

## Capitolo 3

### **Analisi dei modelli teorici per controlli non distruttivi con segnali a banda larga: sviluppo di un modello semplice per foro laterale di calibrazione con l'approssimazione di piccole lunghezze d'onda.**

#### **3.1 L'impiego dei modelli teorici per la valutazione della risposta dei sistemi di ispezione ad ultrasuoni**

Le tecniche di ispezione ad ultrasuoni sono attualmente impiegate per effettuare il controllo non distruttivo di diverse strutture e costruzioni come per esempio ferrovie, serbatoi a pressione in impianti nucleari, piattaforme petrolifere e strutture di aeroplani. In ogni caso la presenza di difetti tipo le cricche può portare a catastrofiche rotture di componenti con evidenti rischi e costi di riparazione. Data la eterogeneità di queste strutture sia come forma, materiali e condizioni di lavoro, le tecniche ultrasoniche si adattano bene per la loro semplicità d'uso e flessibilità per le diverse condizioni sperimentali. Tuttavia in molti casi la disposizione dei trasduttori ultrasonici è tale che il difetto rimane inclinato o spostato rispetto all'asse acustico delle sonde e quindi il fenomeno di propagazione degli ultrasuoni è governato dalle leggi della diffrazione e riflessione piuttosto che la semplice riflessione speculare.

La ragione dell'importanza dei modelli teorici si può trovare nella possibilità di predire la risposta di un determinato sistema di ispezione. In particolare si può valutare ad un costo spesso contenuto se un determinato sistema di ispezione è adatto per lo scopo prefissato, fornendo una buona affidabilità nella rivelazione e possibilmente la caratterizzazione del difetto. I fattori che normalmente vengono indagati con la simulazione di un esperimento sono la sensibilità del sistema ed il comportamento rispetto a difetti di diverso tipo e con diversa orientazione.

I modelli teorici sono usati sia per la validazione di tecniche già in uso sia per lo studio di nuove tecniche di ispezione. Comunque è necessario verificare l'accuratezza di un modello teorico con una serie di verifiche sperimentali su difetti campioni la cui risposta sia nota.

Infine i segnali ottenuti dalla modellizzazione numerica possono essere utilizzati per

risolvere problemi di scattering diretto o inverso. Per entrambi i casi ci si può riferire ai seguenti articoli per una revisione generale del problema Langenberg [3.1] e Rose [3.2]. In generale la soluzione del problema diretto può essere molto difficile per alcuni valori dei parametri della simulazione, la quale può avere una grande importanza per la validazione del metodo di ispezione. Inoltre la soluzione del problema diretto può essere considerata come un requisito necessario per la soluzione del problema inverso. Quest'ultimo è in generale di difficile soluzione dal punto di vista teorico. Come vedremo nei seguenti paragrafi in questo lavoro si è affrontata la soluzione del problema diretto in un caso particolare, relativamente facile da verificare sperimentalmente. I segnali diffratti da un oggetto campione sono stati simulati per poi essere usati nella verifica del processo di ricostruzione inversa.

### **3.2 Generalità sull'accuratezza e la complessità dei modelli teorici**

La modellizzazione numerica nel campo dei controlli non distruttivi riguarda una grande varietà di oggetti, materiali, strutture aventi dimensioni, forma e caratteristiche acustiche molto differenti fra loro. Non esistendo un metodo generale per la soluzione del problema sia diretto che inverso, sono state sviluppati diversi metodi ognuno dei quali con un certo campo di validità.

Rimandando per una revisione generale del problema a [3.3], in questo paragrafo si riportano le principali caratteristiche dei metodi che sono stati considerati per affrontare il nostro problema.

Le principali tecniche usate per la modellizzazione numerica nel campo dei controlli non distruttivi sono:

- Metodi analitici
- Teoria geometrica della diffrazione
- Teoria della elasticità di Kirchhoff
- Approssimazione di Born
- Metodi alle differenze finite
- Matrice T

In questo lavoro sono state considerate solo le prime quattro tecniche in quanto si

adattavano meglio al tipo di problema. Un confronto tra le diverse tecniche può essere fatto considerando i seguenti parametri:

- Campo di validità espresso dal termine  $ka$  ( $k$  numero d'onda e  $a$  dimensione caratteristica dell'oggetto)
- Campo vicino o lontano
- Dimensionalità del diffusore
- Forma geometrica del diffusore
- Possibilità dello studio della conversione di modo
- Complessità di calcolo

### 3.2.1 Modelli analitici

Questi metodi forniscono una soluzione analitica del campo, risolvendo l'equazione d'onda elastica con certe condizioni al contorno e con la separazione delle variabili. Purtroppo la condizione di separabilità delle variabili è possibile solo per certi sistemi di coordinate come quello sferico o cilindrico. Questo restringe molto spesso la forma dell'oggetto ad essere sferico o cilindrico. Il campo di validità è per  $ka \ll 1$  anche se la maggiore intensità di scattering si ha proprio per dimensioni dell'oggetto confrontabili con la lunghezza d'onda. Normalmente assumendo  $ka \ll 1$  si trovano soluzioni valide in campo lontano. La complessità di calcolo dipende sia dalle dimensioni del modello (bidimensionale o tridimensionale) e dalla forma trovata per la soluzione analitica. I metodi analitici possono anche fornire indicazioni sulla conversione di modo e sono di utilità per verificare situazioni sperimentali semplificate.

### 3.2.2 La teoria geometrica della diffrazione

La teoria geometrica della diffrazione fu sviluppata come estensione dell'ottica geometrica per tenere conto degli effetti della diffrazione. In particolare sono stati sviluppati dei modelli che calcolano il campo diffratto da superfici di contorno con forma semplice, contenenti angoli, vertici o fessure. Le applicazioni di questi modelli sono nel campo delle onde elettromagnetiche, in ottica e nel caso specifico in acustica.

Nonostante che la teoria geometrica della diffrazione sia costantemente in evoluzione, una raccolta degli articoli fondamentali è stata pubblicata da R.C. Hansen [3.4], tra cui il lavoro originale di Keller [3.5].

Questa teoria si basa sull'approssimazione di piccola lunghezza d'onda della teoria dei raggi. In pratica si può considerare valida per dimensioni caratteristiche dell'oggetto almeno tre volte la lunghezza d'onda, o più in generale per  $ka \gg 1$ . Con questo limite di validità essa fornisce accuratamente il primo termine dell'espansione asintotica del campo diffratto. Nel campo della propagazione delle onde elastiche sono stati sviluppati modelli al calcolatore di scatteratori con forma simile a quella di molti difetti reali.

La complessità di calcolo di questi modelli è minore dei metodi alle differenze finite o quelli basati sulla matrice T. Comunque la simulazione di una scansione su cento posizioni di un difetto modellato con la teoria geometrica della diffrazione, necessita' di un tempo di CPU di qualche secondo su un CRAY-1 o nell'ordine delle decine di minuti su un personal computer (tipo i386, 25 MHz). In particolare i difetti tipo cricche planari con varie inclinazioni furono modellati da Chapman e Coffey [3.6]. Più tardi questo lavoro è stato rivisto da Ogilvy e Temple [3.7] nell'ottica delle applicazioni per i controlli non distruttivi. I modelli calcolati con la teoria geometrica della diffrazione sono stati applicati per prevedere la risposta di sistemi di ispezione tipo "pulse-echo" e "tandem". I risultati sperimentali con cricche piane inclinate e fori a testa piana inclinata (flat bottom hole) hanno confermato l'accuratezza e l'utilità di questa approssimazione nel campo dei controlli non distruttivi come riportato nel lavoro di Temple [3.8].

### 3.2.3 L'approssimazione di Kirchhoff

In questo tipo di approssimazione si parte da una rappresentazione del campo totale come somma di un campo incidente e di un campo diffratto da una superficie. In questa schematizzazione lo scatteratore è modellato da una distribuzione spaziale tipo  $\delta$ , ovvero una funzione caratteristica di scattering uguale a zero in tutto lo spazio eccetto che sulla superficie dove è definita. Rimandando il lettore per la letteratura sull'argomento a Mayer et al. [3.9] e Achenbach et al. [3.10], qui ricordiamo solamente i concetti principali alla base di questa approssimazione. In figura 3.1 è mostrata schematicamente la situazione per uno scatteratore convesso ideale definito sulla superficie S.

Nell'approssimazione di Kirchhoff la superficie viene divisa in due regioni.

La prima è una regione ombra in cui il campo totale è zero, che significa il campo diffratto uguale ed opposto al campo incidente. Una regione insonificata (o illuminata prendendo in prestito questa parola dall'ottica) dalla parte del trasduttore. Nella parte illuminata il campo totale è assunto pari a

quello che si avrebbe sostituendo allo scatteratore una superficie piana infinita localmente tangente alla superficie reale. Dalla figura 3.1 si vede che il piano ideale di separazione tra le due regioni è definito da due vettori, ottenuti congiungendo i punti di tangenza alla superficie del difetto delle rette che partono dalla posizione del trasmettitore Tx sull'apertura sintetica. Questa approssimazione è adatta per simulare la risposta acustica in campo lontano di piccole superfici inclinate. Anche nel caso tridimensionale la complessità di calcolo è paragonabile a quella della teoria geometrica della diffrazione ed inoltre si possono considerare anche le conversioni di modo.

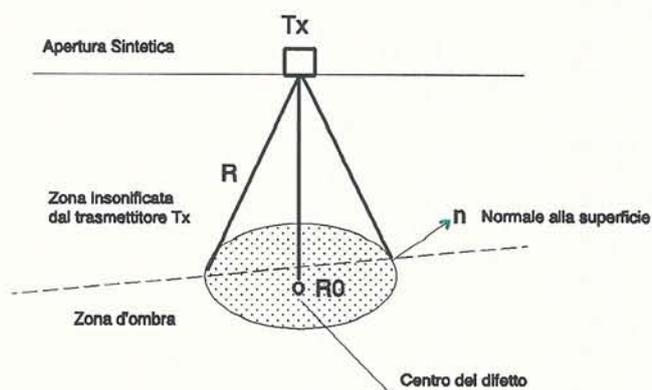


Figura 3.1. Zona d'ombra e di insonificazione dell'approssimazione di Kirchhoff.

### 3.2.4 L'approssimazione di Born

L'approssimazione di Born fu sviluppata per risolvere il problema diretto della diffrazione ma poi si rivelò particolarmente utile anche per la risoluzione del problema inverso. Il problema inverso riguarda la misura delle caratteristiche del mezzo individuato note le caratteristiche della sorgente ed una serie di misure su una superficie assegnata. Come nel caso dell'approssimazione di Kirchhoff la formulazione del problema parte da una rappresentazione integrale del campo totale all'interno del mezzo. Per una data distribuzione volumetrica della funzione di scattering si può dimostrare che è possibile risolvere il problema inverso con una soluzione iterativa.

Con l'approssimazione di oggetti debolmente scatteratori si possono trascurare i termini

superiori al primo ed il campo totale può essere espresso dalla somma del campo incidente ed il campo di scattering. Con queste assunzioni il campo di scattering è legato con espressioni esplicite alle caratteristiche dello scatteratore almeno per alcune forme semplici. Infatti Gubernatis et al. [3.11]-[3.12] hanno dimostrato che l'approssimazione di Born è accurata secondo tutte le direzioni, quando il salto di impedenza acustica è piccolo e per valori di  $ka \leq 1$ . Le applicazioni dell'approssimazione di Born nei controlli non distruttivi sono state riassunte da Rose in [3.2] per il caso di elaborazione di segnali monodimensionali e da Mayer et al. [3.9] per la ricostruzione di immagini tridimensionali dei difetti. Infine le implicazioni dell'approssimazione di Born nei sistemi di immagine con onde acustiche sono raccolte con una serie di articoli fondamentali in [3.13]. Il campo di validità di questa approssimazione è ristretto generalmente al campo lontano con valori di  $ka \leq 1$ , che equivale ad una approssimazione valida almeno alle basse frequenze. In seguito a questi limiti di validità sono state studiate modifiche ai modelli ottenuti con l'approssimazione di Born che tendono ad estenderne l'applicabilità ad una più ampia classe di difetti.

### **3.3 Simulazioni al calcolatore dei segnali diffratti da difetti volumetrici e loro implicazioni per i metodi di indagine con segnali a banda larga**

Una caratteristica molto importante dei modelli teorici dei difetti è la loro complessità di calcolo. Infatti un modello teorico che necessita di potenti calcolatori (tipo supercalcolatori) oppure di programmi complessi, ha un costo di utilizzo che dipende dal tempo macchina utilizzato, dal problema specifico e dalla consulenza di personale esperto. In alcuni casi è possibile sviluppare modelli che hanno una validità limitata, ma la loro semplicità li rende utilizzabili anche con mezzi di calcolo di costo contenuto. Inoltre quando forniscono la risposta ultrasonica di difetti facilmente riproducibili in laboratorio sono di particolare importanza per verificare la calibrazione del sistema. In questo lavoro è stato sviluppato un simulatore software, per generare i segnali ultrasonici diffratti da una limitata classe di difetti. In particolare il simulatore sviluppato è servito a verificare le prestazioni dell'algoritmo di ricostruzione e per validare i risultati ottenuti con le misure sperimentali. La scelta è stata per il compromesso fra complessità di calcolo e campo di validità supponendo di poter utilizzare il modello su

personal computer. Suddividendo in due classi i difetti per diversi valori di  $ka$ , sono state considerate le seguenti approssimazioni: la prima è un'approssimazione di Born modificata [3.14] e la seconda è basata sull'approssimazione di piccole lunghezze d'onda. Moduli di programma per la simulazione della risposta ultrasonica con differenti sistemi di ispezione (sistema di sonde "multi-offset" e sistema "tandem") sono stati sviluppati. Questi moduli, sviluppati in linguaggio FORTRAN standard, sono stati inseriti in un sistema integrato su personal computer per controlli non distruttivi ad ultrasuoni realizzato dal National Non Destructive Centre della Harwell Laboratory.

### **3.3.1 Confronto fra i limiti di validità dell'approssimazione di Born per applicazioni ai sistemi di immagine in medicina e nei controlli non distruttivi**

I campi principali di applicazione delle immagini ottenute tramite onde ultrasonore sono i controlli non distruttivi e la medicina. In entrambi i casi l'approssimazione di Born al primo ordine è una tra le più usate per risolvere il problema inverso partendo dall'equazione integrale del campo. L'assunzione di debole scatteratore conduce ad una semplice soluzione del ben noto integrale di Rayleigh Sommerfeld che inoltre fornisce le espressioni dei coefficienti di scattering basati sulle caratteristiche acustiche del difetto: costanti elastiche, dimensioni, densità e velocità. L'interpretazione fisica della ipotesi di scatteratore debole è che il campo all'interno dello scatteratore sia uguale a quello incidente, ovvero in altre parole sono trascurate le non linearità del problema inverso dovute allo scattering multiplo.

In particolare gli algoritmi di ricostruzione dell'immagine, come la tomografia per diffrazione sono stati possibili grazie alle semplificazioni derivanti dall'approssimazione di Born. Diversi tentativi sono stati fatti nel campo dei controlli non distruttivi per estendere il limite di validità di questa approssimazione. Infatti rispetto al limite comunemente accettato ed uguale a  $ka \leq 1$  sono stati sviluppati modelli teorici che hanno dimostrato di funzionare bene fino a  $ka \approx 2$ , includendo termini di ordine più elevato dell'espansione in serie del campo totale. Anche nelle applicazioni in medicina, ed in particolare per lo studio delle potenzialità della tomografia per diffrazione, diversi autori hanno messo in evidenza che l'accuratezza dell'approssimazione di Born è legata ai

valori di  $ka$ .

Un interessante risultato è stato il lavoro pubblicato da Slaney et al. [3.15] nel quale sono ricavate delle condizioni necessarie per la validità dell'approssimazione di Born. L'aspetto innovativo di questo lavoro è l'introduzione di un termine dipendente dalla variazione di velocità nell'espressione del campo di validità dell'approssimazione di Born. Nel caso della tomografia bidimensionale per trasmissione Larsen et al. hanno trovato la seguente condizione necessaria per lo scattering in avanti di un cilindro con velocità  $V_{cyl}$ , introdotto in un mezzo isotropo ed omogeneo:

(3.1)

$$n\delta * k * a < \pi$$

dove:  $n\delta = | (V_{host} - V_{cyl})/V_{host} |$

$V_{host}$  = velocità del materiale circostante

$V_{cyl}$  = velocità all'interno del cilindro

$a$  = diametro del cilindro

$k$  = numero d'onda

Una interessante interpretazione fisica della relazione (3.1) è che la variazione di fase del campo incidente che attraversa il cilindro deve essere molto minore di  $\pi/2$ . Nel caso dei sistemi che funzionano in retrodiffusione tipo ad eco impulsivi, si può trovare una relazione analoga alla (3.1) considerando anche il percorso di ritorno e quindi si ottiene una condizione necessaria  $2 n\delta k a < \pi$ .

Gli stessi autori hanno poi trovato un limite superiore alla validità della relazione (3.1). Questo limite è stato ottenuto confrontando la ricostruzione di un oggetto cilindrico con la tomografia per diffrazione considerando l'approssimazione di Born al primo ordine con la soluzione esatta. Gli errori sono accettabili se è verificata la seguente condizione:

(3.2)

$$n\delta a \leq 0.35 \lambda$$

Questa osservazione sui limiti di validità dell'approssimazione di Born riunifica le osservazioni riportate in alcuni lavori nel campo dei controlli non distruttivi

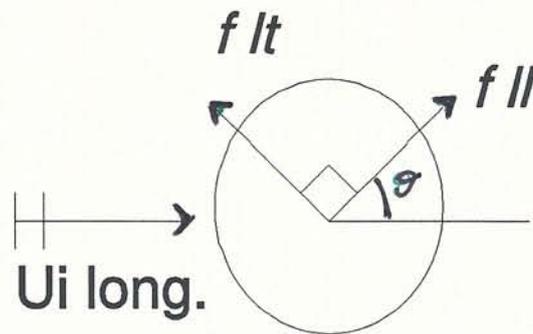
con quelle nel campo medico. Ad esempio Rose e De Facio in [3.14] avevano osservato che anche quando la condizione  $ka < 1$  era soddisfatta, l'approssimazione di Born dava risultati poco accurati per grandi differenze relative della velocità.

In conclusione si pensa che la relazione (3.2) abbia una validità più generale e possa essere usata con successo in molti casi pratici (ad esempio per la fabbricazione di blocchi di calibrazione con difetti cilindrici), potendo estendere l'applicazione dell'approssimazione di Born anche con oggetti con dimensioni comparabili alla lunghezza d'onda ma con basso salto di velocità.

### **3.3.2 Simulazioni al calcolatore dei segnali diffratti da inclusioni sferiche con approssimazione di Born basata sull'equazione Eikonale: il caso di inclusioni di solfato di manganese in acciaio e delle inclusioni di silicio in carburo di silicio.**

Nei materiali d'interesse nel campo dei controlli non distruttivi, si possono trovare difetti reali di molti tipi. Restringendo il campo di ricerca alle inclusioni di forma sferica si sono selezionate per le nostre simulazioni coppie di materiali inclusione-ospite comunemente trovate in materiali metallici e ceramici. In questo lavoro si sono considerate inclusioni sferiche di dimensioni nell'ordine 1-0.1 mm di ossido di zolfo in leghe di acciai ed inclusioni di silicio in materiali ceramico  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . Il modulo di simulazione è basato su una versione modificata dell'approssimazione di Born, proposta da Rose e De Facio [3.14]. Gli autori hanno sviluppato quest'approssimazione risolvendo l'equazione Eikonale considerando come campo incidente un'onda longitudinale e cammini di raggi stazionari. Le ragioni per cui questo modello è sembrato attraente per è che l'espressione finale dei coefficienti di scattering considera il salto relativo della velocità dentro e fuori l'oggetto, ovvero si considera che il campo all'interno dell'oggetto abbia la velocità effettiva dell'oggetto. Due coefficienti di scattering sono calcolati per la conversione da onda longitudinale ad onda longitudinale e trasversale rispettivamente. Inoltre i coefficienti di scattering sono complessi e quindi contengono una componente immaginaria come deve essere per rispettare il teorema dell'ottica sulla conservazione di energia.

Con le ipotesi di avere un mezzo ospite omogeneo, isotropo e considerando un'onda



**Figura 3.2.** Direzioni dei coefficienti di scattering per onda piana incidente  $U_i$  long. Le due direzioni  $f_{ll}$  e  $f_{lt}$  sono perpendicolari. L'angolo  $\theta$  è misurato tra la direzione di  $f_{ll}$  e  $U_i$  long.

incidente piana e monocromatica, si hanno le seguenti espressioni per il campo di scattering (vedi figura 3.2):

$$U_{sc}(r, \omega) = f_{LL} * e^{j\alpha r} / r + f_{LT} * e^{j\beta r} / r$$

con il vettore distanza  $r \rightarrow \infty$

(3.3)

dove :  $r$  vettore distanza

$f_{LL}$  coefficiente di scattering da onda longitudinale ad onda longitudinale

$f_{LT}$  coefficiente di scattering da onda longitudinale ad onda trasversale

Con riferimento alla figura 3.2 le espressioni dei coefficienti di scattering sono riportate qui di seguito:

(3.4)

$$f_{LL} = \alpha^2 \tau e^{jnR} ((\delta\rho/\rho) \cos\theta - C_h/C_f (\delta\lambda + 2\delta\mu \cos^2\theta) / (\lambda + 2\mu)) S(\bar{n}) / 4\pi$$

$$f_{LT} = \beta^2 \tau e^{jnR} (-(\delta\rho/\rho) \sin\theta + (C_h/C_f)(\alpha/\beta)(\delta\mu/\mu) \sin 2\theta) S(\bar{n}) / 4\pi$$

dove :

$C_h$  = Velocità longitudinale del materiale ospite

$C_f$  = Velocità longitudinale dell'inclusione o frattura

$D_h$  = Velocità trasversale del materiale ospite

$\alpha = \omega/C_h$

$\beta = \omega/D_h$

$R$  = Raggio dell'inclusione

$n = \omega * (1/C_f - 1/C_h)$  variazione della velocità ultrasonica

$\rho_h$  = Densità materiale ospite

$\rho_f$  = Densità materiale inclusione

$\delta\rho = (\rho_h - \rho_f)$  Variazione della densità

$\lambda$  e  $\mu$  = Costanti di Lamè

$\delta\lambda$  e  $\delta\mu$  = Variazioni delle costanti di Lamè

$\theta$  = Angolo di incidenza tra la direzione di scattering e l'onda incidente

$$\tau = (C_h/C_f) [2 \rho C_h / (\rho C_h + \rho_f C_f)]$$

$$\bar{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{l}}$$

$\bar{\mathbf{u}}$  =  $\bar{\mathbf{u}}_L$  o  $\bar{\mathbf{u}}_T$  vettore d'onda dell'onda emessa di tipo Longitudinale o Trasversale valutata nel materiale ospite

$\bar{\mathbf{l}}$  = vettore d'onda del campo longitudinale interno all'oggetto

$S(\bar{\mathbf{n}})$  = fattore di forma dipendente dalla forma dell'oggetto.

Nel simulatore sono stati considerati difetti di forma ellissoidale e cilindrica pensando che essi coprono gran parte dei difetti artificialmente prodotti in laboratorio.

Gubernatis et al. [3.11]-[3.12] hanno dimostrato che il modello descritto dall'equazione (3.4) può essere esteso al caso di diversi tipi di polarizzazione dell'onda incidente e differenti forme geometriche dell'oggetto calcolandosi un nuovo fattore di forma  $S(\bar{\mathbf{n}})$ .

Nella nostra applicazione del modello si sono simulate situazioni con campo incidente

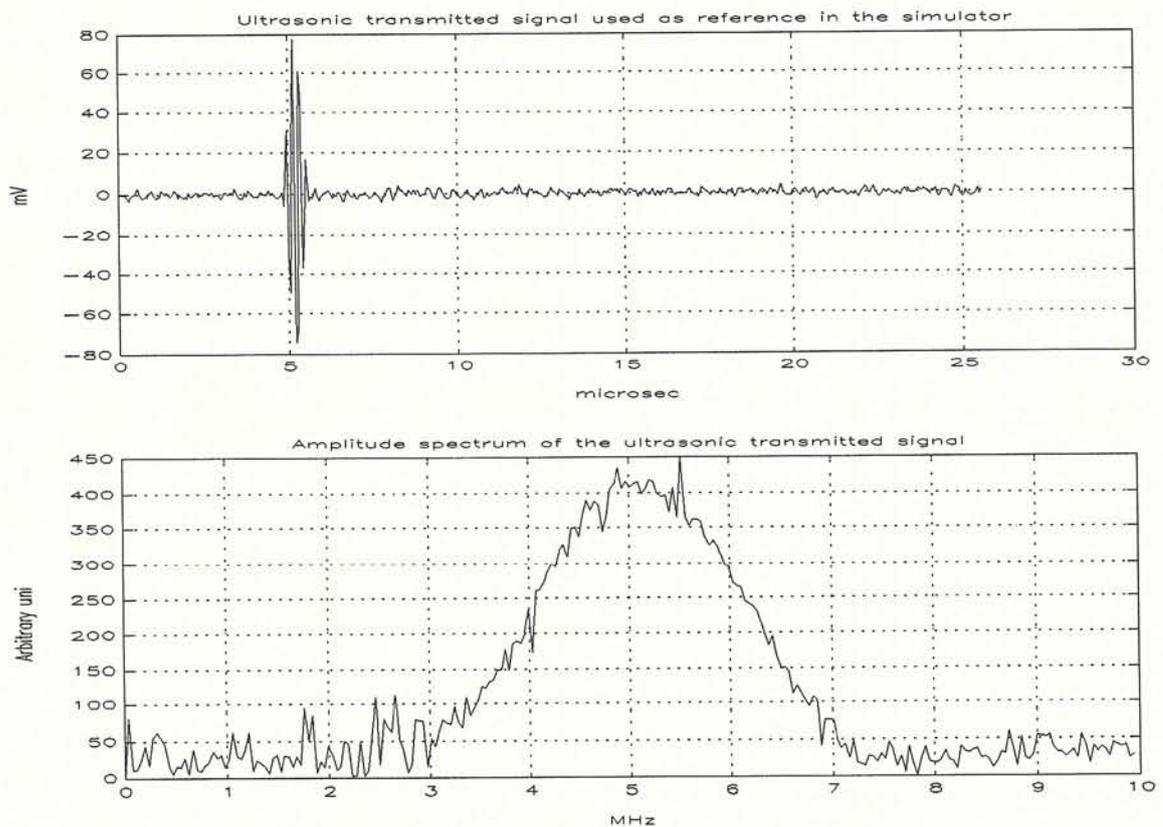


Figura 3.3. In alto segnale nel dominio del tempo trasmesso dalla sonda. In basso spettro di ampiezza nel dominio della frequenza.

a larga banda. Quindi le simulazioni hanno usato il modello in (3.4) nel dominio della frequenza ripetendo i calcoli per tutte le componenti significative dell'impulso di eccitazione della sonda. I contributi di ogni frequenza sul segnale di uscita sono accumulati e sommati in un vettore. Il segnale nel dominio del tempo al quale siamo interessati è ottenuto alla fine della simulazione tramite la trasformata inversa di Fourier del vettore somma. Il tempo di calcolo risulta particolarmente lungo quando si analizzano le risposte con la tecnica multi-offset dato l'elevato numero di trasduttori e quindi molte direzioni di scattering da elaborare.

In figura 3.3 in alto è mostrato un impulso nel tempo ottenuto da una sonda KB-Aerotech ALPHA 5 MHz diametro 0.5 pollici ed in basso lo spettro del modulo in frequenza. All'impulso è stato sommato anche un livello di rumore per simulare condizioni di lavoro più vicine a quelle reali.

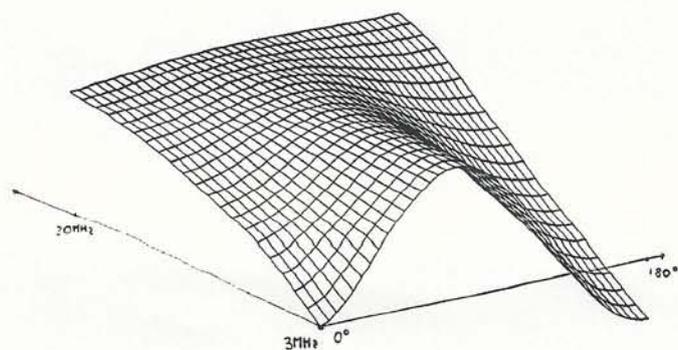
La simulazione dei segnali diffratti fornisce anche interessanti informazioni per valutare se le onde trasversali e longitudinali sono separate nel tempo, per una fissata profondità del difetto. Infatti se i due tipi di onde fossero sovrapposti temporalmente, la ricostruzione con il metodo ad apertura sintetica fornirebbe un'immagine contenente artefatti. La presenza di segnali ottenuti da una conversione di modo può essere trattata anche dai sistemi di ricostruzione dell'immagine ad apertura sintetica, ma necessita' di ulteriori stadi di elaborazione [3.16].

I segnali generati con il simulatore hanno un formato uguale a quello ottenuto con il sistema di acquisizione usato per gli esperimenti. In questo modo i moduli di elaborazione possono accettare dati in ingresso senza riguardo al fatto che siano dati reali o simulati. Una volta fissate le caratteristiche dell'esperimento, nel simulatore i segnali sono ritardati nel tempo di una fissata quantità e campionati su un intervallo di 512 campioni. Infine sono memorizzati in un file compatibile con il formato ZIPSCAN [3.17]. Queste caratteristiche sono conformi a quelle del digitalizzatore programmabile LeCroy inserito nel cestello del sistema ZIPSCAN, come descritto nel paragrafo 6.1.

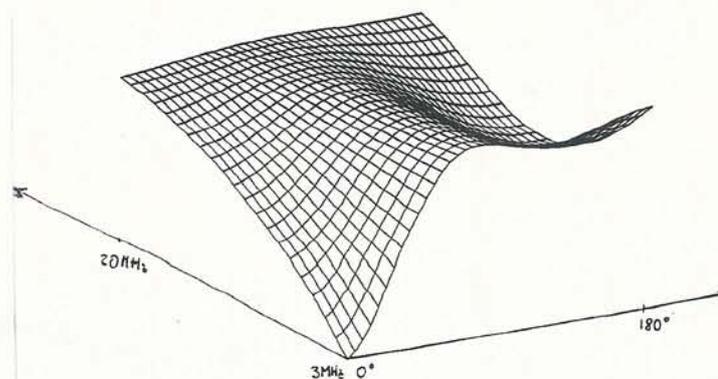
#### *Simulazione dei segnali diffratti da inclusioni sferiche di Silicio in Carburo di Silicio.*

Con il programma sviluppato, si possono calcolare i coefficienti di diffrazione per vari tipi di inclusioni al variare dell'angolo di incidenza e per varie frequenze del segnale.

Coefficiente di diffrazione onda long.->long.

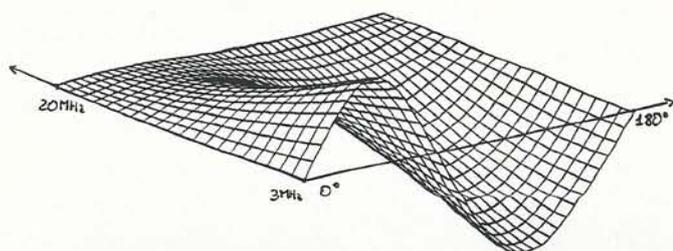


Inclusione sferica di Si in SiC : diametro 0.2mm

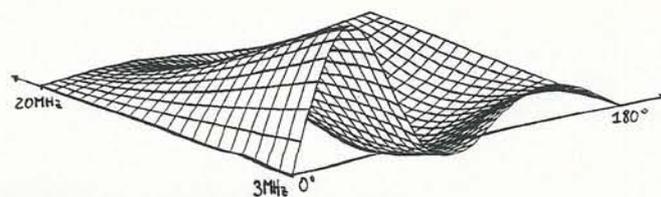


Inclusione sferica di Si in SiC : diametro 0.4mm

Coefficiente di diffrazione da onda long.->trasversale



Inclusione sferica di Si in SiC: diametro 0.2mm



Inclusione sferica di Si in SiC: diametro 0.4mm

**Figura 3.4.** (In alto) Coefficiente di scattering da onda long. a long. per un inclusione di Si in SiC. (In basso) Coefficiente di scattering da onda long. a trasv.

La rivelazione in modo non distruttivo di inclusioni in materiali tecnologicamente avanzati come i ceramici assume una grande importanza vista la larga diffusione di questo tipo di materiali.

Il modello di scattering delle inclusioni è stato calcolato con l'approssimazione descritta in questo paragrafo. In figura 3.4a e 3.4b sono riportati rispettivamente i grafici del modulo dei coefficienti di scattering per la conversione da onda longitudinale ad onda longitudinale e da onda longitudinale ad onda trasversale, relativi ad inclusioni sferiche di Si in SiC. Il diametro delle inclusioni è rispettivamente di 0.2 e 0.4 mm, i coefficienti sono calcolati nel campo di frequenze da 3 a 20 MHz con angoli di incidenza da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  ( $180^\circ$  corrisponde alla condizione di segnale eco ricevuto nella stessa direzione dell'onda piana incidente). Conseguentemente il campo di valori di  $ka$  corrispondente è di 0.3-2 per l'inclusione di 0.2 mm di diametro e 0.6-4 per quella di 0.4 mm. Ovviamente il modello fornirà risultati più accurati per frequenze maggiori verificando la condizione  $ka < 1$ .

Nella tabella 3.1 sono riportati i valori delle grandezze fisiche dei materiali ceramici considerati in questo esempio.

**Tabella 3.1:** parametri acustici considerati per le simulazioni dei materiali ceramici

	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$\lambda$ [10 <sup>11</sup> dyne/cm <sup>2</sup> ]	$\mu$ [10 <sup>11</sup> dyne/cm <sup>2</sup> ]	Clong. [m/s]	Ctran. [m/s]
SiC (ospite)	3.01	7.64	16.1	11500	7320
Si (inclusione)	2.34	5.27	6.8	8980	5390

I valori indicati nella tabella sono ripresi da [3.14] e [3.18] e sono da considerarsi solo come di riferimento. Infatti in questa applicazione non siamo interessati ad un'accuratezza elevata ma piuttosto a degli ordini di grandezza. La simulazione dei segnali diffratti da questo tipo di inclusioni serve principalmente per studiare le potenzialità di questa tecnica per il controllo non distruttivo dei materiali ceramici.

### **3.4 Modulo di simulazione della risposta ultrasonica di un foro laterale per la calibrazione di sistemi di ispezione con tecnica TOFD (Time Of Flight Diffraction)**

#### **3.4.1 Osservazioni sperimentali e scelta del tipo di approssimazione per il modello.**

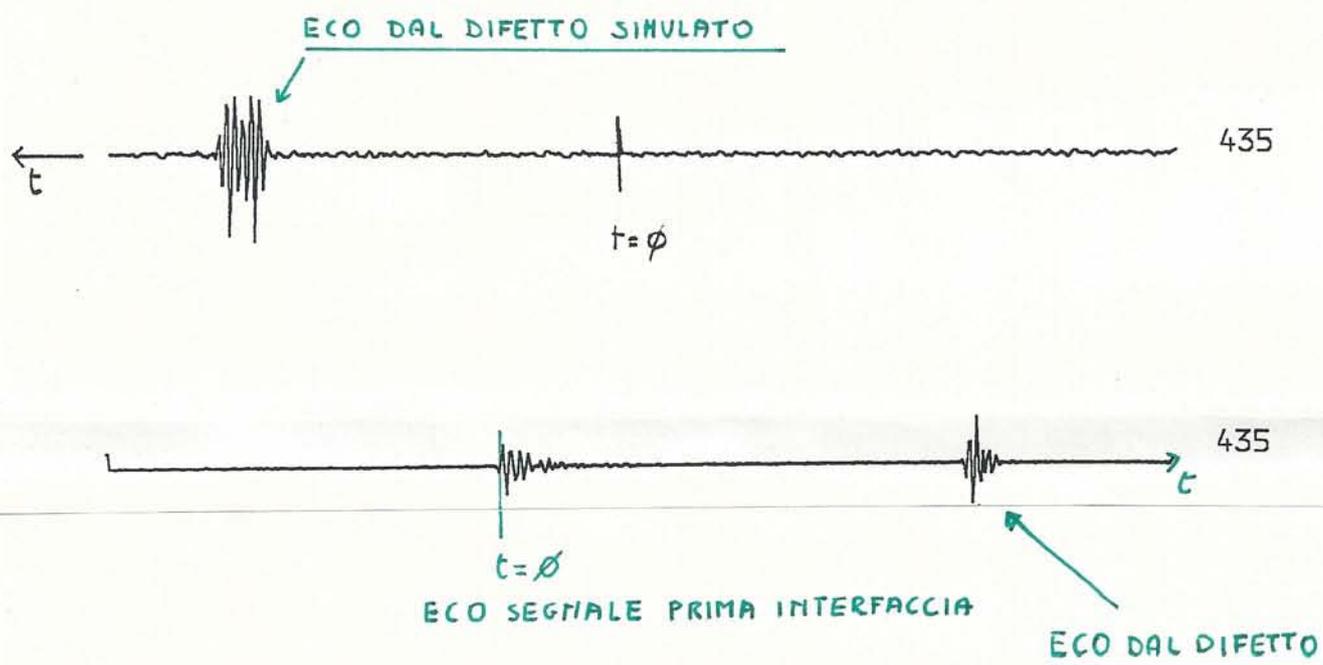
Nei precedenti paragrafi di questo capitolo sono stati brevemente riassunte le caratteristiche dei modelli teorici che si adattano meglio a descrivere l'esperimento i cui risultati sono riportati nel lavoro di tesi.

Alcune premesse ed osservazioni basate sull'esperienza acquisita in questo lavoro, sono qui riportate per meglio capire come si sia giunti a sviluppare questo programma di simulazione.

Inizialmente fu considerata la possibilità di usare un blocco di prova contenente difetti artificiali per poter effettuare due scansioni perpendicolari con la tecnica ad apertura sintetica descritta nel precedente capitolo. Infatti il modello di Born era stato utilizzato per sintetizzare i segnali ultrasonici provenienti da inclusioni sferiche con dimensioni inferiori alla lunghezza d'onda (valori di  $ka < 1$ ) prevedendo poi di utilizzare un simile test-object nella fase sperimentale.

A causa del tempo limitato per effettuare tali esperimenti e per la non immediata disponibilità di un tale sistema di scansione fu deciso di validare la tomografia per diffrazione con blocchi di calibrazione facilmente riproducibili in laboratorio e non meno importante blocchi sui quali erano già stati effettuati molti esperimenti. In questo modo non solo si poteva contare di una esperienza già acquisita ma si poteva poi confrontare i risultati ottenuti con diverse tecniche.

Il blocco di calibrazione scelto fu un blocco di acciaio contenente un foro laterale del diametro di 2 mm ad una profondità di 35 mm. Il foro era poi riempito di acqua dato che l'intero sistema funzionava ad immersione e per limitare il salto di impedenza acustica rispetto al caso del vuoto (descrizione dettagliata del sistema nel paragrafo 6.1). Da una serie di misure sul test-object fu subito evidente che le simulazioni effettuate con l'approssimazione di Born non erano adatte a simulare la nuova situazione sperimentale. In figura 3.5 sono mostrate due tracce ultrasoniche: in alto il segnale eco sintetizzato con



**Figura 3.5.** (In alto) Segnale eco sintetizzato con l'approssimazione di Born modificata. (In basso). Segnale eco corrispondente da un test-object.

l'approssimazione di Born modificata, in basso il segnale eco acquisito con un misura sul test-object. Le differenze tra i due segnali sono marcate e come potevamo prevedere anche per via teorica il modello con l'approssimazione di Born viene usato al di fuori dei limiti di validità.

Ricordando la relazione (3.2) per i limiti di validità dell'approssimazione di Born, si possono calcolare le dimensioni massime delle inclusioni sferiche che si possono simulare con quel modello, fissando alcuni valori relativi al nostro esperimento.

**Tabella 3.2.** Dimensioni massime per inclusioni sferiche per l'approssimazione di Born basata sull'equazione Eikonale calcolate in base alla relazione (3.2)

Materiale inclusione	Vel. inclusione [mm/ $\mu$ s]	Diametro max. [mm]
Aria	0.33	0.21
Acqua	1.5	0.27
Solfato di manganese	7.4	0.81

Materiale ospite acciaio,  $\lambda=1.18$  mm a 5 MHz, Vel.long. 5.9 mm/ $\mu$ s

Nel nostro caso abbiamo il foro cilindrico del diametro di 2 mm riempito con acqua che è ben maggiore del limite di 0.27 mm riportato nella seconda riga della tabella 3.2 e questo spiega i cattivi risultati ottenuti con questo modello. Inoltre a causa della grande differenza di impedenza acustica tra il materiale ospite e quello dell'inclusione i valori del diametro massimo deve essere ulteriormente ridotto.

Dall'analisi dei segnali presenti nelle tracce ultrasoniche e considerando le dimensioni del test-object (maggiore di  $\lambda$ ), si è visto che la descrizione migliore si poteva fare considerando le leggi della diffrazione e della rifrazione con l'approssimazione di piccole lunghezze d'onda.

### 3.4.2 Sviluppo di un modello semplice per foro laterale basato sull'approssimazione dell'ottica geometrica

Nel paragrafo 3.2.2 sono state evidenziate le caratteristiche dei modelli basati sulla teoria geometrica della diffrazione. Questo metodo si presta bene per descrivere la propagazione degli ultrasuoni con l'approssimazione dell'ottica geometrica in cavità riempite di fluido in metalli. Questo problema che assume una particolare importanza per i controlli non distruttivi, fu sviluppato nel lavoro di Pao e Sachse [3.19] ed è stato rivisto ed applicato in questo lavoro.

L'implementazione del nostro modello include una serie di cammini ottici principali seguiti dal fronte d'onda incidente sulla cavità cilindrica, come illustrato in figura 3.6.

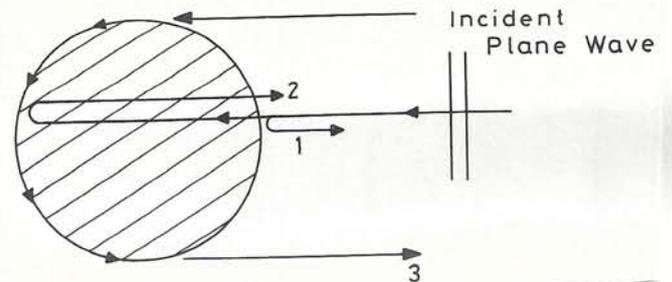
Nella fase sperimentale l'osservazione dei segnali retrodiffusi da questo oggetto per ogni coppia Tx-Rx, ha messo in evidenza i contributi di tre segnali:

- il segnale riflesso dalla cima del difetto cilindrico (cammino 1)
- il segnale rifratto dal fondo (cammino 2)
- l'onda superficiale (creep wave) che viaggia intorno alla superficie cilindrica (cammino 3).

La selezione di questi tre segnali nasce dall'esigenza di sviluppare un modello al calcolatore semplice ma efficace, che

possa essere usato nella maggior parte dei casi in cui si facciano misure su blocchi di calibrazione con fori cilindrici laterali. L'estensione al caso di blocchi di calibrazione con foro piatto sul fondo è abbastanza diretta considerando i coefficienti di passaggio dall'uno all'altro caso sviluppati da Temple [3.17].

Se il raggio  $R$  del cilindro è piccolo rispetto alla profondità del difetto  $y$  (vedi figura 3.7) e con l'ipotesi di piccole lunghezze d'onda, il segnale ricevuto da una sezione tomografica perpendicolare all'asse del foro per una fissata posizione del Tx e Rx è data dalla seguente relazione:



**Figura 3.6.** Principali cammini dei raggi dovuti alla diffrazione da un foro circolare riempito di acqua.

(3.5)

$$u(x_r, x_t, t) = \text{Re} \left[ \int_{-\omega_{\min}}^{+\omega_{\max}} D_{\text{tof}}(x_t, x_r, \omega) S(\omega) e^{-j\omega d(x_r, x_t, x, y)/Ch} \right. \\ \left. \{ R_t((\theta_r + \theta_t)/2, \omega) e^{j2R\omega/Ch} + R_b((\theta_r + \theta_t)/2, \omega) e^{j2R\omega/Ch} e^{-j2R(\cos(\theta_r) + \cos(\theta_t))\omega/Cf} + \right. \\ \left. A_{\text{creep}}(\theta_r, \theta_t, R, \omega) e^{-j\omega \Theta(x_r, x_t, x, y, R)} R / C_{\text{creep}}(\omega) \} d\omega \right]$$

dove :

$R_t$  coefficiente di riflessione dalla cima del difetto (percorso 1 figura 3.6),

$R_b = \tau_{HF} R_{FH} \tau_{FH}$  coefficiente di riflessione totale dal fondo del difetto (percorso 2 figura 3.6) costituito dai seguenti tre termini (omessi nell'espressione per semplicità): coefficiente di trasmissione Host->Flaw, coefficiente di riflessione Flaw->Host, coefficiente di trasmissione Flaw-Host,

$S(\omega)$  Trasformata di Fourier dell'impulso incidente  $s(t)$

$A_{\text{creep}}$  Coefficiente di attenuazione lineare dell'onda superficiale (creep wave) relativo al percorso 3 in figura 3.6. L'ampiezza dell'onda di creep decade con la funzione  $e^{-\delta\theta}$ , dove  $\delta$  e' un coefficiente calcolato numericamente da Temple [3.17] e  $\theta$  e' il percorso in radianti lungo la superficie cilindrica.

$C_{\text{creep}}$  velocità dell'onda superficiale (creep wave)

$D_{\text{tof}}(x_t, x_r, \omega)$  funzione direttività totale dovuta al Tx ed Rx

$\omega$  pulsazione angolare indica la variazione delle funzioni complesse con la frequenza

$\omega_{\min}$  e  $\omega_{\max}$  banda del trasduttore

$R$  raggio del foro

$Ch$  velocità longitudinale host (acciaio 5900 m/s)

$Cf$  velocità longitudinale flaw (acqua 1480 m/s)

Con un programma sviluppato in linguaggio Fortran si sono generati diversi file di segnali sintetizzati basandosi sul modello descritto in (3.5) per l'ispezione del foro cilindrico dalla faccia superiore del blocco di calibrazione con la tecnica ad apertura sintetica descritta nel capitolo 2, rinunciando così alla scansione perpendicolare.

L'asse del cilindro è perpendicolare alla direzione della scansione lineare cosicché la sezione trasversale risulta un cerchio di diametro 2 mm. I segnali a radiofrequenza mostrati in figura 3.8, sono calcolati considerando i seguenti parametri della scansione che come vedremo nel capitolo 6, sono uguali a quelli utilizzati per le misure sperimentali:

lunghezza scansione 70 mm campionata su 30 posizioni, trasmettitore rettangolare 3x10 mm e trasduttore ricevente circolare con diametro 5 mm entrambi con frequenza

centrale 5 MHz, diametro foro laterale 2 mm in acciaio con centro alla profondità di 35 mm, frequenza di campionamento 20 MHz e 512 campioni per traccia corrispondente a  $25.6 \mu\text{s}$ .

In figura 3.8 a livelli di grigio si può osservare la diversa intensità dei diffratti dalla parte superiore del difetto con andamento iperbolico del tempo di volo e quelli meno intensi in basso provenienti dalla base del difetto. Infine il gruppo di segnali relativo alle onde di creep dovrebbe essere visibile tra i due gruppi di cui sopra ma a causa della loro bassa intensità non sono apprezzabili in questa figura.

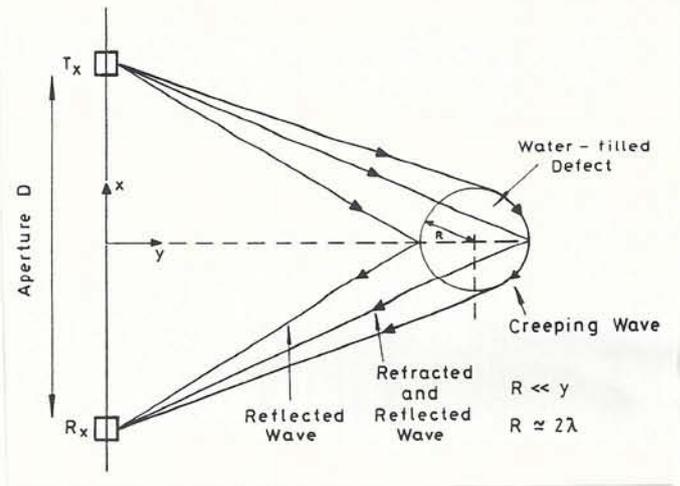


Figura 3.7. Percorsi dei segnali di scattering da un foro laterale con tecnica di ispezione TOFDT.

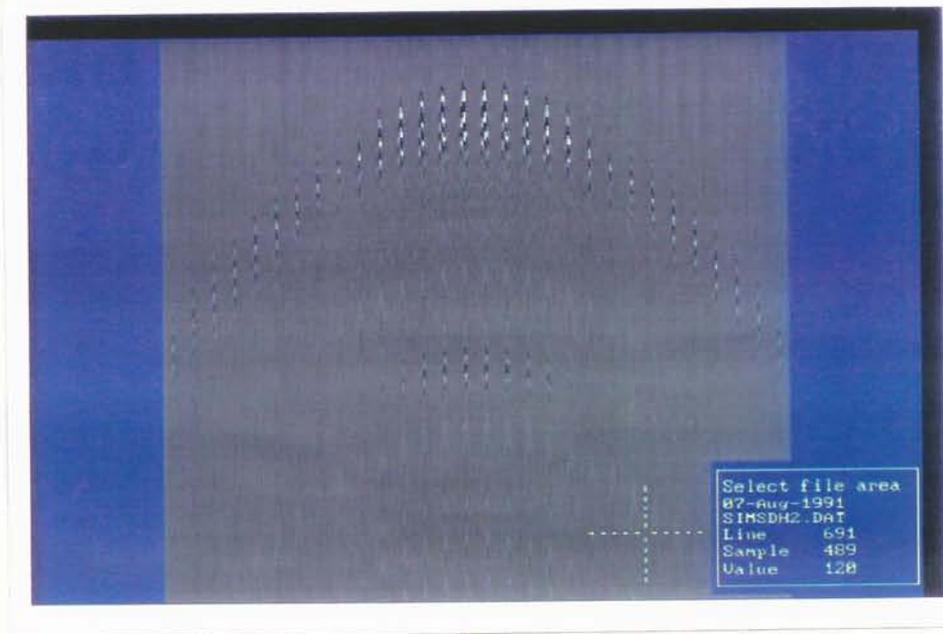


Figura 3.8. Segnali sintetizzati per 30x30 posizioni Tx-Rx tramite il simulatore.

Come vedremo dal confronto con le misure sperimentali, le onde di creep sono effettivamente presenti in questa zona. La loro ampiezza se pur inferiore a quella dei

segnali diffratti dall'estremità superiore ed inferiore del difetto risulta apprezzabile sopra il rumore.

### **3.4.3 Modulo di programma per la simulazione per sistema di ispezione con tecnica TOFD: confronto delle simulazioni con risultati sperimentali**

Il modello sviluppato è inteso come un buon compromesso tra facilità di impiego per semplici verifiche delle misure di laboratorio ed accuratezza.

Modelli più accurati necessitano anche di programmi più complessi per i quali il costo di elaborazione può risultare troppo elevato. La simulazione di difetti con geometria semplice tipo il foro laterale diventa costosa in termini di tempo di CPU su un supercalcolatore tipo CRAY senza contare la difficoltà di utilizzo di tali programmi da parte di personale non altamente specializzato. Inoltre nei casi in cui si abbia la necessità di sintetizzare una serie di segnali ultrasonici diffratti da difetti, può risultare addirittura conveniente il costo di una serie di misure sperimentali su blocchi con difetti artificiali.

In questa ottica è stato sviluppato un programma in FORTRAN per la simulazione di esperimenti con tecnica TOFD con sonde a contatto su blocchi di calibrazione contenenti fori laterali. La tecnica TOFD è stata scelta in quanto è diventata uno standard riconosciuto per i controlli non distruttivi ad ultrasuoni e quindi il suo largo impiego. Lo schema in figura 3.9 mostra la configurazione tipica delle sonde per la tecnica TOFD. Il programma dimostrativo è stato interfacciato al software del sistema HFD-2 (Harwell Flaw Detection version 2) su personal computer per l'acquisizione, l'elaborazione e la presentazione di segnali ultrasonici sviluppato dal National NDT Centre della Harwell Laboratory.

Il menu con i parametri d'ingresso è riportato in figura 3.10.



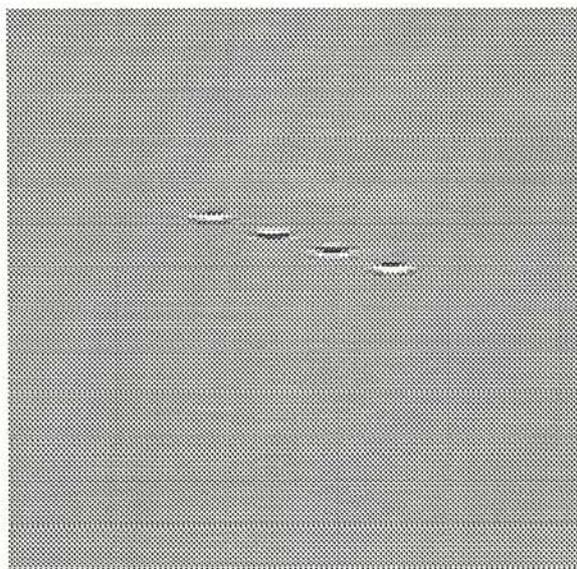
sovrapposte e la casella ESC (in basso a destra) serve per tornare al menu genitore. Data l'utilità di eseguire comandi DOS su file o directory senza uscire dall'ambiente di lavoro, è stato provvisto anche un comando DOS processor, inserito al centro in basso del menu in figura 3.10.

Un immagine B-scan simulata di un difetto composito formato da 4 fori laterali, è presentata in figura 3.11 e di seguito i relativi dati di ingresso in ordine come nel menu:

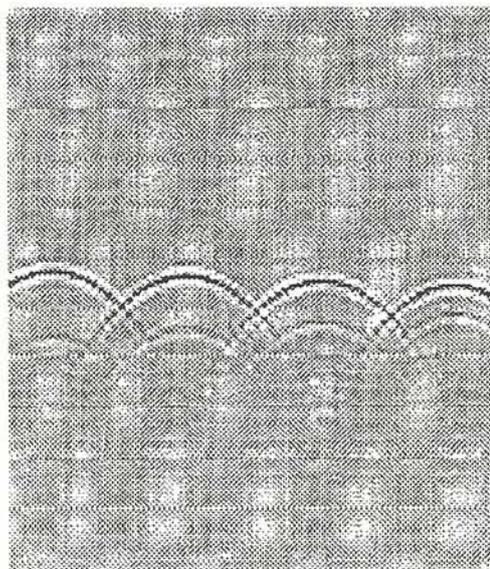
```

Nome del file di uscita: COMPOTWI.DAT
Numero difetti: 4
Coordinata x[1] offset dal centro: -30 mm
Coordinata z[1] profondità dalla superficie: 50 mm
Raggio r[1]: 1.5
Coordinata x[2] offset dal centro: -10 mm
Coordinata z[2] profondità dalla superficie: 50 mm
Raggio r[2]: 2.0
Coordinata x[3] offset dal centro: 10 mm
Coordinata z[3] profondità dalla superficie: 50 mm
Raggio r[3]: 2.5
Coordinata x[4] offset dal centro: 30 mm
Coordinata z[4] profondità dalla superficie: 50 mm
Raggio r[4]: 2.5
Numero A-scan: 71
Ritardo dell'inizio traccia: 36  $\mu$ s
Lunghezza scansione: 196 mm
Separazione sonde a contatto inclinate: 100 mm
Velocità di propagazione: 6240 m/s
Raggio della sonda: 6.35 mm (0.25 inch)
Angolo sonda: 45 gradi.

```



**Figura 3.11.** Immagine creata con il simulatore di quattro fori laterali con tecnica di ispezione TOFD.



**Figura 3.12.** Immagine sperimentale di riferimento per il caso mostrato in Figura 3.11 (by P. Carter, NNDTC Harwell Laboratory).

I dati usati nella simulazione sono analoghi a quelli di una serie di misure effettuate su un blocco di calibrazione con i quattro fori nelle posizioni sopra indicate. L'immagine sperimentale di confronto è riportata in figura 3.12 e si può notare il buon accordo con quella simulata.

Infine si noti come con un tempo di calcolo di alcuni minuti su un personal computer si può avere un'immagine di riferimento che può essere molto utile o per ottimizzare la fase di misura o per confrontare immagini B-scan in cui gli archi di iperbole caratteristici del tempo di volo sono di difficile individuazione a causa del basso rapporto segnale rumore.

## Bibliografia

- [3.1] Langenberg K.J., Berger. M., Kreutter Th., Mayer K., Schmitz, Synthetic aperture focusing technique signal processing, *Ultrasonics* , Vol. 19, N.3, (1986), pp.177-189
- [3.2] Rose J.H., Elastic inverse wave scattering in non destructive evaluation, *Pure and Applied Geophysics*, Vol.131, n.4, (1989), pp. 715-739
- [3.3] Mathematical Modelling in non-destructive testing, Ed. M. Blakemore and G.A. Georgiu, Topexpress Limited, Cambridge, Clarendon Press, Oxford, (1988)
- [3.4] Geometric Theory of diffraction, Ed. Hansen R.C., IEEE Press, New York, (1981)
- [3.5] Keller J.B., Geometrical Theory of Diffraction, *J. Opt. Soc. of America*, vol. 52, no.2, pp.116-130, Feb. 1962
- [3.6] Chapman R.K., Coffey J.M., Ultrasonic scattering from smooth flat cracks: edge wave signals from cracks with curved edges, CEGB report NW/SSD/82/0034/R,(1982)
- [3.7] Ogilvy J.A., Temple J.A.G., Diffraction of elastic waves by cracks: application to time-of-flight inspection, *Ultrasonics*, (1983), pp.259-269
- [3.8] Temple J.A.G., Predicted ultrasonics responsesfor pulse-echo inspections, *The British Journal of Non-Destructive Testing*, May 1986, pp.145-154
- [3.9] Mayer K., Marklein R., Langenberg K.J., Kreutter T., Three-dimensional imaging system based on Fourier transform synthetic aperture focusing technique, *Ultrasonics* , Vol. 28, (1990), pp.241-255.
- [3.10] Achenbach J.D., Gautesen A.K., McMaken H., Ray methods for waves in elastic solids, Pitman, Boston, (1982)
- [3.11] Gubernatis J.E., Domany E., Krumhansl J.A., Formal aspects of theory of the scattering of ultrasound by flaws in elastic materials, *Jou. of Appl. Phys.*, Vol.48 n.7, (1977), pp 2804-2811
- [3.12] Gubernatis J.E., Domany E., Krumhansl J.A., Huberman M, The Born approximation in the theory of scattering of elastic waves by flaws, *J. of Appl. Phys.*, Vol.48 n.7, 1977, pp 2812-2819
- [3.13] Modern Acoustical Imaging, Ed. Lee H and Wade G., IEEE Press, New York, (1986)

- [3.14] Rose J.H., DeFazio B., The eikonal approximation in elastic wave scattering theory, *Review of Progress in Quantitative Non-destructive Evaluation*, D.O. Thompson and D.E. Chimenti, Plenum Press, Vol. 1, (1982), pp. 119-129
- [3.15] Slaney M., Kak A.C., Larsen L.E., Limitations of imaging with first order diffraction tomography, *IEEE Trans. on Microwave Th. and Tech.*, vol. MTT-32 n.8, (1984), pp.860-873
- [3.16] Lorenz M., van der Wal L.F., Berkhout A.J., Improved imaging with multi-SAFT, *Ultrasonics Symposium Proceedings*, (1990), pp. 1123-1128
- [3.17] Charlesworth J.P., Temple J.A.G., *Engineering Applications of Ultrasonic Time-of-Flight Diffraction*, Research Studies Press, John Wiley & Sons Inc., Taunton, England (1989)
- [3.18] Bhardwaj M.C., Fundamental developments in ultrasonics for advanced NDC, *Conference on Non-Destructive Testing of High Performance Ceramics* by the American Ceramic Society Inc., and The American Society of Non Destructive Testing, August 25-27, Boston MA, (1987)
- [3.19] Pao Y.H., Sachse W., Interpretation of time records and power spectra of scattered ultrasonic pulses in solids, *J. Acoust. Soc. Am.* Vol.56, N.5, (1974), pp. 1478-1486

## Capitolo 4

### **Teoria e progetto di filtri inversi per migliorare la stima dei difetti tramite tomografia ad ultrasuoni.**

#### **4.1 Tecniche di filtraggio dei segnali e delle immagini per controlli non distruttivi ad ultrasuoni**

Oggi esistono molti strumenti e sistemi d'ispezione per effettuare i controlli non distruttivi ad ultrasuoni, i quali hanno una buona risoluzione su un intervallo di profondita' determinato sia dalle caratteristiche del front-end sia dal materiale investigato.

Un problema di carattere generale e' quello di aumentare la risoluzione spaziale (assiale e laterale) di questi sistemi come anche la massima profondita' di penetrazione.

Infatti mentre la prima e' legata alla durata dell'impulso trasmesso e dalle dimensioni del trasduttore, la seconda e' determinata dall'energia dell'impulso stesso.

Come e' noto anche in altri campi che utilizzano segnali impulsivi come i radar, gli impulsi che si riescono a realizzare praticamente sono di durata ed ampiezza limitata. Inoltre essendo fissata la massima energia trasferibile al mezzo indagato questi due fattori risultano legati da una relazione inversamente proporzionale.

La realizzazione di impulsatori a banda larga che riducono la durata dell'impulso aumenta la risoluzione assiale del sistema ma limita la massima profondita' indagabile. Esistono molti materiali con grande coefficiente di attenuazione come i materiali ceramici porosi o i materiali plastici.

Per l'elaborazione dei segnali esistono diverse tecniche che qui riportiamo brevemente per completezza sull'argomento rimandando ai riferimenti bibliografici per i dettagli.

#### *Tecniche di compressione compressione d'impulso.*

Con queste tecniche si puo' aumentare il rapporto segnale rumore dei segnali provenienti da interfacce piu' profonde eccitando con lunghe sequenze codificate d'impulsi.

Poi il segnale ricevuto viene elaborato calcolando la sua funzione di autocorrelazione. Il principio delle tecniche di compressione d'impulso si basa su opportune sequenze,

la cui funzione di autocorrelazione fornisce un elevato valore anche quando il segnale ha un basso rapporto segnale rumore. Inoltre l'energia dell'impulso e' aumentata grazie alla maggiore durata dell'impulso di eccitazione a costo di un aumento del tempo di acquisizione e della necessita' di un sistema di elaborazione del segnale.

I benefici di queste tecniche e loro implementazioni sono riportate in [4.1]-[4.3] e si sono rivelate particolarmente adatte anche per sistemi ad apertura sintetica per controlli non distruttivi [4.4].

#### *Filtri adattati.*

La teoria del filtro adattato fu sviluppata per migliorare le prestazioni dei radar ma poi e' stata applicata con successo anche per l'elaborazione dei segnali ad ultrasuoni.

A differenza delle tecniche con compressione di impulso, i filtri adattati (matched filters) sono impiegati per massimizzare il rapporto segnale rumore lasciando inalterata la risoluzione del sistema. Data la loro importanza e siccome verranno richiamati alcune proprieta' di essi nel paragrafo 4.3 si riporta brevemente il principio di funzionamento, rimandando per una trattazione completa a [4.9].

Dato un segnale nel dominio del tempo  $F(t)$  con trasformata di Fourier  $F(\omega)$  e data una distribuzione di rumore  $N = \text{cost}$  si puo' dimostrare che il filtro adattato  $H_M(\omega)$  che massimizza il rapporto segnale rumore  $S/N$  e' il seguente:

(4.1)

$$H_M(\omega) = \alpha \times F(\omega)^* \times e^{-j\omega T_d}$$

Dove:  $\alpha$  e' una costante,  $F^*$  indica il complesso coniugato,  $T_d$  tempo di ritardo introdotto dal filtro. Con questa espressione del filtro il rapporto  $S/N$  assume il suo valore massimo come riportato nella seguente formula:

(4.2)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\max} = 2 \frac{E}{N}$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) F(\omega)^* d\omega$$

Dove  $E$  indica l'energia totale del segnale  $F$ .

In pratica il filtro viene implementato nella sua forma piu' semplice calcolando l'autocorrelazione del segnale stesso che corrisponde nel dominio della frequenza alla moltiplicazione dello spettro del segnale per il suo complesso coniugato. Il limite maggiore di questo filtro e' la scelta della durata del segnale o equivalentemente del ritardo  $T_d$  del filtro: una lunghezza maggiore implica un migliore rapporto segnale rumore ma anche tempi di elaborazione piu' elevati e linee di ritardo piu' costose.

#### *Filtri adattativi.*

Questo tipo di filtri sono applicati generalmente in fase di post-elaborazione del segnale. Quindi a differenza delle tecniche di compressione di impulso che necessitano la trasmissione di particolari sequenze di eccitazione, questo tipo di filtri si applicano direttamente sul segnale ricevuto o nel caso piu' interessante per le nostre applicazioni all'immagine ricostruita.

Per esempio un segnale puo' essere distorto a causa della propagazione in un mezzo le cui caratteristiche non sono ben conosciute, come per esempio un tessuto umano o un materiali anisotropi come gli acciai austenitici. In questo caso il filtro deve fornire in uscita un segnale di riferimento prefissato operando una deconvoluzione adattata al tipo di distorsione presente sul segnale.

Usati sia nel caso mondimensionale sia nel caso bidimensionale per le immagini, essi si basano sul calcolo della risposta impulsiva del sistema. Tale risposta serve per far conoscere al filtro il tipo di distorsione introdotta dal sistema sul segnale di riferimento. Questo tipo filtri stanno alla base della teoria dei filtri inversi. Il filtro di Wiener e' un esempio trattato in questo lavoro e l'applicazione alla tomografia per diffrazione e' riportata in dettaglio nel paragrafo 4.3.

Un altro tipo di filtraggio per il miglioramento della stima dei difetti tramite immagini ad ultrasuoni, e' quello per la riduzione del rumore tipo "speckle".

Lo speckle e' un tipo di rumore che si manifesta in presenza di grani con dimensione minore della cella di risoluzione del sistema ad ultrasuoni.

Le tecniche ad apertura sintetica tipo SAFT si sono rivelate molto potenti per la rivelazione di difetti in acciai austenitici, ma i migliori risultati si sono ottenuti quando viene operato un filtraggio dei singoli segnali ultrasonici o dell'immagine finale.

Le tecniche che hanno dato i migliori risultati per questo tipo di problema sono la "split spectrum processing" sviluppata da Newhouse ed al. [4.5] ed il filtro di Kalmann [4.6]

#### **4.2 Filtri inversi per immagini ricostruite con tecniche ad apertura sintetica**

In applicazioni reali le prestazioni delle tecniche ad apertura sintetica sono influenzate sia dalle caratteristiche della cortina di trasduttori impiegata e dalle caratteristiche del mezzo investigato. Infatti abbiamo visto nel capitolo 2, che e' possibile l'inversione del campo con alcune assunzioni: sorgenti e ricevitori puntiformi, trasduttori con larghezza di banda infinita, lunghezza dell'apertura molto piu' grande della distanza della regione di investigata ed infine l'approssimazione di deboli scatteratori.

In molte situazioni sperimentali queste assunzioni non sono soddisfatte e quindi ne deriva un peggioramento della qualita' dell'immagine. Per esempio le dimensioni finite dei trasduttori e la banda limitata riducono la risoluzione spaziale del sistema ed il processo di propagazione all'indietro dei segnali fornisce solo una ricostruzione parziale della funzione di scattering dell'oggetto investigato.

Le tecniche di filtraggio inverso trattate in questo paragrafo, hanno lo scopo di recuperare l'immagine reale dall'immagine parzialmente ricostruita, come ad esempio l'immagine che rappresenta la funzione di scattering dell'oggetto.

In generale la maggior parte di queste tecniche sono basate sulla valutazione della risposta impulsiva del sistema (Point Spread Function o PSF ), definita formalmente come la risposta del sistema sollecitato all'ingresso con un impulso ideale come la delta di Dirac bidimensionale. Teoricamente l'immagine reale puo' essere recuperata tramite la deconvoluzione dell'immagine con la PSF del sistema. In casi reali il processo di deconvoluzione viene limitato dai seguenti fattori: il rapporto segnale rumore impedisce il recupero delle parti dell'immagine dove il filtro inverso assume valori piu' bassi di quelli dell'immagine ed inoltre il sistema ha una PSF spazialmente dipendente. Quando il rapporto segnale rumore non e' elevato ( $< 20\text{dB}$ ), l'azione del filtro inverso deve essere ridotta da una funzione peso. I filtri inversi adattati (matched filters) ottimizzano il rapporto segnale rumore su una prefissata banda mentre i filtri di Wiener ottimizzano l'errore quadratico medio su un certo impulso di riferimento.

Una alternativa per realizzare il filtraggio inverso di un immagini e' quella di filtrare le

singole tracce ultrasoniche prima del processo di migrazione.

Emersoy ed altri [4.7] hanno calcolato per via teorica un filtro monodimensionale ottimo basandosi sulla risposta analitica del sistema di ricostruzione, mentre Ermert ed altri [4.8] hanno scomposto la funzione del filtro inverso bidimensionale in una forma monodimensionale per essere applicata alle singole tracce.

Un approccio piu' sperimentale applicato con notevole successo sono gli pseudo filtri inversi di Wiener [4.9] che limitano l'azione del filtro quando il rapporto segnale rumore scende al di sotto di una soglia prefissata. Nel seguente paragrafo sono riportati alcuni interessanti risultati ottenuti con il filtro di Wiener applicato alle immagini tomografiche a radiofrequenza formate con la tecnica esposta nel capitolo 2. Infine nel paragrafo 4.4 e' proposta un filtro di compensazione sviluppato per via teorica particolarmente adatto per aumentare la qualita' delle immagini tomografiche rivelate con inviluppo.

### **4.3 Filtraggio di Wiener sulle immagini a radiofrequenza**

Il filtro di Wiener risulta particolarmente adatto nei casi in cui si vuole aumentare la risoluzione del sistema piuttosto che massimizzare il rapporto segnale rumore. Per esempio vedremo come si puo' applicare vantaggiosamente per migliorare la misura dell'estensione dei difetti su immagini tomografiche.

E' implicito il concetto che questo tipo di filtro aumenta la banda del segnale o dell'immagine in ingresso assumendo un ragionevole rapporto segnale rumore. Nei controlli non distruttivi vi sono molte applicazioni in cui l'interferenza tra oggetti di diversa dimensione o con diverse caratteristiche porta ad immagini di piu' difficile interpretazione.

Come gia' accennato precedentemente, il potere risolutivo del filtro e' limitato dal rapporto segnale rumore. Per ovviare a questo si e' preferito usare una forma alternativa del filtro di Wiener detto "pseudo Wiener filter" che nel caso monodimensionale assume la seguente forma:

$$H_{pwwf}(\omega) = \frac{H(\omega)^*}{H(\omega) \times H(\omega)^* + k \times \frac{\langle N(\omega) \times N(\omega)^* \rangle}{F(\omega) \times F(\omega)^*}}$$

$$U(\omega) = F(\omega) \times H_{pwwf}(\omega)$$

dove:  $\omega$  frequenza angolare

$H_{pwwf}$  e' l'espressione usata per lo pseudo filtro di Wiener,

$H$  e' la risposta impulsiva del sistema ed  $H^*$  e' il complesso coniugato

$k$  un parametro che definisce la soglia di rumore,

$\langle NN^* \rangle$  potenza media del rumore,

$F$  la funzione d'ingresso da filtrare,

$U$  l'uscita del filtro  $H_{pwwf}$ .

L'espressione di cui sopra puo' essere interpretata in questo modo: supponiamo che in un intervallo di frequenze e per un valore di  $k$  fissato la potenza di rumore  $k \langle NN^* \rangle$  sia trascurabile rispetto ad  $FF^*$ . In queste condizioni il filtro funziona come un filtro inverso che fornisce la migliore approssimazione ai minimi quadrati della funzione delta di Dirac. Fuori da questa banda il termine  $k \langle NN^* \rangle$  non e' piu' trascurabile e quando diventa preponderante, il filtro cerca di ottimizzare il rapporto segnale rumore piuttosto che la risoluzione. In questo senso ha caratteristiche simili a quelle del filtro adattato. Adattando il valore del parametro  $k$  si definisce la soglia oltre la quale non si puo' migliorare la risoluzione del sistema. Il valore di  $k$  si puo' trovare per tentativi in base al rapporto segnale rumore dell'immagine ricostruita.

In questo paragrafo sono riportati alcuni risultati dell'applicazione di questo filtro ad immagini tomografiche a radiofrequenza di difetti compositi. Le immagini sono state ottenute dalla ricostruzione con la tecnica esposta nel capitolo 2 e con i segnali ad ultrasuoni sintetizzati con i modelli teorici esposti nel capitolo 3.

L'implementazione del filtro  $H_{pwwf}$  puo' essere sviluppata sia con un programma scritto

in linguaggio standard come il Fortran sia all'interno di pacchetti software per elaborazione dei segnali come MATLAB. Di seguito e' riportato il programma sorgente della funzione WIENER2.M sviluppata con MATLAB per l'elaborazione di immagini bidimensionali:

```
% Bi dimensional pseudo inverse Wiener filter
%
% h -> is the fft2 of the system PSF
% f -> is the fft2 of the image to be filtered
% s -> is a constant factor that defines the S/N assuming
%       a white noise spectrum: typically -20dB of f*conj(f)
% imf-> is the output image
%
% Dr. Lorenzo Capineri 12/3/92
%
hpwf=conj(h)./(h.*conj(h)+(ones(h)*s)./(f.*conj(f)));
imf=fftshift(iff2(f.*hpwf));
```

I risultati ottenuti con questo filtro sono poi stati confrontati con quelli relativi ad un programma in linguaggio FORTRAN sviluppato da Burch [4.10] e facente parte del sistema PIX (Image Processing system) sviluppato dal National NDT Centre della Harwell Laboratory. Entrambi i filtri applicati sulla stessa immagine hanno fornito analoghi risultati, anche se l'implementazione del filtro con MATLAB risulta estremamente semplice come mostrato dalla brevità del programma.

La valutazione delle potenzialità del filtro inverso di Wiener e' stata fatta in un primo caso simulando inclusioni sferiche di solfato di manganese in acciaio inox. Il modello di scattering usato e' quello basato sull'approssimazione di Born modificata, descritto nel paragrafo 3.3.2. Il primo passo e' stato la generazione di un file con le tracce a radiofrequenza con il programma di simulazione sviluppato e con i dati relativi ai parametri acustici delle inclusioni e del materiale ospite.

In tabella 4.1 sono riportati i valori di densità, costanti di Lamé e velocità rispettivamente usati per le simulazioni.

**Tabella 4.1.** Parametri acustici relativi alle inclusioni di solfato di manganese in acciaio.

	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$\lambda$ [10 <sup>11</sup> dyne/cm <sup>2</sup> ]	$\mu$ [10 <sup>11</sup> dyne/cm <sup>2</sup> ]	Vl [m/s]	Vt [m/s]
Acciaio Inox	7.9	10.48	7.59	5900	3100
Solfato di Manganese	4.0	7.11	7.39	7400	4300

Allo scopo di verificare la risoluzione ottenibile, l'immagine composita e' costituita da tre inclusioni sferiche allineate su una diagonale dell'immagine quadrata ad una distanza centro-centro di 5.65 mm. L'origine del sistema di coordinate e' al centro dell'immagine di 18x18 mm. I centri in coordinate X,Y ed il diametro delle tre inclusioni sferiche sono rispettivamente:

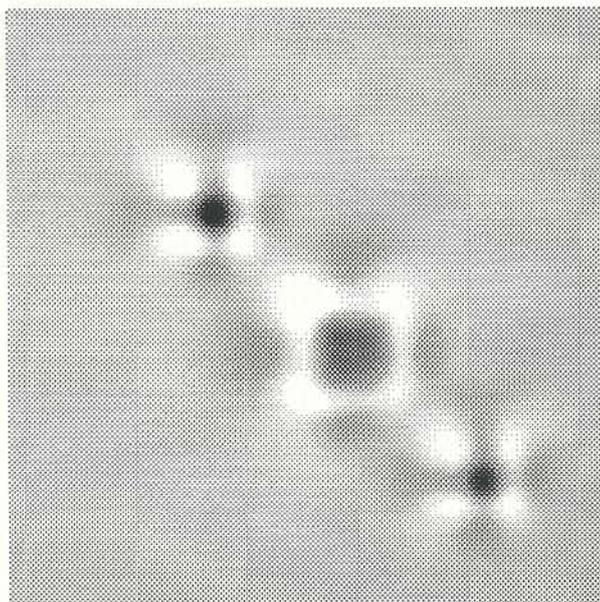
Inclusione 1, centro (-3,-3) mm e diametro 1.5 mm

Inclusione 2, centro (1,1) mm e diametro 3 mm

Inclusione 3, centro (5,5) mm e diametro 1.5 mm

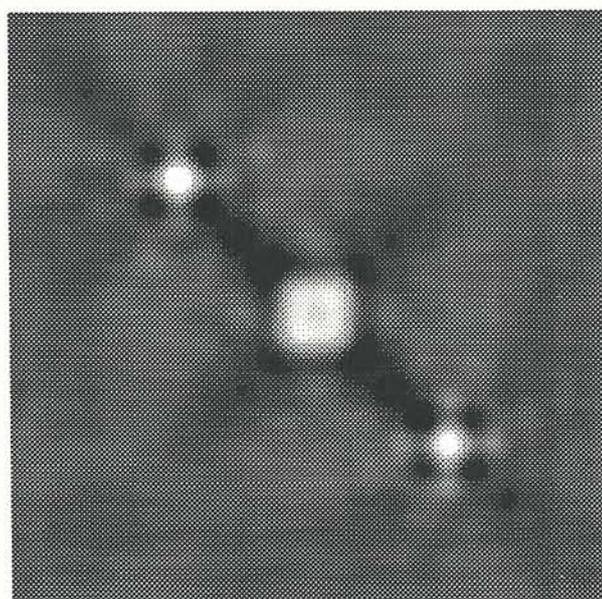
Le dimensioni delle inclusioni sono quelle minime per essere rilevanti nella ispezioni di grandi strutture in acciaio. Infatti si suppone la profondita' del difetto centrale (inclusione 2) uguale a 50 mm e l'apertura sintetica con lunghezza 100 mm. Infine gli altri parametri usati per queste simulazioni sono: 32 posizioni dei trasduttori, due scansioni perpendicolari, trasduttori trasmittente e ricevente di forma rettangolare 3x10 mm con frequenza centrale 5 MHz e banda a -3 dB pari 1.75 MHz,  $\lambda=1.18$  nell'acciaio. I risultati della ricostruzione dell'immagine sono presentati in figura 4.1. Il passo di campionamento spaziale  $\delta x$  deve essere  $\leq T_s * V_{l_{acciaio}}/2$  dove  $T_s$  e' il tempo di campionamento. Assumendo un tempo di campionamento  $T_s=50$  ns e  $V_{l_{acciaio}}=5900$  m/s dovrebbe essere verificata la condizione  $\delta x \leq 0.147$  mm. Considerando un'immagine di 128x128 pixel e lato 18 mm risulta  $\delta x=18/128=0.14$  mm, valore che assicura un corretto campionamento spaziale dell'immagine. Nelle precedenti relazioni abbiamo assunto  $\delta x$  come passo di campionamento lungo la direzione x, assumendo comunque lo stesso valore per la direzione ortogonale y.

Con un'altra simulazione abbiamo calcolato la risposta impulsiva del sistema  $H(\omega_x, \omega_y)$  in modo da implementare il filtro Hpwf. I termini  $\omega_x$  e  $\omega_y$  rappresentano ora le frequenze



**Figura 4.1.** Ricostruzione tomografica 128x128 pixel, lato 18 mm. Tre inclusioni sferiche di solfato di manganese in acciaio inox centrate sulla diagonale dell'immagine. Diametro inclusioni 1.5,3,1.5 mm rispettivamente.

spaziali di una immagine descritta con sistema di coordinate  $x,y$ . Per il filtro Hpwf e' stato assunto un rumore bianco  $NN^*=1$  ed un valore di  $k$  pari a -24 dB del massimo valore di  $HH^*$ .



**Figura 4.2.** Immagine filtrata con pseudo filtro inverso di Wiener. Soglia di rumore -24 dB.

L'immagine in figura 4.2 e' quella ottenuta dopo il filtraggio inverso dell'immagine rappresentata in figura 4.1. La misura dei difetti e' stata fatta su una rappresentazione della figura 4.2 su curve di livello rispettivamente a -3 dB, -4 dB, -6 dB e -15 dB.

Dal risultato ottenuto dopo il filtro inverso si possono trarre alcune conclusioni di carattere generale:

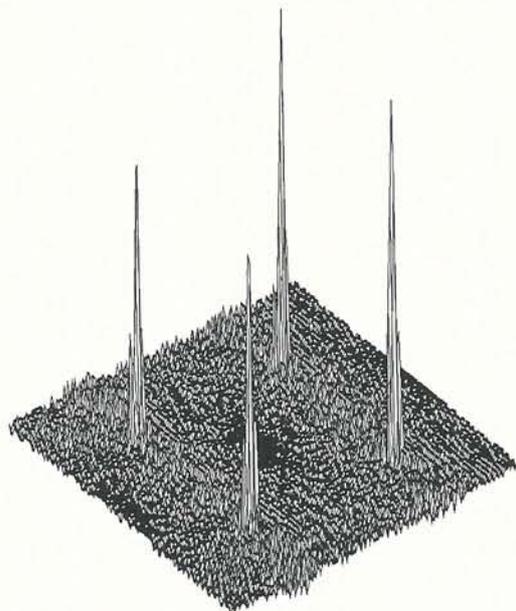
- 1) La risoluzione spaziale e' circa costante in ogni direzione sull'intera immagine dovuto principalmente alle due scansioni perpendicolari e la possibilita' di effettuare una grande scansione lineare (100 mm) rispetto alle dimensioni della regione d'interesse (18x18 mm) e la sua profondita' (50 mm).
- 2) Il metodo di ricostruzione e' capace di stimare correttamente l'estensione dei tre difetti i cui tre diametri stanno nella figura 4.2 nelle giuste proporzioni, quindi il sistema ha una risposta lineare. La stima dei diametri considerando il modulo dell'immagine filtrata e' corretta entro un errore del 10%. Notare che la dimensione del pixel  $\delta x = 0.14 \text{ mm}$  e' il 9.3% del diametro delle inclusioni piu' piccole pari a 1.5 mm. Questa e' anche la ragione per cui in figura 4.2 i contorni delle sezioni sferiche risultano un po' squadrati.
- 3) L'apertura e' stata campionata su 32 posizioni ovvero ogni  $100/(32-1) = 3.22 \text{ mm}$  corrispondente a circa  $2.73\lambda$  e quindi su un valore piu' alto di quello imposto dal teorema del campionamento. Questo dimostra che l'algoritmo mantiene buone prestazioni anche con un numero limitato di posizioni, riducendo l'ammontare di dati da elaborare e quindi il tempo di calcolo.
- 4) Lo pseudo filtro inverso di Wiener fornisce immagini con contorni degli oggetti piu' netti. Si nota anche un aumento del contrasto dell'immagine dal confronto delle figura 4.1 e 4.2. Quindi questo tipo di filtraggio migliora le capacita' di misura dei difetti ma introduce delle distorsioni sulle ampiezze relative degli oggetti, peggiorando cosi' la stima quantitativa dell'intensita' di scattering. Il problema della equalizzazione delle ampiezze verra' affrontato nel successivo paragrafo.

Infine data la sempre maggiore importanza di altri tipi di materiali tecnologicamente avanzati come i materiali ceramici sono state effettuate immagini di prova con inclusioni di Si in SiC assumendo i coefficienti di scattering calcolati nel paragrafo 3.3.2. I risultati di queste prove hanno dimostrato che il metodo e' adatto anche per il controllo di difetti volumetrici in questo tipo di materiali con opportuni cambiamenti delle caratteristiche del sistema di acquisizione. Grazie alla versatilita' del simulatore sviluppato si è potuto

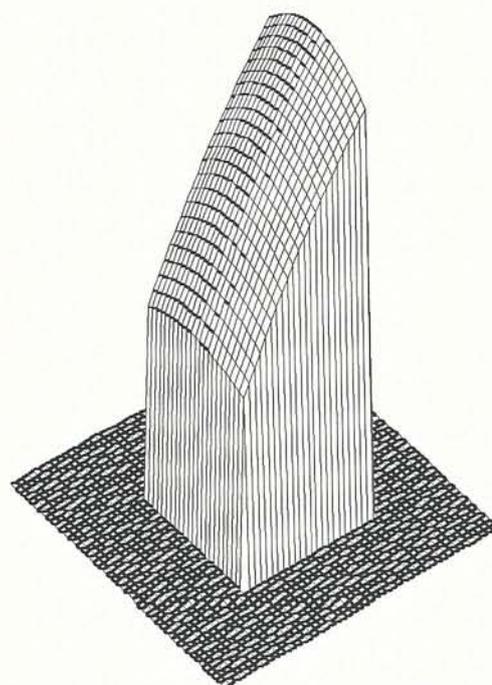
simulare un sistema con caratteristiche completamente diverse da quello usato per l'indagine dei metalli. Nel caso dei ceramici si è utilizzata una cortina lineare di trasduttori con frequenza centrale 10 MHz ed i risultati sono riportati in Appendice A.

#### 4.4 Progetto di un filtro di compensazione d'ampiezza su immagini rivelate con involuppo

Il problema del recupero dell'immagine reale da una ricostruzione incompleta esiste anche nella tecnica esposta nel capitolo 2, dove il progresso di propagazione all'indietro e' svolto tramite funzioni ellissoidali scalari. Questo puo' essere dimostrato con la valutazione della PSF del sistema. L'immagine mostrata in figura 4.3 rappresenta la risposta del sistema a quattro impulsi spaziali piazzati ai quattro vertici di un'area di 5x5 mm, centrata su un'area di 11x11 mm alla distanza di 15 mm dall'apertura sintetica. Per gli scopi che vedremo in seguito si presenta il valore assoluto dell'immagine originale a radiofrequenza. Questa immagine di



**Figure 4.3.** Risposta impulsiva del sistema calcolata in quattro posizioni differenti: immagine a radiofrequenza 11x11 mm, 128x128 pixel in vista assonometrica.



**Figura 4.4.** Filtro per la compensazione di ampiezza calcolato su un'area di 11x11 mm (uguale a quella di figura 4.3) centrata su un'area di 30x30 mm.

prova e' utile per fare alcune osservazioni sulle caratteristiche della PSF del sistema:

- nonostante che i quattro picchi hanno una forma simile, mostrano differenti ampiezze picco-picco ed una certa anisotropia. Questo indica che la PSF del sistema e' spazio variante,

- la risoluzione spaziale rimane nell'ordine di  $\lambda$  su tutta l'immagine,

- le ampiezze dell'involuppo della PSF sono in relazione all'attenuazione dovuta alla propagazione degli ultrasuoni sia dalla funzione direttivita' dei trasduttori ultrasonici.

Alcune simulazioni al computer sono state eseguite per trovare le caratteristiche della PSF di un sistema di ricostruzione tomografica per uso biomedicale, che impiega un trasduttore lineare multielemento. Le simulazioni si riferiscono alla seguente situazione sperimentale: lunghezza apertura 30 mm, 50 elementi, larghezza di ciascun elemento =  $\lambda$ , frequenza centrale 5 MHz ( $\lambda=0.3\text{mm}$  con velocita'  $V_{\text{tessuto standard}}=1540$  m/s), larghezza di banda<sub>3dB</sub>=1.75 MHz, frequenza di campionamento del segnale a radiofrequenza 20 MHz, lunghezza di ogni traccia 512 campioni corrispondenti ad una finestra temporale di 25.6  $\mu\text{s}$ . Dalle osservazioni precedenti si e' visto che la PSF e' spazio variante. Questo significa che l'immagine ricostruita a radiofrequenza dovrebbe essere deconvoluta con un insieme di PSF calcolate in diversi punti dello spazio all'interno della regione di interesse. Questa operazione ha una notevole complessita' di calcolo e per applicazioni in tempo reale e' necessario l'utilizzo di architetture di calcolo basate su una o piu' unita' di calcolo tipo DSP (Digital Signal Processor). Nel paragrafo precedente sono stati mostrati i vantaggi in termini di risoluzione spaziale del filtraggio inverso alla Wiener. I benefici di questo tipo di filtro sono limitati ai casi in cui le immagini di partenza abbiano un buon rapporto segnale rumore, indicativamente >20 dB. Tali valori di rapporto segnale rumore sono ottenibili in molte applicazioni per controlli non distruttivi ad ultrasuoni. Al contrario nel caso di elaborazioni di immagini biomediche o di materiali con elevata attenuazione (per esempio alcuni ceramici porosi o acciai austenitici) e' importante utilizzare tipi di filtraggio che funzionano anche con bassi rapporto segnale rumore. Per esempio nel caso del filtraggio di immagini biomediche ottenute con una ricostruzione coerente a radiofrequenza, si deve tenere conto del movimento del paziente. Questo movimento temporalmente sincronizzato con il ciclo cardiaco distrugge parzialmente l'informazione di fase contenuta dai segnali ultrasonici rendendo difficoltosa l'implementazione di un filtraggio inverso sull'immagine

a radiofrequenza. In questi casi e' quindi consigliabile una ricostruzione a radiofrequenza che garantisce comunque una migliore risoluzione spaziale rispetto ad immagini standard tipo B-mode seguita da una rivelazione di involuppo per effettuare un filtraggio inverso. Infatti la rivelazione di involuppo peggiora in generale la risoluzione spaziale ma in questo caso maschera anche gli artefatti dovuti alle interferenze incoerenti delle somme dei segnali ultrasonici a banda limitata.

Il tipo di filtraggio qui proposto consiste in due passi successivi:

- I) prefiltraggio con un rivelatore di involuppo tipo Hilbert [4.11] tipo passa-banda dell'immagine a radiofrequenza
- II) filtraggio inverso del modulo dell'immagine con funzione del filtro calcolata secondo la teoria esposta qui di seguito.

Le osservazioni sulla figura 4.3 mettono in evidenza una variazione di ampiezza della risposta impulsiva del sistema in diversi punti dell'immagine bidimensionale. Limitandosi alla sola informazione di ampiezza, sembra interessante calcolare la risposta di un filtro che possa compensare solo le variazioni di ampiezza della risposta impulsiva all'interno dell'immagine. In questo modo si trascura l'informazione di fase contenuta nell'immagine ricostruita con segnali a radiofrequenza.

Per progettare un filtro inverso in banda base che possa correggere le ampiezze dell'immagine rivelata con involuppo e' necessario prima di tutto conoscere per via teorica la risposta del sistema.

I principali fattori che influenzano l'ampiezza della risposta impulsiva sono l'attenuazione dovuta alla propagazione e la direttivita' dei trasduttori. I valori del filtro sono poi calcolati su una griglia cartesiana con le seguenti ipotesi

- trasduttori di forma rettangolare
- eccitazione monofrequenziale uguale alla frequenza centrale del trasduttore.

Consideriamo la seguente forma analitica dell'impulso trasmesso dal centro del trasduttore in  $(x_T, 0)$ :

(4.4)

$$S_t(x_T, t) = a(t) \cos \omega_c t$$

dove:  $a(t)$  involuppo simmetrico dell'impulso, con  $a(0) = A_{max}$

$$\omega_c = 2\pi f_c, f_c \text{ frequenza central del trasduttore}$$

Siano le posizioni del trasmettitore e del ricevitore lungo la direzione  $x$  dell'apertura sintetica  $(x_T, 0)$  e  $(x_R, 0)$  rispettivamente.

Il punto in cui vogliamo calcolare la risposta del filtro entro l'area dell'immagine ha coordinate  $(x_s, y_s)$ . Si definiscono le distanze da questo punto dai centri del trasmettitore e ricevitore  $L1$  e  $L2$  rispettivamente:

(4.5)

$$L1 = ((x_s - x_T)^2 + y_s^2)^{1/2}$$

$$L2 = ((x_s - x_R)^2 + y_s^2)^{1/2}$$

Chiamiamo  $S_r$  il segnale ricevuto dal ricevitore in  $(x_R, 0)$ . Assumiamo che questo segnale sia una versione ritardata del segnale trasmesso  $S_t$ , con ritardo dovuto al percorso  $L1-L2$ . Equivalentemente potremmo dire che il mezzo indagato e' non dispersivo ed ha una velocita' di fase costante uguale a  $v$ . Il segnale ricevuto da un diffusore puntiforme in  $(x_s, y_s)$  deriva dalla riflessione del campo incidente dal trasmettitore verso l'elemento ricevente. Quindi il segnale trasmesso viene pesato dalle funzioni di direttivita' della coppia trasmettitore-ricevitore (TX-RX) e dall'attenuazione dovuta alla propagazione seconda la seguente espressione:

(4.6)

$$S_r(x_R, x_T, t) = (1/L1) (1/L2) D_r(\mathbf{u}_R, f_c) D_t(\mathbf{u}_T, f_c) S_t(x_T, t - (L1 + L2)/v)$$

dove:  $\mathbf{u}_R$  e  $\mathbf{u}_T$  sono i vettori unitari delle direzioni  $L2$  e  $L1$  rispettivamente.

Quando il sistema ad apertura sintetica e' focalizzato nel punto  $(x_s, y_s)$ , il processo di migrazione consiste nella propagazione all'indietro del segnale ricevuto compensato temporalmente con il ritardo relativo al percorso  $L1-L2$ . Con le assunzioni fatte fino ad ora, si puo' determinare l'ampiezza del campione del segnale ricevuto che viene propagata all'indietro. Tale valore e' dato da  $S_r(x_R, x_T, t = (L1 + L2)/v)$  corrispondente alla massima ampiezza dell'involuppo  $A_{max}$ .

Possiamo ora calcolare l'ampiezza totale dell'involuppo nel punto  $(x_s, y_s)$ , tramite la somma di tutte le possibili coppie  $(x_R, 0)$  e  $(x_T, 0)$  su tutta l'apertura  $d$ :

$$I(x_s, y_s) = \int_{-d/2}^{+d/2} \int_{-d/2}^{+d/2} (1/L_1) (1/L_2) D_r(\mathbf{u}_R, f_c) D_t(\mathbf{u}_T, f_c) A_{\max} dx_R dx_T \quad (4.7)$$

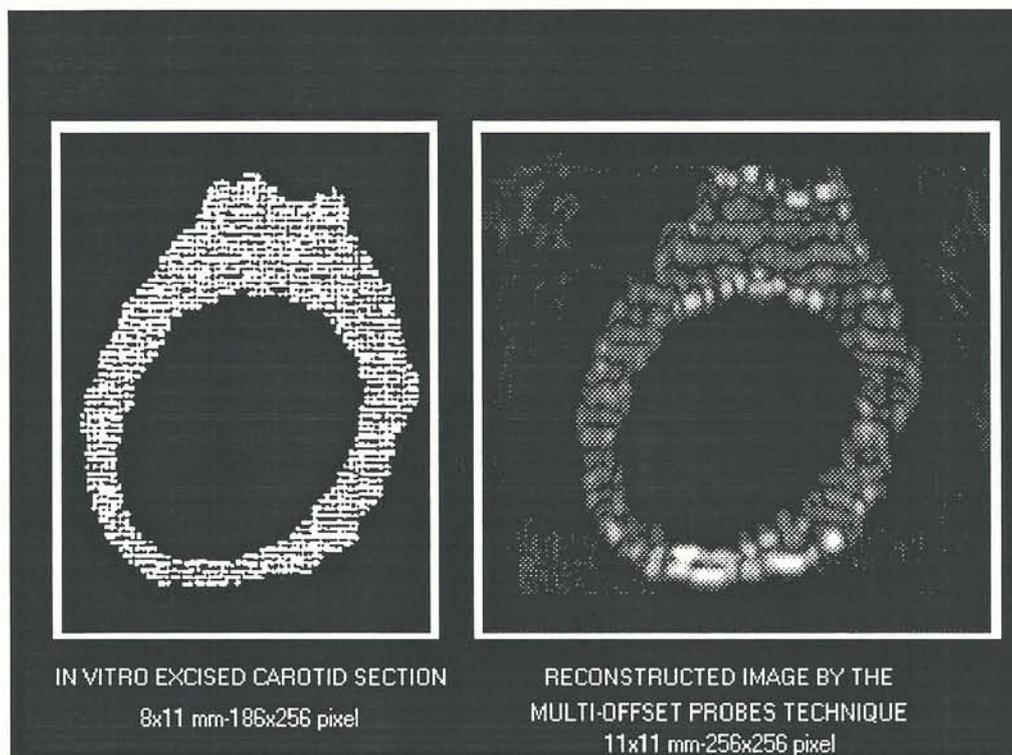
Nel caso reale l'integrale di cui sopra è valutato in forma discreta su un numero finito di posizioni uguale ad  $N$  ( $N=50$  nel nostro caso). Inoltre si deve tenere conto che la risposta del sistema include un fattore di scala  $N^2$  dovuto alla somma di tutte le possibili combinazioni delle coppie TX-RX. Il filtro di compensazione è poi tabulato per tutti i punti della griglia cartesiana dell'immagine ed i risultati sono mostrati in figura 4.4. Il calcolo è stato ristretto alla regione d'interesse pari a  $11 \times 11$  mm centrata su un'area più grande di  $30 \times 30$  mm uguale alla lunghezza dell'apertura sintetica. È interessante osservare che la funzione del filtro in figura 4.4, non ha zeri o comunque bassi valori nella regione considerata ed il rapporto tra il massimo ed il minimo valore è circa 2. La risposta del filtro ha una forma arrotondata che si può spiegare come la conseguenza della assunzione di trasduttori di piccola dimensione (nell'ordine della lunghezza d'onda nel nostro caso). Infatti la funzione direttività di questi trasduttori ha un ampio lobo principale ed i contributi nell'integrale di cui sopra sono essenzialmente tutti valori positivi senza grandi variazioni. Nel caso di trasduttori con dimensioni maggiori la funzione di filtraggio potrebbe avere una dinamica più elevata ed in alcuni casi addirittura degli zeri nella regione di interesse. L'annullarsi della funzione del filtro in alcuni punti è una difficoltà ben nota nella teoria del filtraggio inverso.

In conclusione possiamo dire che il sistema di ricostruzione ad apertura sintetica proposto ha caratteristiche tali da facilitare l'operazione di filtraggio inverso, grazie all'impiego di sorgenti quasi puntiformi.

Inoltre il filtro inverso derivato in questo lavoro può essere applicato direttamente all'immagine a radiofrequenza rivelata con l'involuppo senza bisogno di particolari stadi di pre-elaborazione dei segnali. Le prestazioni di questo tipo di filtro inverso dovrebbero essere migliori di altre tecniche di filtraggio inverso che agiscono direttamente sulle singole tracce a radiofrequenza nel dominio del tempo. Infatti nel nostro caso il filtro

inverso e' applicato all'immagine finale che ha un rapporto segnale rumore piu' alto delle singole tracce grazie alla somma di un elevato numero di segnali. Riferendosi alla tecnica di ricostruzione proposta, la complessita' di calcolo per realizzare questo tipo di filtro inverso e' minore degli altri metodi che agiscono sulle singole tracce. Questo filtro e' essenzialmente una deconvoluzione tra due immagini tipicamente nell'ordine di 256x256 pixel contro un filtraggio in linea di 50x50 tracce di 512 campioni ciascuna.

Il filtro ottenuto e' stato applicato ad alcune immagini biomediche di sezioni di carotide. In figura 4.5 a sinistra e' mostrata l'immagine di una sezione reale di carotide in vitro acquisita con un sistema di ottico di scansione. Una ricostruzione tomografica del profilo reale e' stata effettuata con la tecnica per diffrazione. I segnali ultrasonici sono stati generati con un programma di simulazione che accetta in ingresso immagini in formato standard tipo TIF come quella mostrata a sinistra in figura 4.5. Il profilo di figura 4.5 è assunto come distribuzione bidimensionale di deboli scatteratori tutti con uguale intensità di scattering. Tali segnali sono stati elaborati per ricostruire l'immagine a radiofrequenza con una cortina di trasduttori le cui caratteristiche sono riportate all'inizio di questo paragrafo.



**Figura 4.5.** Sezione reale della carotide con diffusori di uguale intensita'(sinistra); sezione tomografica rivelata con involuppo ed equalizzata con il filtro di figura 4.4 (destra).

L'immagine a livelli di grigio a destra in figura 4.5 e' ottenuta dopo due successivi filtraggi:

prima l'immagine a radiofrequenza e' stata filtrata con un rivelatore di involuppo di Hilbert [4.12] riducendo l'informazione alla sola ampiezza dell'involuppo, poi la stessa immagine e' stata equalizzata con il filtro illustrato in figura 4.4.

Considerando che si era assunto la sezione della carotide costituita da scatteratori tutti di uguale intensita', l'applicazione del filtro equalizzatore d'ampiezza, fornisce una migliore equalizzazione dei livelli di intensita' e quindi anche una migliore dinamica dell'immagine. Ad esempio la definizione dei contorni laterali viene migliorata dopo l'applicazione del filtro. Il rapporto segnale rumore è soddisfacente su ogni parte dell'immagine per estarre informazioni quantitative sui livelli di intensità.

