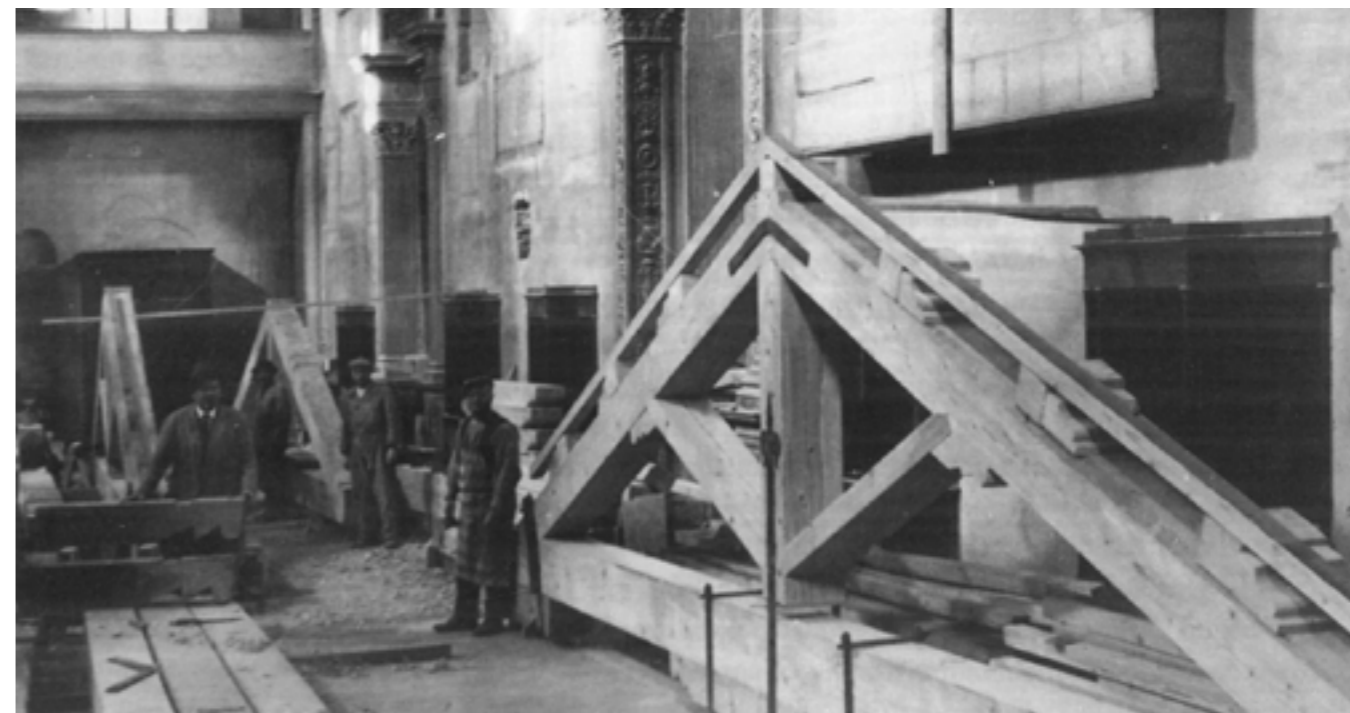
Di molte di queste trasformazioni rimane ben poco, se non alcune immagini, e alcuni altari disposti lungo le navate laterali.

4) Il revival medievale del XX secolo.

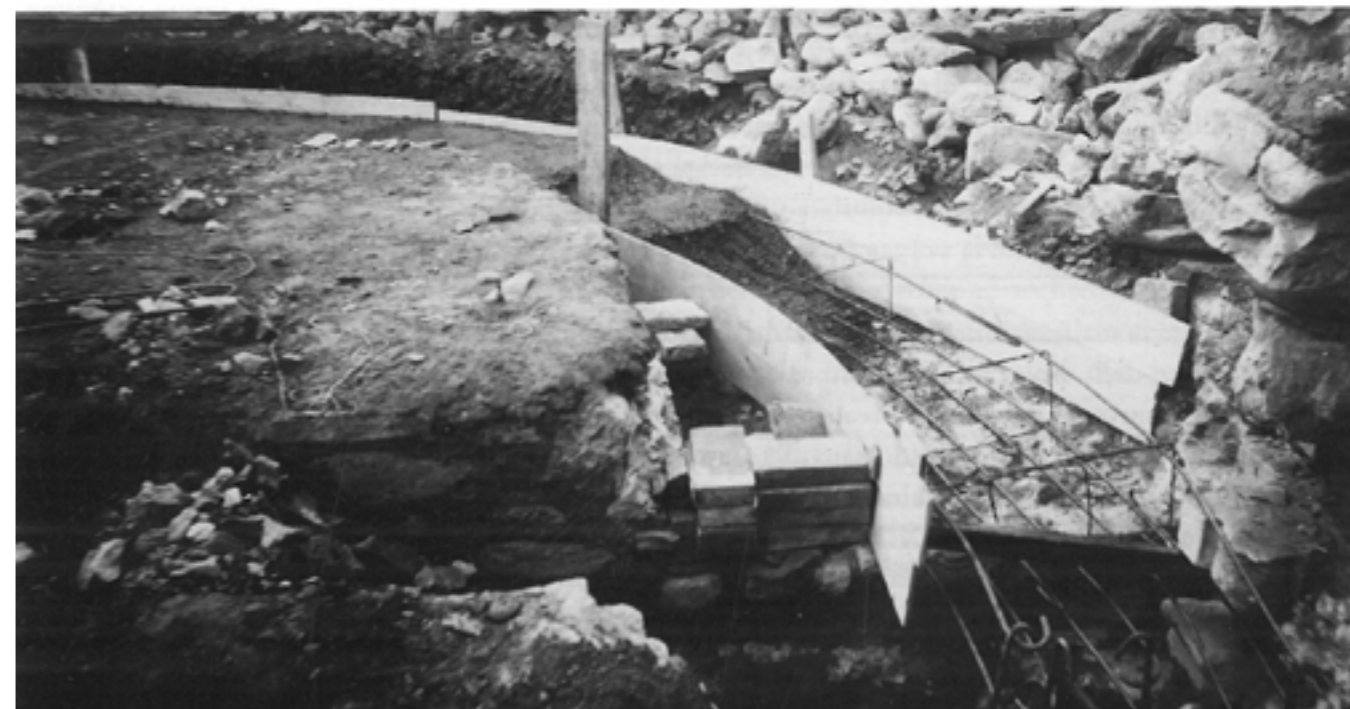
Durante il XX secolo vennero realizzate le opere più invasive di tutta la storia del complesso, al fine di dare alla chiesa un'immagine romanica univoca. Per comprendere l'invasività delle opere commissionate dal Vescovo Mons. Pompeo Ghezzi (vescovo dal 1912 al 1953) all'Ing. Ettore Gabrielli (opere fortemente volute dall'Ing. Giuseppe Buttoni) basta riportare l'elenco delle stesse.

Vennero demoliti tutti gli altari e gli stucchi barocchi, ad eccezione dell'altare di fondo della navata destra²⁰, venne abbattuta la volta a botte della navata centrale, sostituite tutte le capriate (sembrerebbe senza alterare l'imposta), venne demolita l'abside, sia la porzione interna barocca che il muro esterno medievale. Vennero realizzati una nuova abside a 4 metri da quello precedente e la cappella (lasciando solo il muro perimetrale originale dell'antica

²⁰ Permesso di demolizione negato dalla Soprintendenza



27/ Fotografia delle nuove capriate. Da notare sullo sfondo una porzione della cantoria presente in contro-facciata, non più esistente



28/ Fotografia della fondazione del nuovo abside realizzata in cemento armato ad opera dell'Ing. Gabrielli. (Tratte entrambe da FORNASARI 2012)

sagrestia) nella quale è tuttora custodito il crocifisso ligneo alto-medievale detto del Volto Santo. Vennero riscoperti altri due archi (tamponati dal coro barocco), demoliti e ricostruiti fino al tetto; venne riaperto il rosone, chiuso nel periodo barocco e la nicchia in cui era conservato un affresco di Bartolomeo della Gatta, tamponando “con mattoni forati nuovi” la porzione medievale della stessa; venne costruita in cemento armato una copertura per l’abside poligonale non finita e venne intonacata la pietra dello stesso nella parte interna. Inoltre venne demolita la cantoria posta in contro-facciata, pavimentata l’intera chiesa e spostato il monumento funebre dell’abate Simone Graziani e molte altre opere all’interno della chiesa.

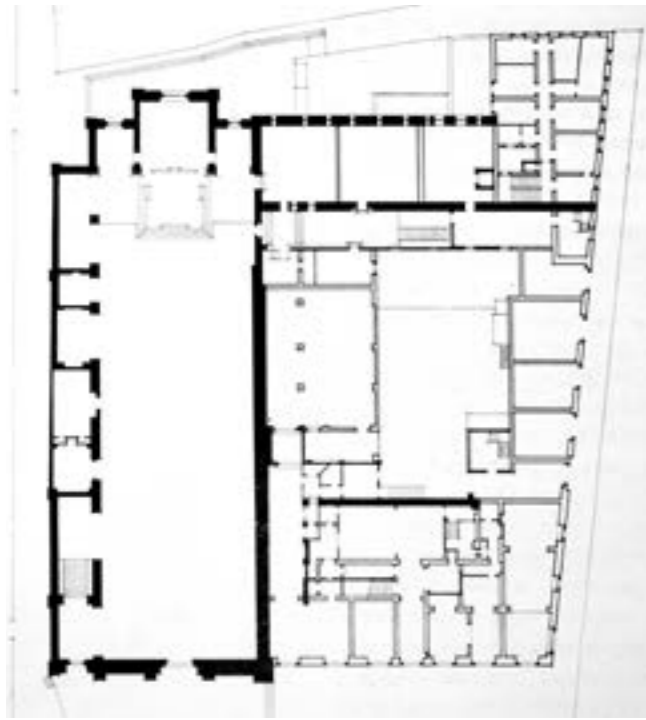
La cattedrale fu riaperta al culto il 29 giugno 1943.



29/ Fotografia del Duomo di Sansepolcro ante i lavori di restauro ad opera dell’Ing. Gabrielli (terminati nel 1943)



30/ Fotografia dell’interno del Duomo allo stato attuale.



31/ Planimetria del complesso conventuale di San Francesco ad Arezzo con evidenziati in nero i muri considerati originali del periodo medievale (CENTAURO 1996)

San Francesco ad Arezzo: un importante documento

Il disegno di progetto

Come accennato nel testo di Ascani, citato nel paragrafo precedente, la ricerca delle caratteristiche proporzionali sia dell'edificio rappresentato nella pergamena che della chiesa di San Francesco ad Arezzo è stato il principale obiettivo dei più recenti studi su entrambi i manufatti. Questi studi, ben sintetizzati dalla Borgherini (BORGHERINI 2001), sono giunti alla comprensione di molti aspetti formali sia del disegno che dell'edificio, ma, pur avendo operato un confronto diretto tra i due manufatti, non sono giunti alla piena comprensione dell'unità di misura impiegata nella progettazione e nella costruzione, quantomeno coerenti con il territorio aretino²¹.

Con la stessa finalità delle precedenti, anche questa ricerca ha cercato di individuare l'unità di misura di entrambi i manufatti (disegno e edificio) instaurando un confronto fra gli stessi. Questa volta, a differenza delle precedenti, l'analisi ha preso le mosse dalle porzioni del complesso conventuale originarie della prima fase rimaste integre²².

In particolare, misurando la distanza di quel che rimane dei muri dell'antico chiostro si nota che questa è pari a 31,80 metri. Per la stessa distanza, sulla pergamena, è segnato il valore di 55 *braccia*. Dividendo per 55 si ottiene una misura prossima al braccio fiorentino, dividendo, a questo punto, 31,80 metri per il braccio fiorentino si ottiene che

21 In piazza Grande ad Arezzo, sul basamento della colonna di pietra che fronteggia i portici del Vasari (fig. 32), sono conservate due barre metalliche sulle quali sono riportate due unità di misura. La sottostante è il braccio fiorentino diviso in 20 denari e ogni denaro diviso in tre parti. La soprastante barra, con il centro allineato al corrispondente del braccio fiorentino, misura 68,6 cm ed è divisa in due parti da 34,3 cm. La stessa barra metallica inoltre ha delle incisioni in corrispondenza di un 1/4 e 1/3. Il primo corrisponde a cm 17,1 e il secondo a cm 22,9. L'allineamento così realizzato permette di evidenziare le conversioni più semplici tra le due unità di misura. Si osserva che 1/6 della misura aretina corrisponde quasi a 4 denari fiorentini (11,7 cm).

22 Come descritto nei paragrafi precedenti



32/ Fotografia del basamento della colonna posta in piazza Grande ad Arezzo su cui sono riportati il Passetto aretino e il Braccio fiorentino



35/ Sovrapposizione del ridisegno della pergamena (in verde) al rilievo del complesso scalato in braccia fiorentine

questa misura è pari a 54 braccia e mezzo²³. La sagrestia e l'attuale cappella sono entrambe profonde circa 15 braccia fiorentine, come segnato, per questa quota, sulla pergamena.

Per compiere un'analisi più dettagliata è stato sufficiente scalare la planimetria del rilievo del complesso in braccia fiorentine e sovrapporre a questa il ridisegno della pergamena (figg. 34, 35). Questa sovrapposizione ha reso possibile alcune osservazioni:

1. I muri, nell'edificio costruito, si discostano dal valore teorico dell'unità osservabile nella pergamena²⁴. Questo incremento dello spessore del pieno murario è realizzato a discapito delle misure del vuoto (come nel caso sopra citato del chiostro ridotto di mezzo braccio a fronte di un aumento dello spessore murario adiacente pari alla stessa quantità. Questo comporta l'esistenza di una serie di "fili fissi" che riportano le misure complessive a quelle del disegno di progetto.
2. Le direzioni dei muri assumono angoli differenti che si discostano dalla perfetta ortogonalità di quelli rappresentati nel progetto. In particolare, il muro di fondo della sagrestia e dell'ex-capitolo non è parallelo a quello del chiostro. Tuttavia, all'altezza del muro che divide i due ambienti del convento, si trova la misura di 15 braccia esatte.
3. Analizzando la porzione nord del convento, così come rappresentata nella pergamena, si nota che questa è perfettamente allineata con via Cavour. Come citato nei precedenti paragrafi, e come osservato nel Catasto Leopoldino (fig. 37), il convento prima degli "sventramenti ottocenteschi" occupava gran parte dell'attuale piazza antistante la chiesa. La conformazione di questa porzione di tessuto urbano, così come appare nei documenti sopra citati, appare anch'essa con una giacitura che si discosta da quella

²³ Che si trattasse di braccia è evidente dalle quote segnate nella pergamena stessa. L'unità di misura è riportata come *brachia*. Per la lettura di tutte le scritte e i numeri, e per un'analisi della pergamena, si rimanda allo studio più aggiornato e completo della Borgherini (BORGHERINI 2001).

²⁴ Questa osservazione coincide con i dati osservati in altre esperienze di rilievo dell'architettura basso medievale. In queste è molto raro trovare spessori murari costanti pari ad un'unità. Spesso si trovano, invece, spessori maggiori dell'unità di frazioni dell'unità stessa.

ortogonale della pergamena. Tuttavia, la strada lasciata libera dagli edifici è coerente con il progetto di convento così come disegnato sulla pergamena, scalato in braccia fiorentine. La porzione a nord appena descritta è quella che nella pergamena appare come ampliamento del complesso conventuale, disegnata e quotata con una grafia differente alla precedente. Da queste osservazioni, sembrerebbe che sulla pergamena fosse riportato, come accennato in precedenza, un progetto in itinere del complesso conventuale, in parte realizzato e in parte modificato. Viceversa, se si sovrappone la pergamena, opportunamente scalata al fine di ottenere la larghezza della chiesa attuale (fig. 38), ovvero andando a supporre come unità di misura quella individuata dai precedenti studi²⁵ (ASCANI 1997; BORGHERINI 2001), si può osservare che la dimensione del convento lo avrebbe portato a sovrapporsi abbondantemente agli edifici antistanti la piazza, alcuni dei quali medievali.

4. Questa ultima sovrapposizione tra pergamena e rilievo scalato, utilizzando un'unità di misura maggiore del braccio fiorentino, mostra che la chiesa disegnata ha le stesse proporzioni di quella realizzata, eccezione fatta per la lunghezza totale, che è maggiore nella chiesa di progetto. Viceversa, tornando a scalare il rilievo in braccia fiorentine come ipotizzato all'inizio, si osserva che la chiesa realizzata ha dimensioni più abbondanti di quella rappresentata nella pergamena. Questa osservazione è quella che discosta il presente studio da quelli che lo hanno preceduto. Infatti, la chiesa attuale è perfettamente misurabile in braccia fiorentine, ma la sua larghezza in prossimità della contro-facciata è pari a 29 braccia e mezzo, tre in più di quelle segnate sulla pergamena. Questo, oltre ad individuare il motivo per cui le precedenti ricerche non sono riuscite a giungere ad una unità di misura nota, muta la natura del disegno della pergamena, configurandolo come un progetto del complesso conventuale e della chiesa, **realizzato in parte**, e che nel tempo ha subito numerosi

²⁵ Quasi tutti gli studi precedenti hanno cercato l'unità di misura confrontando il disegno, considerato un rilievo della chiesa in costruzione, con la chiesa attuale. In particolare Ascani ha ipotizzato un'unità di 64,8cm (ASCANI 1997), la Borgherini, di 64 cm circa (BORGHERINI 2001). Entrambi non hanno trovato un'unità confrontabile con quelle locali.

rimaneggiamenti.

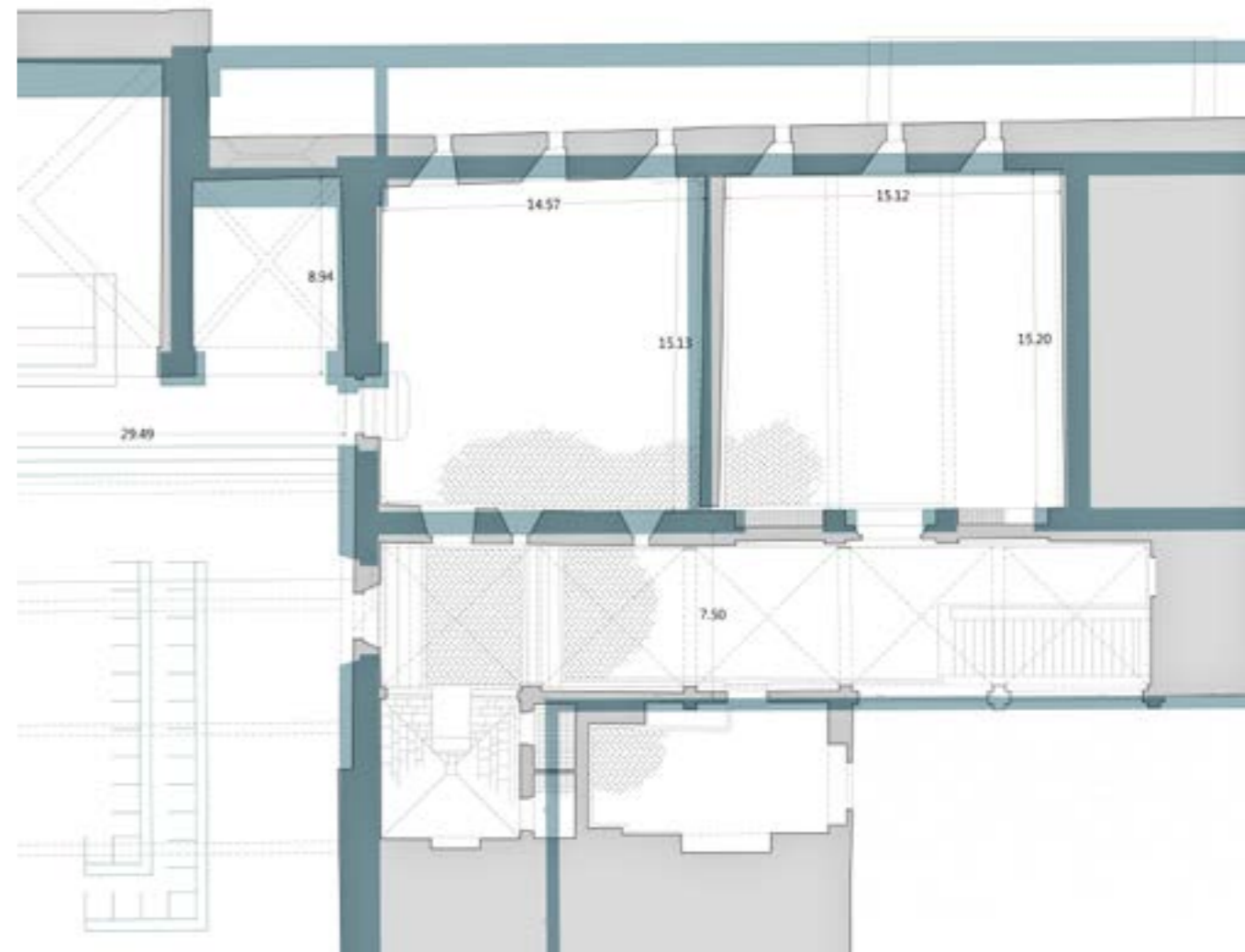
5. I muri perimetrali della chiesa rappresentata e di quella realizzata hanno lo stesso spessore pari a $1 + 3/4$ braccia. In base alla precedente osservazione si deduce che la larghezza della chiesa realizzata a lordo dei muri rimane maggiorata di 3 braccia rispetto a quella rappresentata.

Tra i disegni architettonici più antichi

Il complesso di San Francesco ad Arezzo fu la terza resi-

denza dei frati minori ad Arezzo. Dopo un piccolo oratorio, di difficile collocazione storica e spaziale, i frati minori si insediarono sicuramente nella località denominata Poggio del Sole, sita al confine sud della città murata medievale.

La data di costruzione dell'edificio attuale è incerta, ma sono due i documenti importanti per capire le vicende iniziali. Un documento del 1290 contiene l'invito, rivolto ai francescani dall'allora Consiglio Comunale, ad insediarsi *infra muros civitatis*, e un altro dello stesso anno che contiene la donazione della famiglia Cacciaconti di una *domus et casamenti positi [...] in populo abbacie S.*



34/ Particolare della sovrapposizione del ridisegno della pergamena (in verde) al rilievo del complesso scalato in braccia fiorentine



36/ Fotografia dell'attuale sagrestia. Da notare al centro dell'immagine, il resto di uno dei quattro peducci dei costoloni dell'antica volta a crociera.



36/ Fotografia della porzione del convento rilevata. Da notare in alto a sinistra, le traccie rinvenute recentemente dell'antico triforio

*Flore*²⁶. (SALMI 1960, CENTAURO 1990)

In base a questi documenti quasi tutta la critica riconosce nel 1290 l'inizio della costruzione dell'attuale complesso. G. Centauro (CENTAURO 1990), in occasione del restauro, oltre ad avvalorare questa tesi, ipotizzò (da alcune tracce archeologiche e da un inquadramento urbanistico), l'esistenza di un vicolo sotto l'attuale chiesa quasi all'altezza della contro-facciata. La posizione di questo, e la conseguente ipotesi di una chiesa iniziale più corta, risulterebbe coerente con la chiesa più piccola della pergamena. Questi dati inducono ad ipotizzare una minore disponibilità di terreno iniziale, accresciuta subito dopo la redazione del primo progetto.

Ad ogni modo, dalle analisi condotte sulla pergamena, illustrate nel precedente paragrafo, dato che:

- la pergamena rappresenta il progetto di una chiesa più piccola di quella realizzata;
- la prima fase della costruzione dell'intero complesso ha riguardato prevalentemente la chiesa
- il cantiere si è svolto senza grandi soluzioni di continuità (eccezion fatta per le cappelle terminali)
- la costruzione del complesso è iniziato sicuramente intorno al 1290
- il disegno di progetto deve essere precedente all'inizio del cantiere

La datazione della redazione pergamena deve essere anticipata a prima del 1290.

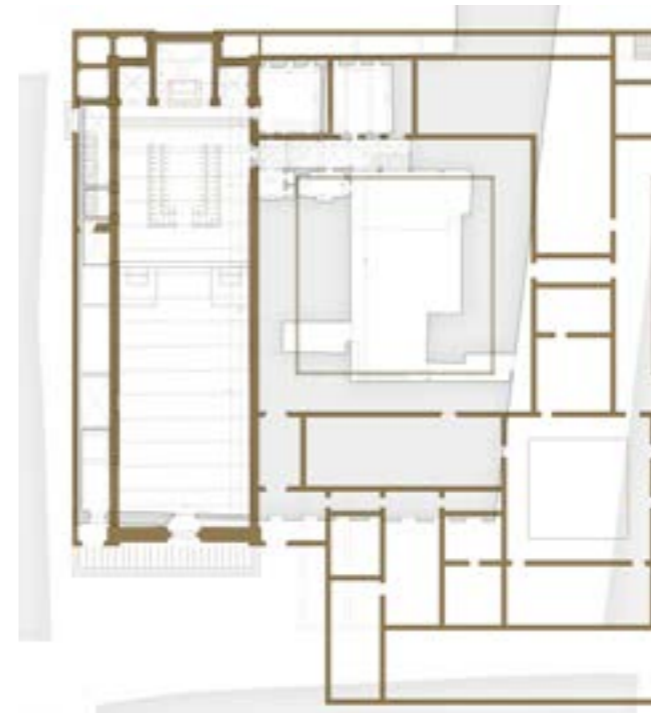
Questa datazione farebbe diventare il disegno architettonico in oggetto tra i più antichi conservati in Italia.

Questa osservazione sarebbe in linea con l'esistenza nel territorio vicino dei più antichi complessi conventuali francescani con questa configurazione planimetrica. In particolare, il San Francesco di Cortona, edificato sui

²⁶ Lumini e Salmi (SALMI 1960), in occasione della pubblicazione del primo rilievo della Basilica di San Francesco, fecero uno studio approfondito sulla porzione inferiore della chiesa. In questa occasione formularono l'ipotesi che in questa fossero celate le tracce dell'antica domus dei Cacciacconti oggetto della donazione.



37/ Sovrapposizione del ridisegno della pergamena sul Catasto Leopoldino scalato in braccia fiorentine



38/ Sovrapposizione del ridisegno della pergamena sul rilievo scalato in modo tale da far coincidere la larghezza delle due chiese (disegno e costruito)

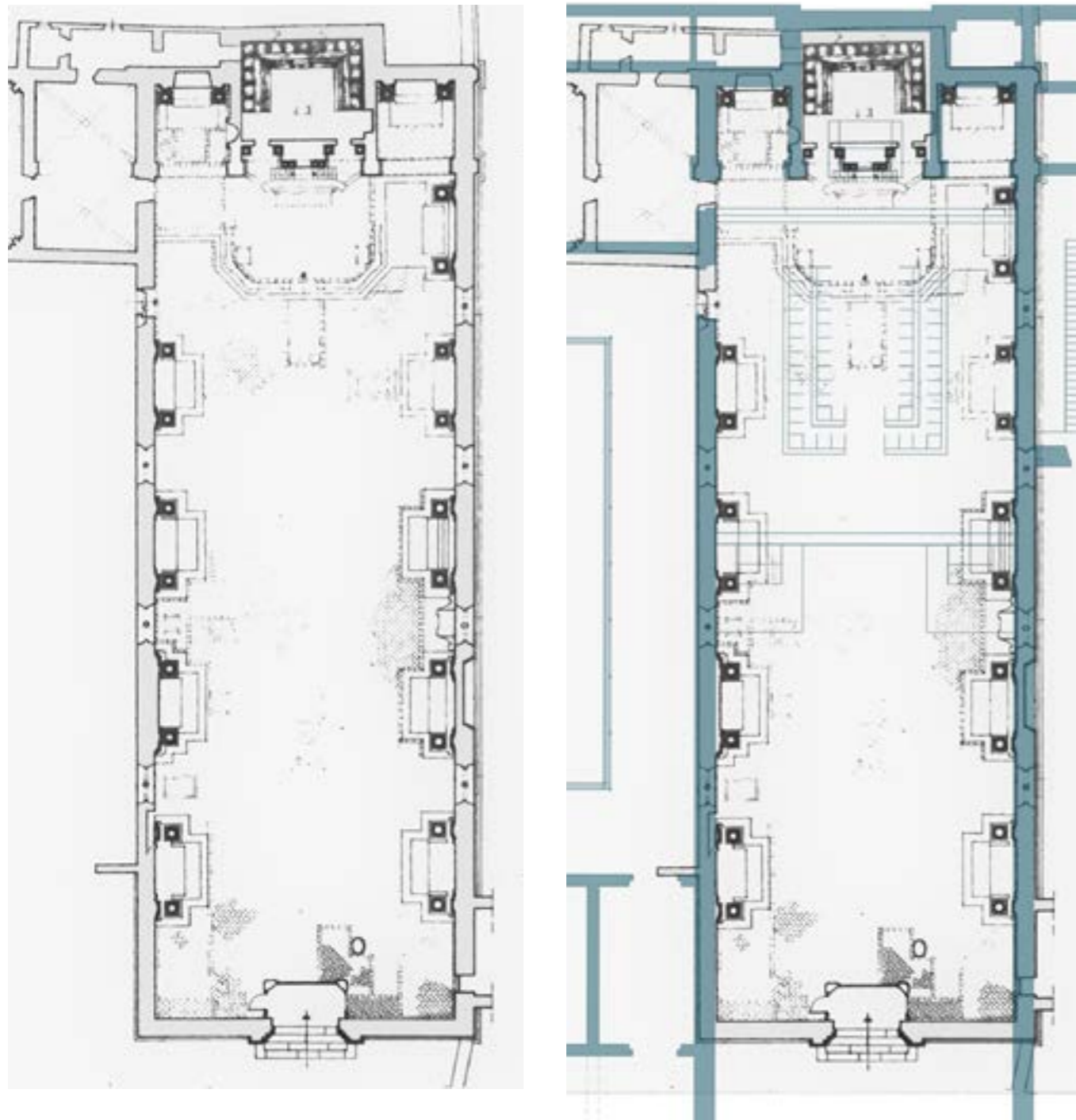
terreni di Frate Elia²⁷, prima guida dell'Ordine dopo la morte del Santo fondatore, è riconosciuto essere il primo modello di chiesa a navata unica con tre cappelle terminali (SCHENKLUHN 2003)²⁸.

²⁷ La figura di Frate Elia è molto controversa. Prediletto seguace di San Francesco, appena dopo essere stato nominato alla guida dall'Ordine, a causa de l'assidua frequentazione della corte dell'imperatore Federico II fu presto scomunicato. Era dotato di notevoli doti diplomatiche e la leggenda assegna allo stesso la capacità di architetto, attribuendogli la progettazione della grande basilica di San Francesco di Assisi e della chiesa sopra citata di Cortona. A Cortona forse si stabilisce proprio su invito di Federico II che in questa zona tra Toscana e Umbria soggiornò per alcuni anni.

²⁸ In questo senso è interessante notare come le misure di quest'ultima chiesa, osservate da un rilievo pubblicato da Tafi (TAFI 1989), siano coerenti con quelle della pergamena. In questa pianta la chiesa è larga circa 15,5 metri (26,5 braccia coincidono con 15,465 metri)



39/ Navata della chiesa di San Francesco a Cortona



40/ A sinistra. Pianta della chiesa di San Francesco a Cortona (TAFI 1989). Sul disegno è riportata la scala grafica. A destra la stessa pianta, scalata in braccia fiorentine, con sovrapposto il ridisegno della pergamena. Da notare la corrispondenza delle misure della sagrestia e del chiostro tra il disegno aretino e il convento Cortonese.

Lineamenti di topologia del processo creativo medievale

Premessa

I sensi godono delle cose debitamente proporzionate come cose simili a se stessi; poiché anche il senso è una specie di ragione come lo è ogni potere conoscitivo

Tommaso D'Aquino

Panofsky, nel suo celebre saggio *Architettura Gotica e Filosofia Scolastica*, per primo instaura un nesso tra la strutturazione del pensiero basso medievale ed una strutturazione del linguaggio architettonico coevo. Per comprendere la tesi di Panofsky, può essere utile ripercorrere il testo individuando tre principi su cui si articola il percorso logico, e che l'autore descrive, di fatto, come prodomi di tre discipline attuali:

1. L'uomo basso-medievale, dopo gli antichi greci, diviene nuovamente cosciente che il linguaggio veicola contenuti anche attraverso la sua struttura. (Semiotica ingenua)
2. Questa necessaria strutturazione, coscientemente per l'uomo medievale, permea tutte le discipline attraverso la costituzione di un "abito mentale". La descrizione dell'"abito mentale", operata dallo storico, è molto simile a quella che compie Kuhn del termine paradigma. (Epistemologia ingenua)
3. Questo "abito mentale" essendo proprio di una data cultura, attraverso il meccanismo della percezione, instaura una relazione tra il creatore e il fruitore di un'opera. L'autore descrive questo passaggio attingendo ai principi della psicologia della percezione della *Gestalt*. (Psicologia ingenua).

A partire da questi tre principi l'autore evidenzia tre ca-



41/ *Affresco dell'Allegoria del Buon Governo, opera di Ambrogio Lorenzetti. Palazzo Pubblico di Siena (databile 1338-1339).*

ratteristiche del pensiero e del linguaggio proprio della Scolastica cercando le “analogie intrinseche” con la strutturazione dell’architettura gotica.

Da qui il tanto deriso schematicismo o formalismo degli scritti scolastici, che giunse al suo culmine nella classica Summa con i suoi tre requisiti: 1. totalità (enumerazione sufficiente), 2. disposizione sistematica di parti omologhe e di parti di parti (articolazione sufficiente), 3. distinzione e coerenza deduttiva (interrelazione sufficiente).

Muovendosi nel campo definito nell’introduzione al presente studio è possibile operare una rilettura dei principi di Panofsky. In particolare, prendendo le mosse da questa ultima triade, mediante le applicazioni descritte in precedenza, in questo capitolo si vogliono individuare alcune invarianti che possono aiutare a tracciare una mappatura topologica del processo creativo architettonico medievale. Da ciò si intuisce che le categorie che di seguito vengono elencate, oltre ad essere parziali, saranno anche relative. Le applicazioni non hanno la finalità di costruire i fondamenti di una topologia medievale, ma vogliono essere solo un esempio della possibile lontananza dell’architettura medievale dalla nostra interpretazione.

Dalla serie di premesse fin qui elaborate, la domanda che a questo punto si pone come necessaria è: “Dove andare a ricercare le invarianti cognitive proprie di una cultura?” Già Panofsky, all’inizio del suo saggio, apre alla possibilità di costituire dei “paralleli” interdisciplinari, sottolineando subito i rischi che questa pratica comporta.

Dopo Panofsky, l’analisi del contesto culturale del periodo medievale, al fine di individuare cardini sui quali impernare le indagini della propria ricerca, è diventata una pratica abbondantemente utilizzata. Quest’ultima è stata sempre più sbrigata attraverso la citazione e la successiva analisi di fonti bibliografiche (documenti, manoscritti, trattati) o fonti iconografiche (affreschi, miniature, grafici, ecc.) del periodo in questione.

Anche lo scrivente vuole attingere a questa usanza, ma limitando la pratica a poche fonti ben contingentate e contestualizzate, definite per la loro sintesi, citazioni.

L’analisi scientifica, invece, è riservata esclusivamente

alle applicazioni.

Le connessioni tra le citazioni e le applicazioni, utili a intuire alcuni lineamenti di topologia del processo creativo medievale, sono demandate all’osservazione del lettore.

Enumerazione sufficiente: le invarianti quantitative

Ragione e società

Prima citazione

Il ciclo di affreschi detti del “Buongoverno” custoditi nel palazzo pubblico di Siena, opera dei Lorenzetti, si aprono con l’affresco intitolato Allegoria del Buon Governo. Questo ha una precisa chiave di lettura e aiuta a far chiarezza su alcuni aspetti del contesto culturale toscano del basso-medioevo. L’allegoria, che è possibile “leggere” da sinistra verso destra dall’alto verso il basso, si apre con la Giustizia. Questa virtù è rappresentata nell’affresco due volte: la prima è sola e occupa quasi tutta l’altezza dell’affresco; la seconda è accostata ad altre virtù del Buongoverno, al fianco della pace. La prima rappresentazione della giustizia sta a rappresentare non un dono del buongoverno, ma una virtù basilare che viene prima del governo stesso.

La *Sapientia* alata [...] sostiene la bilancia, che la *Giustizia* (come quella di Giotto a Padova), tiene in equilibrio, rivolgendole lo sguardo: la giustizia umana deve ispirarsi alla sapienza divina. (FRUGONI 2010)

Nelle rappresentazioni canoniche della Giustizia, fino al XIV secolo, questa tiene nei piatti della bilancia due personificazioni del male e del bene, ovvero degli angeli che puniscono i malvagi e premiano i buoni. Anche nel ciclo di affreschi senesi, la Giustizia ha nei due piatti due angeli

Sui piatti come in Giotto, due angeli compiono azioni diverse. Le identificano due iscrizioni: a sinistra *Distributiva*, a destra *Comutativa*, che sono le parti della giustizia secondo la tradizione aristotelica. Per la prima, preposta a dare a ciascuno secondo i suoi meriti, l’angelo fa da solo quel che facevano i due di Giotto: decapita un reo e incorona un giusto. L’angelo



42/ Rappresentazione della Giustizia di Giotto (1305 circa). Da notare gli angeli sui due piatti intenti a dare agli uomini ciò che spetta loro, secondo la categoria aristotelica della Giustizia Distributiva



43/ Particolare dell’affresco dell’Allegoria del Buon Governo. Da notare l’angelo della Giustizia Comutativa che dona le unità di misura agli uomini.

della *Comutativa* [...] consegna a due mercanti degli strumenti di misura, uno stajo (usato per grano e sale) e due unità di misura lineari (a Siena si usavano la “canna” e il “passetto”). (FRUGONI 2010)

La giustizia *Distributiva*, quella assoluta, è la giustizia che discerne il male dal bene e provvede a ricreare l’equilibrio sociale, punendo i primi e premiando i secondi; la giustizia *Comutativa*, regola i rapporti tra gli uomini, favorendo la distribuzione delle ricchezze.

Si potrebbe dire che entrambe le giustizie necessitano di un’unità di misura. Mentre l’unità di misura della prima è assoluta (nell’orizzonte cristiano propria della Sapienza) quella della seconda è relativa ed appartiene agli uomini che la devono amministrare per raggiungere l’equità sociale.

Seconda citazione

L’angelo del Lorenzetti ha una certa affinità con un altro angelo: quello che, nell’Apocalisse di Giovanni, misura la Gerusalemme Celeste con una canna.

L’angelo mi trasportò in spirito su di un monte grande e alto, e mi mostrò la città santa, Gerusalemme, che scendeva dal cielo, da Dio, risplendente della gloria di Dio. Il suo splendore è simile a quello di una gemma preziosissima, come pietra di diaspro cristallino. La città è cinta da un grande e alto muro con dodici porte: sopra queste porte stanno dodici angeli e nomi scritti, i nomi delle dodici tribù dei figli d’Israele. A oriente tre porte, a settentrione tre porte, a mezzogiorno tre porte e ad occidente tre porte. Le mura della città poggiano su dodici basamenti, sopra i quali sono i dodici nomi dei dodici apostoli dell’Agnello.

Colui che mi parlava aveva come misura una canna d’oro, per misurare la città, le sue porte e le sue mura. La città è a forma di quadrato, la sua lunghezza è uguale alla larghezza. L’angelo misurò la città con la canna: misura dodici mila stadi; la lunghezza, la larghezza e l’altezza sono eguali. Ne misurò anche le mura: sono alte centoquarantaquattro braccia, secondo

la misura in uso tra gli uomini adoperata dall’angelo. Le mura sono costruite con diaspro e la città è di oro puro, simile a terso cristallo. Le fondamenta delle mura della città sono adorne di ogni specie di pietre preziose. Il primo fondamento è di diaspro, il secondo di zaffiro, il terzo di calcedonio, il quarto di smeraldo, il quinto di sardonice, il sesto di cornalina, il settimo di crisolito, l’ottavo di berillo, il nono di topazio, il decimo di crisopazio, l’undecimo di giacinto, il dodicesimo di ametista. E le dodici porte sono dodici perle; ciascuna porta è formata da una sola perla. E la piazza della città è di oro puro, come cristallo trasparente.

Non vidi alcun tempio in essa perché il Signore Dio, l’Onnipotente, e l’Agnello sono il suo tempio. La città non ha bisogno della luce del sole, né della luce della luna perché la gloria di Dio la illumina e la sua lampada è l’Agnello.

Terza citazione

Il numero 144 (misura dell’altezza delle mura della Gerusalemme celeste) è il quadrato di 12. Questo, com’è noto, lo rende un numero particolarmente utilizzato nelle culture (soprattutto quelle antiche) che utilizzavano i sistemi numerali a base duodecimale o ottale.

Di notevole importanza per il periodo basso-medievale è l’appartenza del numero 144 alla serie di Fibonacci

1 ; [+1=] 2 ; [+1=] 3 ; [+2=] 5 ; [+3=] 8 ; [+5=] 13 ;
[+8=] 21 ; [+13=] 34 ; [+21=] 55 ; [+34=] 89 ; [+55=]
144 ; [+89=] 233 ; [+144=...]

Quarta citazione

Il corpo rettangolare della chiesa, costituito da tre navate, è delimitato da un doppio quadrato di 80 piedi di lato (80 x 160). Ad esso va aggiunto il braccio trasversale di 100 x 40 piedi, con i quali ultimi si raggiungono i 200 piedi della didascalìa. A questi volumi sono poi da aggiungere le esedre, le cui misure sono meno facili da definire. A sud il chiostro,

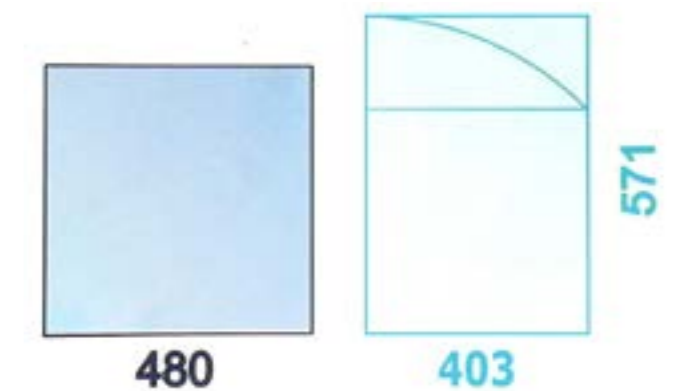
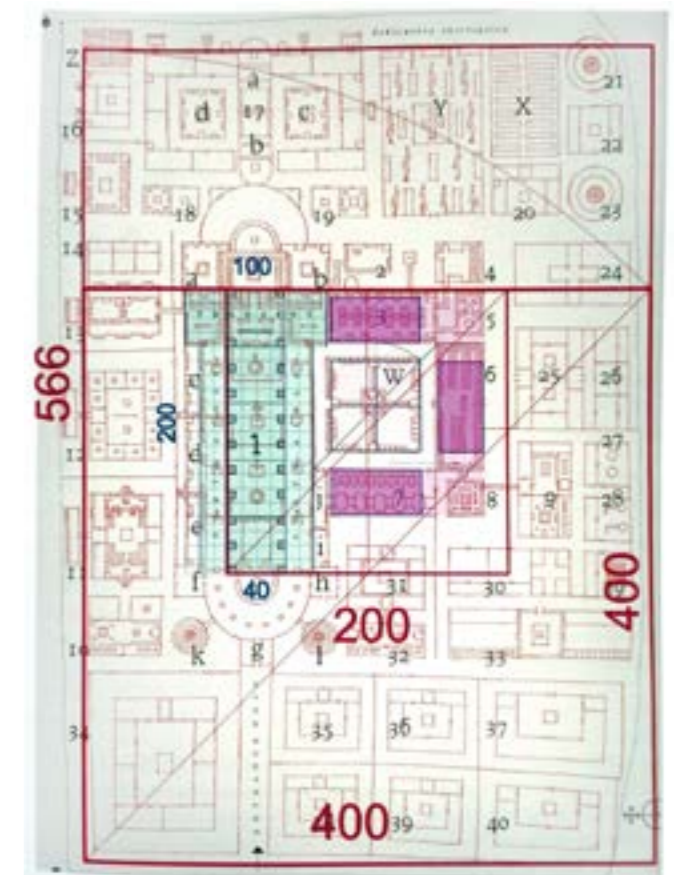
incastrato sotto la breve sporgenza del transetto relativo, aggiunge un quadrato di 90 x 90 piedi. (BARTOLI 2009)

Questo testo è la descrizione operata dalla Bartoli della pergamena su cui è raffigurata l’abbazia di San Gallo. L’analisi condotta è di notevole interesse per il presente studio poiché getta una luce diversa sulla progettazione dei complessi abbaziali. In particolare per questo paragrafo è interessante l’articolazione delle misure.

La centuriazione romana è una strategia di ripartizione del territorio che genera una gerarchia di unità di superficie: partendo dall’*actus* quadrato di lato 240 piedi; 4 *actus* generano un *fondo* (quadrato di lato 240 piedi); 2 *fondi* generano un *iugero* (rettangolo di lati 480 per 240 piedi); 2 *iugeri* generano un *agro* (quadrato di lato 480 piedi). La superficie di un *agro* è di 230400 piedi quadrati. Un rettangolo di area equivalente e di rapporto tra i lati uguale a $\sqrt{2}$ è il rettangolo di lati 403 e 570, come si vede molto prossimo al nostro. Il tema generatore della pianta pare quello di proporre il piano del convento entro la superficie assegnata di un *agro*, ma su un fondo rettangolare di proporzioni $1:\sqrt{2}$. (BARTOLI 2009)

Quinta citazione

Nell’introduzione alla sua *Pratica geometrie*, Leonardo Fibonacci fa un’esposizione della misura lineare e di quella superficiale. Le prime righe non hanno niente che possa sorprendere una mente moderna: la cubita superficialis è un quadrato con lato uguale ad una cubita linealis; la stessa relazione valga per l’ulna superficialis rispetto all’ulna linealis e per la pertica superficialis rispetto alla pertica linealis. A partire da questo punto, Fibonacci il pisano procede con il sistema utilizzato a Pisa – che si distingue dalle nostre abitudini. Una pertica, in verità, è composta di 6 piedi, e il piede di 18 punti o once. Anche una pertica quadrata o superficiale è composta di 6 piedi superficiali poiché (come spiega Fibonacci) un piede superficiale possiede la lunghezza di 1 pertica e la larghezza di 1/6 pertica (ossia 1 piede). La misura



44/ Studio della pergamena di San Gallo (BARTOLI 2009). Da notare come il quadrato dell’agro romano viene trasformato in un rettangolo di pari superficie, e con i lati fra loro in rapporto di $\sqrt{2}$

di un piede in quadrato, invece, si chiama denarius. Una oncia superficiale ugualmente è un rettangolo 1 pertica×1 oncia. Per le aree più grandi sono utilizzati la scala (= 4 pertiche), il *panorum* (= 5 1/2 pertiche), il *staiorum* (= 12 panori) ed il *modiorum* (= 24 staiori). Tutti questi sono dapprima misure superficiali, ma sono anche intesi come misure lineari – dove 1 panoro lineare è la lunghezza che, provvista di una larghezza di 1 pertica, è uguale a 1 panoro superficiale. Sono utilizzati (ci dice Fibonacci) nel commercio dei campi, dei terreni fabbricabili e delle case – dunque nella vita pratica.

Altrettanto si trova quando Luca Pacioli spiega nella parte geometrica della *Summa di aritmetica* le misure utilizzate a Firenze nella vendita dei terreni. Qui, la larghezza ricorrente è il braccio: *Moltiplicando bracia per bracia: Fanno bracia quadre. Moltiplicando bracia per pugnora fanno pugnora. Moltiplicando bracia per panora fanno panora: moltiplicando per staiora fanno staiora....* (1 staioro = 12 panori = 12² pugnori = 12³ braccia). Tutta la struttura dell'esposizione, come pure la metrologia descritta, dimostra che in questo passo Pacioli non dipende da Fibonacci. (HØYRUP 1995)

Le relazioni delle misure lineari

Il Duomo di Sansepolcro

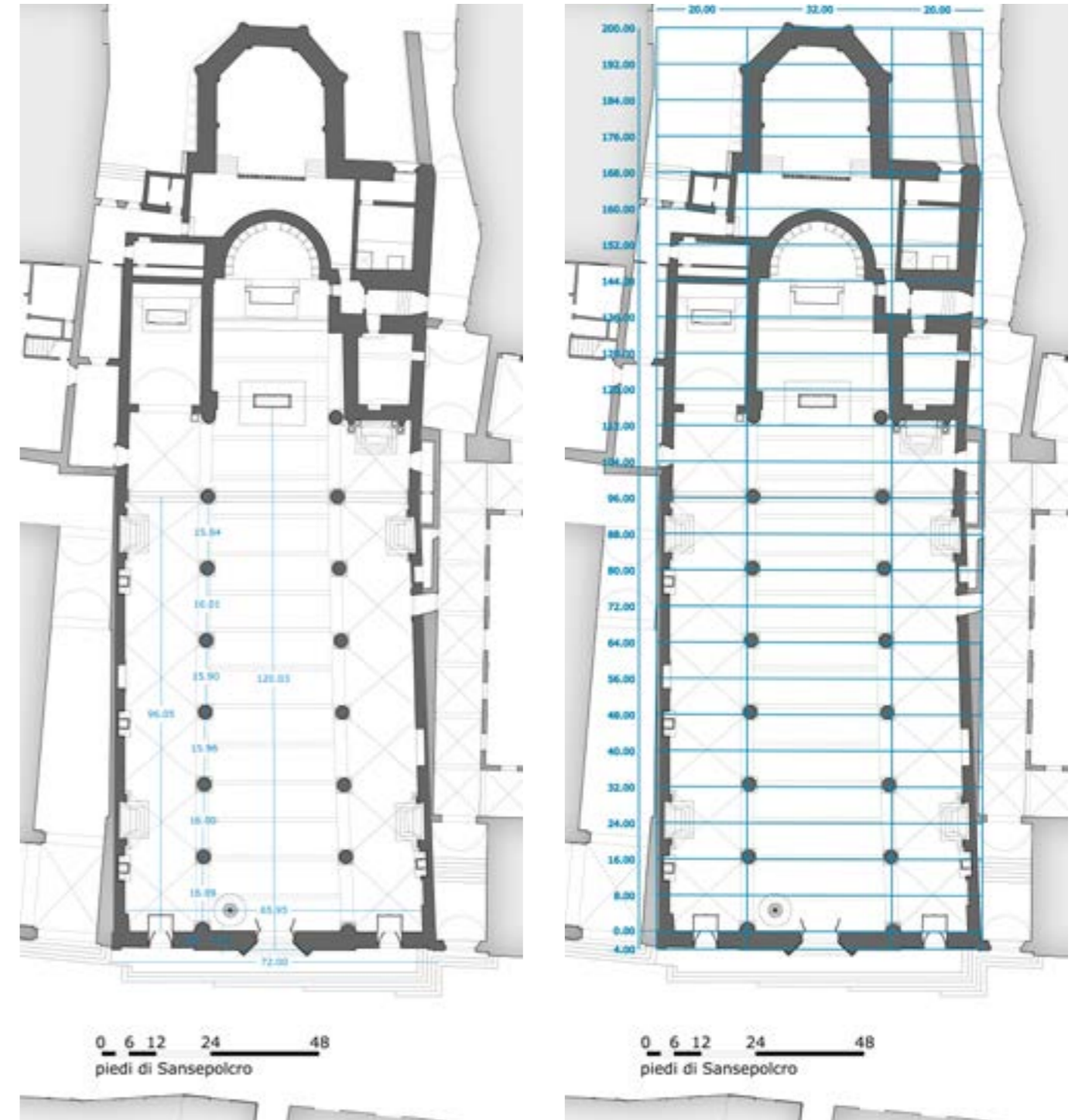
La facciata del Duomo di Sansepolcro è sicuramente l'elemento architettonico che più di ogni altro stupisce dell'intero complesso. Questa è la parte meglio conservata, in tutti i suoi elementi, della cattedrale, che, d'altro canto, come descritto nel capitolo precedente, ha subito numerosi rimaneggiamenti nel corso dei secoli. La facciata, come gran parte della chiesa attuale, fu costruita solo alla fine del XIII secolo per opera dei monaci camaldolesi,



45/ Particolare della parasta di sinistra della facciata del Duomo di Sansepolcro



46/ Fotografia della facciata. Da notare il risalto della porzione centrale



47/ Pianta del Duomo di Sansepolcro scalata secondo il piede da fabbrica biturgense individuato. A sinistra sono riportate le misure lineari notevoli in piedi biturgensi. A destra è riportata la scansione longitudinale dello spazio secondo il modulo di 12 piedi.

entrati in possesso dell'abbazia pochi decenni prima²⁹. Questa è incorniciata da due semplici paraste alte circa 11 metri. Le altre poche linee che scolpiscono la facciata sono prevalentemente verticali, a sottolineare il carattere lievemente gotico della composizione. Priva di qualsiasi elemento scultoreo, la porzione più lavorata è il portale strombato con arco a tutto sesto sormontato da timpano. La parte centrale è leggermente avanzata (16 cm circa) rispetto alle porzioni che tamponano le navate laterali. Il portale è sovrastato dal grande rosone. Questo, che tutta la critica ha sempre ritenuto di dimensioni abbondanti rispetto al partito architettonico nel quale è inserito, si può ritenere, al netto di tutte le vicende descritte nel capitolo precedente, coevo alla facciata. L'attuale conformazione della facciata è, quindi, quella del XIII secolo, eccezion fatta per le finestre sopra i portali laterali.

La semplicità compositiva della facciata e la certezza temporale degli elementi che la compongono hanno offerto l'occasione di ricostruire l'unità di misura utilizzata nella costruzione della fabbrica del Duomo, almeno per quanto riguarda la porzione realizzata nel periodo basso-medievale.

Dividendo la larghezza complessiva della facciata per la larghezza delle paraste si è potuto notare che queste sono esattamente la trentaseiesima parte della facciata. La larghezza delle paraste, espressa in metri, è pari a 0,66 metri circa. Osservando le unità di misura della zona, così come riportate nei manuali di metrologia³⁰, si evince che esisteva nell'Urbinate e nella alta valle del Tevere un "piede da fabbrica" di misura variabile tra i 32 cm di Città di Castello e i 34 cm di Urbino. Pensando ad un "piede da fabbrica" biturgense è plausibile ipotizzare una

misura di 33 cm circa³¹. Calcolando con esattezza questa misura, dividendo per 72 l'attuale larghezza della facciata, confrontando questa misura con la larghezza delle paraste e con le misure di altri elementi coevi della chiesa, si è giunti alla conclusione che l'ipotetico "piede da fabbrica" utilizzato per costruire la chiesa misurasse 0,3313 metri³².

Questa unità di misura è molto vicina ad un sesto della canna mercantile romana pari a 1,992 metri³³. Misure molto simili, se non identiche, al piede da fabbrica individuato, sono state ritrovate in molti luoghi della Toscana meridionale, in particolare del senese, e della Tuscia (tra la Lazio e Toscana). Tra questi, vale la pena sottolineare la presenza di un piede utilizzato nel periodo medievale nei comuni limitrofi ad Acquapendente, nel Viterbese. Nel comune di Valentano è stata ritrovata una barra metallica sulla quale sono indicati i piedi medievali della cittadina di Castro, ormai distrutta.

Le suddivisioni di questo lato, che doveva ospitare il campione di unità di misura di una canna più antica, risultano in parte cancellate dalla rilavorazione per l'impiego dell'asta, ma vi si leggono ancora i contrassegni di almeno dieci moduli pressoché uguali, varianti dai 33,1 ai 33,2 cm per una media di 33,15 cm, suddivisi in mezzi ed in quarti, sul primo dei quali si scorge, incisa con una successione di punti, la scritta "piede MV". (CHIOVELLI 2007)

Acquapendente, come accennato, vicinissima al comune di Castro, ha la stessa genesi del Borgo di Sansepolcro. Anche questo comune nasce intorno ad una abbazia sorta

31 Gli elementi architettonici della chiesa in molte occasioni hanno le proprie dimensioni espresse in numeri interi nel sistema metrico-decimale. Questa osservazione, apparsa assai strana durante la fase di presa delle misure, per un edificio medievale, è divenuta logica di fronte alla unità di misura pari a circa un terzo del metro.

32 L'autore è giunto alla definizione dell'unità di misura nell'ordine del millimetro, attraverso una serie di prove eseguite sull'intero complesso abbaziale. La misura come sopra riportata è quella che approssima maggiormente tutte le distanze notevoli fra i vari elementi architettonici.

33 Un sesto della canna mercantile romana corrisponderebbe a 0,332 m.

29 Il Duomo nel 2012, in occasione del millenario del primo documento che riporta il nome dell'abbazia, è stato oggetto di numerosi studi. Tra questi il più completo, finora pubblicato, è stato quello a cura di Liletta Fornasari. Si rimanda a questo libro per avere maggiori informazioni riguardo l'intera genesi e le vicende architettoniche che hanno condotto alla conformazione attuale del complesso

30 MARTINI, Angelo, *Manuale di metrologia ossia misure, pesi e monete in uso attualmente e anticamente presso tutti i popoli*, Torino, Loescher, 1883.

nell'anno mille intitolata al Santo Sepolcro³⁴.

Tornando a Sansepolcro, andando a misurare con il "piede da fabbrica" l'intero complesso abbaziale, si nota come anche le porzioni del XV secolo siano state costruite con questa unità di misura³⁵.

Il filo esterno della facciata, profonda nella parte centrale 4 piedi, dista dalla parete di fondo del campanile 141 piedi esatti. Proseguendo la misura oltre questa parete si può giungere al filo esterno dell'abside poligonale non finita. Di questo rimane, come già accennato, solo una porzione di mura alta, misurata dal manto stradale esterno, 4,88 metri. Questa porzione, seppure di poco conto in alzato, ha uno sviluppo in pianta quasi completo e permette di comprendere quale sarebbe stata la conformazione planimetrica della chiesa abbaziale una volta terminata.

Lo spessore murario di tutta la porzione absidale non completata è di 4 piedi esatti. Il filo esterno della parete di fondo dell'abside dista dal filo della facciata, analizzato in precedenza, 204 piedi.

I lati dell'ottagono espressi in piedi trovano la loro ragione se si considera l'interasse del muro, all'altezza del quale i lati dell'ottagono misurano circa 12 piedi.

L'altare, nell'attuale collocazione, dista dal filo esterno della facciata 120 piedi esatti.

Dalle misure analizzate finora emerge che il multiplo del piede maggiormente utilizzato sia il 12. La facciata larga 72 piedi; la lunghezza totale della chiesa di 204; il lato dell'abside di 12, invitano a prendere in considerazione moduli di 12 piedi.

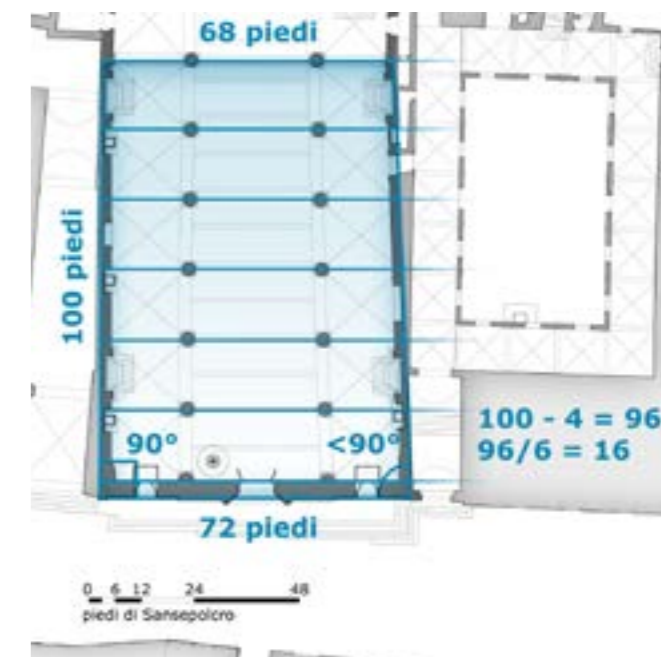
A questo punto è facile ipotizzare un'unità di misura che si compone su moduli multipli di 12³⁶.

Procedendo con l'analisi planimetrica delle tre navate del-

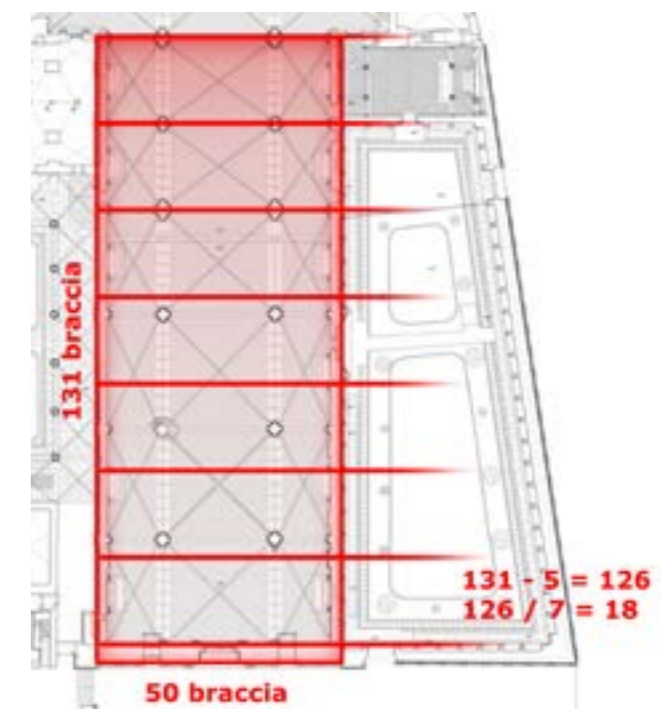
34 L'abbazia del Santo Sepolcro, oggi cattedrale di Acquapendente, è stata molto rimaneggiata, ma conserva ancora la cripta originale, nella quale è custodita una copia del X secolo del sacello del Santo Sepolcro di Gerusalemme.

35 Analizzando le misure delle prime opere di Piero della Francesca (artista biturgense), in particolare quelle commissionate a Sansepolcro, queste possono essere misurate con lo stesso piede. Ad esempio la tavola sulla quale è dipinto il Battesimo di Cristo, commissionato dall'allora Badia, misura 167 x 116 cm che corrispondono esattamente a 5 x 3,5 piedi.

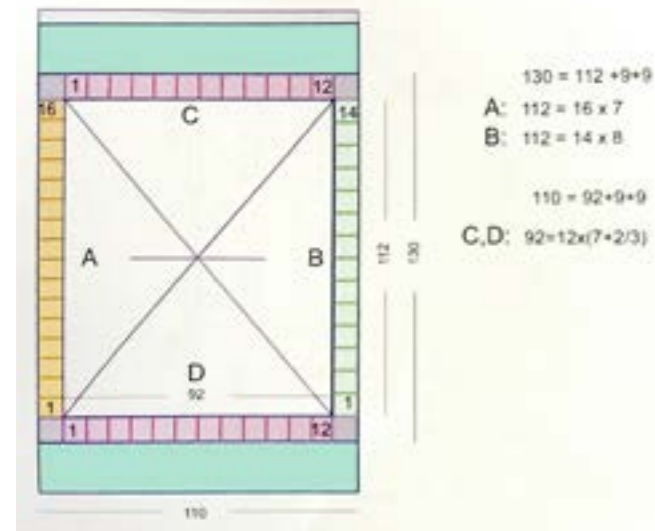
36 Il multiplo di dodici è coerente con le altre unità di misura rammentate in precedenza: la canna di Castro è divisa in dodicesimi; la canna mercantile romana è circa sei volte il piede biturgense.



48/ Pianta del Duomo di Sansepolcro con sopra riportata la scansione dell'intercolumnnio delle prime sei campate



49/ Pianta di Santa Maria Novella con sopra riportata la scansione dell'intercolumnnio delle prime sei campate.



49/ Schema delle campate del Chiostro Grande di Santa Maria Novella. (BARTOLI 2009)

la chiesa emergono apparentemente numerose irregolarità. La prima è il non parallelismo tra i fianchi dell'edificio. Andando ad analizzare gli angoli, si può notare come l'angolo formato dal fianco nord della chiesa e dalla facciata è un angolo retto, mentre il suo opposto è un angolo acuto. Nei pressi dell'altare, all'altezza dei gradini che dividono le navate dal presbiterio, ci sono le uniche due paraste presenti lungo i fianchi della chiesa. Queste, seppur cinquecentesche, celano un cambio di direzione netto di entrambe le pareti, che in corrispondenza di questo punto divengono quasi³⁷ parallele.

Il quadrilatero così descritto è di fatto un trapezio rettangolo che ha la sua base maggiore nella facciata della chiesa, la minore nella linea che congiunge gli interassi delle paraste (materializzata dalla seconda alzata dei gradini di ingresso al presbiterio) e i due lati nei fianchi della chiesa. Questo trapezio ha l'altezza pari alla lunghezza del fianco a nord della chiesa che misura esattamente 100 piedi; la base minore misura 67 piedi: 5 in meno della maggiore (la facciata).

³⁷ È difficile valutare il parallelismo di queste poiché all'esterno di quella a sud è stato realizzato un'intercapedine e, sempre la stessa parete, cambia spessore all'altezza del campanile.

Sottraendo alla lunghezza di 100 piedi i 4 dello spessore della facciata e suddividendo i 96 piedi per le 6 campate si ottiene l'interasse di queste che è pari a 16 piedi.

In questo caso, anche se apparentemente la misura non è più un multiplo di 12, il numero delle campate coinvolte nel calcolo è 6.

Gli studi su Santa Maria Novella a Firenze

Questo processo di suddivisione che fa uso di numeri interi multipli fra loro è facilmente riscontrabile in altre architetture gotiche toscane.

Nello studiare il complesso conventuale di Santa Maria Novella, in particolare il chiostro grande, la Bartoli ha notato che la suddivisione delle campate tra la parte a est e quella a nord è differente.

Il chiostro Grande presenta una singolare anomalia: nei due lati lunghi il numero delle campate affacciate sul prato è diverso. A ovest, 16 campate di 7 braccia di interasse ripartiscono le 112 braccia [...]. A est il numero delle campate muta: qui sono 14, e, associate all'interasse di 8 braccia, raggiungerebbero lo stesso risultato (è messa in opera una applicazione del corollario che recita: invertendo l'ordine dei fattori, il prodotto non cambia). (BARTOLI 2009)

Proseguendo l'analisi dello stesso complesso, in particolare della chiesa, questa presenta la stessa scansione della navata di Sansepolcro. Anche se le forme del capolavoro fiorentino sono eminentemente gotiche, e le dimensioni sono maggiori, i numeri espressi dalle misure e le loro articolazioni hanno molte affinità. Il corpo longitudinale della chiesa di Santa Maria Novella (escluso il transetto) è lungo 131 braccia fiorentine. Se a questa misura viene sottratta la profondità della facciata pari a 5 braccia, si ottiene la lunghezza di 126 braccia che, divisa per sette, assegna alla lunghezza della singola campata 18 braccia³⁸. Poiché il transetto è profondo esattamente 36 braccia (compreso

³⁸ Questa, tuttavia è la lunghezza delle due campate della chiesa prossime al transetto, mentre le altre subiscono notevoli variazioni. Questa apparente casualità è stata dipanata dalla Bartoli nella pubblicazione che riporta il rilievo del complesso (BARTOLI 2009)

il muro di fondo), la lunghezza di tutta la chiesa è pari a 9 moduli da 18 ai quali è da sommare la profondità della facciata.

Il disegno di San Francesco ad Arezzo

Andando a descrivere un plausibile proporzionamento dell'edificio rappresentato sulla pergamena di Arezzo, si è potuto notare che, oltre al dimensionamento dei vuoti e dei pieni dei chiostri quadrati su modello di Villard de Honnecourt, (BORGHERINI 2001), questi sono contornati da locali disposti ad L aventi una profondità costante di 15 braccia. Questi locali, sommati al chiostro, descrivono un secondo quadrato di lato pari a 71 braccia al netto dei muri, 72 al lordo. A fugare ogni dubbio sulla genesi quadrata sono le quote indicate sul disegno. Infatti, lungo la direzione nord-sud il chiostro è lungo 55 braccia, alle quali si devono sommare le 15 della sagrestia e le due pareti (55+15+2= 72), nell'altra direzione la quota segnata è quella dei dormitori posti al piano superiore ed è esplicitamente dichiarata pari a 71 braccia. Questo modulo quadrato, nel disegno, è ripetuto due volte a circoscrivere altrettanti chiostri quadrati, portando la lunghezza complessiva del convento alla misura di 144 braccia.

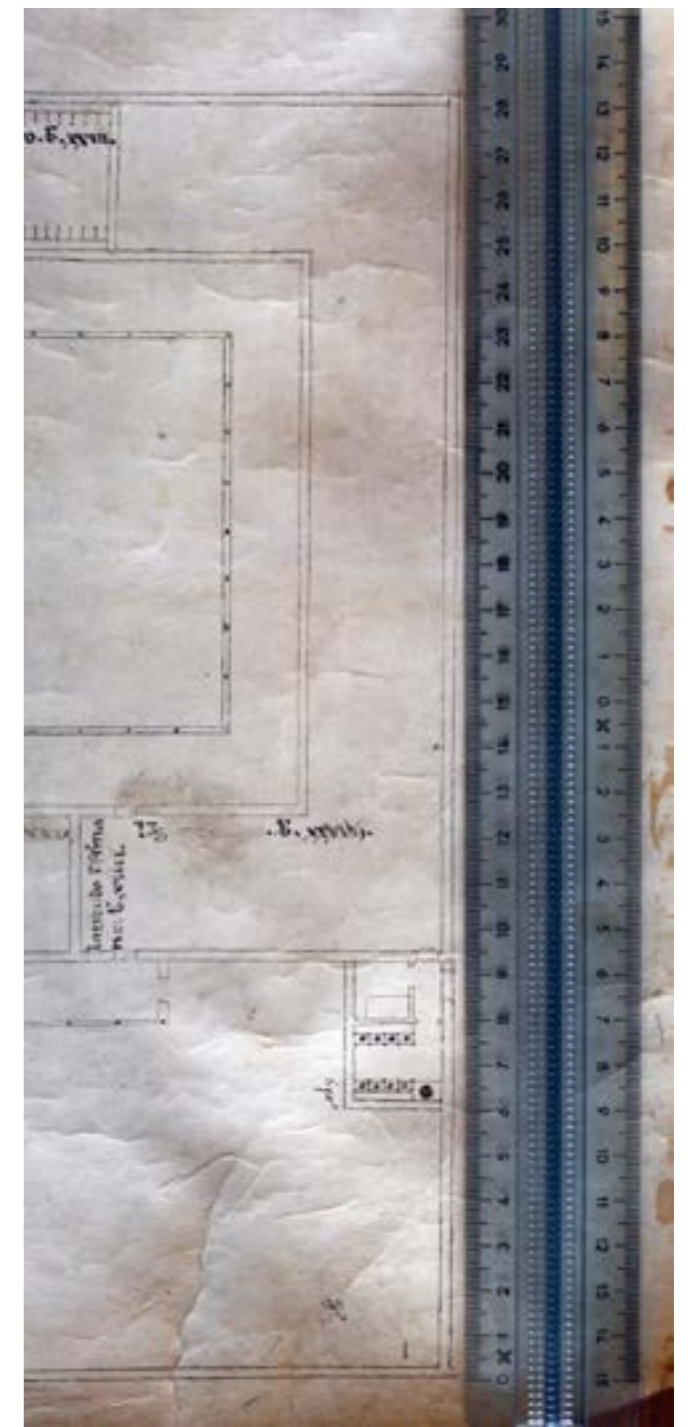
A questo punto, non possono non tornare alla mente le misure del complesso abbaziale di Sansepolcro.

Tuttavia, il braccio fiorentino ha una diversa articolazione delle misure lineari rispetto al piede osservato a Sansepolcro che allontana, in parte, l'edificio da una unitarietà numerologica.

Il braccio fiorentino, come è noto, presenta una doppia suddivisione. Può essere suddiviso in dodici oncie, ognuna delle quali divisa in 20 denari o direttamente in 20 soldi, a loro volta costituiti da 12 denari. In ogni caso il braccio è diviso in 240 denari. La pertica, l'unità superiore, è formata da 5 braccia.

La pergamena permette, caso raro per l'architettura medievale, di ergere un confronto tra disegno di progetto ed edificio costruito, fino alla comprensione della scala grafica adoperata.

I precedenti studi, unanimemente, confrontando le quote della pergamena con la chiesa costruita, sono giunti ad una scala di 1:300 circa. Per procedere all'individuazio-



50/ Pergamena di Arezzo con scalimetro in centimetri. La misura complessiva del convento è di 131 braccia a cui corrispondono i 28,4 cm leggibili sullo scalimetro

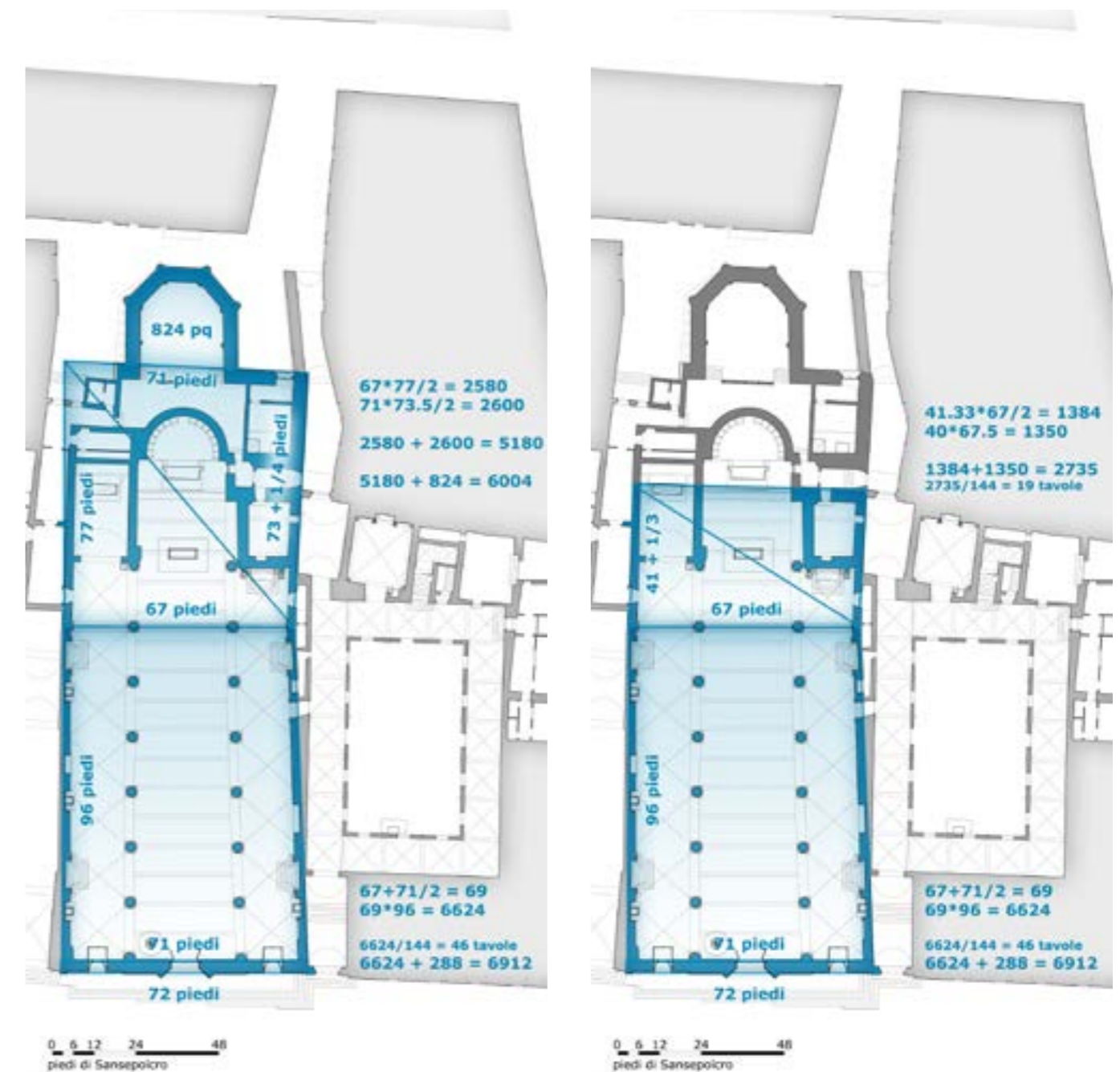
ne della scala, operazione difficile per una pergamena di sette secoli, è stata selezionata un'area del disegno in cui il ritiro del supporto fosse minimo. Così si è misurata la profondità dei due chiostri quotati in 55 braccia. Questa misura in un chiostro è pari a 11,9 cm e nell'altro a 12 cm esatti. Procedendo per esclusione, poiché la pergamena si è sicuramente ritirata e non il contrario, si può affermare che la scala più grande individuata è di 1:266 braccia. Gli studi effettuati sui disegni trecenteschi hanno evidenziato che, per l'individuazione corretta della scala, è necessario un confronto con lo scalimetro utilizzato dal disegnatore in quel periodo (BARTOLI 2007). Quello basato sul braccio fiorentino era suddiviso in 240 denari. La scala più plausibile, quindi, sarebbe proprio quella di 1:240, nella quale 10 denari sono uguali a 10 braccia, ma questa è da escludere per l'osservazione precedente sul ritiro della pergamena. A questo punto rimangono le scale nelle quali 8 denari o 9 denari sono uguali a 10 braccia. La prima coincide con una scala di 1:300, l'altra ad una scala di 1:266,6 periodico. Quest'ultima coinciderebbe perfettamente con le misure prese e sarebbe molto vicina alle altre presenti sul disegno. Come analizzato il disegno è ben descrivibile mediante un modulo di 5 braccia di lato, che in questa scala coinciderebbe con una griglia di lato pari a 4,5 denari (1 cm circa).

Le relazioni delle misure di superficie

La tavola e lo stavore di Sansepolcro

A Sansepolcro, se il modulo individuato attraverso le misure lineari risultasse corretto, è facile immaginare l'utilizzo di un'unità di superficie multipla del 12. Osservando le tavole di ragguglio del XVI secolo è possibile notare l'esistenza a Sansepolcro di una *tavola* formata da 144 piedi e di uno *stavore* formato da 100 tavole (equivalente a 14400 piedi quadri). Questa lettura dell'unità di misura superficiale sembrerebbe suggerire un calcolo delle aree simile al nostro (basato su moduli quadrati), nel quale l'unico aspetto differente è il sistema di base duodecimale. Ipotizzando l'esistenza di tavole di 144 piedi, torna alla mente la larghezza della chiesa di 72 piedi e la lunghezza totale di 204 piedi. Utilizzando il metodo di calcolo, così come illustrato da Høytrup all'inizio di questo capitolo, è facile comprendere che la superficie totale della chiesa è divisibile per 144 poiché le misure lineari che la compongono sono entrambe divisibili per moduli di 12. In particolare la facciata è larga 6 moduli e la chiesa è lunga 17. Moltiplicando questi due numeri, si ottiene 104 moduli quadrati (tavole) di 144 piedi quadri ciascuno. A questo punto è facile comprendere come l'articolazione lineare si rispecchia, secondo la logica delle linee larghe, nell'articolazione delle misure di superficie. Poiché 72 è la metà di 144, ogni due piedi di profondità della chiesa occupano una superficie pari ad una tavola. La facciata occupa due tavole ed ogni campata, profonda 16 piedi, copre una superficie di 8 tavole. Questa ridondanza nell'articolazione delle superfici non è accidentale e deriva da una articolazione vasta delle misure lineari che si riflette in un'articolazione ancora più grande (si potrebbe dire "alla seconda") delle misure superficiali.

Scendendo più nel dettaglio, come già osservato in precedenza, la figura geometrica nella quale è possibile iscrivere la porzione del Duomo di Sansepolcro delimitata dalla facciata da un lato e dal presbiterio dall'altro, è esattamente un trapezio rettangolo. L'altezza di questo trapezio coincide con il fianco nord della chiesa al netto della profondità della facciata (pari a 4 piedi). Poiché la media delle basi è di 69 piedi ($(71+67)/2$) l'area delimitata da questa strana figura è pari a $96 * 69 = 6624$ piedi quadri:



51/ Relazioni delle superfici del Duomo di Sansepolcro. A sinistra è riportato il calcolo delle superfici del Duomo nella versione gotica mai realizzata. A destra nella versione interrotta all'altezza della parete di fondo del campanile. Da notare in entrambe il calcolo della superficie del trapezio la cui differenza delle basi è pari a 69 piedi e l'altezza (esclusa la facciata) 96 piedi

46 tavole esatte.

A partire da questa superficie, si può calcolare sia l'area occupata dalla chiesa mai completata, sia l'area della chiesa interrotta all'altezza del campanile.

Dopo i gradini che accedono al presbiterio, le direzioni delle pareti laterali cambiano decisamente: la parete sud del campanile è continua con quella non finita dell'abside poligonale. Questo allineamento induce a pensare che questa direzione sarebbe rimasta immutata anche nella chiesa più grande. La parete a nord subisce una più contenuta variazione di angolo, e non raggiunge la parete di fondo dell'abside poligonale inducendo ad ipotizzare un allineamento di questa con la parete del corpo longitudinale che la precede.

La mutazione delle direzioni, così descritta, trasforma la netta convergenza delle pareti in una lieve divergenza.

La parete di fondo, sulla quale si innesta l'abside poligonale, in questo modo tornerebbe ad essere larga 71 braccia, esattamente come la larghezza della chiesa presso la contro-facciata, assumendo tuttavia una direzione non parallela a quest'ultima, ma comunque perpendicolare al fianco sud (prosecuzione della parete del campanile).

L'irregolarità del quadrilatero descritto poteva essere gestita suddividendolo in due triangoli rettangoli che avevano in comune l'ipotenusa. L'area di questi due triangoli è semplice da calcolare: il primo ha i due cateti che misurano rispettivamente 67 (questo coincide con la base minore del trapezio precedente) e 77. L'area di questo triangolo è 2580, e la sua ipotenusa è pari a 102 piedi. Sottraendo al quadrato costruito su questa ipotenusa, il quadrato costruito sulla parete di fondo della chiesa (già misurata in 71 piedi) si ottiene la misura dell'altro cateto pari a circa 73 piedi + 1/4; l'area di questo triangolo è pari a 2600 piedi quadrati. La genesi geometrica dell'abside poligonale è un ottagono. L'ottagono non è del tutto regolare: gli angoli sono leggermente differenti mentre i lati sono fra loro uguali. Per comprendere questa conformazione, è sufficiente ipotizzare l'ottagono iscritto in un parallelogramma. Il quadrilatero così ottenuto avrà due lati perpendicolari alla facciata della chiesa, e gli altri due perpendicolari al muro di fondo della chiesa non finita. L'area di questo poligono misura 824 piedi quadrati.

L'area dei due triangoli sommata a quella dell'abside avrebbe dovuto essere di 6000 piedi quadri e avrebbe por-

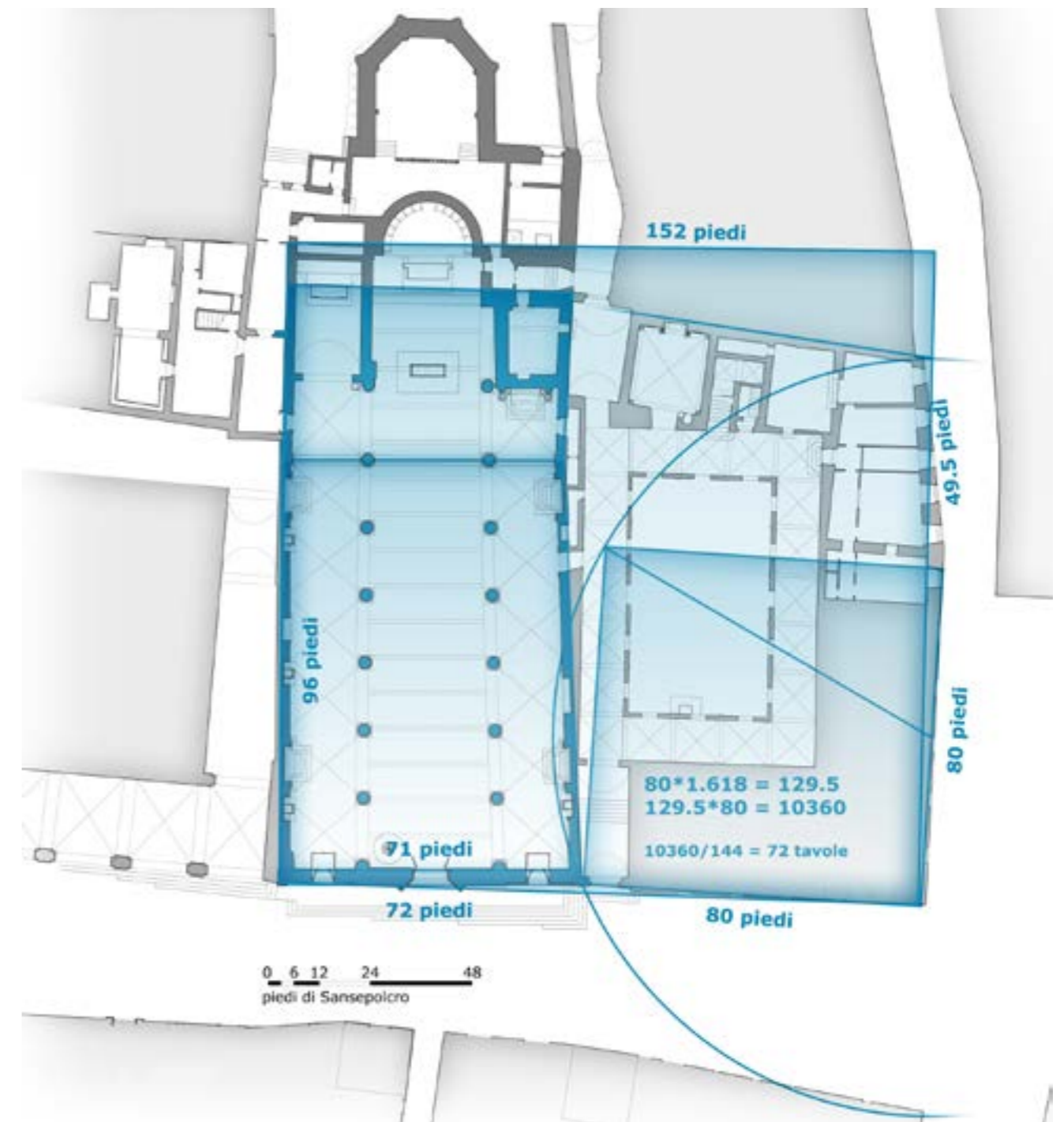
tato l'area totale della chiesa a 12912 piedi quadri esatti.

Tuttavia a questa dimensione la chiesa di Sansepolcro non è mai giunta, fermandosi all'altezza della parete di fondo del campanile. In questa conformazione la chiesa aveva le pareti laterali del presbiterio parallele, ma di lunghezza differente. Poiché il lato ad est del campanile è perpendicolare al lato a sud, al quale era allineata la parete di fondo (come visibile nella fotografia storica realizzata prima della demolizione dell'antica abside), il quadrilatero formato da questa conformazione sarebbe stato di nuovo un trapezio rettangolo avente come base maggiore il fianco nord del presbiterio e l'altezza nella parete di fondo. Questa misurava 67 piedi circa che moltiplicati per la media delle basi $(41+5/6 + 39+5/6) / 2 =$ dava un'area pari a 2736 piedi quadri (19 tavole), che portavano a 67 tavole esatte l'area totale della chiesa.

Tuttavia c'è da sottolineare che il muro a nord continua oltre questo limite. Se si osserva la planimetria si nota che oltre la parete orientale del campanile esiste un'ulteriore grande parete profonda anch'essa 4 piedi circa. Questa sosteneva il terrapieno ottenuto riempiendo l'abside poligonale non finita con i detriti causati dai crolli post-sismici avvenuti nei primi decenni del XIV secolo. La datazione di questo muro è incerta, ad ogni modo è possibile ipotizzare che questa fosse comunque allineata con il fondo di un abside quadrata (alla maniera cistercense) mai realizzato a conclusione della navata. Se così fosse, la distanza di questo muro ipotetico dai gradini che segnano l'inizio del presbiterio sarebbe stata di 50 piedi, portando l'area della porzione di questa configurazione a $67,5 \times 50 = 3375$ pari a circa 72 tavole.

Come illustrato in precedenza, il monastero ha subito profondi rimaneggiamenti nel periodo rinascimentale. Tuttavia, il rilievo del piano terra e del piano primo, hanno mostrato l'esistenza di elementi che permettono alcune ipotesi circa l'antica conformazione, prima degli interventi quattrocenteschi.

Gli archi che delimitavano il "nuovo" chiostro del XV secolo furono tamponati nel XX secolo, non inficiando tuttavia un'analisi planimetrica. Da questa si evince che il chiostro rinascimentale è composto da campate quadrate regolari disposte a formare un rettangolo di rapporto 7 a 5. I peducci che sorreggono le volte a crociera in corrispon-



52/ Relazioni delle superfici dell'ex-monastero di Sansepolcro. Il quadrato di 152 piedi nel quale è inscritto l'intero complesso è suddiviso in 72 piedi di larghezza della chiesa + 80 piedi del monastero. Tuttavia a fronte di lunghezze differenti, l'area coperta dalle due porzioni del complesso è la medesima (72 tavole ciascuna).

denza delle pareti perimetrali del chiostro, sono disposti ad una distanza regolare fra di loro, eccezion fatta per quelli disposti lungo il lato est del monastero. Questi, visibili anche in pianta, subiscono notevoli cambi di passo nella loro disposizione. La pianta, in questa zona, mostra bene la diversa giacitura dei locali ad est del chiostro rispetto al chiostro stesso preesistenti alla nuova conformazione quattrocentesca. Tutte le campate del chiostro hanno una profondità di 11 piedi fino all'interasse del muro nel quale sono "immerse" le antiche colonne. Le campate d'angolo sono quadrate, mentre le altre, avendo una larghezza di $11 + 1/3$ piedi, sono leggermente rettangolari. E' facile calcolare, in questo modo, che la lunghezza del lato corto del chiostro è pari a 56 piedi esatti e quella del lato lungo è pari a $78 + 2/3$. Il rapporto tra questi è prossimo a quello che sussiste tra il lato del quadrato e la sua diagonale. Moltiplicando questi due valori si calcola l'area occupata da questo, pari a 4400 piedi quadri. Poiché i muri perimetrali hanno una profondità di circa 1,5 piedi, al lordo dei muri l'area occupata dal chiostro è pari a circa $59 \times (81 + 2/3) = 4800$ piedi quadri. Il "vuoto" del chiostro, invece, ha il suo lato lungo pari a 56 piedi (come il lato corto della porzione coperta dalle volte) e il lato corto pari a 33 piedi.

Il monastero trecentesco avrebbe dovuto occupare gli stessi spazi dell'attuale. Per capire con più precisione i confini dell'antica abbazia è utile analizzare il rilievo del primo piano, attualmente destinato a residenza vescovile. Dall'analisi di questi spazi si nota:

1. Una più chiara presenza delle, già citate, intercapedini tra il chiostro e la chiesa.
2. L'esistenza di un muro portante, ad ovest dell'appartamento, con una giacitura planimetrica completamente differente da quelli circostanti, ma simile a quella assunta dai locali posti ad est.
3. La notevole variazione planimetrica dei muri perimetrali, dovuta a rimpelli realizzati nel tempo.
4. Allo stesso tempo, osservando la facciata, si nota che l'attuale portale di ingresso al monastero, di matrice cinquecentesca, cela un paramento murario continuo con quello della facciata.
5. La presenza di una torre ad est del monastero perfettamente allineata con la fine dell'antico muro a nord della chiesa.

Quest'ultima torre assume un angolo in pianta di nuovo

differente da quello degli edifici circostanti. Il filo orientale di questa dista da quello occidentale del monastero 152 piedi, distanza pari alla lunghezza dell'antico muro a nord della chiesa. Nella direzione nord sud, invece, il monastero è largo 80 piedi³⁹ che, se sommati ai 72 della facciata, portano la misura complessiva dell'abbazia a 152 piedi. L'area del quasi quadrato così ottenuto è pari a 23104 piedi quadri.

Scendendo nel dettaglio si osserva che più ad ovest della torre, in corrispondenza di uno spigolo, inizia il vero e proprio monastero. La distanza di questo punto dalla facciata principale è di 129,5 piedi. Questo numero approssima di poco la sezione aurea della larghezza individuata in precedenza pari a 80 piedi. Se moltiplichiamo i due numeri otteniamo un'area pari a 10360 piedi quadrati 72 tavole circa.

Santa Maria Novella a Firenze e il disegno di San Francesco ad Arezzo

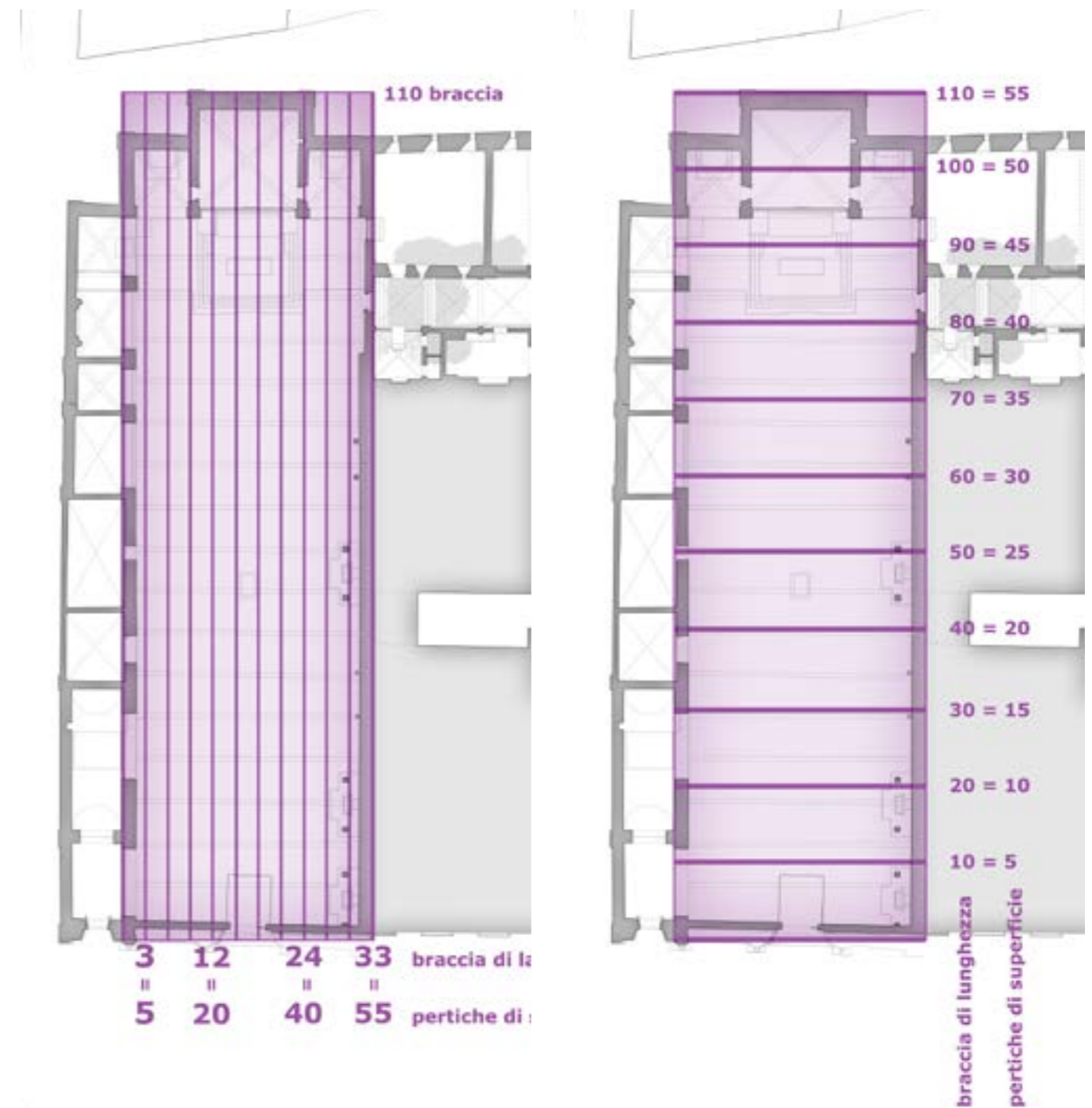
Il braccio fiorentino, come già accennato, presenta una suddivisione lineare differente da quella del piede biturgenese, che si riflette in un'articolazione altrettanto varia nell'unità di superficie.

Questa, come studiato minuziosamente dalla Bartoli, deriva dalla misura della superficie pisana. L'articolazione può essere descritta a partire dalla misura dello *staioro* pari a 1650 braccia quadre. Questa può essere suddivisa alternativamente in 12 pugnora o in 66 pertiche. Una pertica è formata da un quadrato di 25 braccia. Gli *staiori* possono essere composti insieme in numero di 24 a formare il *modioro*.

Così come descritto, lo *staioro* fiorentino può essere diviso in 3, in 4, in 5, in 11 e in 12.

Andando ad osservare il disegno di San Francesco ad Arezzo, si può osservare che il chiostro è profondo 55 braccia e misurando si osserva, allo stesso modo, che la chiesa (compreso il sagrato, ben disegnato nella pergamena) è lunga il doppio: 110 braccia. La larghezza della chiesa è indicata al netto dei muri laterali, ma a lordo di questi si può constatare che la larghezza della stessa è

³⁹ Questa misura è dedotta dall'analisi del piano superiore, in cui si può apprezzare il rimpello del muro di confine tra la piazza di torre berta e il monastero



53/ Relazioni delle superfici della chiesa costruita di San Francesco ad Arezzo. La larghezza e la lunghezza sottomultipli dello *staioro*, permettono una lettura della superficie della chiesa a "linee larghe". A sinistra ad ogni 3 braccio di larghezza della facciata corrisponde 5 pertiche di superficie. A destra ad ogni 10 braccia di profondità corrispondono 5 pertiche di superficie.

precisamente di 30 braccia. Il cimitero posto a est della chiesa, e preceduto anch'esso dal sagrato, equivale ad una striscia larga 7,5 braccia (1/4 della larghezza della chiesa). La superficie di questa ultima striscia è pari a 825 braccia quadre; mezzo staioro fiorentino. A questo punto è evidente che la chiesa essendo larga 4 volte il cimitero, copre una superficie di 2 staiora. Al netto del sagrato la misura è pari a $37,5 \times 102 = 3825$ braccia quadre.

A questa misura è possibile sommare quella del convento. Questo, come precedentemente descritto, è riportato in due versioni. La larghezza rimane la stessa, ma seguendo le parti "grattate" sulla pergamena, la prima versione del complesso risulta più corta di 15 braccia. In questa il convento è profondo 116 braccia. La sezione aurea di 72 è esattamente 116,5. Questo appare evidente anche dall'appartenenza del numero 144 alla serie di Fibonacci seguito dal numero 233. Per calcolare l'area approssimativa del convento è sufficiente moltiplicare 144 per 233 e dividere per due. L'area così calcolata equivale a 16776 braccia quadre. Calcolando l'area, invece, ipotizzando la lunghezza di 116, come da disegno questa è pari a 16704. Se a questa si somma l'area della sola chiesa pari a 3300 braccia quadre, si ottiene l'area del convento totale pari a 20004 braccia quadre.

Alla serie di Fibonacci appartiene anche il numero 55 che nel disegno compare due volte: una ad indicare la dimensione del lato dei due chiostrii, l'altra come metà della lunghezza totale della chiesa

Nella seconda versione, il convento avrebbe occupato una superficie pari a 18875 braccia quadre (2050 in più della versione precedente), che sommate alle 3900 circa della chiesa avrebbero portato la superficie complessiva del costruito a 22775 braccia quadre. L'ingombro totale di questa seconda versione, così come rappresentata nella pergamena, sarebbe stata pari a $(144+37,5) \times 136 = 24684$ braccia quadre (24750 braccia quadre sono pari a 15 staiora).

Come descritto nei precedenti paragrafi la chiesa costruita è più grande di quella rappresentata nella pergamena e dalla sovrapposizione tra disegno e rilievo si nota che le proporzioni sono lievemente differenti. La larghezza della chiesa attuale, compresi i muri perimetrali, è di 33 braccia;

la lunghezza al netto della muratura (dalla contro-facciata alla parete di fondo delle cappelle più piccole) è di 100 braccia esatte. Se a questa misura si aggiunge il muro di fondo, di spessore pari a 2 braccia e la facciata⁴⁰ profonda un braccio esatto, la lunghezza di tutta la chiesa diviene di 103 braccia⁴¹. La lunghezza massima, dalla parete di fondo della cappella Bacci al filo esterno della facciata mai completata, diviene 110 braccia. La "striscia" di cappelle addossate ad est della chiesa è larga (al lordo dei muri perimetrali) 8 braccia e la sua lunghezza (compresa

40 La facciata attuale appare incompleta. La misura sopra riportata si riferisce alla parte della facciata alla quale si sarebbe dovuta aggirare il rivestimento. Questo è comunque misurabile in pianta, poiché è stato in parte realizzato.

41 La lunghezza complessiva della chiesa rappresentata sulla pergamena sarebbe stata di 104 braccia.

la facciata) è di 94 braccia. Calcolando l'area totale della chiesa questa risulta essere pari a $(33 \times 103) + (16 \times 5) = 3480$ alla quale va sommata l'area di 752 delle cappelle laterali.

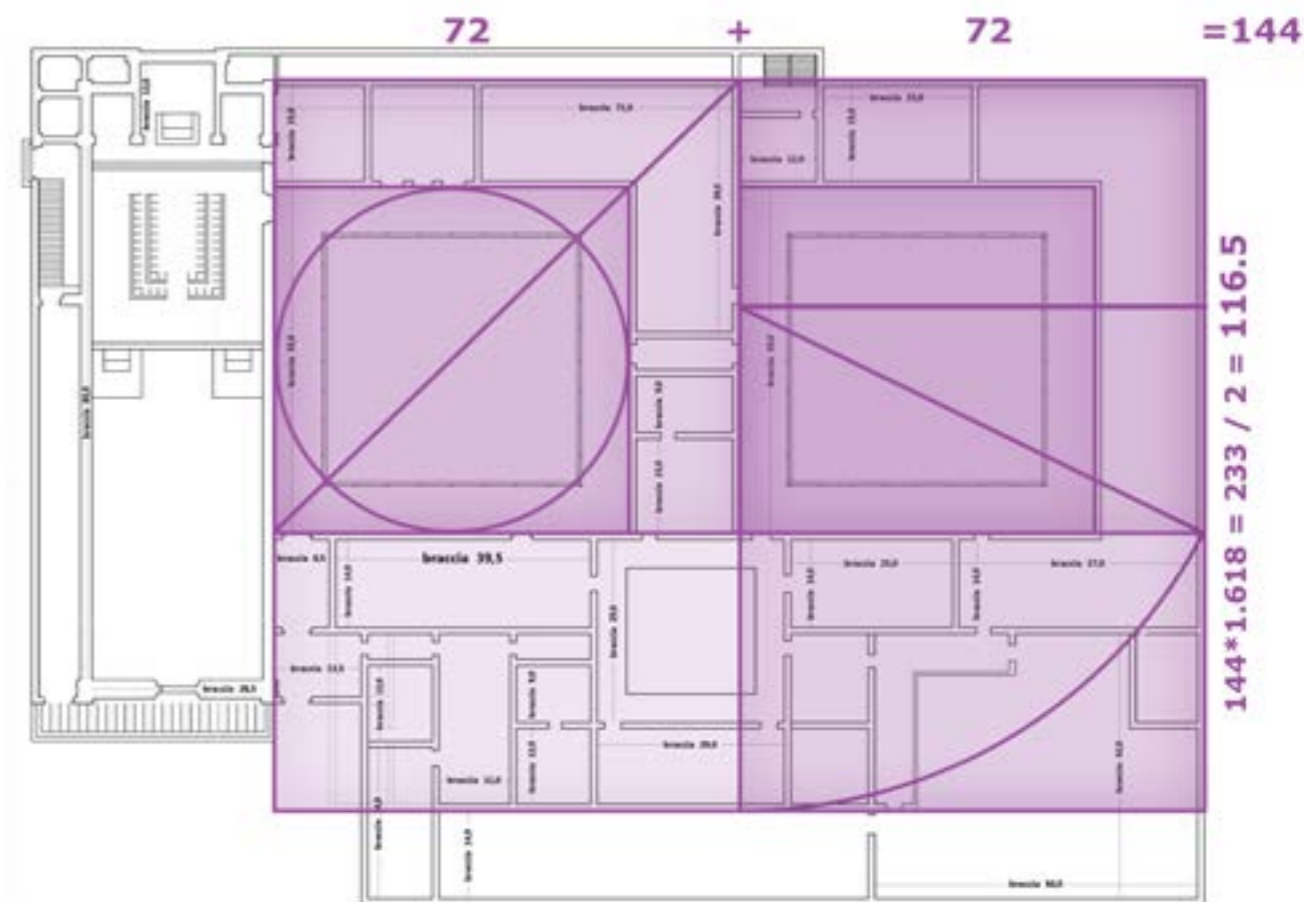
Al netto dei muri la navata della chiesa copre un'area pari a $29,5 \times 91,5 = 2700$ braccia quadre esatte alle quali si devono sommare le aree delle due cappelle terminali più piccole pari a $8,5 \times 7 = 59,5$ braccia quadre e quella della cappella Bacci pari a $13 \times 14 = 182$ per un totale di 3001 braccia quadre esatte.

I singoli spazi del convento, almeno per la porzione realizzata, nella loro edificazione hanno mantenuto le dimensioni di quelli di progetto. Sulla base di ciò, ipotizzando che l'intero complesso fosse stato realizzato completamente a

partire dalla chiesa più grande, il tutto avrebbe coperto una superficie pari a $18875 + 3480 + 752 = 23107$: 14 staiora esatte.

Prime conclusioni

1. Al netto delle unità di misura impiegate, i numeri messi in gioco in entrambi i manufatti sono molto simili. In particolare la pergamena utilizza una numerologia molto simile a quella in base 12 di Sansepolcro. Esistono quindi una serie di invarianti legate al numero e alla quantità. Queste esulano dall'unità di misura intesa come dimensione dello spazio, ma non possono



53/ Relazioni delle superfici del disegno del convento di San Francesco ad Arezzo, nella versione "grattata", più corta.

esulare dall'articolazione propria dell'unità di misura e dalla sua base numerale.

2. Da questa prima analisi è emerso che se esistono proporzioni tra le misure di una pianta, queste sono molto spesso legate all'articolazione delle superfici.
3. Si nota una tendenza, nei manufatti analizzati, ad un abbandono della numerologia assoluta a favore di un ingresso di numeri utili alla gestione del processo costruttivo.

Articolazione sufficiente: topologia dell'architettura medievale

L'insieme risulta così composto di unità minime - si potrebbe quasi parlare di articoli - che risultano omologhe [...]. Come risultato di questa omologia percepiamo una corrispondenza con i livelli logici di un ben articolato trattato scolastico. (PANOFSKY 1951)

Ragione e società

Prima citazione

E' noto che gli accresciuti legami con il mondo arabo, hanno incrementato nell'occidente medievale la circolazione di molti testi greci, sia direttamente tradotti sia re-interpretati dalla cultura araba. La disciplina che, a seguito dei mutati rapporti tra occidente e oriente, ha subito il più profondo cambiamento è riconosciuto essere la matematica, fino al suo apice coinciso con l'adozione *de facto*, della numerazione araba al posto di quella romana.

Le nuove notazioni numeriche [le cifre arabe, nda] erano disponibili, complete di istruzioni, per qualsiasi persona colta che le volesse usare già nel 1200. [...] (MURRAY 1978)

Tuttavia è noto come questa nuova notazione sia stata molto contrastata.

La tradizione ufficiale latina isolò, dunque, la sua platea dalle cifre arabe: erano sospette novità dal basso, non degne di essere ammesse tra le sacre consuetudini degli uomini di lettere. (MURRAY 1978)

Il Murray, proprio nell'esplicito contrasto, misura l'estensione dell'utilizzo della notazione araba, citando a sostegno di questa ipotesi uno statuto dell'Arte del Cambio di

Firenze del 1299 nel quale: "si stabilisce e si ordina che nessuno di quest'arte consenta o permetta di scrivere per sé o per altri, o faccia scrivere, nel suo registro o libro contabile, o in nessuna sua altra parte, dove si scrivono uscite ed entrate, qualcosa che s'intenda come segno o lettera dell'abaco, ma scriva chiaramente e per esteso mediante lettera."⁴²

Da questo si evince come l'abaco ormai fosse diventato il simbolo di una nuova concezione della conoscenza matematica, tale da essere isolata in apposite scuole. Oltre all'abaco e alle cifre l'altro elemento che distingueva il nuovo approccio matematico era l'algoritmo. Il Villani, sempre a Firenze nel 1345, contando i 1000-1200 giovani che a Firenze studiavano aritmetica, li definisce studenti di "abbaco e algorismo".

Seconda citazione

L'algoritmo ha la sua etimologia in al-Khwârizmî (780 - 850 d.C. circa).

Il titolo della sua opera più importante, *Al-jabr wa'l muqabalah*, ha fornito alle lingue moderne un termine di uso ancor più popolare. Da tale titolo deriva infatti la parola *algebra* [...]

L'Algebra di al-Khuwarizmi rivela indiscutibili elementi ellenici, ma le prime dimostrazioni geometriche che essa presenta hanno poco in comune con la matematica greca classica [...]

Per risolvere l'equazione $x^2 + 21 = 10x$ l'autore traccia il quadrato *ab* per rappresentare x^2 e il rettangolo *bg* per rappresentare 21 unità. Il grande rettangolo, comprendente il quadrato e il rettangolo

⁴² Cfr. MURRAY 1978

bg, deve allora avere un'area uguale a $10x$: così il lato *ag* oppure *hd* deve misurare 10 unità. Se poi si taglia a metà *hd* nel punto *e*, si traccia *et* perpendicolare a *hd*, si prolunga *te* in *c* cosicchè $tc = tg$ e si completano i quadrati *tclg* e *cmne*, l'area *tb* è uguale all'area *md*. Ma il quadrato *tl* è 25, e lo gnomone *tenmlg* è 21 (giacchè lo gnomone è uguale al rettangolo *bg*). Pertanto il quadrato *nc* è 4, e il suo lato *ec* è 2. Dal momento che $ec = be$, e perchè $he = 5$, vediamo che $x = hb = 5 - 2 = 3$. (BOYER 1968)

Terza citazione

Fibonacci, com'è noto riprende molti problemi di al-Khwârizmî. Ma, per quanto riguarda l'Algebra, il matematico pisano accresce l'approccio geometrico alla soluzione dei problemi sui quadrati. Sia nel *liber abbaci* che nel *liber quadratorum*, le soluzioni sono spesso di tipo geometrico.

Molti di questi problemi si trovano già in al-

Khwârizmî; ad esempio il terzo e il nono problema di Leonardo coincidono col secondo e col sesto di al-Khwârizmî. D'altra parte le questioni affrontate da Fibonacci vanno ben al di là di quelle dell'autore arabo; potendosi a ragione affermare che tali problemi siano per Leonardo, più e al di là del loro contenuto intrinseco, un modello generale delle applicazioni e delle possibilità dell'algebra. È dunque possibile che la coincidenza sia dovuta più al permanere di una tradizione che a un'influenza diretta di al-Khwârizmî.

Un tratto caratteristico della trattazione di Fibonacci è la mescolanza di algebra e geometria, peraltro già prefigurata nel fatto che esse compaiano congiunte in un unico capitolo. Avevamo già osservato come egli vedesse le equazioni di secondo grado, oltre che da un punto di vista strettamente algebrico, anche come un'applicazione dei teoremi di "algebra geometrica" del secondo libro degli Elementi, in particolare della proposizione II,5. Ma la relazione tra metodi algebrici e geometrici non si ferma alle questioni fondazionali; la geometria entra anche nel processo della formazione delle equazioni, e non di rado nella loro soluzione. (GIUSTI)

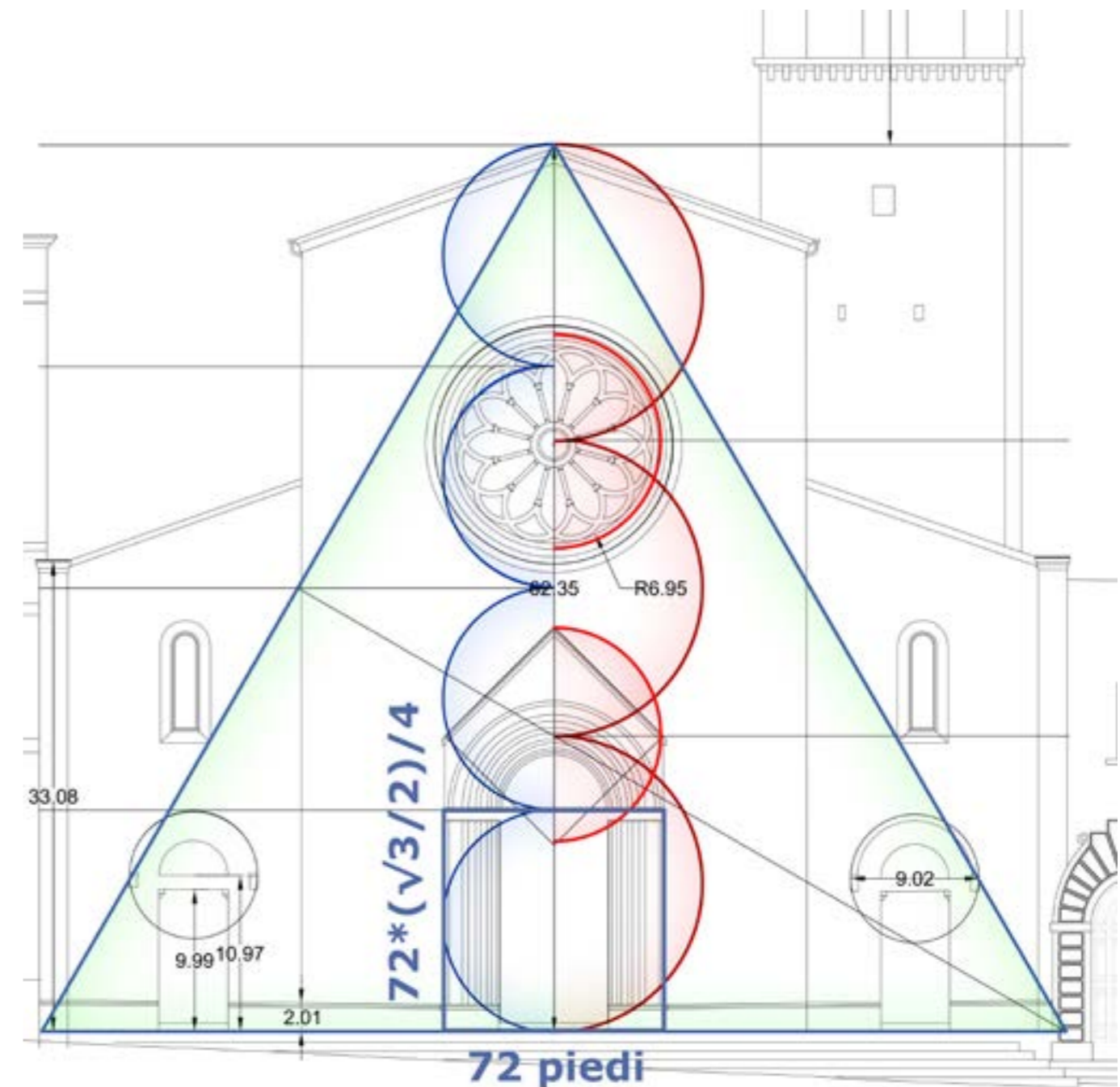
L'articolazione delle lunghezze: gli algoritmi

La facciata del Duomo di Sansepolcro

Tornando alla facciata del Duomo di Sansepolcro, è possibile osservare come dietro la sua apparente semplicità si celi una rete di relazioni di notevole complessità che lega fra loro i vari elementi architettonici.

La facciata palesa in maniera netta la composizione delle navate interne. Il risalto che tampona la navata centrale ha una larghezza doppia rispetto alle navate laterali ed è la metà della larghezza totale.

Quest'ultima misura, come detto, è pari a 72 piedi. Costruendo su questa base un triangolo equilatero, si raggiunge l'altezza dell'intera facciata pari a circa 62 piedi + 1/3. Gli elementi principali della facciata sono disposti lungo questa altezza ad intervalli regolari.



54/ Genesi della facciata del Duomo di Sansepolcro. L'altezza del triangolo equilatero viene suddivisa in tre parti. L'estremità di queste divengono i punti da cui dipartono le costruzioni geometriche del rosone e del portale, che a loro volta sono frutto di operazioni geometriche sequenziali.

Il timpano del portale gotico può essere iscritto in un quadrato di diametro pari a quello del rosone. I centri di entrambi questi elementi (il quadrato sotto e il cerchio sopra) sono disposti rispettivamente ad un terzo ed a due terzi dell'altezza e i loro diametri sono pari ad un quarto dell'altezza della facciata.

Il rosone è composto da una serie di cerchi concentrici, l'ultimo dei quali è disegnato dalla giacitura radiale dei conci di pietra. Questo cerchio è tangente nella parte bassa alla retta che taglia a metà la facciata. Poiché il centro del cerchio è ad un terzo, il raggio di questo è pari a $[62/2] - [62/3] = 62 * (1/3 - 1/2) = 62 * 1/6$, ovvero il raggio del cerchio massimo del rosone è pari ad un sesto dell'altezza della facciata: $10 + 1/3$ piedi. Allo stesso tempo, il diametro del cerchio nel quale il rosone cambia profondità rispetto alla facciata è pari a 9 piedi.

Il cerchio più piccolo (sul quale si innestano la ghiera di archi del rosone), invece è pari alla radice quadrata del cerchio massimo, ovvero $10 + 1/3 * \sqrt{2} = 7 + 1/3$ circa. Allo stesso modo l'altezza dell'intradosso dell'architrave del portone di ingresso è pari anch'esso ad $1/4$ dell'altezza ($15 + 1/2$). Questa è anche la larghezza della strombatura del portale centrale. In questo modo il portale è tutto inscritto in un quadrato e il vuoto (largo $7 + 3/4$ piedi) dell'apertura è pari alla metà di questo quadrato. In entrambi i casi, sia nel rosone che nel portale appare lo stesso rapporto tra pieni e vuoti.

L'altezza dell'intradosso dell'architrave delle porte laterali è pari a 10 piedi e queste sono larghe $4 + 5/6$ piedi ciascuna. Il vuoto di queste è pari ai $2/5$ del vuoto del portale centrale.

Tutta la sequenza così esposta è rappresentata da un algoritmo unico che, a partire da un'unica misura, permette di disegnare l'intera facciata.

A questa rigidità geometrica, resa evidente dalle poche linee che disegnano la facciata, si contrappongono una serie di arrotondamenti delle misure come sopra espresse.

In particolare, la pendenza degli spioventi della facciata approssimano di pochissimo la pendenza del 33% (ovvero il dislivello è $1/3$ della larghezza). Così partendo dall'altezza di 62 del colmo e discendendo lungo lo spiovente della navata centrale, si ottiene l'altezza della navata centrale, pari a $55 + 2/3$ piedi, con un dislivello pari a $6 + 1/3$ piedi (6 piedi sarebbe stato il terzo della luce di 18).

L'altezza delle navate laterali, al contrario, si ottiene "salandolo" con una pendenza simile a partire dalle paraste, alte esattamente 33 piedi, fino a giungere alla quota massima dello spiovente laterale di $38 + 1/2$ piedi, con un dislivello di 5 piedi e mezzo ($5 + 1/3$ piedi sarebbe stato il dislivello corretto dividendo per 3 la luce di 16 piedi).

Questa apparente deviazione da una coerenza matematico-geometrica propria dell'algoritmo deve essere attribuita ad una necessaria ricerca di precisione in un calcolo di altro genere.

La cosa che si nota è che, data la semplicità, la simmetria e la rigidità geometrica del complesso della facciata, i calcoli per determinare le superfici e i volumi divengono di estrema semplicità.

Si può procedere in questo intento, scomponendo la facciata in rettangoli e in triangoli rettangoli.

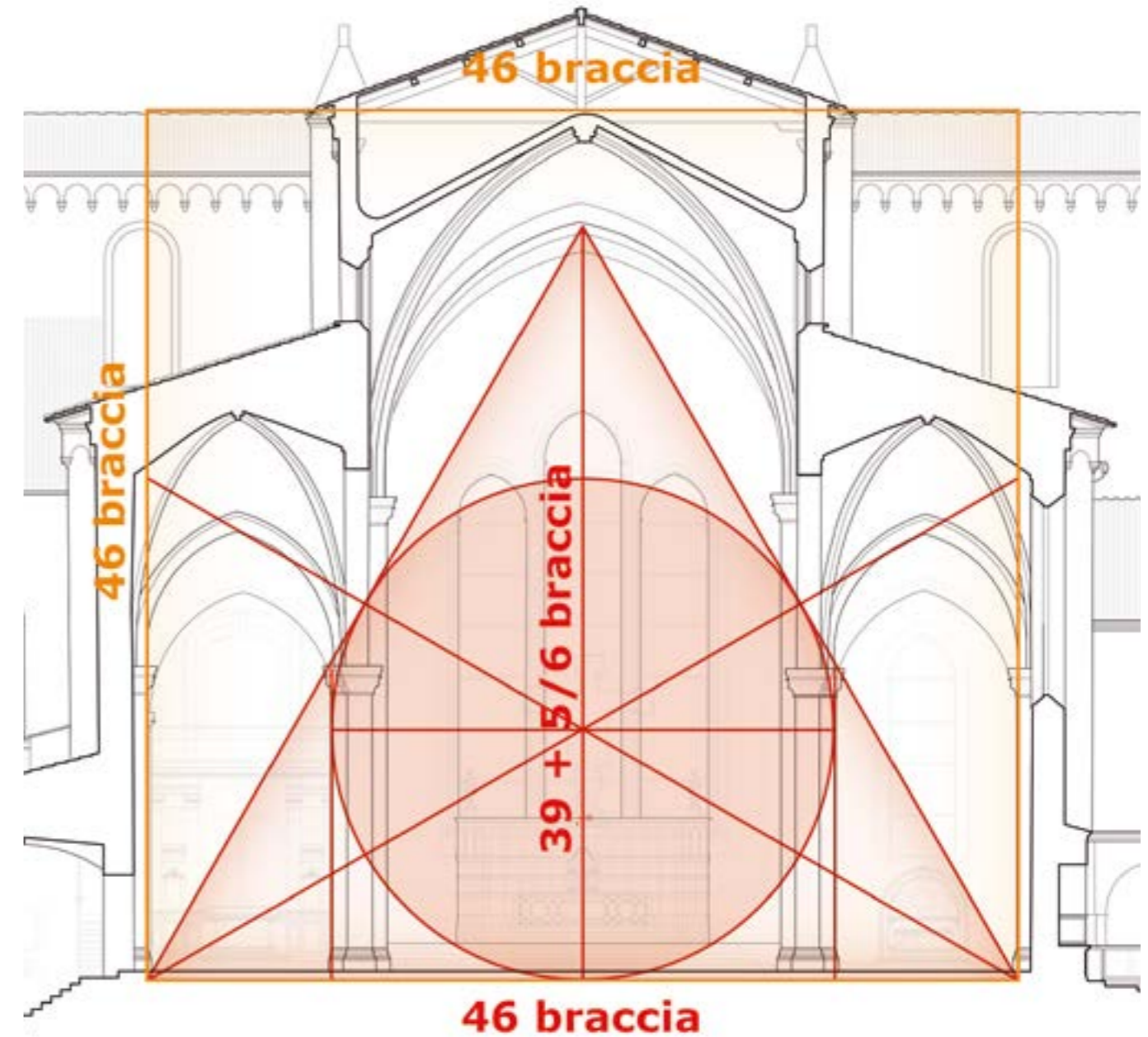
L'area del timpano è pari al dislivello moltiplicato per metà della larghezza, in particolare, $(6 + 1/3) * (36/2) = 114$. Il rettangolo della facciata, escluso il timpano, ha un'area pari a 36 piedi moltiplicati per $55 + 2/3$ piedi, che corrispondono a 2004 piedi quadri. Quindi, la superficie totale della porzione della facciata che tampona la navata centrale è pari a 2118 piedi quadri.

Andando nelle porzioni laterali, queste si possono calcolare con lo stesso procedimento della porzione centrale, ipotizzandole unite in un'unica facciata. Questa sarà larga 32 piedi (al netto delle paraste che saranno computate a parte) e alta 38,5. In questo modo, il timpano copre un'area pari a $(5 + 1/2) * (32/2) = 88$ piedi e il rettangolo sottostante un'area di $33 * 32 = 1056$ piedi. La superficie totale coperta da entrambe le porzioni laterali della facciata è pari a 1144 piedi quadri.

Le due paraste sono larghe 2 piedi e alte 33 per una superficie totale di 132 piedi quadri.

Per calcolare il volume basta moltiplicare la porzione centrale e le paraste per 4 (profondità di queste parti di facciata) e sommare a questo quello delle porzioni laterali profonde, invece, 3,5 piedi: $(2118 + 132) * 4 = 9000$ piedi cubici + $1144 * 3,5 = 4004$ piedi cubici.

La somma totale del volume della facciata è pari a 13004



55/ Genesi geometrica della sezione della chiesa di Santa Maria Novella. Anche questa presenta la medesima costruzione geometrica della facciata di Sansepolcro. Tuttavia non tutti gli elementi sono collocabili in questa sezione (vedi quota dei capitelli) poiché alcuni di questi dipendono anche dalle operazioni geometriche che avvengono nelle altre sezioni della campata.

pie di cubici.⁴³

Se si analizzano le bucatore, si può osservare che: il rosone di raggio pari a 9 piedi toglie 1018 metri cubi al totale; il portale centrale, considerata l'area quadrata di lato $15 + 1/2$ piedi sormontata da un semicerchio di diametro pari al lato del quadrato (in corrispondenza della quale comincia la strombatura e il muro cambia di profondità) sottrae altri 1338 piedi cubici; le porte laterali (larghe $4 + 5/2$ piedi e alte 10 piedi) creano un vuoto pari a 338 piedi cubici, circa $1/3$ del volume del rosone e $1/4$ di quello del portale. Questi, sommati, sottraggono un volume di circa 2700 piedi cubi ($337,5 \times 8$), portando la misura totale della facciata a 10300 piedi cubici.

La sezione delle campate della prima fase di Santa Maria Novella

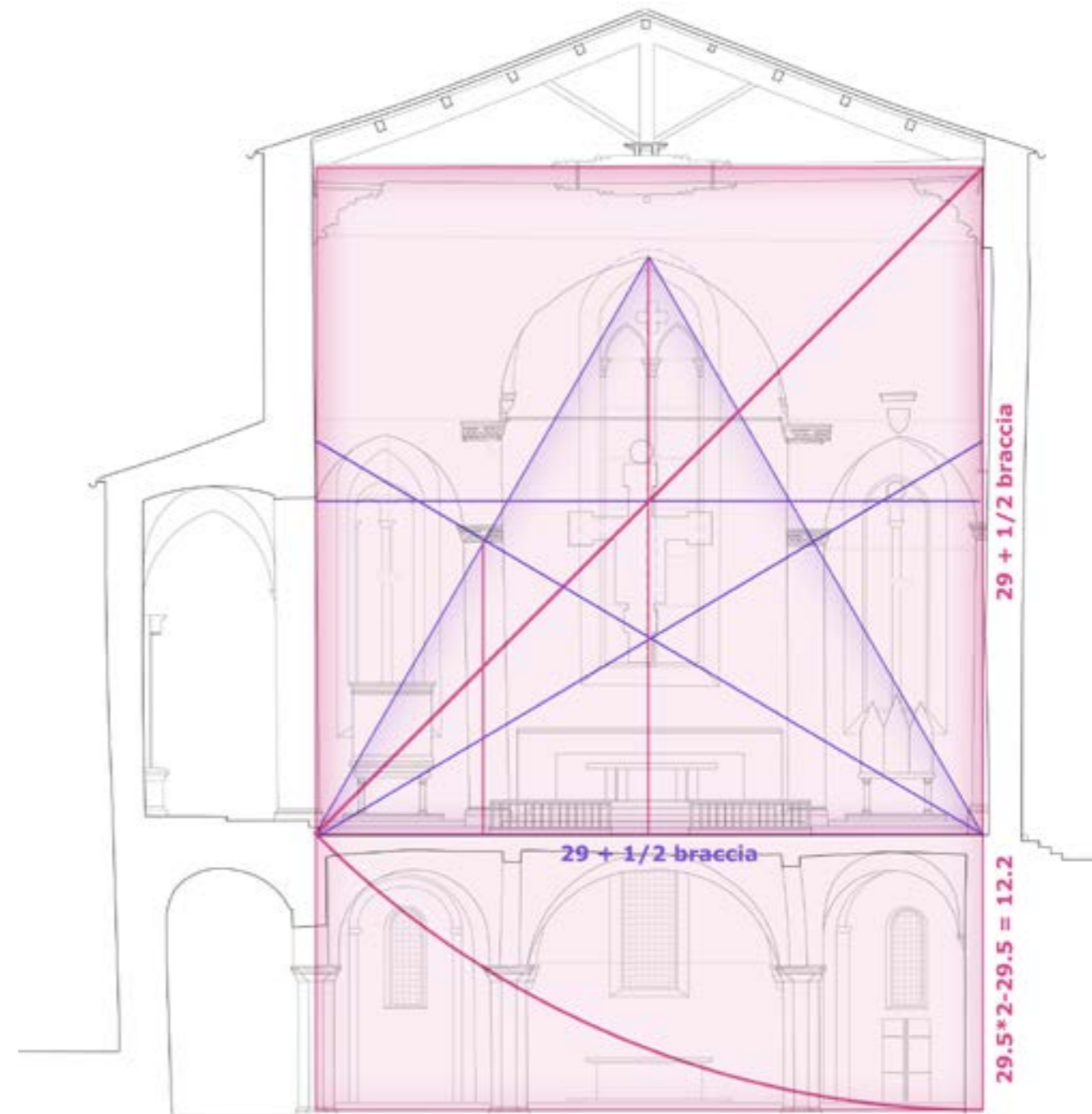
La chiave per entrare nella logica del disegno in altezza di questo interno [della Chiesa di Santa Maria Novella, *nda*] è stata offerta dall'analisi delle due campate più antiche della navata centrale, le più prossime all'incrocio con il transetto. Nel progetto iniziale, secondo l'ipotesi sopra avanzata, ognuna di esse descriveva il modulo da replicare sette volte fino alla facciata. La distanza tra gli assi dei grandi pilastri compositi che le comprendono insieme è di 36 braccia. Il pilastro intermedio di sezione minore divide in due questa sezione, quindi nel senso della lunghezza l'interasse di ogni campata è di 18 braccia esatte. (BARTOLI 2009)

L'analisi avviata dalla Bartoli prosegue nella descrizione della sezione longitudinale delle due campate della prima fase di Santa Maria Novella. Andando ad analizzare la sezione trasversale, è facile notare come al lordo dei muri questa sia inscritta in un quadrato di lato pari a 50

braccia esatte⁴⁴. Analizzandola al netto delle murature si nota che la distanza tra il filo interno delle due paraste poggiate alle pareti della navata sia esattamente di 46 braccia. Analizzando la genesi geometrica della sezione degli archi che scandiscono la navata della grande chiesa fiorentina, si osserva che un triangolo equilatero costruito sulla base di 46 braccia ha il suo vertice in corrispondenza dell'intradosso della chiave dell'arco centrale. L'altezza di questo punto è calcolata dal piano di calpestio inferiore al coro, escludendo i due gradini (pari a $1/2$ di braccio) che separano la parte riservata ai frati da quella riservata al popolo, ciò coerentemente con l'idea della Bartoli, che ipotizza un primo progetto di chiesa costituita da sette campate uguali (alle prime due) a coprire tutta la chiesa. Secondo quanto detto, l'altezza h della chiave di questo arco può essere calcolata allo stesso modo del colmo della facciata del Duomo di Sansepolcro: attraverso la formula $h=L\sqrt{3}/2$, che per $L=46$ misura precisamente $39 + 5/6$ braccia. Inoltre il doppio dell'apotema ($a=1/3h$), dello stesso triangolo (equivalente al diametro del cerchio inscritto al triangolo) descrive perfettamente la larghezza dell'intera navata centrale, compresi i pilastri misurando 26 braccia e mezzo. L'altezza del colmo della volta (e quindi del colmo dell'arco diagonale) è in rapporto di pendenza pari a 1:2 rispetto al colmo sopra descritto. Dato l'interasse di 18 braccia, alla metà di questo va tolta metà dello spessore dell'arco trasversale pari a $1 + 8/12 (= 8 + 1/6)$. Se questa misura viene divisa a metà e sommata alla quota di $39 + 5/6$ si ottiene la quota di 44 braccia circa: esattamente quella dell'arco trasversale che si evince dal rilievo.

Quasi tutti gli archi generatori delle volte analizzate, hanno l'imposta geometrica più alta dei capitelli sui quali formalmente poggiano, e il raccordo tra questi e i capitelli è realizzato mediante l'interposizione di piedritti. Questo emerge particolarmente nell'arco che divide fra loro le campate della navata centrale la cui chiave è stata calcolata in precedenza. La sua imposta è a circa $2/3$ dell'altezza del triangolo equilatero, ma i capitelli sono ad una quota inferiore di circa 1 braccio.

⁴⁴ La quota del colmo delle capriate di copertura è stata alzata, tuttavia dal rilievo è emersa l'esistenza delle vecchie mensole che sorreggevano le antiche capriate. Abbassando le attuali capriate a quella quota è facile osservare che il colmo di queste si posiziona ad una quota di 50 braccia.



56/ Genesi geometrica della sezione della chiesa di San Francesco ad Arezzo. La tripartizione del presbitero ha la stessa costruzione geometrica della sezione di Santa Maria Novella. In questa sezione si può inoltre osservare il rapporto di $\sqrt{2}$ tra l'altezza della basilica superiore e l'altezza di tutto il complesso (compresa la porzione inferiore)

L'unico arco che risulta privo di piedritto è il più grande di tutti: l'arco diagonale. Poiché la genesi di questo si è osservato essere molto rigida, è evidente che l'altezza dei capitelli, nota l'altezza totale del colmo della volta, sarà determinata da questo arco. Come già detto l'altezza a cui deve giungere questo arco è di 44 braccia. La luce approssimata che devono coprire questi archi si ottiene con il teorema di Pitagora: essendo la distanza tra l'imposta degli archi di 17 braccia circa e la larghezza della navata centrale di 21 la diagonale misura precisamente 27 braccia: il capitello permette di approssimare questo numero. Si è osservato che questo arco è costruito con una genesi geometrica basata sul pentagono, la stessa individuata dalla Bartoli per gli archi laterali: la corda dell'arco coincide con il lato di un pentagono. In questo caso questa è pari esattamente a 23 braccia. Scelta la corda, attraverso la formula che permette di calcolare l'altezza dell'arco avente una genesi di questo tipo ($h = L\phi/2$, dove ϕ è la sezione aurea pari a 1,618), si può subito ottenere l'altezza corrispondente, che in questo caso equivale a circa 18 braccia e mezzo. Sottraendo questa misura all'altezza di 44 braccia del colmo di ottiene la quota dei capitelli pari a $25+1/2$ braccia (pari a circa metà dell'altezza complessiva della chiesa).

La sezione del presbiterio di San Francesco ad Arezzo

Se la pergamena conserva solo lo sviluppo planimetrico, l'alzato è possibile analizzarlo nell'edificio costruito. La soluzione planimetria della chiesa aretina, come anticipato in precedenza, trova il suo primo svolgimento nella vicina chiesa di San Francesco a Cortona. In questa, per la prima volta, la chiesa dell'ordine mendicante fu realizzata a navata unica, priva di transetto e con tre cappelle terminali a pianta quadrata (di gusto cistercense) di cui la principale rappresentava l'abside. Il prospetto di queste tre cappelle ricorda da vicino la sezione della chiesa a tre navate come descritta in precedenza.

La chiesa di Arezzo, in prossimità del coro, ha una larghezza leggermente inferiore rispetto alla contro-facciata. In particolare in questa zona la larghezza, al netto delle pareti perimetrali, è pari a 29 braccia fiorentine. Analiz-

zando la sezione della chiesa in questo punto è facile notare come la quota dell'imposta della catena della capriata sia anch'essa pari a 29 braccia, delineando una genesi quadrata per il vuoto della navata della chiesa. Rimanendo all'interno della stessa sezione e costruendo sulla base di 29 un triangolo equilatero, si osserva che l'altezza di questo ($h=L\sqrt{3}/2$) sia uguale a circa 25 braccia. Questa, come osservato a Santa Maria Novella, è la quota della chiave dell'arco principale dell'abside, in questo caso della cappella Bacci. Come nel caso di Santa Maria Novella, anche in questo caso i capitelli hanno una quota non legata alla genesi triangolare.

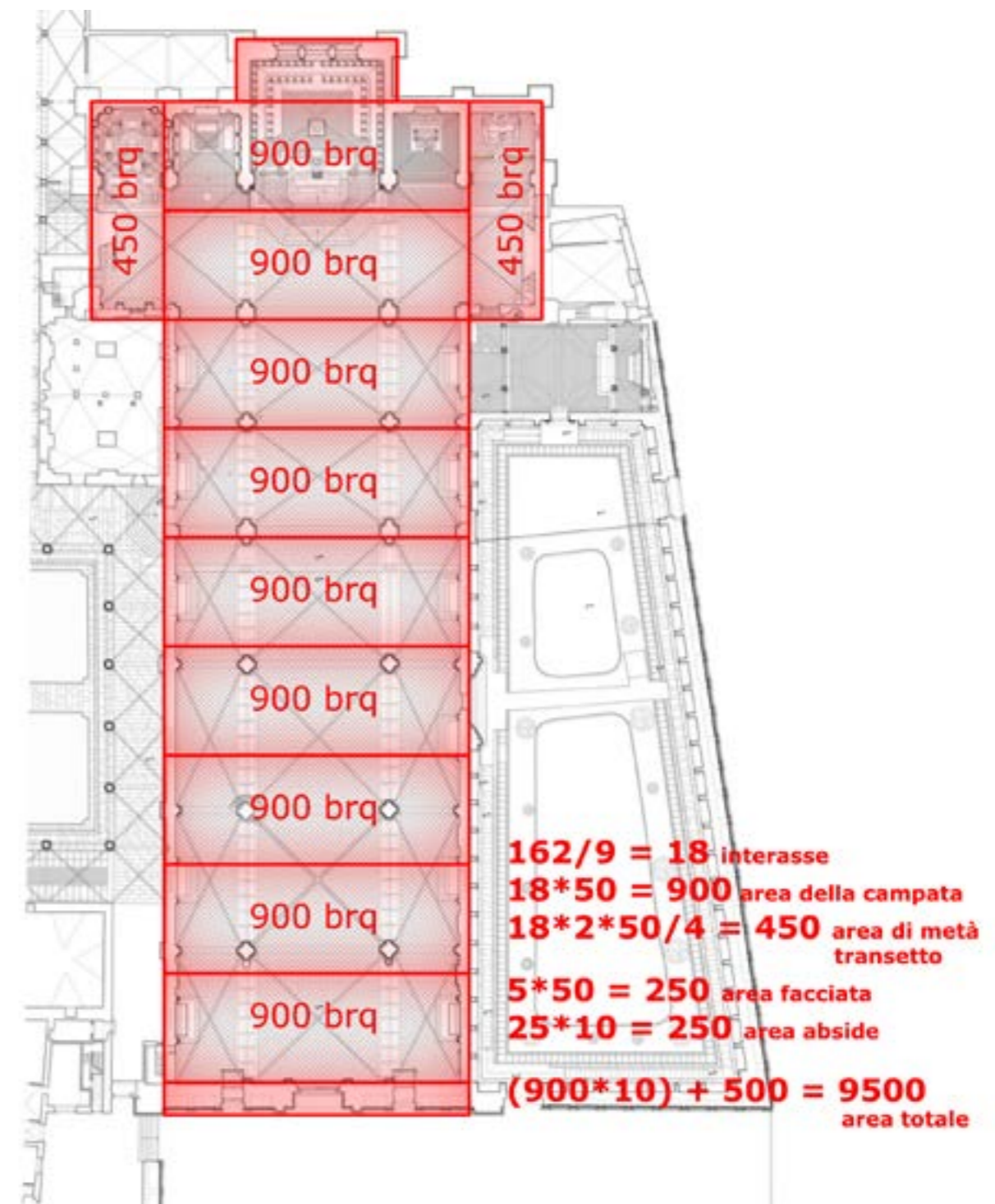
Nella stessa sezione è possibile osservare il rapporto della basilica superiore con quella inferiore. Infatti, se la parte superiore ha una genesi *ad quadratum*, la differenza di quota dell'imposta del solaio superiore rispetto all'inferiore è di 12 braccia, pari alla differenza tra il lato del quadrato superiore e la sua diagonale: $(29 * \sqrt{2}) - 29 = 12$. Questo equivale a dire che l'altezza complessiva della chiesa è pari alla radice quadrata della sua larghezza che nel caso di 29 è prossima ad un numero intero: $29 * \sqrt{2} = 41$.

L'articolazione delle aree: le equazioni

Santa Maria Novella e San Francesco ad Arezzo

Analizzando la chiesa di Santa Maria Novella, la cui costruzione era in fase avanzata alla data⁴⁵ del disegno di San Francesco ad Arezzo, si può osservare che questa ha le medesime proporzioni della chiesa rappresentata sulla pergamena. La chiesa domenicana, come calcolato in precedenza, è composta per la sua lunghezza da 9 moduli profondi 18 e larghi 50 braccia. Ogni modulo copre un'area pari a 900 braccia. Il transetto accresce la larghezza della chiesa di 25 braccia. Poiché questo è profondo due moduli da 18, la porzione del transetto che eccede la navata copre la superficie di un ulteriore modulo. La superficie della porzione di abside che eccede il transetto è pari a 250 braccia, esattamente quanto la facciata larga 50 braccia e profonda 5. Il calcolo dell'area complessiva della chiesa è

⁴⁵ Secondo la ridatazione a prima del 1290, effettuata dallo scrivente



57/ Analisi della articolazione delle aree della Chiesa di Santa Maria Novella.

presto fatto: $(10 * 900) + 500 = 9500$ braccia quadre.
 La serie di operazioni fin qui descritte possono essere riassunte da una semplice equazione matematica:

$$A = (10i * l) + [2 * (f * l)]$$

$$A = l(10i + 2f)$$

dove A è l'area della chiesa; i l'interasse della campata teorica; l la larghezza della navata

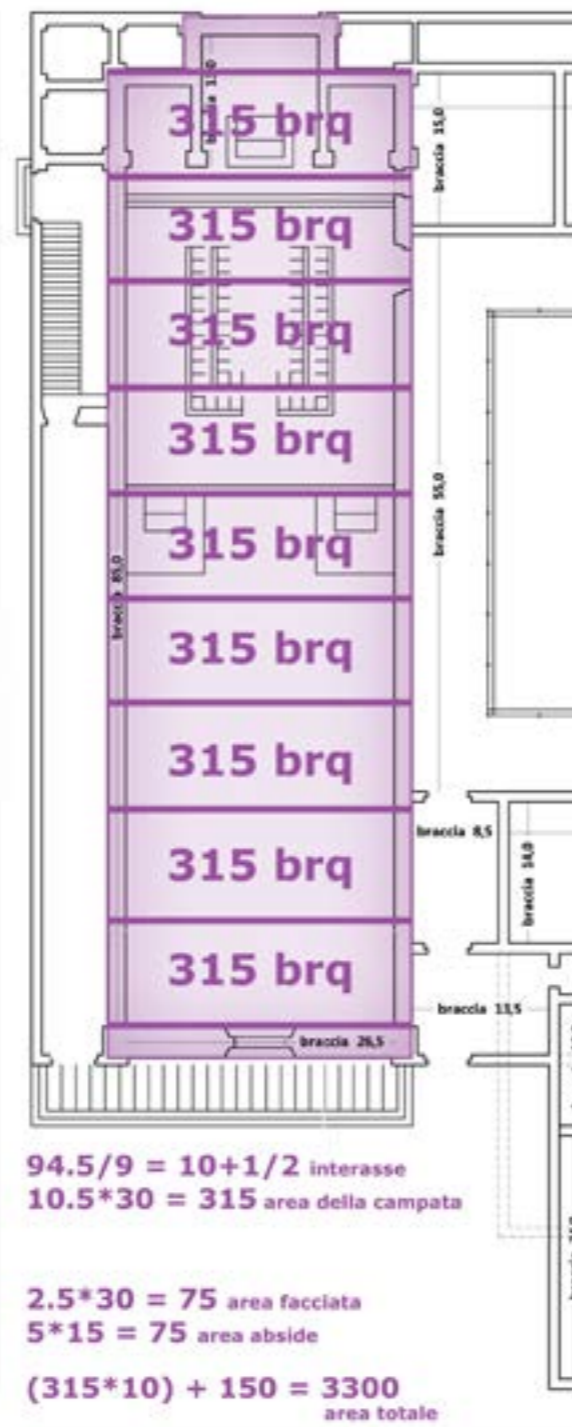
Al netto delle murature, la singola campata è larga 46 braccia. Moltiplicando questa misura per l'interasse delle colonne si ottiene la misura di 828 braccia quadre, pari a circa metà dello staioro. Poiché il corpo longitudinale, escluse le cappelle terminali è lungo 147,5 braccia, la misura di questa porzione della chiesa copre una superficie pari a 6785 braccia quadre. Le cappelle minori coprono un'area pari a 128 braccia quadre, quella maggiore (l'abside) 451 braccia quadre. L'intera "striscia" delle cappelle copre un'area pari a 963 braccia quadre. Il totale della superficie al netto delle murature, aggiungendo 500 braccia del transetto, è pari a $6785 + 500 = 7285$ braccia quadre: 5 staiora con uno scarto di due braccia quadre.

La chiesa disegnata sulla pergamena aretina ha le stesse proporzioni del capolavoro fiorentino. La navata, esclusa l'abside, comprese le cappelle, è lunga 97 braccia. Se a questa misura si sottrae la facciata e si divide per 9 si ottiene l'interasse fittizio di 10,5 braccia. L'area di ogni campata coperta da questo interasse sarebbe uguale a 315 braccia. La porzione eccedente l'abside è uguale a $5 * 15 = 75$ che a sua volta è uguale all'area coperta dalla facciata profonda 2 braccia e mezzo e larga 30 braccia. L'area della chiesa totale, escluso il cimitero a est, è pari a $(315 * 9) + 150 = 2985$ braccia quadre.

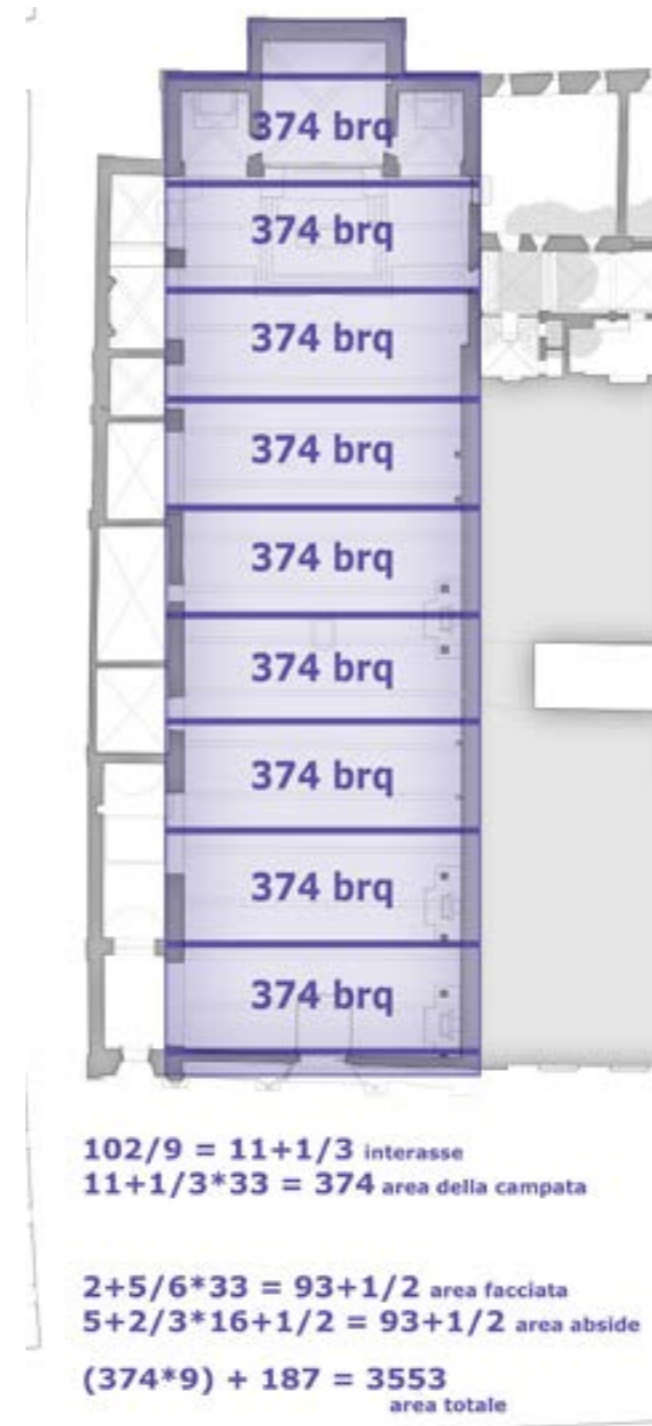
Utilizzando l'equazione individuata in precedenza, teorizzando perciò la presenza di un transetto, l'area della chiesa rappresentata sulla pergamena sarebbe stata pari a

$$A = 30 * [(10 * 10,5) + (2 * 2,5)] = 30 * [105 + 5]$$

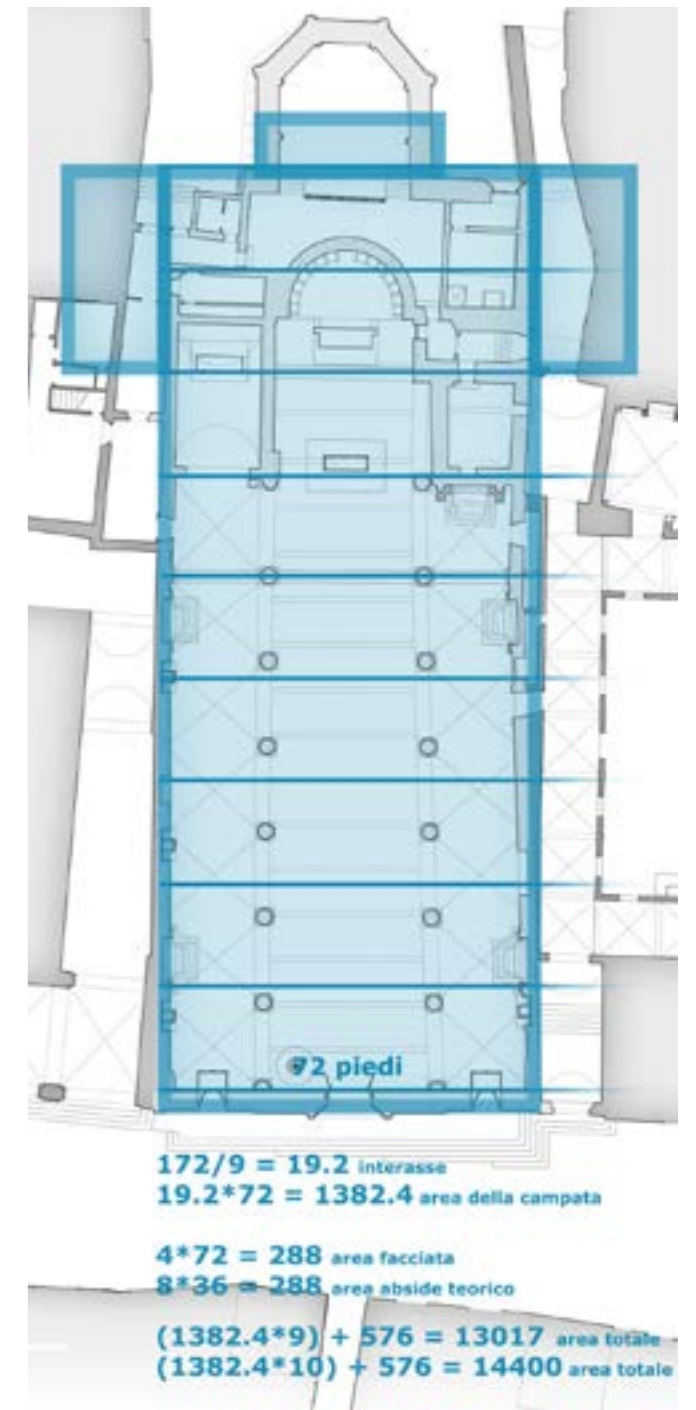
$$A = 30 * 110 = 3300 \text{ piedi quadri} = 2 \text{ staiora}$$



58/ Analisi della articolazione delle aree della chiesa rappresentata sulla pergamena di San Francesco ad Arezzo



59/ Analisi della articolazione delle aree della chiesa costruita di San Francesco ad Arezzo



60/ Analisi della articolazione delle aree del Duomo di Sansepolcro

Al netto della muratura la stessa chiesa è lunga $94 + 1/2 - 10 = 84$ braccia e mezzo che moltiplicate per la larghezza segnata sul disegno coprono un'area pari a 2240 braccia quadre circa. Se a questa si aggiungono l'area di $52 \cdot 2 = 104$ braccia quadre delle cappelle piccole e quella dell'abside pari a 151 braccia quadre, si ottiene una superficie netta di 2495 braccia quadre.

Per analizzare la chiesa costruita di San Francesco ad Arezzo, si possono utilizzare gli stessi parametri. In questa la lunghezza totale esclusa la facciata è di 102 braccia. Se si divide per 9 si ottiene il valore dell'interasse teorico, pari a $11 + 1/3$ di braccio. La facciata, misurabile nella porzione realizzata è profonda $2 + 5/6$ di braccio e copre un'area pari a $93 + 1/2$ braccia quadre. La porzione di abside eccedente il profilo della chiesa è profonda $5 + 2/3$ braccia che moltiplicate per 16 braccia e mezzo, metà della larghezza complessiva della chiesa, assegnano a questa zona la stessa area pari a $93 + 1/2$ braccia quadre. Da questa analisi è evidente la possibilità di utilizzare l'equazione individuata in precedenza, dalla quale risulta un'area teorica:

$$A = 33 * [(10 * 11,34) + (2 * 2,834)] = 33 * [113,34 + 5,67]$$

$$A = 33 * 119 = 3927 \text{ braccia quadre}$$

a fronte di un'area reale - esclusa la striscia dell'ex-cimitero - pari a 3553 braccia quadre.

Al netto delle murature, la lunghezza totale della chiesa, escluse le cappelle terminali profonde 10,5, è di 91,5. Se si moltiplica questa lunghezza per la larghezza di 29,5 braccia si ottiene l'area pari quasi a 2700 braccia quadre (2699,25). Le cappelle terminali piccole coprono un'area di $59 + 1/2$ braccia quadre ciascuna. Se a questa misura si aggiunge l'area della Cappella Bacci, la superficie totale delle cappelle è pari a 301 braccia quadre. La somma totale dell'area coperta al netto delle murature è esattamente di 3000 braccia quadre.

Il Duomo di Sansepolcro

A Sansepolcro, come analizzato in precedenza, il

Duomo presenta la stessa scansione della navata di Santa Maria Novella. Nella chiesa biturgense le campate sono profonde 16 piedi e larghe 72, la facciata è profonda 4 piedi. Provando ad ipotizzare un ampliamento gotico della chiesa, alla luce del mutato approccio creativo, si deve ipotizzare che la lunghezza della nuova chiesa, dalla contro-facciata al muro di fondo compreso, dovesse essere divisa in 9 campate. La lunghezza della chiesa non finita varia poiché il muro di fondo non è parallelo alla facciata. Ricostruendo un possibile profilo sulla base delle porzioni di absidi rimanenti, conservando l'allineamento dei muri, si osserva che questa varia tra i 177,5 piedi a nord e i 174,5 piedi a sud. Se alla media, tra queste due lunghezze si sottrae la profondità di 4 piedi della facciata di ottiene la lunghezza di 172 piedi. Dividendo questa misura per le 9 campate teoriche si ottiene il valore di circa 19,2. È interessante notare che cinque campate di questa profondità equivalgono a 6 campate da 16 piedi. Sottraendo ai 172 piedi della lunghezza totale la porzione già realizzata delle 6 campate da 16, e la parete di fondo, profonda 4 piedi, rimane un vuoto di 72 piedi che può essere riempito con 4 campate da 18 piedi esatti.

Adoperando la stessa equazione precedente per calcolare l'area della chiesa, scegliendo come interasse 19,2 piedi questa assumerebbe la forma:

$$A = l(10i + 2f)$$

$$A = 72 * [(10 * 19,2) + (2 * 4)] = 72 * [192 + 8]$$

$$A = 72 * 200 = 14400 \text{ piedi quadri}$$

L'area ottenuta sarebbe pari ad uno stavore.

L'area reale è differente per i motivi sopra descritti, che vengono qui ricapitolati:

1. La forma trapezoidale della parte destinata al popolo, con la conseguente variazione della larghezza complessiva della chiesa.
2. L'assenza di un transetto.
3. La parte absidale di forma poligonale.

Tuttavia, vale la pena ricordare che, se si considera la lunghezza totale della chiesa, compresa la facciata e l'abside poligonale, questa risulta essere di 204 piedi. Al netto del muro di fondo dell'abside questa è esattamente pari a 200

piedi, che moltiplicati per la larghezza di 72, misurano esattamente 14400 piedi quadri.

Le piante del monastero e dei conventi

In merito alle piante, sono state già evidenziate le similitudini dei numeri utilizzati nel monastero di Sansepolcro e nel convento di San Francesco ad Arezzo.

Come si evince dal paragrafo precedente entrambe le soluzioni mirano a creare un edificio di superficie pari a $144^2 = 20736$. L'area di partenza così descritta viene divisa, però, in due modi diversi. Infatti il monastero biturgense copre la stessa superficie della chiesa, ma questo ha misure fra loro in rapporto aureo.

Questo procedimento volto ad ottenere, a partire da un quadrato, un rettangolo avente la stessa superficie e con i lati in proporzione nota, è stata già descritto come introduzione al presente paragrafo, proprio nella descrizione del progetto dell'abbazia di San Gallo studiato dalla Bartoli. Nella pianta del convento francescano, invece, le misure sono le stesse, ma analizzando il procedimento di suddivisione si nota che queste sono utilizzate per creare superfici non uguali ma in proporzione aurea fra di loro. In particolare è facile notare che l'area del convento è pari a

$$144 * 233 / 2 = 16776 = 144 * (144 * \phi) / 2 =$$

$$144^2 / 2 * \phi =$$

$$x^2 / 2 * \phi$$

quindi alla sezione aurea della metà dell'area iniziale.

La cosa interessante è calcolare la quantità restante di questa operazione. Questa equivale a

$$x^2 - x^2(1/2 * \phi) = x^2(1 - \phi/2) =$$

$$x^2(2 - \phi)/2$$

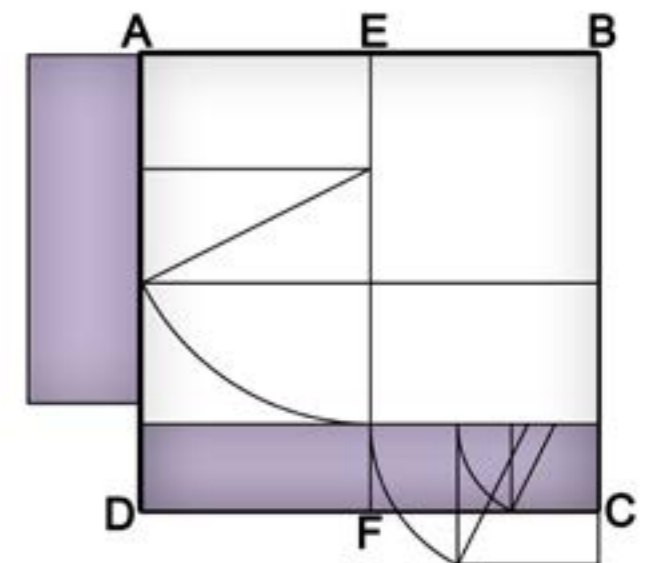
Ormai è noto che $2 - \phi = \phi^{-2}$ da cui deriva che la superficie restante del primo calcolo sarebbe risultata uguale a

$$S_r = x^2/2 \phi^{-2} = (x^2/2) \phi^2$$

dove $\phi = 1/\phi$

Esaminando geometricamente il problema, utilizzando un approccio simile a quello usato da Fibonacci nelle dimostrazioni del *liber quadratorum*, è possibile ripercorrere le equazioni fin qui elencate attraverso questi passaggi:

1. Si disegna un quadrato di lato 144. Questo equivale alla superficie totale del complesso.
2. Si divide verticalmente a metà questo quadrato con il segmento EF.
3. Si costruisce un quadrato di lato AE ($AE = AB/2 = 72$) e si ricava la sezione aurea di questo. Senza dover fare molti calcoli è evidente che $AE = AB/2$ quindi $\phi AE = \phi AB/2 = 233/2 = 116,5$
4. L'area del rettangolo ABGH è pari a $x^2 / 2 * \phi = 144^2 / 2 * \phi = 16776$
5. L'area restante avrà a questo punto un lato pari a 144 e l'altro pari a $144 - 116,5 = 27,5$ (metà di 55).
6. Costruendo un quadrato di lato pari a questa ultima misura e ottenendo la sezione aurea di questo si osserva che questa è pari a 44,5 (metà di 89)
7. Ripetendo di nuovo la stessa operazione su questo nuovo lato si ottiene 72 (metà di 144). È evidente che la ripetizione geometrica di questa operazione consiste in moltiplicare 27,5 per ϕ^2



8. Date queste operazioni è facile dimostrare che l'area restante è pari a

$$144 \cdot [144 / (2 \cdot \phi^2)] =$$

$$(144^2 / 2) \cdot \phi^2 =$$

$$x^2 / 2 \cdot \phi^2$$

Volendo trovare un altro rettangolo che permetta di coprire questa superficie è possibile calcolarlo

$$(144 \cdot 144) / 2 \cdot \phi^2 =$$

$$(144 / 4) \cdot (144 \cdot 2) \cdot \phi^2 =$$

$$36 \cdot 288 \cdot \phi^2 = 36 \cdot 110$$

Queste sono all'incirca le dimensioni della chiesa.

La pianta del convento di Santa Maria Novella a Firenze è stata già ampiamente studiata dalla Bartoli (BARTOLI 2007). Da questo studio emerge come il convento formato dai due chiostri principali abbia la genesi di un rettangolo avente i lati rispettivamente di 200 braccia di larghezza e 165 di profondità. Queste misure lineari, come è evidente, creano un'area pari a due staiora.

Il rapporto tra queste lunghezze è quindi la metà di 1,65 al posto della metà sezione aurea 1,62 utilizzato nel convento aretino.

Prime conclusioni

Sulla scorta delle conclusioni al precedente paragrafo si nota:

1. Il proporzionamento degli spazi in pianta non solo è legata all'articolazione dell'unità di misura superficiale, ma si nota una tendenza a passare dalla costruzione di proporzioni tra le lunghezze (anche al fine di ottenere superfici note) ad una ricerca di proporzioni tra

le superfici stesse. Anche con l'ausilio degli strumenti più complessi dell'algebra.

2. La ricerca delle proporzioni tra le superfici comporta una ricerca di similitudini tra i rapporti assoluti (sezione aurea, radice di due, ecc.) e quelli propri dell'unità di misura.
3. I passaggi sopra descritti denunciano, fondamentalmente, un cambiamento di topologia del processo creativo e costruttivo.

Cogenza deduttiva

Ragione e società

Prima citazione

La logica può essere definita come lo strumento principale di una qualsiasi epistemologia. La logica è quella disciplina sotto la quale è possibile verificare la correttezza di una elaborazione intellettuale.

La logica dell'alto medioevo occidentale è stata prevalentemente quella platonica dicotomica.

Tutte le cognizioni sul meccanismo dicotomico e sul sillogismo disponibili sino al XII secolo si fondavano, infatti sulle scarse teorie esposte nelle poche opere risalenti alla tarda antichità romana o alla primissima età medievale e che filtravano - rielaborandola e per molti versi semplificandola - la ricca tradizione filosofica precedente. [...] furono dunque in primo luogo le brevi epitomi della *logica vetus* dedicate alla divulgazione delle dottrine filosofiche classiche a predominare come opere fondamentali di logica, al punto da elevare il criterio dicotomico platonico al rango di tecnica privilegiata per l'acquisizione di conoscenza scientifica. (ERRERA 2006)

Secondo la logica dicotomica un ragionamento era corretto se, partendo da verità assolute, si discendeva mediante dicotomie alle verità parziali che il discorso voleva dimostrare. Così facendo ogni oggetto del ragionamento aveva come attributi tutti quelli che appartenevano ai suoi "genitori" logici. Un celebre esempio di questo processo euristico era l'albero di Porfirio, utilizzato per comprendere la natura dell'essere umano, costruito a partire dalla dicotomia dei mortali e immortali, fino alla definizione di sostanza corporea.

Il percorso ramificato di *subdistinctiones*,

che conduce da *genus* (Sostanza) alla *species infima* (uomo) consente però di ottenere anche una circostanziata definizione della categoria finale del ragionamento, ossia della nozione di "uomo" che, in conseguenza dell'arricchimento euristico offerto dalle varie *subdistinctiones*, può esser qualificato con certezza scientifica come "sostanza corporea, animata, sensibile, razionale e mortale". (ERRERA 2006)

Con la riscoperta del pensiero aristotelico, avvenuta a metà del XII secolo a causa del riaffioramento dei testi greci conservati in gran numero nei paesi medio-orientali e la loro contemporanea traduzione in latino, c'è stata una riscoperta della logica aristotelica: la *logica nova*.

In particolare, nel campo della logica la riscoperta più significativa riguardò indubbiamente la conoscenza completa (e non in forma ridotta e mediata, com'era avvenuto in passato) dell'*Organon* di Aristotele, resa possibile non solo dal rinvenimento e dalla traduzione di alcune fondamentali opere dello Stagirita in precedenza radicalmente ignorate come gli *Analytica priora*, i *Topica*, e il *De sophisticis elenchis*, ma anche dalla nuova e più approfondita assimilazione culturale di alcune opere, che sebbene già note nel contesto della *logica vetus* come le *Categorie* e il *De interpretatione*, non erano state sinora studiate in rapporto con la complessiva dottrina risultante dalla



61/ Domenicano predica in pubblico facendo il segno del sillogismo. Porzione di un affresco realizzato nel Cappellone degli spagnoli a Santa Maria Novella a Firenze. (FRUGONI)

riscoperta degli altri testi aristotelici. (ERRERA 2006)

Alla luce della riscoperta del pensiero aristotelico, il fondamento euristico della *logica nova* divenne presto il sillogismo. Senza dilungarsi nella sua descrizione, è utile ricordare che questo, com'è noto, venne decodificato divenendo un'impalcatura di regole di costruzione del ragionamento tali per cui il ragionamento che le adottava portava a conclusioni vere, evitando tautologie, paradossi o incoerenze. Aristotele afferma che "il sillogismo è un discorso in cui, posti taluni oggetti, alcunché di diverso dagli oggetti stabiliti risulta necessariamente, per il fatto che questi oggetti sussistono".

La critica che si è occupata della gnoseologia medievale riconosce ormai in modo unanime che il sillogismo non si è fermato sul piano della logica formale, ma ha cambiato profondamente l'elaborazione scientifica, tanto da aprire la strada alla nascita del metodo scientifico.

Si può affermare insomma che gli autori influenzati dalla teoria della scienza contenuta negli *Analytica posteriora* misero in luce ed enfatizzarono la differenza concettuale intercorrente tra la logica pura e la scienza reale. La convinzione che il meccanismo sillogistico fosse decisamente insufficiente e sterile a fini conoscitivi se esercitato su concetti logici generici (estranei perciò alla concretezza e alla specificità dell'esperienza scientifica) determinò quindi la conseguenza che l'acquisizione di nuove conoscenze scientificamente valide fosse considerata inscindibilmente connessa non solo al corretto uso delle regole formali dell'argomentazione sillogistica, ma soprattutto all'individuazione dei *principia propria* delle singole discipline, da utilizzare come premesse logiche essenziali ed imprescindibili per la costruzione di sillogismi deduttivi scientificamente affidabili e veritieri. (ERRERA 2006)

Detto ciò, non si può ignorare la forza della riscoperta dell'esattezza della logica greca. Questa va legata alla contemporanea scoperta dell'esattezza degli strumenti matematici e del loro legame con le evidenze geometriche.

Seconda citazione

È cosa naturale per l'uomo che attraverso le realtà sensibili giunga a quelle intelligibili: perché ogni nostra conoscenza ha il suo inizio dal senso. Per questo convenientemente, nella Sacra Scrittura, sono trasmesse a noi delle (verità) spirituali sotto metafore di realtà corporali. E questo è ciò che dice Dionigi nel cap 1 della Gerarchia Celeste: "È impossibile che a noi risplenda il raggio divino, se non velato tutto intorno dalla varietà."

In questa citazione di Tommaso D'Aquino è contenuto molto dell'influenza che il pensiero della scolastica ha avuto nei confronti dell'architettura.

Come emerge dalla riscoperta della logica nuova aristotelica, si intuisce che nel periodo basso-medievale avviene un passaggio cruciale: l'uomo può comprendere il pensiero Assoluto. Può comprendere la natura stessa del pensiero e le sue leggi e, in ultimo, replicarle. Ma la replica delle leggi non è dichiarazione stessa delle leggi: non è tassonomia. Le leggi scoperte possono essere messe in opera, ma celandole come le cela la natura.

Questo passaggio, seppur semplice, è il passaggio essenziale per capire la scienza medievale e il rapporto di questa con la cultura dominante.

In una scienza specifica, per usare un linguaggio definito in precedenza, possono essere ricercate le invarianti universali che per sillogismo devono essere valide per tutte le altre scienze. La scienza medievale per questo motivo si può quasi definire sistemica a priori. Infatti i principi regolatori universali sono applicati a posteriori alle scienze, e scienze applicate come l'architettura non solo possono avere, ma piuttosto devono avere gli stessi principi.

Questo, più volte affrontato in molti studi sul medioevo, è il vero motivo della convergenza delle scienze medievali ed il motivo per cui molti si auspicano uno studio convergente "a posteriori" delle scienze medievali.

Senza dilungarsi ulteriormente sulla gnoseologia medievale, è utile tornare per un attimo a Panofsky

Così la *manifestatio*, come delucidazione o chiarificazione, è ciò che potrei chiamare il principio primo regolatore della prima scolastica e della scolastica classica. Ma per rendere questo principio operativo sul piano più elevato - la delucidazione

della fede mediante la ragione -, esso doveva essere applicato alla stessa ragione: se la fede doveva essere manifestata attraverso un sistema di pensiero, completo ed autosufficiente entro i propri limiti e inoltre distinto dal dominio della rivelazione, diveniva necessario "manifestare" la completezza, l'autosufficienza e la limitatezza dello stesso sistema di pensiero.

Panofsky, come accennato in precedenza, individua nel pensiero della Scolastica una sorta di "epistemologia ingenua". Il pensiero tomista per primo, dopo i greci, cerca di impostare un ragionamento sul pensiero stesso.

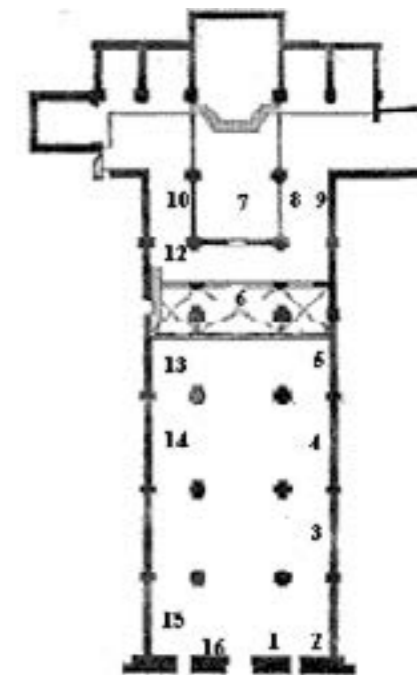
E ciò poteva essere fatto solo attraverso uno schema di esposizione letteraria che avrebbe chiarito all'immaginazione del lettore i procedimenti stessi del ragionamento, proprio come si presumeva che il ragionamento avrebbe chiarito al suo intelletto la natura propria della fede.

Terza citazione

All'interno di questa struttura principale, la griglia fa emergere le proporzioni dei vari gruppi di edifici. La viabilità lambisce il perimetro del cuore del complesso, ovvero la chiesa con il chiostro. Una strada larga, delimitata da mura, sulla prosecuzione dell'asse maggiore della chiesa, conduce ad essa, terminando in una sorta di postierla. Dai lati lunghi del perimetro rettangolare del convento partono alcune strade di penetrazione trasversale, che comunicano con la prima e con altre strade interne di lunghezza, attraverso aperture che impongono andamenti labirintici. Questa struttura dà evidenza ad un particolare carattere del nucleo centrale, definibile come una sorta di cittadella interna ad accessibilità controllata, organo superiore del sistema complessivo. Essa rivela anche un'idea dei tessuti urbani", che ricorre ancora alle maglie quadrilatera della tradizione antica, ma ne trasforma la semplicità di schema ricorrendo all'interruzione delle griglie mediante setti che complicano (e questa era forse proprio l'intenzione) gli scambi tra le varie zone.



62/ Affresco del presepe di Greccio (Giotto)



63/ Ipotesi ricostruttiva del "ponte di Santa Maria Novella" (HALL 1976)

Quarta citazione

[...]Nelmezzopoi della chiesa, centosettantacinque piedi dalla porta d'entrata, da una parete all'altra va un ponte o tramezzo di pietra, su quattro colonne di pietra, alto ventun piedi e largo diciassette e mezzo, parato di stoffe rosse: a sinistra v'è un letto di legno, ornato anch'esso di magnifiche stoffe, e a lato a guanciaie un seggio riccamente coperto. Vi sedeva sopra un bel giovane, vestito di ricchi abiti femminili, con corona in capo e nelle mani un libro che leggeva in silenzio, e rassomigliava benissimo alla Vergine Maria. [...] Da cotesto palco di pietra nel mezzo della chiesa vanno alla tribuna alta [endonartece, nda] ch'è di fronte cinque canapi fini ma forti. Due di essi sono attaccati non lungi dal giovane che fa da Vergine, ed è qua che per mezzo d'un terzo canapo finissimo, l'angelo inviato da Dio, discende e ritorna poi in alto giubilando, dopo l'Annunziazione. I tre altri canapi vanno appunto nel mezzo del palco. Venuto il momento del grande e meraviglioso spettacolo, molta gente si raccoglie nella chiesa, silenziosa, cogli occhi fissi al palco del tramezzo. Dopo poco cadono le cortine co' drappi, e sul magnifico seggio presso il lettuccio si vede colui che rappresenta la Vergine. Tutto ciò è bello, meraviglioso, pieno di grazia (TODARELLO 2006)

La narrazione appena citata fa da sottofondo al celebre affresco di Giotto raffigurante il presepe di Greccio. In entrambe le descrizioni, il tramezzo o ponte (come viene definito quello della sopra-citata chiesa della Santissima Annunziata di Firenze), è lo spazio principale intorno al quale si sviluppa la scena. Questo muro, si intuisce, nei primi secoli del basso medioevo ha mutato molto il suo significato, trasformandosi da segno di distinzione dello spazio sacro da quello laico a scansione dello spazio sacro intorno al quale accrescere il coinvolgimento del popolo alla liturgia, fino a divenire il luogo deputato allo svolgimento delle sacre rappresentazioni: la culla della rinascita del teatro.

Questo elemento architettonico sistematicamente demolito a seguito della riforma liturgica operata dal concilio di Trento era presente in tutte le chiese finora analizzate.

In medio ecclesiae: la posizione del tramezzo

Il ponte di Santa Maria Novella e il tramezzo francescano

A Santa Maria Novella il tramezzo sopra citato aveva assunto la dimensione di un vero e proprio portico, e fu definito per questo motivo "ponte"⁴⁶.

Il ponte da petto a rene si stendeva per braccia 14 circa, le di cui volte erano raccomandate ai due pilastri ove adesso sono i quadri di San Pietro Martire e di San Giacinto. Sopra aveva da una parte e l'altra una sponda andante alta a mezz'uomo, per cui veniva a denominarsi ponte, e per essere da levante e ponente lungo, e da mezzodi a tramontana assai più stretto. Lungo era quanto è larga la chiesa, e stretto quanto è dagli scalini alla fine delle prime file de' sepolchri di marmo stesi sul suolo, cioè fino al principio del mattonato che non ha sepolture (BORGHIGIANI 1757).

Questa descrizione del "ponte" di Santa Maria Novella, non è una testimonianza diretta, ma viene riportata dal Borghigiani nel XVIII secolo, probabilmente sulla base di documenti andati in seguito perduti.

Marcia B. Hall ha dedicato uno studio approfondito sulla collocazione e sulla probabile morfologia di questo manufatto. Ad ogni modo è certo che la posizione di questo fosse nella parte superiore della navata, poco dopo i gradini che tuttora separano in due il corpo longitudinale della chiesa. Secondo questa ricostruzione, questo sarebbe stato all'altezza della quarta coppia di pilastri che marciano il confine tra le due campate profonde attualmente 18 braccia e le altre di differente profondità. Utilizzando lo schema descritto in precedenza per comprendere la genesi planimetrica della chiesa, tra le nove campate profonde 18 braccia ciascuna, questo si sarebbe posizionato dopo 5 campate dalla facciata a 4 dal muro di fondo della chiesa, ovvero a $18 \cdot 5 = 90$ braccia dalla contro-facciata e a 72 dalla parete di fondo. Poiché, come osservato:

⁴⁶ Definizione del tramezzo che ne fa la Hall e che sta ad indicare la natura di vero e proprio colonnato coperto da volte.

- la porzione di transetto eccedente la larghezza del corpo longitudinale della chiesa copre la stessa area di una campata del transetto;
- la porzione di abside eccedente la parete di fondo della chiesa ha la stessa superficie della facciata; si evince che all'altezza in cui viene ipotizzato il ponte l'area della chiesa viene divisa in due parti esatte. Geometricamente questo equivale a dire che il tramezzo passa per il baricentro della sezione a T della chiesa.

Sul disegno di progetto del convento di Arezzo è rappresentato con esattezza il tramezzo in questione. Questo dista dal filo esterno della facciata esattamente 55 braccia. Sottraendo a questa misura la profondità di 2,5 braccia della facciata stessa e dividendo per l'interasse ipotetico, individuato in precedenza pari a 10,5 braccia, si osserva che anche in questo caso la posizione del tramezzo è precisamente all'altezza della quinta campata a partire dalla facciata e alla quarta a partire dal muro di fondo. In questa pergamena va sottolineato che a 30 braccia dal tramezzo sono presenti tre gradini che separano il coro dallo spazio del presbiterio. Questa ulteriore separazione traccia uno spazio quadrato (di lato pari a 30 braccia) riservato ai frati.

E' possibile rendere evidenti queste analisi andando semplicemente a sovrapporre la pianta della chiesa francescana aretina, opportunamente ingrandita, a quella domenicana fiorentina: la posizione del tramezzo coincide perfettamente.

La chiesa realizzata, come osservato, ha proporzioni leggermente differenti rispetto alla chiesa reale, ma presenta la stessa logica compositiva.

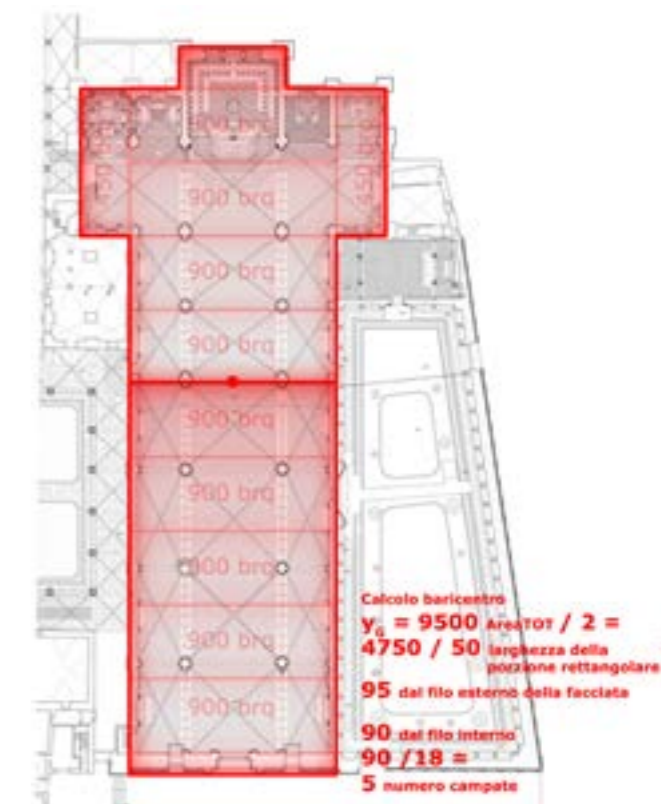
Non ci sono documenti, né tracce che permettano una precisa collocazione del tramezzo all'interno della chiesa costruita. Sulla scorta della analisi condotte fin qui si può ipotizzare che il tramezzo fosse collocato dopo la quinta campata fittizia di interasse pari a 11,34 braccia. Moltiplicando questo per 5 si ottiene la misura di 56,67 braccia.

A questa altezza, come nel disegno della pergamena, le cappelle laterali subiscono un'interruzione, divenendo ambienti tamponati di natura e struttura differente. Inoltre dall'analisi delle piante sovrapposte, è possibile osservare che proprio a questa altezza inizia la basilica inferiore. Questo permette di ipotizzare la collocazione del tramezzo

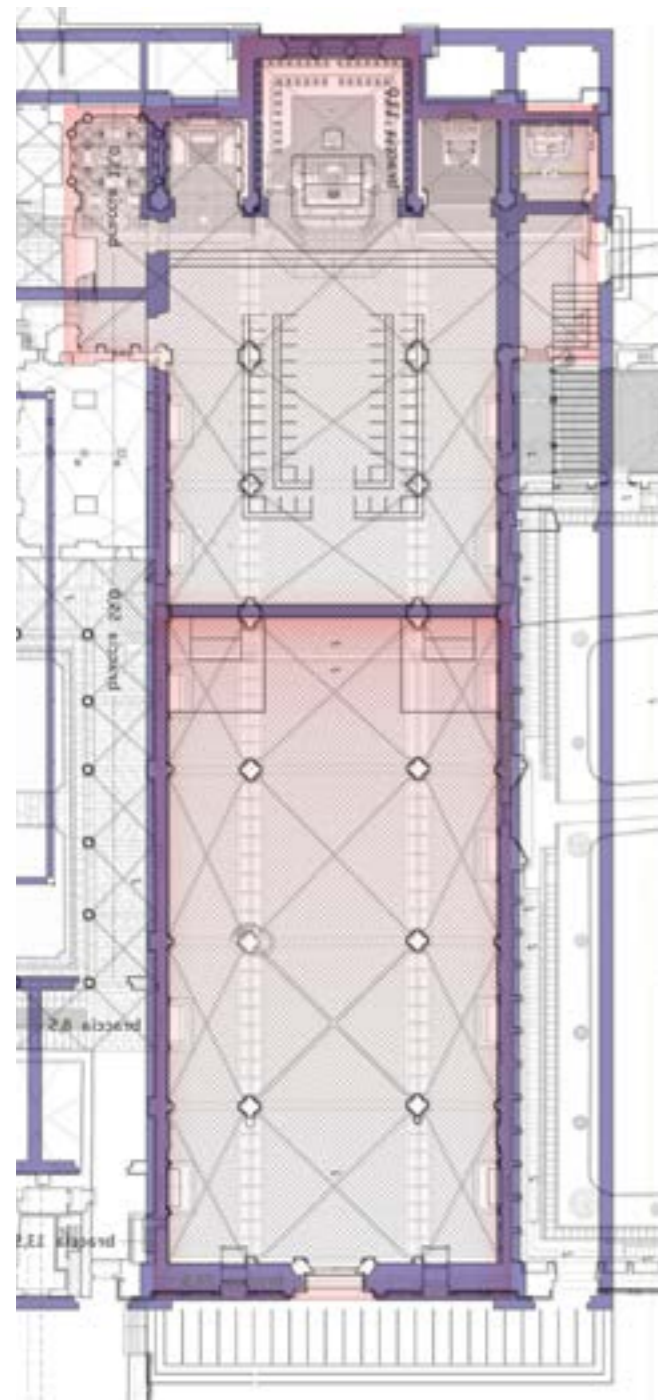
in un punto tale per cui l'area riservata esclusivamente ai frati fosse distribuita su due livelli e quella destinata al popolo solo su uno.

Prendendo le mosse dai dati elaborati in precedenza, è possibile calcolare l'area al netto dei muri destinata al popolo e quella destinata ai frati. Quest'ultima è pari a 1328 braccia quadre di cui 1027 braccia quadre ($91 + 1/2 - 56 + 2/3 = 34 + 5/6$ è la lunghezza) sono quelle destinate al coro e 301 braccia quadre quelle delle cappelle terminali (calcolate in precedenza). La superficie destinata al popolo, invece, è pari a $56,67 \cdot 29,5 = 1670$ braccia quadre, poco più di uno staioro.

Nell'ipotesi del transetto e della conseguente area equamente distribuita tra frati e popolo, l'area totale al netto delle murature, sarebbe stata prossima a quella al lordo dei muri della chiesa della pergamena.



64/ Posizione dell'interasse del "ponte" di Santa Maria Novella. Da notare che in corrispondenza del baricentro, sopra il tramezzo, era posto il Cristo in medio ecclesiae



65/ Sovrapposizione del disegno della chiesa di San Francesco ad Arezzo con la pianta di Santa Maria Novella. Da notare la coincidenza tra il tramezzo disegnato nella pergamena e l'interasse del ponte di Santa Maria Novella

Il pergolo di Sansepolcro

Nella descrizione delle vicende costruttive del Duomo di Sansepolcro, si è più volte incontrato lo pseudo-portico che, nell'allora abbazia, divideva lo spazio destinato ai monaci da quello destinato al popolo. Anche nel caso della chiesa biturgense, la notevole dimensione del manufatto si evince soprattutto dagli epiteti con il quale viene definito: pergolo o palco. Dalle fonti documentarie si sa che questo accoglieva molte cappelle, organizzate, a quanto sembra, su due livelli. Per un periodo, questo manufatto aveva accolto anche il capitolo dei monaci, che avevano accesso al piano superiore del *pergolo* direttamente dal monastero.

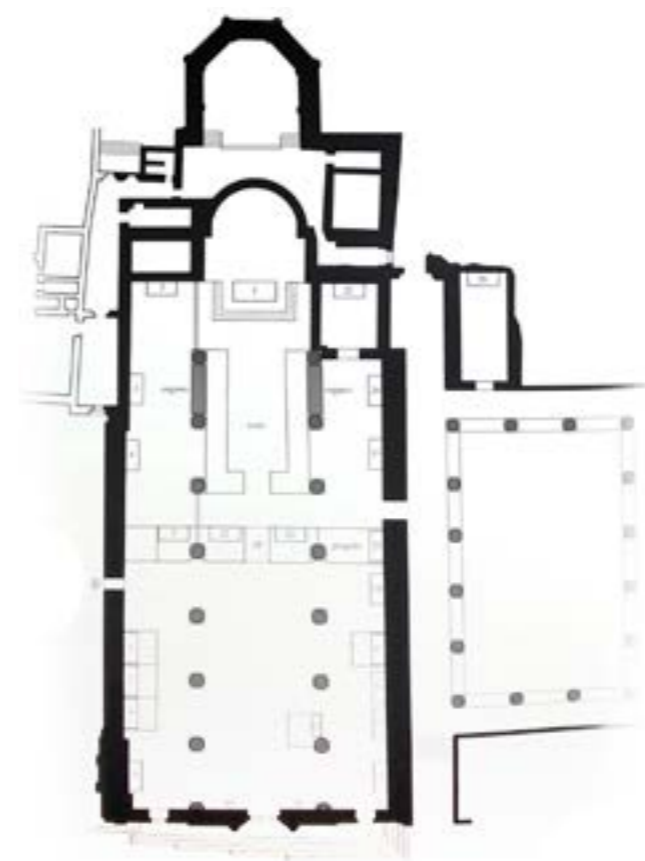
La collocazione del *pergolo* di Sansepolcro è stata oggetto di due diversi studi, entrambi elaborati in occasione del millenario della cattedrale. Il primo, ad opera di Mazzalupi, ha permesso l'individuazione di tutti i documenti che riguardano le cappelle disposte intorno al tramezzo. Il secondo, ad opera della Pincelli, sulla scorta di tutti i documenti che descrivono lo stato della chiesa nei primi due secoli dopo la sua costruzione, ha tentato una più precisa collocazione in pianta.

Entrambe le ricerche concordano su una collocazione di questo elemento architettonico all'altezza della quarta coppia di colonne libere a partire dalla facciata. La presenza di questo elemento architettonico in questa zona è resa evidente dal salto di quota dei dadi posti sotto questa coppia di colonne, maggiore di quelli che li precedono di 2 piedi (circa 66 cm).

Ipotizzare di dividere a metà la superficie della chiesa nella conformazione planimetrica non finita, sarebbe un'operazione abbastanza semplice. Infatti la pianta di questa è formata da due quadrilateri che sommati coprono un'area pari a 67 tavole. Se si divide in due questa misura e la si divide nuovamente per 67 (larghezza della chiesa all'altezza del presbiterio) si costruisce un'espressione di questo tipo

$$\text{distanza tramezzo} = [(67 * 144) / 2] / 67$$

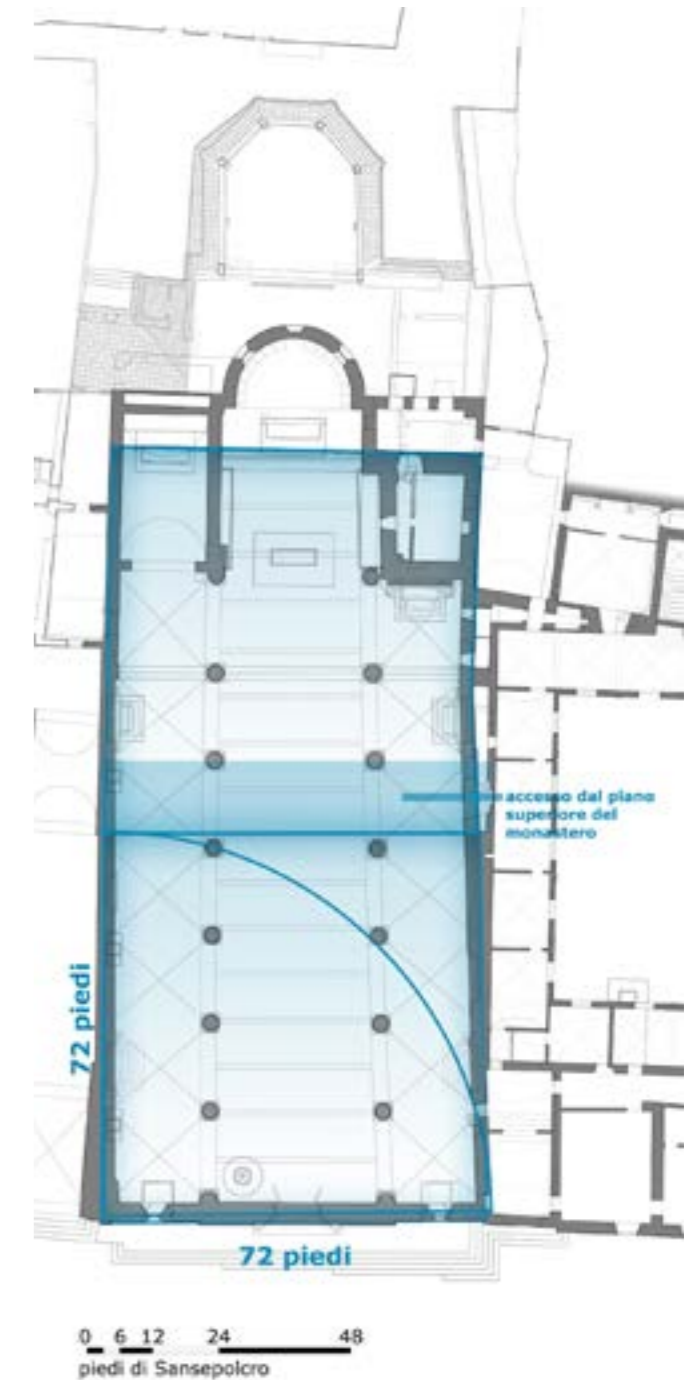
Poiché si moltiplica e si divide per uno stesso numero,



66/ Ipotesi ricostruttiva del pergolo del Duomo di Sansepolcro, realizzata sulla base dei documenti descrittivi degli interni ante la controriforma. (MAZZALUPI 2012)



67/ Fotografia dell'intercapedine all'altezza della porta tamponata



68/ Posizione ipotetica del pergolo di Sansepolcro tracciata sulla pianta del primo livello. Da notare l'asse della porta tamponata all'interno dell'intercapedine.

l'espressione di semplifica in $144/2 = 72$ piedi⁴⁷. Posizionando il tramezzo a questa distanza dal filo esterno della facciata, questo cade 4 piedi dopo la coppia di pilastri sopra descritti. Immaginando di posizionare la scalinata di accesso al coro in corrispondenza di questi due pilastri, si osserva che il pergolo in questo modo avrebbe distato 3 piedi dall'ultima alzata, lasciando uno spazio congruo ai piedi del ponte.

Come sopra descritto, era previsto un accesso diretto al pergolo dal monastero. Andando ad osservare al piano superiore, negli attuali appartamenti del vescovo, esiste una porta tamponata, all'interno dell'intercapedine proprio all'altezza di questo interasse. Dato che:

- la demolizione del tramezzo è avvenuta successivamente all'edificazione di questa porzione del monastero;
- l'intercapedine è larga 50 cm in corrispondenza di questa porta (per cui è difficile ipotizzare la collocazione in questa area di una qualche funzione di servizio alla chiesa);

è plausibile pensare che questa fosse proprio la porta di accesso al *pergolo*.

La differenza di quota fra il piano di calpestio del livello superiore del monastero e quello della chiesa, preso in corrispondenza dell'attuale presbiterio, è pari a 12 piedi esatti.

Il tramezzo, teoricamente, se fosse stato realizzato nella chiesa gotica non finita, avrebbe assunto una posizione più prossima alla nuova abside. Dalle analisi precedenti, operate sia sulla chiesa aretina che sul capolavoro fiorentino, si è osservato che in queste il tramezzo era collocato a 5 campate dalla contro-facciata, ma questo nel caso di Sansepolcro si è visto essere pari alle 6 campate di interasse

⁴⁷ In realtà, poiché la superficie è descritta da un trapezio, l'area a questa altezza non è esattamente pari a 4824 piedi, ma risulta essere di 5000 piedi quadri. Per raggiungere la misura interessata bisognerebbe arretrare verso la facciata di circa 2,5 piedi. L'uso di calcolare aree all'interno dei trapezi nel periodo medievale è stato oggetto di studio della Bartoli (BARTOLI 2007), in occasione della ricerca condotta sulla pianta di Palazzo Vecchio a Firenze. Tuttavia lo scrivente, data la differenza contenuta tra le basi di questo trapezio, non ha ritenuto opportuno riutilizzare gli stessi calcoli per formulare un'ipotesi, ma ha preferito immaginare che la collocazione, come sopra descritta, approssimasse bene il risultato.

16 piedi ($16*6/5 = 19,2$). Quindi nella configurazione mai completata, secondo i calcoli precedenti, il coro avrebbe occupato un'area di 6000 piedi quadri e al popolo sarebbe stata destinata una superficie di 48 tavole (6912 piedi quadri).



69/ Torre dei Gherardi Sud, via XX Settembre.

70/ Torre dei Gherardi Nord, via XX Settembre.
Da notare l'allineamento l'angolo assunto dalle torri rispetto all'edificato adiacente

Forma Urbis

Sansepolcro, come descritto in precedenza, può essere definita una città di fondazione medievale. Con ogni probabilità, la sua edificazione è stata condotta in pochi decenni contestualmente alla costruzione della nuova chiesa camaldolese. Per questo motivo è plausibile cercare in esso uno schema di organizzazione spaziale che faccia intendere una volontà compositiva.

Per capire la genesi e l'attuale fisionomia del centro storico, è necessario riportare tre eventi già descritti nei primi paragrafi di questo studio:

1. L'edificazione della Pieve (attuale S. Agostino), avvenuta per opera della Diocesi di Città di Castello, fuori dalle mura dell'allora centro abitato di Sansepolcro e dell'omonima Abbazia, e regolata da un atto rogato nei primi anni del XIII secolo.
2. L'edificazione delle chiese e conventi degli ordini mendicanti a ridosso delle allora mura del Borgo e dell'Abbazia, avvenute nella seconda metà del XIII secolo.
3. La cessione dei diritti feudali del Borgo di Sansepolcro da parte dell'Abbazia alla Diocesi di Città di Castello, con la conseguente instaurazione di un clima pace tra centro abitato, Diocesi e Abbazia, negli anni di rifondazione della chiesa agli inizi del XIV secolo.

Sulla base delle ipotesi già formulate in altri studi e dall'osservazione della pianta attuale del centro storico, opportunamente scalata in piedi biturgensi, si possono operare delle analisi volte alla ricostruzione della genesi dell'attuale centro storico di Sansepolcro.

Partendo dal nucleo centrale dell'allora abbazia, misurando la distanza tra le torri dei Gherardi antistanti il portale di ingresso alla chiesa e gli edifici posti sul retro della chiesa stessa questa risulta essere esattamente di 300 piedi (50 canne). Allo stesso modo, misurando la distanza che intercorre tra il muro del monastero antistante la piazza di torre Berta e l'Arco della Pesa (già porta nord di ingresso della prima cerchia di mura), anche questa è esattamente 300 piedi. Perciò è possibile costruire un quadrato di lato pari a 300 piedi intorno all'abbazia comprendendo in questo alcune strade e molti spazi rimasti vuoti a nord della chiesa (il palazzo della confraternita dei laici, attuale sede comunale, è stato costruito in epoca rinascimentale)

probabilmente un tempo occupati dagli orti dell'abbazia. Come accennato nei paragrafi precedenti, alcuni studi identificano il primordiale centro abitato del Borgo nell'edificato cresciuto intorno al vicolo di Castellina. Questo sarebbe coerente con la conformazione dell'abbazia secondo un tessuto simile a quello raffigurato sulla pergamena di Sangallo e descritto all'inizio di questo paragrafo. Percorrendo via XX settembre (l'attuale via principale di accesso al Borgo), all'incrocio con l'attuale via Luca Pacioli si incontrano due torri, ancora dei Gherardi, che spiccano, non solo per altezza e conformazione, ma anche per l'orientamento, molto differente dai fronti dei palazzi attigui. Queste, si nota in pianta, sono perfettamente allineate con quella omonima che fronteggia il Duomo: la distanza fra queste torri è nuovamente di 300 piedi (50 canne).

Questa analisi darebbe sostanza agli studi che propugnano la tesi dei due centri contrapposti e antistanti l'uno all'altro. Con la mutata situazione urbanistica l'antico vicolo di Castellina perde il suo ruolo di attraversamento privilegiato del borgo a favore del percorso a sud dell'abbazia.

Proseguendo questa analisi è possibile immaginare che la percorrenza a sud abbia indotto a creare in questo punto la piazza principale. La conformazione di questa è mutata nel XIX secolo a seguito delle demolizioni finalizzate ad isolare la Torre Berta, minata a sua volta dai tedeschi durante la ritirata al termine della seconda guerra mondiale.

Tuttavia dal Catasto Leopoldino è possibile osservare che l'antica conformazione creava comunque una piazza antistante il monastero all'incrocio con l'altro asse principale nord-sud del paese.

Ipotizzando un'espansione a sud del borgo questo sarebbe terminato sicuramente all'altezza della chiesa dei Servi rimasta fuori dalle allora mura. Misurando la distanza dalle mura esterne a nord al punto omologo a sud questo risulta essere di 864 piedi circa (144 canne).

Dividendo questa misura per la larghezza finora individuata di 600 piedi (100 canne) è evidente che il rapporto tra questi due numeri è esattamente di 1,44.

Proseguendo ad ovest delle torri dei Gherardi si può osservare come i tre isolati, costruiti oltre queste, siano tutti larghi esattamente 100 piedi. Questa misura è costituita da 84 piedi (14 canne) di costruito a i quali vanno som-



71/ Immagini della genesi del centro storico di Sansepolcro. In alto le dimensioni dei due centri contrapposti dell'abbazia e del Borgo. In basso lo sviluppo a sud del centro abitato.

mati 16 piedi di una via per ciascuno isolato. Questa zona aggiunge alla misura già nota altri 300 piedi, portando la larghezza ovest-est del centro abitato ad un totale di 900 piedi, fino a giungere all'odierna chiesa di Sant'Agostino, identificata dai precedenti studi con la prima pieve del Borgo, anch'essa edificata agli inizi del XIII secolo subito fuori le mura.

Sintetizzando le analisi finora condotte, si può individuare una sequenza per la genesi del borgo articolata in quattro differenti zone, riconoscibili per la peculiarità e omogeneità del proprio tessuto:

1. L'abbazia: circondata da molti spazi non edificati ed inscritta in un quadrato di 300 piedi di lato.
2. Il centro abitato: individuato dall'allineamento di numerose torri, anch'esso delle stesse dimensioni del complesso abbaziale.
3. Il centro abitato a sud di questi due quadrati. Anch'esso misurabile in piedi, con isolati di larghezza variabile nella direzione ovest-est e con isolati compatti per tutta la lunghezza in direzione nord- sud. A questo fa

da contrappunto una striscia di edifici attestati lungo le antiche mura ai lati dell'Arco della Pesa. Questo è profondo 36 piedi esatti.

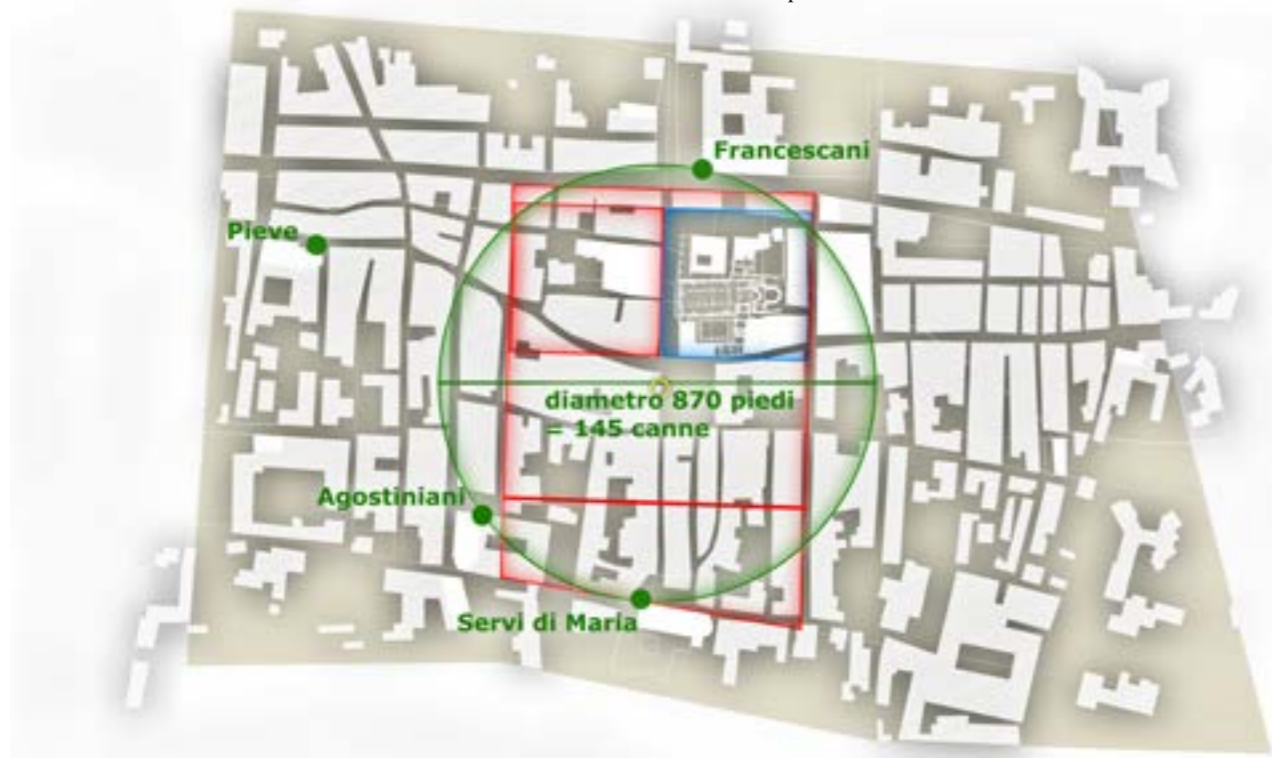
4. Una serie di tre "strisce" di isolati ad ovest larghe ciascuna 100 braccia esatte.

La rigorosa geometria rettangolare è apparentemente rotta dall'inclinazione del confine sud. Se valutata sulla larghezza dell'isolato di 100 piedi questa risulta avere una pendenza di 14 piedi circa⁴⁸. Questo equivale a dire che ogni isolato, scorrendo da est verso ovest è più corto del precedente di $(14,4 * 100) / 2 = 720$ piedi quadri.

Questo comporta che ogni isolato sottrae all'area totale una quantità pari a 720 piedi quadri (5 tavole) moltiplicati per il numero di isolati precedenti +2, ovvero

$$\text{Area}_{\text{isolato}} = \text{Area}_{\text{TOT isolato}} - [720 * (\text{n}^{\circ}\text{isolati}_{\text{est}} + 2)]$$

⁴⁸ Questa misura è difficile da descrivere con certezza dato il minuscolo scarto riferito ad una scala urbana. Tuttavia se presa in considerazione su tutta la lunghezza, la misura risulta essere abbastanza precisa.



72/ Immagini della genesi del centro storico di Sansepolcro. Distribuzione dei conventi degli ordini mendicanti subito fuori le mura lungo una circonferenza di diametro pari a 145 canne (a fronte delle 140 canne imposte dalla bolla papale)

Poiché l'Area_{TOT isolato} è una costante pari a $100 * 864 = 86400$ (600 tavole) l'equazione precedente può essere espressa nella forma

$$\text{Area}_{\text{isolato}} = 600 - [5 * (\text{n}^{\circ}\text{isolati}_{\text{est}} + 2)]$$

L'area così calcolata, per il primo isolato ad est misura 595 piedi, per il secondo 585, per il terzo 575 e così via "perdendo" 10 tavole di superficie ad ogni isolato. Al termine dei 9 isolati secondo questo calcolo, le tavole totali dovrebbero essere esattamente 4995 tavole. Andando a misurare la misura finale in realtà è possibile osservare che questo è lungo 736 piedi a fronte dei 734,4 teorici⁴⁹.

Intorno a questo perimetro nel corso del XII secolo si insediano gli ordini mendicanti.

Come ormai noto, esisteva una bolla papale che obbligava gli ordini a distare fra loro 140 canne. La prossimità del pie' biturgense a quello romano, permette una facile

⁴⁹ Calcolando l'area totale come quella di un trapezio rettangolo avente la base minore pari a questa misura e la maggiore di 864 piedi, questo copre una superficie di 5000 tavole (50 stavora).



73/ Immagini della genesi del centro storico di Sansepolcro. Espansione ad est e ad ovest del borgo attraverso l'edificazione di isolati larghi ognuno 100 piedi.



74/ Planimetria del centro storico di Sansepolcro estratta dal Catasto Leopoldino. Da notare gli edifici che occupano l'attuale piazza di Torre Berta.

gramma avente i lati paralleli pari a 864 piedi (base minore del trapezio descritto in precedenza) e l'altezza pari a 700 piedi. Nel suo insieme questa porzione copre un'area pari a $700 * 864 = 604800$ piedi quadri (4200 tavole, 42 stavora).

2. A nord della porzione descritta in precedenza, già nella metà del XIII secolo, in occasione dell'insediamento dei francescani, era previsto l'allargamento delle mura. Questa avviene con la creazione di un muro non del tutto parallelo a quello dell'Arco della Pesa distante, in questo punto, dal precedente 288 piedi.
3. La porzione intorno all'antica pieve (ad occidente dell'antico centro), viene inglobata dalle nuove mura (tuttora esistenti) costruite parallelamente alle precedenti ad una distanza di 300 piedi da queste. Quest'ultima misura porta la distanza tra le due porte opposte ad ovest e ad est a 1900 piedi esatti.

Le mura così come appaiono ora (al netto dei bastioni e della fortezza realizzati da Giuliano da Sangallo nel XVI su incarico dei Medici), coprono un'area totale pari a 180 stavora.

Prime conclusioni: deduzioni necessarie

1. Sul tramezzo, ponte o pergolo, era collocato molto spesso il crocifisso definito *crux de medio ecclesiae*. Dalle analisi condotte si evince che porre il Cristo al centro della Chiesa, per il progettista medievale non è un'intenzione vaga, ma un obiettivo da perseguire con strumenti scientifici.
2. "Questa struttura dà evidenza ad un particolare carattere del nucleo centrale, definibile come una sorta di cittadella interna ad accessibilità controllata". (BARTOLI 2009)

Conclusioni

Modello, topologia, disegno

Se dovessimo progettare una chiesa medievale, alla luce di questa ricerca, dovremmo probabilmente partire dalla misura dell'area che deve coprire il nostro edificio. Sulla base di questo primo dato, potremmo cominciare ad articolare la pianta ipotizzando la presenza o meno del transetto arrivando così a definire un ingombro di massima di larghezza e profondità (una delle due dimensioni deve essere scelta; preferibilmente legata all'articolazione propria dell'unità di misura e del sistema numerale). A questo punto potremmo procedere con l'inserimento di un eventuale tramezzo che divide a metà esatta la superficie iniziale.

Conclusa la pianta ci ritroveremo con una misura (la larghezza complessiva della chiesa) e la necessità di definire se realizzare tre navate o la navata unica.

In base a questa scelta imposteremo la sezione, riuscendo a definire la quota massima del colmo del tetto o dell'imposta delle capriate. Sulla larghezza individuata in precedenza (questa volta presa al lordo dei muri) con gli stessi procedimenti della sezione, potremmo disegnare la facciata.

Questo aspetto procedurale della progettazione medievale è ormai noto ed emerge (coscientemente o incoscientemente) in ogni tesi di laurea, o di dottorato, o in ogni altro studio approfondito condotto sulle architetture di quel periodo storico. Tuttavia, quello che si vuole mettere in evidenza in questo caso sono le caratteristiche delle relazioni create secondo i passaggi sopra descritti:

- Sono distinte in tre gruppi di operazioni: la pianta, la sezione e il prospetto.
- Ogni gruppo di operazioni ha dei dati di ingresso e dei dati di uscita. Il legame tra i tre gruppi è definito da un solo dato.
- Al netto delle scelte arbitrarie (quali la presenza o meno delle tre navate) ogni gruppo di operazioni singolarmente permette la trasformazione di una chiesa in un'altra agendo semplicemente sui dati unitari già

definiti senza la necessità di doverne inserire altri.

A questo punto, torniamo per un attimo alla definizione di modello compiuta nel testo citato nell'introduzione.

In questo, il Disegno come Modello è espresso da un teorema:

ENUNCIATO

Disegno come Modello.

DIMOSTRAZIONE

Il Teorema del Granchio dimostra che il Modello (M) può essere rappresentato efficacemente da una forma visibile (m). Il Teorema di Agrado dimostra la varietà delle possibili rappresentazioni: non a caso, anche il teatro lo è. Il Teorema fondamentale del Modello di architettura esplora le possibili rappresentazioni (m) dell'idea progettuale (M) e ne definisce le relazioni.

Sono manifestazioni o rappresentazioni del Modello:

- gli schizzi a mano libera, comunque eseguiti;
- gli scarabocchi sub-consapevoli tracciati su una busta usata durante una telefonata noiosa;
- i disegni tecnici di massima (piante, sezioni, prospetti);
- i disegni tecnici esecutivi;
- le viste d'insieme: assonometrie, prospettive, al tratto o chiaro-scure;
- gli studi relativi alla geometria di forme speciali, siano essi equazioni o modelli informatici che da queste derivano;
- i modelli tridimensionali elaborati al computer, siano essi numerici (mesh) o matematici (NURBS);
- le immagini statiche o dinamiche ottenute per

elaborazione automatica del chiaroscuro (rendering);

- i modelli dinamici interattivi ovvero le applicazioni all'architettura della realtà virtuale;

- i modelli fisici realizzati manualmente con legno leggero, metallo, plastica o qualsiasi altro materiale

- i modelli fisici realizzati automaticamente per mezzo di macchine a controllo numerico, come le stampanti tridimensionali (rapid prototyping);

- i modelli matematici realizzati esplorando le superfici di un modello fisico con appositi sensori come i 3D digitizer e gli scanner (reverse engineering).

Tutte queste rappresentazioni (m) possono trasformarsi le une nelle altre, senza soluzione di continuità, in un processo a spirale che converge verso il Modello (M) e lo perfeziona, senza mai raggiungerlo (fig. 2). Tutti gli m hanno il medesimo rapporto con M e dovrebbero essere indicati con un termine di carattere generale che li abbracci tutti. Si può usare il termine modelli (scritto non la m minuscola), come proposto da Migliari (MIGLIARI 2000), magari distinguendo quelli grafici da quelli informatici; oppure usare il termine colto rappresentazioni, che già li comprende tutti, ma, meglio ancora, è estendere il significato della parola disegno. Ecco, dunque, il senso dell'enunciato: Disegno come Modello, ovvero Modello, idea, che si inverte nelle mutevoli forme del disegno.

In questa definizione, per chiarire la relazione tra i modelli e il Modello e fra gli stessi modelli, viene introdotta una proprietà apparentemente sconcertante per la definizione di disegno: la trasformazione senza soluzione di continuità.

Come accennato all'inizio, la topologia è quella disciplina che approfondisce le condizioni per cui un oggetto e la sua rappresentazione, o le rappresentazioni di uno stesso oggetto, siano legate da relazioni di continuità, a patto che queste relazioni siano di tipo qualitativo.

Da ciò la necessità, enunciata nell'introduzione, di accompagnare il modello con la descrizione di una topologia di riferimento.

La natura procedurale del processo creativo medievale analizzato in questo studio sembrerebbe la stessa descritta

da Vitruvio:

L'architettura pertanto consta della "ordinatio", in greco ταξις, della "dispositio" che i greci chiamano διαθεσις, dell'"eurythmia", della "symmetria", del "decor", e infine della "distributio" che in greco si dice οικονομία.

La ordinatio è la subordinata misura dei membri dell'edificio considerati ad uno ad uno e il giusto rapporto della proporzione generale rispetto al modulo. Essa si basa sulla quantità, in greco ποσότης; la quale consiste nel calcolo deduttivo dei moduli dai <membri> dell'opera, e nell'armonica esecuzione dell'insieme in relazione alle singole parti di ciascun membro.

La "dispositio" è l'adatta messa in opera delle cose, e l'elegante esecuzione dell'edificio nelle varie composizioni, dal punto di vista della qualità. Le figure della "dispositio" - in greco ιδεαι - sono tre, icnografia, ortografia, scenografia: cioè pianta, alzato, disegno prospettico. L'icnografia consiste nel giusto [moderatamente contenuto] uso del compasso e della riga: essa ci presenta il disegno nelle forme sul piano [sulle basi delle aree]. L'ortografia è l'immagine della facciata, e dell'opera futura, disegnata secondo le proporzioni. La scenografia è lo schizzo della facciata e dei lati in isorcio, colla convergenza in tutte le linee al centro del compasso.

La natura procedurale della *dispositio* è narrata da Vitruvio mediante passaggi bidimensionali⁵¹. Questi passaggi fanno sì che si possa avere un modello continuo e che questa continuità sia la proprietà fondamentale che garantirà la trasformazione di quel modello in edificio.

L'aspetto procedurale perciò non è solo mera tecnica costruttiva, ma attraverso la geometria diviene insieme processo ideativo e costruttivo: perciò processo creativo.

⁵¹ L'unica eccezione sembrerebbe la terza "figura". Questa dibattuta in altri studi sembrerebbe mostrare un approccio differente alla progettazione che esula, in parte da passaggi bidimensionali.

L'approccio sistemico e l'architettura

Se lo scopo dell'arte è quello di spiazzare l'intelletto - e sono convinto che sia uno scopo del tutto legittimo - si potrebbe allora fare ricorso ad uno scrigno colmo fino all'orlo di fatti sconcertanti. Questo scrigno è quella branca della matematica chiamata topologia. Ho già accennato alla mappatura topologica, mediante la quale vengono conservate le relazioni di contiguità. Evidentemente, se si conoscono le condizioni sotto le quali vengono conservate le relazioni di contiguità, si conoscono immediatamente le condizioni sotto le quali tali relazioni non vengono conservate.

Poiché nel nostro caso l'elaborazione di informazioni si svolge per lo più sotto condizioni di conservazione della contiguità, l'inverso ci dà una sorta di scossa intellettuale [...]. Ma anche a prescindere dai paradossi cui spesso la topologia ci mette di fronte, questa disciplina matematica può trovare un'applicazione nell'aiutarci ad esplorare gli innumerevoli rapporti possibili nel disegno: un tesoro di cui, sono convinto, per adesso abbiamo soltanto grattato la superficie. (FOERSTER 1987)

Per comprendere la frase appena citata di Von Foerster basta pensare ai paradossi di Escher. Questi spiazzano l'intelletto poiché alterano la mappatura topologica delle proiezioni, sfalsandola da quella che ha ogni essere umano. Quella che noi definiamo vero-somiglianza della proiezione prospettica si basa su una rete di corrispondenze biunivoche create dalla nostra mente tra le relazioni degli elementi contigui sull'immagine e quelle che estrapoliamo dalla realtà. La nostra mente, in altre parole, filtra attraverso la stessa mappatura topologica due proiezioni: quella del disegno e quella della realtà. I paradossi mostrano come è possibile intervenire all'interno delle relazioni dell'immagine alterandone la topologia e come la nostra

mente, non conoscendo l'alterazione, faccia fatica a rendersene conto.

Allo stesso modo, se dobbiamo operare dei giudizi su un manufatto medievale (realtà realizzata dall'uomo) la nostra mente, al di là del tipo di percezione con cui viene in contatto con l'oggetto, costruisce una mappatura topologica degli elementi, ovvero analizza le relazioni fra gli elementi creando un'immagine di queste relazioni.

Così se la nostra mente reputa che l'angolo retto sia una relazione importante per comprendere il legame tra due muri, approssima facilmente a 90° tutti gli angoli quasi retti. Se questa cosa persiste fino a far diventare la perpendicolarità e il parallelismo l'unico gruppo possibile di operazioni per mutare la direzione di un muro, la nostra mente comincia a costruire un'invariante, che diverrà basilare per la lettura dei successivi manufatti ritenuti "simili" al primo.

Il tentativo operato in questa ricerca è stato quello di aiutare la mente a conoscere altre relazioni plausibili tra gli elementi dell'architettura medievale, prendendo le mosse da altre invarianti.

Allo stesso modo, è plausibile che l'architetto medievale, o chi per lui incaricato di governare lo spazio con la finalità di creare un manufatto architettonico, avesse nella sua mente una mappatura topologica dello spazio differente dalla nostra.

L'ultimo elemento della triade panofskiana mostra come l'uomo medievale abbia compreso perfettamente questo assunto e abbia compreso come la percezione profonda dello spazio potesse influire nell'incremento della conoscenza.

Dal punto di vista epistemologico le analisi condotte e le conclusioni da queste dedotte confermerebbero che non

solo il concetto di modello è trasversale al disegno e al rilievo, ma anche i passaggi necessari alla sua costruzione (al di là della natura tridimensionale o bidimensionale) sono gli stessi.

In conclusione, ogni epoca ha declinato le relazione tra gli elementi dell'architettura in modo diverso. Quello che preme sottolineare in questo studio, e quello che si è cercato di dimostrare, è che l'Ordine dell'architettura, così come delineato, non si distingue solo per l'utilizzo di rapporti matematici o geometri diversi, ma anche per una differente relazione tra lo spazio e la percezione che l'uomo ha di quest'ultimo.

BIBLIOGRAFIA

AGNOLETTI 1976

Agnoletti Ercole, *La cattedrale di Sansepolcro illustrata*, Boncompagni, Sansepolcro, 1976

ASCANI 1997

Ascani Valerio, *Il trecento disegnato. Le basi progettuali dell'architettura gotica in Italia*, Viella, Roma, 1997.

BARBERO & FRUGONI 1994

Barbero Alessandro e Frugoni Chiara, *Dizionario del Medioevo*, Economica Laterza, 2008

BARTOLI 1997

Bartoli Maria Teresa, *Le ragioni geometriche del segno architettonico*, Alinea Editrice, Firenze, 1997

BARTOLI 1998

Bartoli Maria Teresa, *Il modulo progettuale di Orsanmichele a Firenze*, «Disegnare idee immagini», 16, 1998

BARTOLI 2007

Bartoli Maria Teresa, «Musso e non quadro». *La strana figura di Palazzo Vecchio dal suo rilievo*, Edifir, Firenze, 2007

BARTOLI 2009

Bartoli Maria Teresa, *Santa Maria Novella a Firenze, Algoritmi della scolastica per l'architettura*, Edifir, Firenze., 2009.

BENINI 1989

Benini Vincenzo, *Le origini di Sansepolcro: una analisi*, s. n., Sansepolcro, 1989

BERTALANFFY 1969

Ludwig von Bertalanffy, *Teoria generale dei sistemi*,

Mondadori, Milano, 1983

BERTOCCI & PARRINELLO 2012

Bertocci Stefano e Parrinello Sandro, a cura di, *Architettura Eremitica Sistemi Progettuali e Paesaggi Culturali: atti del terzo Convegno Internazionale di Studi*, Camaldoli 2123 settembre 2012, Edifir, Firenze, 2012

BORGHERINI 2001

Borgherini Malvina, *Disegno e progetto nel cantiere medievale. Esempi toscani del XIV secolo*, Marsilio, Venezia, 2001

BOYER 1968

Boyer Carl B., *Storia della matematica*, Oscar Mondadori, 2010

CENTAURO 1990

Centaurio Giuseppe, *Dipinti murali di Piero della Francesca. La Basilica di San Francesco: indagini su sette secoli*, Electa, Milano, 1990

CENTAURO 1993

Centaurio Giuseppe, a cura di, *Piero della Francesca ad Arezzo : atti del Convegno Internazionale di Studi. Arezzo, 7-10 marzo 1990*, Marsilio, Venezia, 1993

CHERUBINI 2012

Cherubini Giovanni, Franceschi Franco, Barlucchi Andrea & Firpo Giulio, *Arezzo nel Medioevo*, Bretschneider Editore, Roma, 2012

CZORTEK 1997

Czortek Andrea, *Un'abbazia, un comune: Sansepolcro nei secoli 11-13*, Tibergraph Editrice, 1997

CZORTEK 2010

Czortek Andrea, a cura di, *La nostra storia: lezioni sulla storia di Sansepolcro. I: antichità e medioevo*, Graficon-sul, Sansepolcro, 2010

DI LORENZO, MARTELLI & MAZZALUPI 2012

Di Lorenzo Andrea, Martelli Cecilia e Mazzalupi Matteo, *La Badia di Sansepolcro nel quattrocento*, Editrice Pliniana, 2012

ERRERA 2006

Errera Andrea, *Lineamenti di Epistemologia Giuridica Medievale, storia di una rivoluzione scientifica*, G. Giappichelli Editore, Torino, 2006

FOERSTER 1987

Heinz von Foerster, *Sistemi che osservano*, Editrice Astrolabio, Roma, 1987

FORNASARI 2012

Fornasari Liletta, a cura di, *Il Duomo di Sansepolcro 1012-2012, Una storia millenaria di arte e fede*, Aboca, Sansepolcro, 2012

FRUGONI 2010

Frugoni Chiara, a cura di, Pietro e Ambrogio Lorenzetti, Le Lettere, Firenze, 2010

GALIMBERTI 1999

Galimberti Umberto, *Psiche e Techne, l'uomo nell'età della tecnica*, Feltrinelli Editore, Milano, 2009

GAMBARDELLA & MARTUSCIELLO 2006

Gambardella Carmine e Martusciello Sabina, *Le vie dei Mercanti, disegno come topologia della mente, Contributi: atti del Terzo Forum Internazionale di Studi, Capri 6-7-8 giugno 2005*, Alinea Editrice, Firenze, 2006

GAMBARDELLA & MARTUSCIELLO 2006

Gambardella Carmine e Martusciello Sabina, *Le vie dei Mercanti, disegno come topologia del-*

lamente, Relazioni: atti del Terzo Forum Internazionale di Studi, Capri 6-7-8 giugno 2005, Alinea Editrice, Firenze, 2006

FRANCHETTI 1986

Franchetti Pardo Vittorio *Arezzo*, Laterza, Bari, 1986

GIANNETTI 2011

Giannetti Stefano, *La chiesa basso-medievale*, in Bartoli M. T., *Dal gotico oltre la maniera. Gli architetti di Ognisanti a Firenze*, Edifir, Firenze, 2011

GIANNETTI 2012

Giannetti Stefano, in **Bertocci Stefano e Parrinello Sandro**, a cura di, *Architettura Eremitica Sistemi Progettuali e Paesaggi Culturali: atti del terzo Convegno Internazionale di Studi*, Camaldoli 2123 settembre 2012, Edifir, Firenze, 2012

GIUSTI

(Sitografia) **Giusti Enrico**, *Matematica e commercio nel Liber Abaci*, Il giardino di Archimede, Un ponte sul Mediterraneo: Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente (<http://php.math.unifi.it/archimede/archimede/fibonacci/catalogo/giusti.php> - ultimo accesso: dicembre 2013)

HØYRUP 1995

Høyrup J., *Linee larghe, un'ambiguità geometrica dimenticata*, «Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche» 15: 3-14, 1995

HUGO 1831

Hugo Victor, *Notre-Dame de Paris*, Biblioteca Economica Newton, Roma, 1996

KUHN 1970

Thomas S. Kuhn, *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Einaudi, Torino, 1999

MIGLIARI 2004

Riccardo Migliari, a cura di, *Disegno come Modello, Riflessioni sul disegno nell'era informatica*, Edizioni Kappa,

2004

MORIN 1999

Morin Edgar, *I sette saperi necessari all'educazione del futuro*, Raffaello Cortina Editore, 2001

MURRAY 1978

Murray Alexander, *Ragione e società nel Medioevo*, Editori riuniti, 2002

PANOFSKY 1951

Erwin Panofsky, *Architettura gotica e filosofia scolastica*, Abscondita, Milano, 2010

SALMI 1951

Salmi Mario, *San Domenico e San Francesco di Arezzo*, Del Turco, Roma, 1951

SALMI LUMINI 1960

Salmi Mario, Lumini Umberto, *La chiesa inferiore di San Francesco di Arezzo*, De Luca editore, Roma, 1960.

SCHENKLUHN 2003

Schenkluhn Wolfgang, *Architettura degli Ordini Mendicanti. Lo stile architettonico dei domenicani e dei francescani in Europa*, EFR, 2003

STEFFENS 1910

Steffens F. *Paléographie latine*, Trèves, Paris, 1910

STROFFOLINO 1999

Stroffolino Daniela, *La città misurata, Tecniche e strumenti di rilevamento nei trattati a stampa del Cinquecento*, Salerno Editrice, Roma, 1999

TAFI 1989

Tafi Angelo, *Immagine di Cortona. Guida storico-artistica della città e dintorni*, Calosci editore, Cortona, 1989

UGO 2008

Vittorio Ugo, *Architettura e temporalità* (II ed.), Edizioni Unicopli, Milano, 2008

VASSALLO 2003

Vassallo Nicola, a cura di, *Filosofie delle scienze*, Giulio Einaudi Editore, Torino, 2003

VITRUVIO

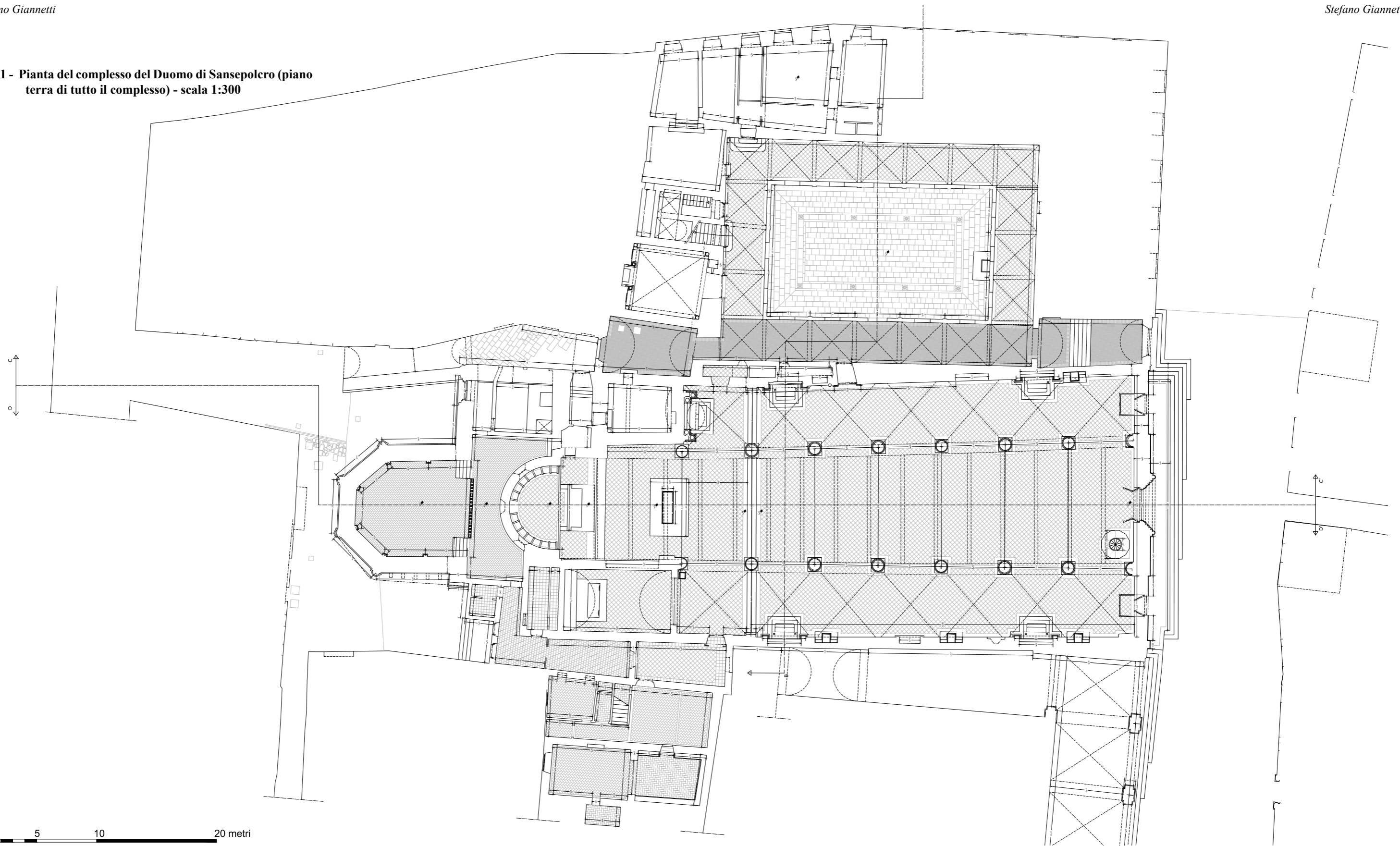
Vitruvio, *Architettura*, BUR Classici Greci e Latini, 2010

Pergamena del progetto del convento di San Francesco ad Arezzo Archivio Capitolare di Arezzo, fondo Ex Archivis Variis, capsula V, n°873.

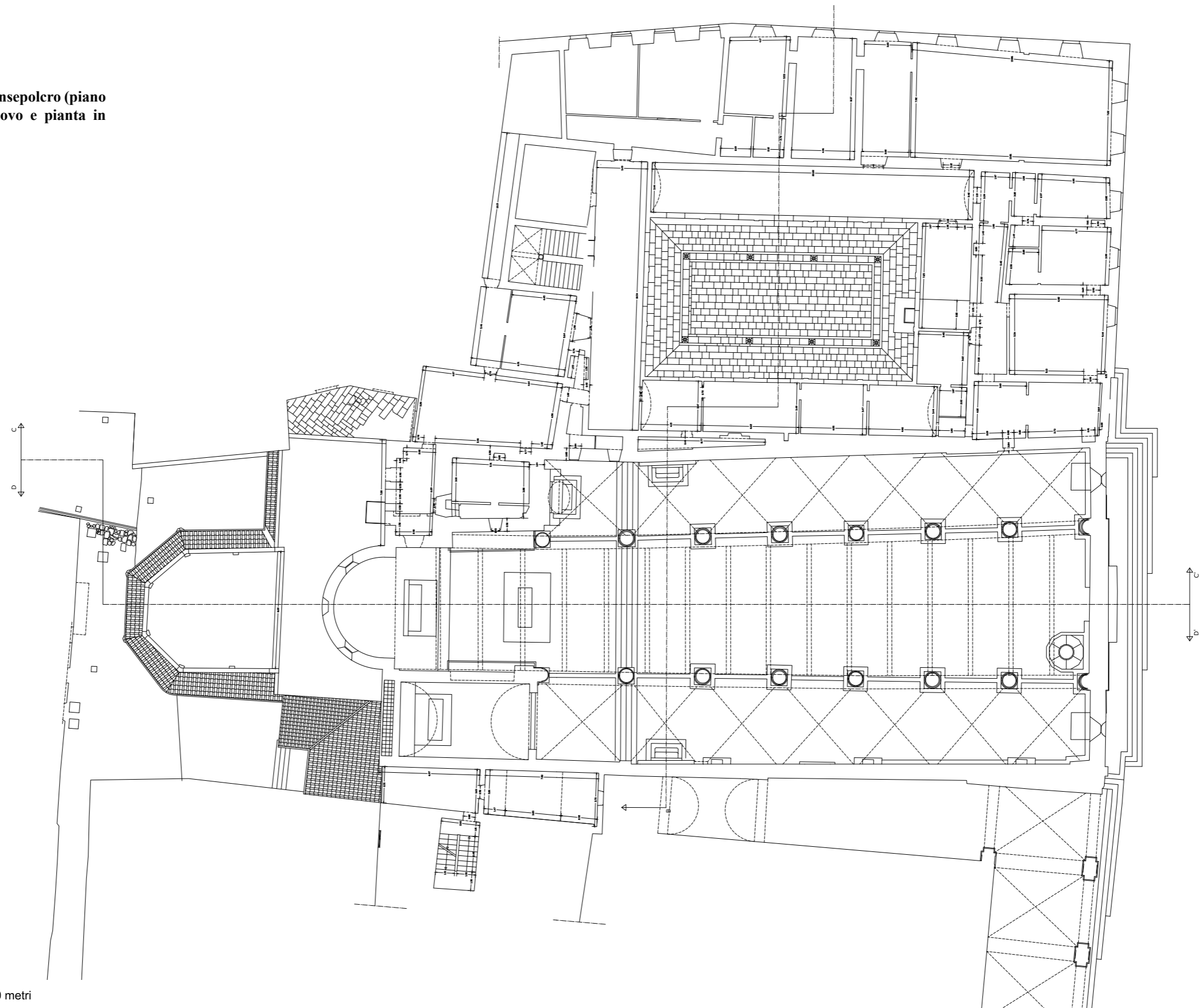
Tavole

- Tav. 1 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (piano terra di tutto il complesso) - scala 1:300
- Tav. 2 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (piano primo degli appartamenti del Vescovo e pianta in quota del Duomo) - scala 1:300
- Tav. 3 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (coperture degli appartamenti del Vescovo e pianta della navata centrale del Duomo) - scala 1:300
- Tav. 4 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (piano interrato e piano terra delle botteghe che affacciano su piazza di Torre Berta) - scala 1:300
- Tav. 5 - Sezione longitudinale del Duomo di Sansepolcro verso nord - scala 1:200
- Tav. 6 - Sezione longitudinale del Duomo di Sansepolcro verso sud - scala 1:250
- Tav. 7 - Sezione trasversale del complesso di Sansepolcro - scala 1:150
- Tav. 8 - Sezione trasversale del Duomo in prossimità della controfacciata - scala 1:150
- Tav. 9 - Fotopiano della facciata del Duomo di Sansepolcro - scala 1:150
- Tav. 10 - Prospetto della facciata del Duomo di Sansepolcro - scala 1:150
- Tav. 11 - Fotopiano del prospetto del complesso e di parte del contesto urbano - scala 1:333
- Tav. 12 - Modello tridimensionale del Duomo di Sansepolcro
- Tav. 13 - Pianta del complesso di San Francesco ad Arezzo - scala 1:400
- Tav. 14 - Sezione trasversale della chiesa di San Francesco ad Arezzo - scala 1:300
- Tav. 15 - Fotopiano della pergamena realizzato sulla base del ridisegno della stessa - scala 1:300

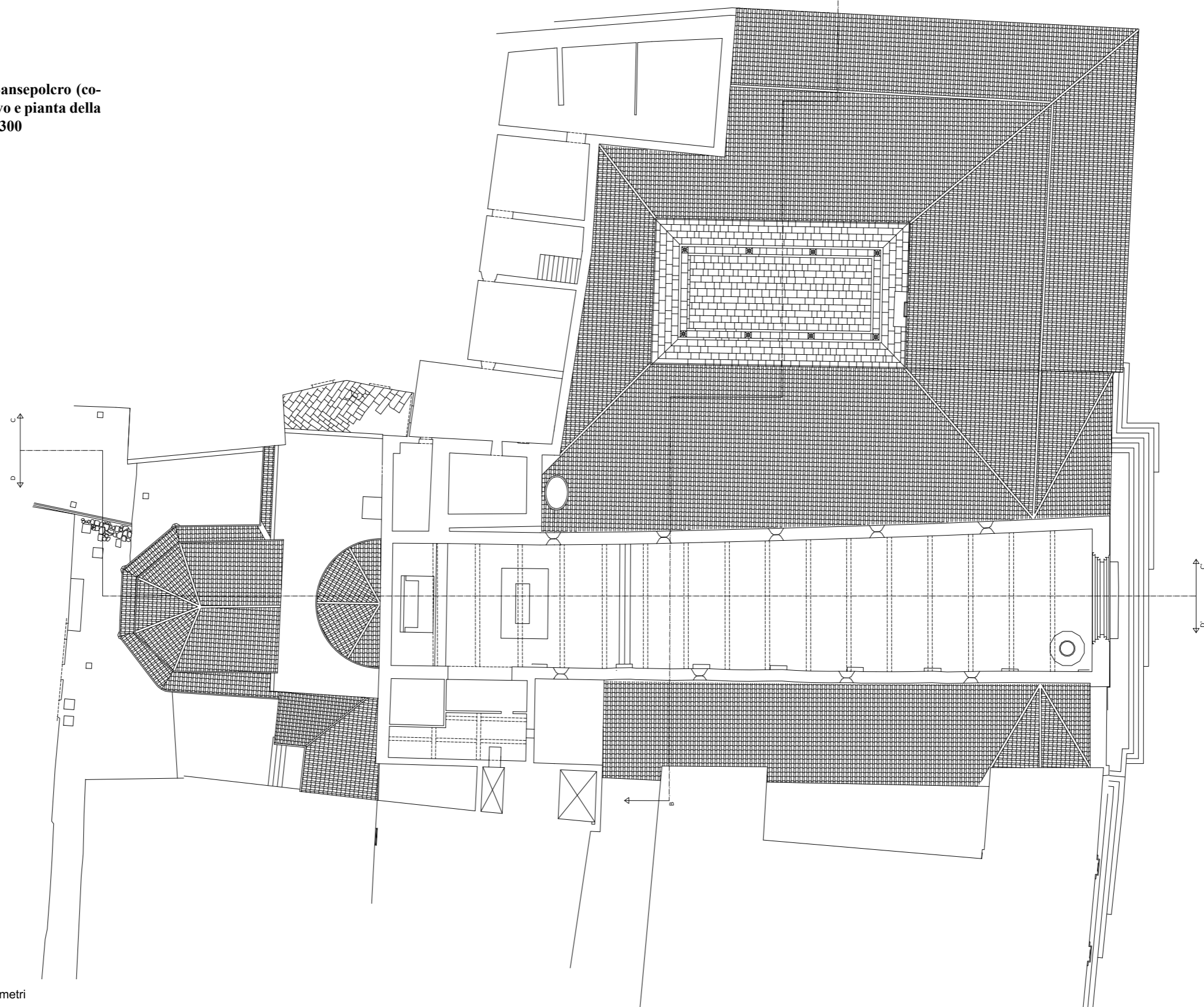
Tav. 1 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (piano terra di tutto il complesso) - scala 1:300



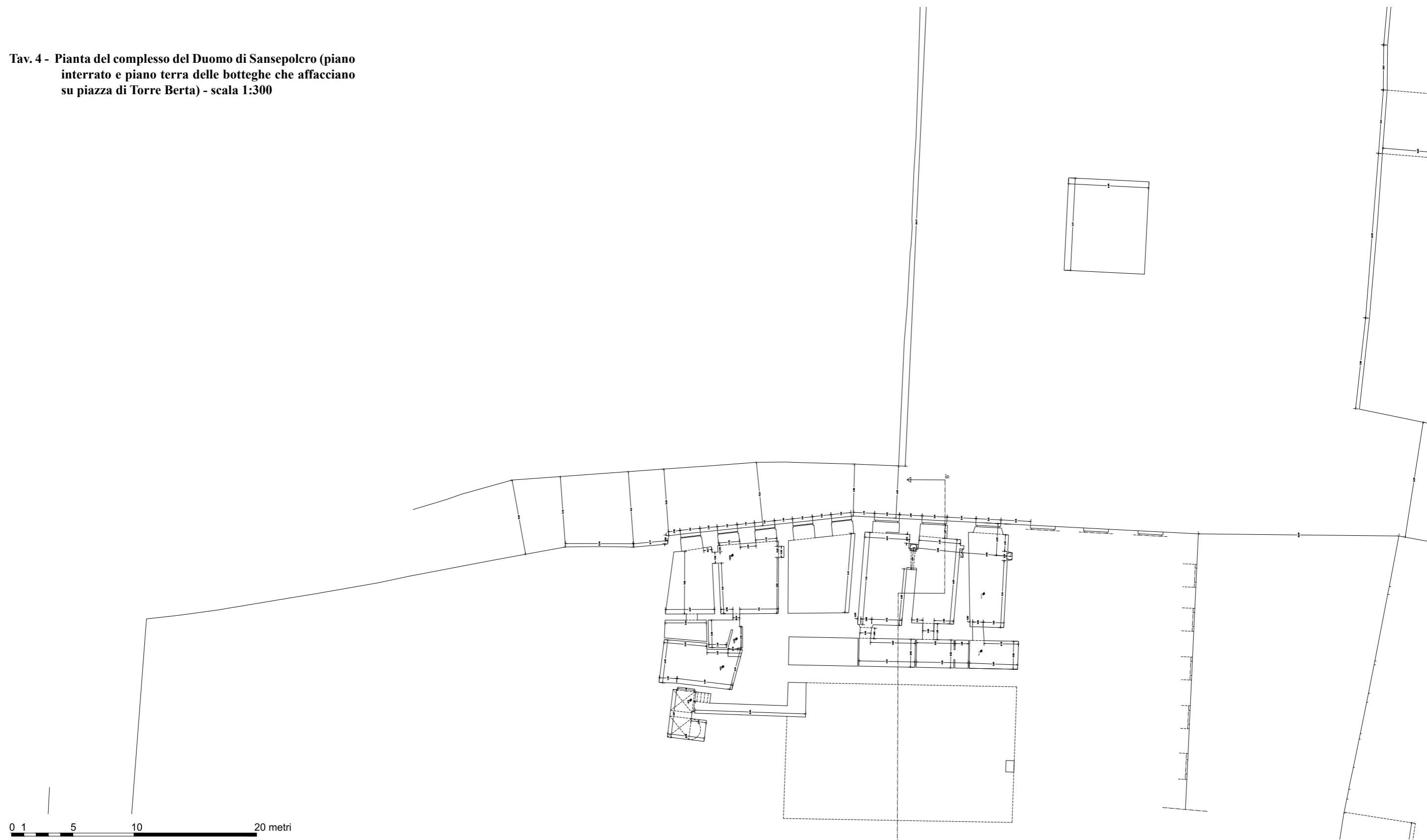
Tav. 2 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (piano primo degli appartamenti del Vescovo e pianta in quota del Duomo) - scala 1:300



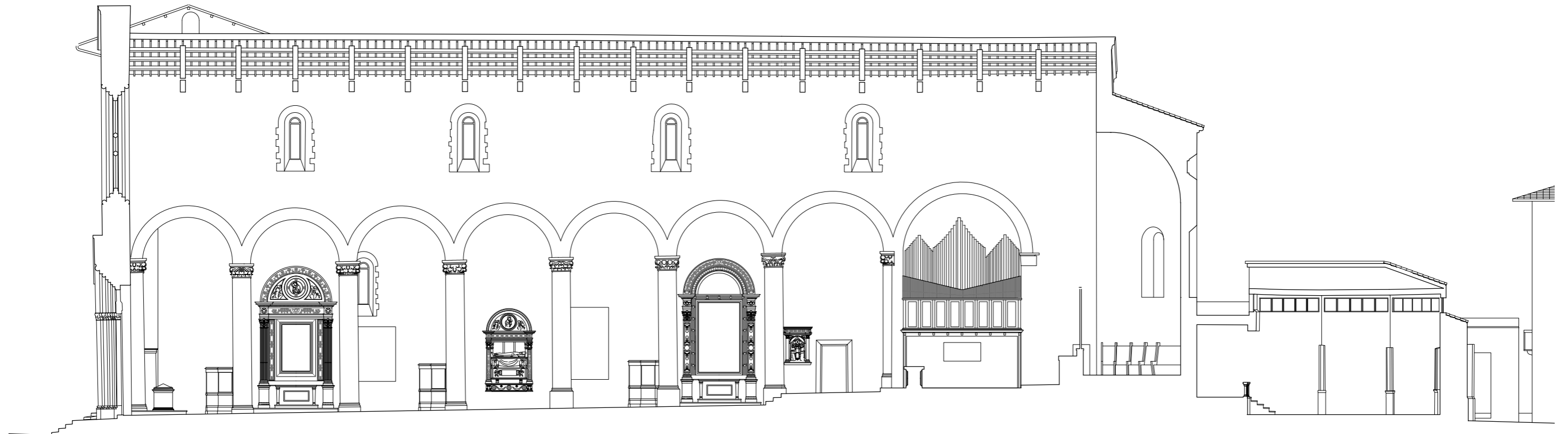
Tav. 3 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (coperture degli appartamenti del Vescovo e pianta della navata centrale del Duomo) - scala 1:300



Tav. 4 - Pianta del complesso del Duomo di Sansepolcro (piano interrato e piano terra delle botteghe che affacciano su piazza di Torre Berta) - scala 1:300



Tav. 5 - Sezione longitudinale del Duomo di Sansepolcro verso nord - scala 1:200



0 1 5 10 20 metri

Tav. 6 - Sezione longitudinale del Duomo di Sansepolcro verso sud - scala 1:250



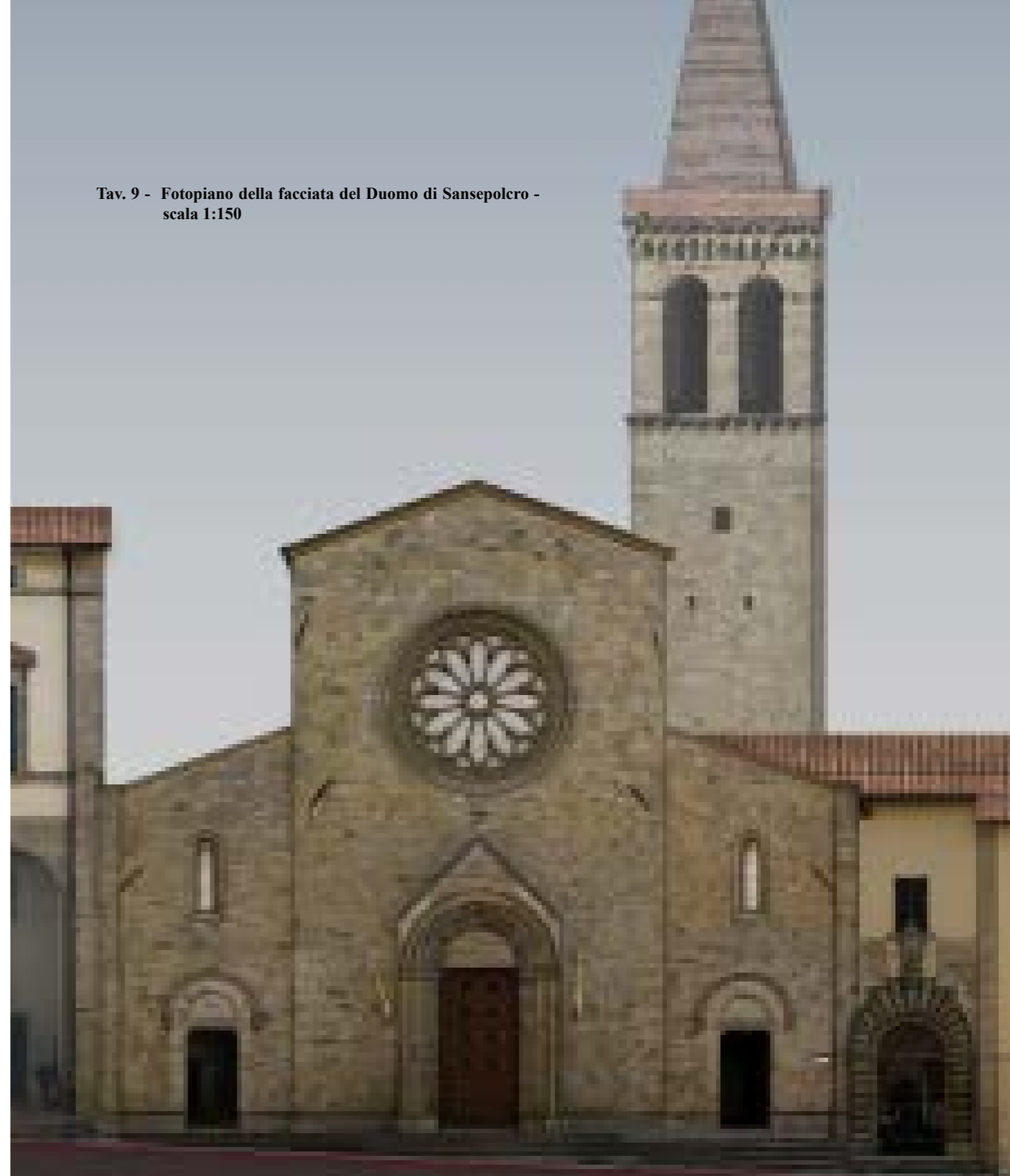
Tav. 7 - Sezione trasversale del complesso di Sansepolcro -
scala 1:150



Tav. 8 - Sezione trasversale del Duomo in prossimità della
controfacciata - scala 1:150



Tav. 9 - Fotopiano della facciata del Duomo di Sansepolcro -
scala 1:150



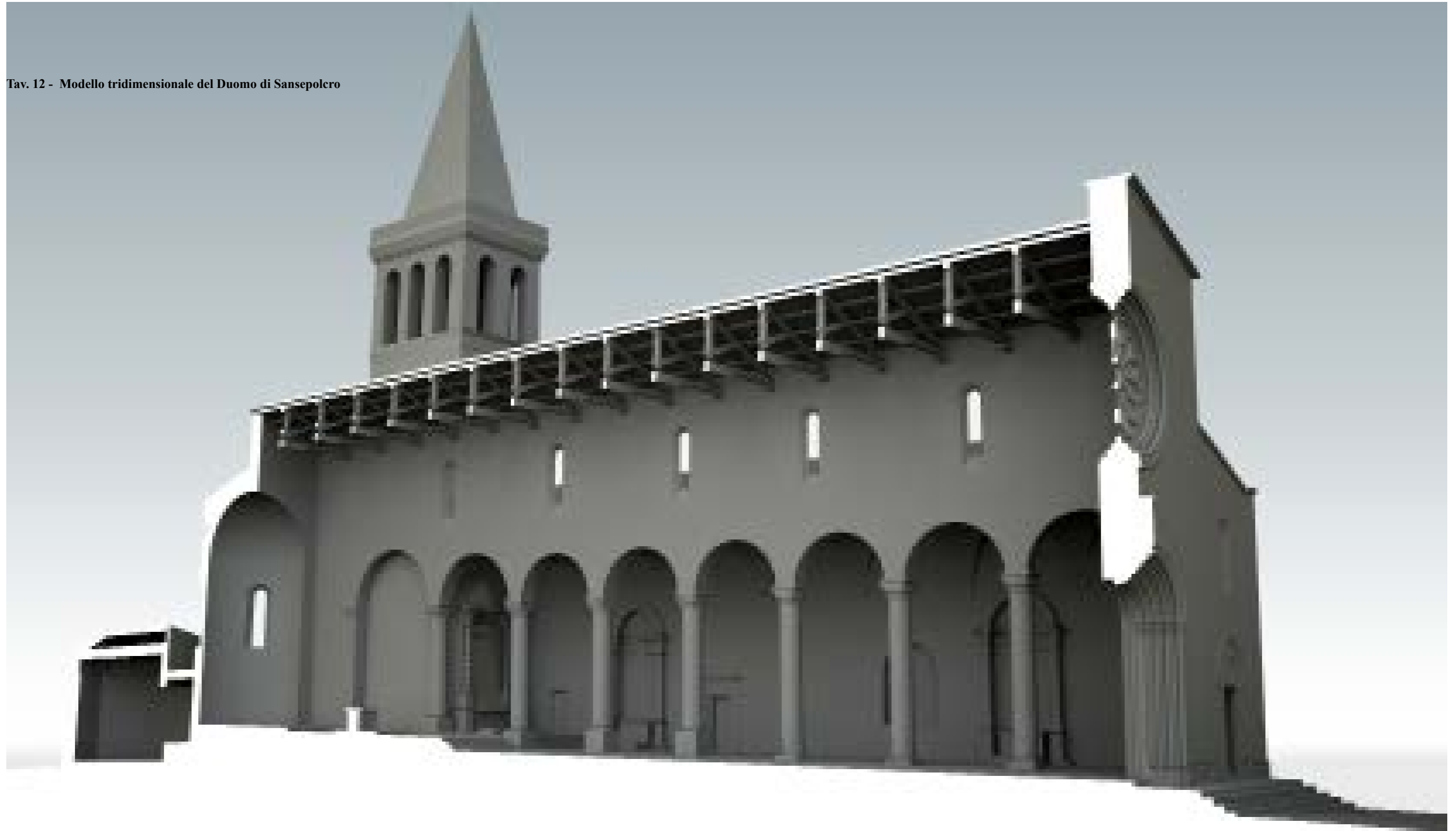
Tav. 10 - Prospetto della facciata del Duomo di Sansepolcro
- scala 1:150



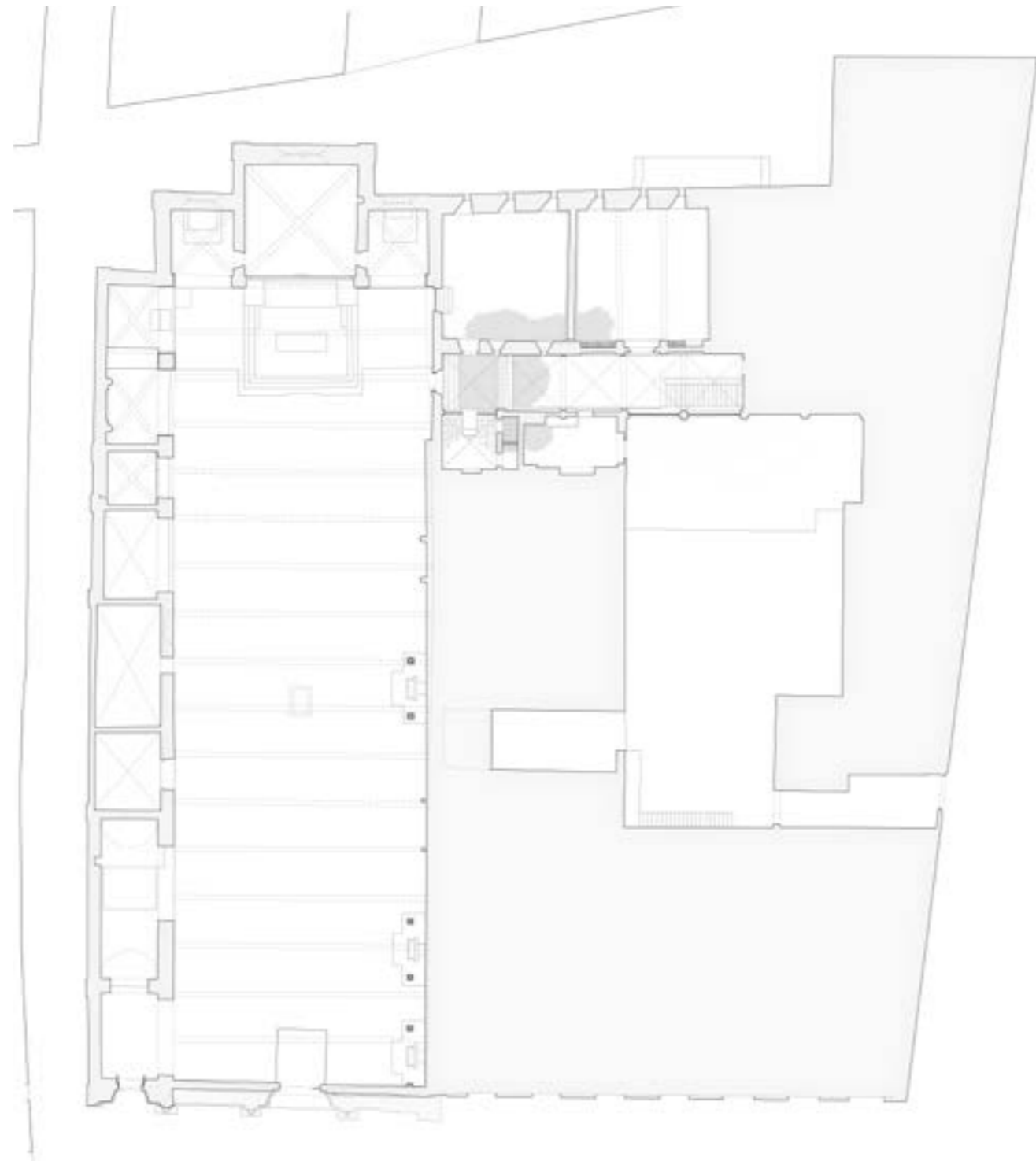
Tav. 11 - Fotopiano del prospetto del complesso e di parte del
contesto urbano - scala 1:333



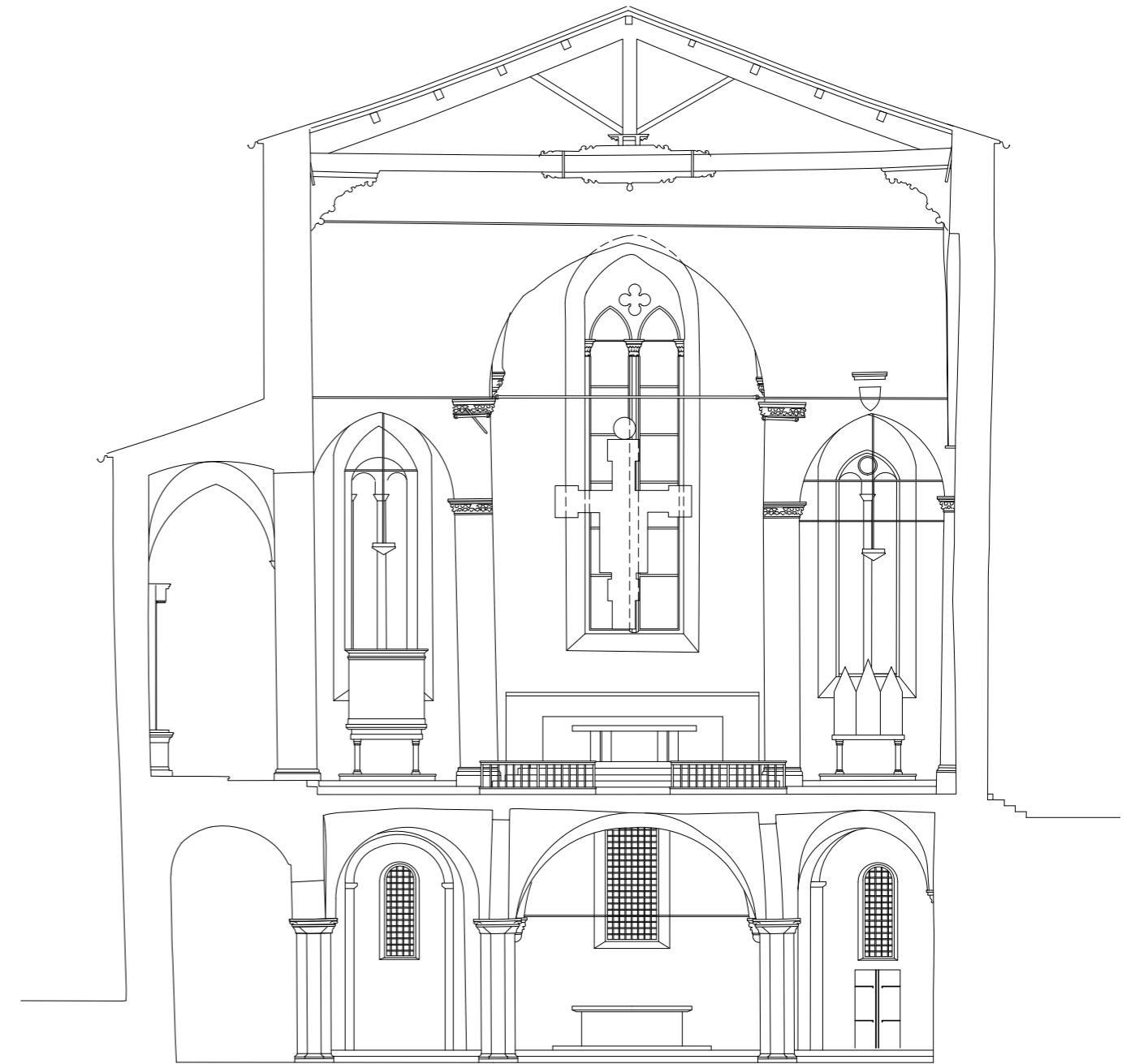
Tav. 12 - Modello tridimensionale del Duomo di Sansepolcro

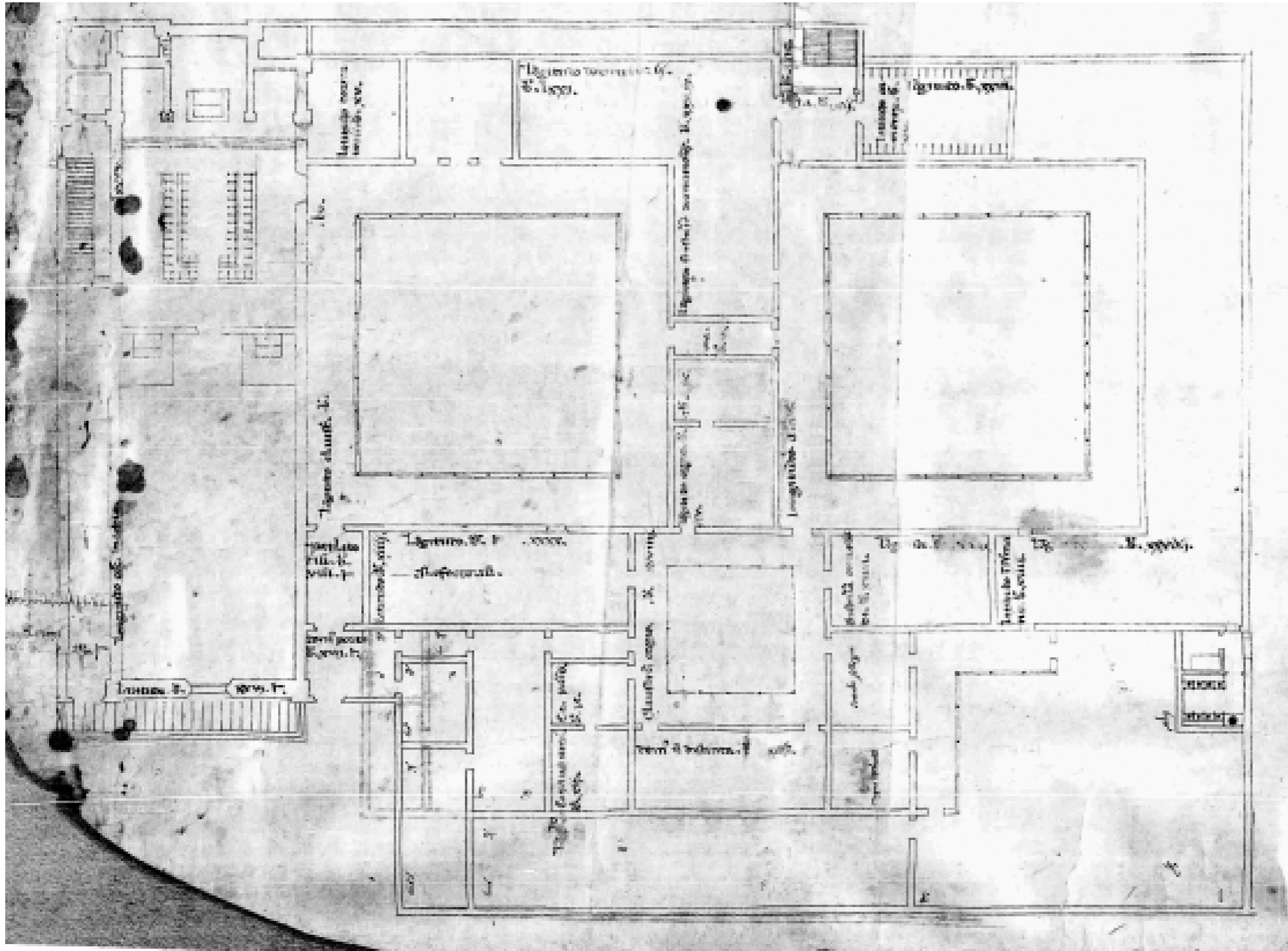


Tav. 13 - Pianta del complesso di San Francesco ad Arezzo -
scala 1:400



Tav 14 - Sezione trasversale della chiesa di San Francesco ad
Arezzo - scala 1:300





Tav.15 - Fotopiano della pergamena realizzato sulla base del ridisegno della stessa - 1.5 cm = 1 braccio

Abstract

This research is purely epistemological (as all the researches related to the field of Architectural Drawing they are for the Discipline of Architecture in general). In particular, this kind of research can be inserted into the larger current of the History of Science, because this study used tools and methods of the discipline of architecture in order to investigate the origins of the same discipline .

This approach , therefore analyzes the architectural work looking at the creative process that generated it. To achieve this reverse path (from the artifact to its design idea) the research drew on concepts developed within the Systems Theory approach , such as the concept of the system; homology ; reports; topology .

The systemic analysis of processes, applied to two medieval architectural cases of Arezzo's land , the cathedral of Sansepolcro and the convent of San Francesco in Arezzo , compared with other tuscan architectures of the same period , has allowed us to discover profound similarities between the two artifacts such as to cast a new light on the creative process of Middle Ages.

The work done , far from being exhaustive, attempts to systematize an approach widely used in the analysis of historical architecture and at the same time to connect the discipline of Architectural Drawing with others who share the same paradigm , in order to strengthen an interdisciplinary analysis of "our" architectural culture.

