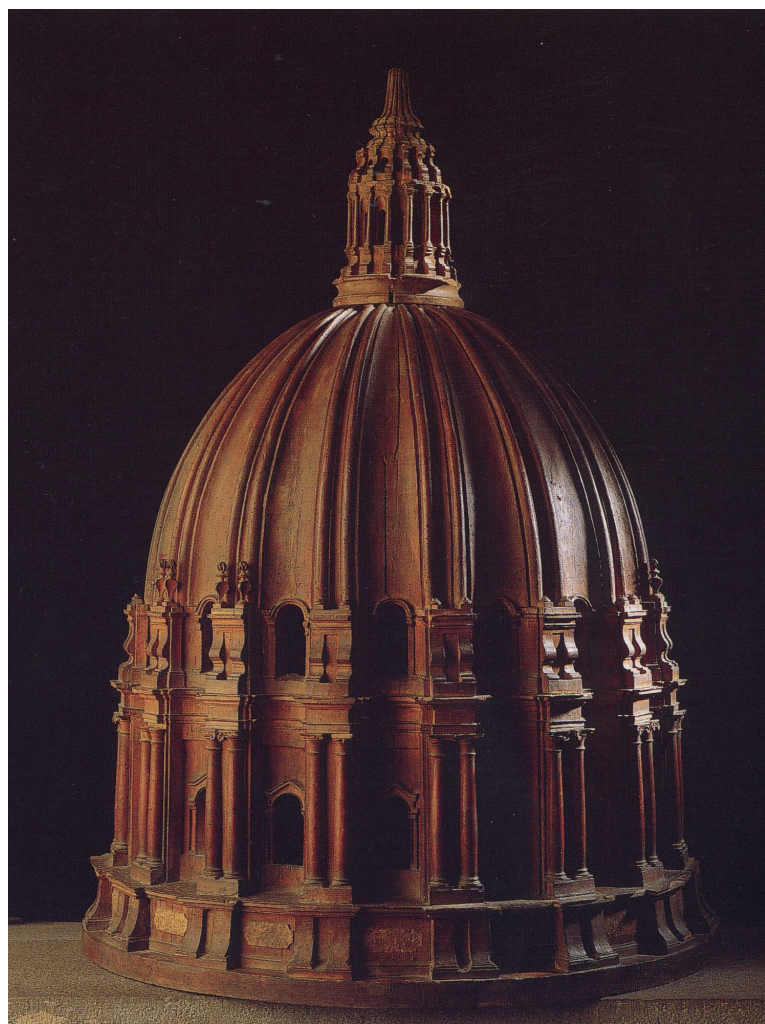


---

## I MODELLI E GLI ESEMPI



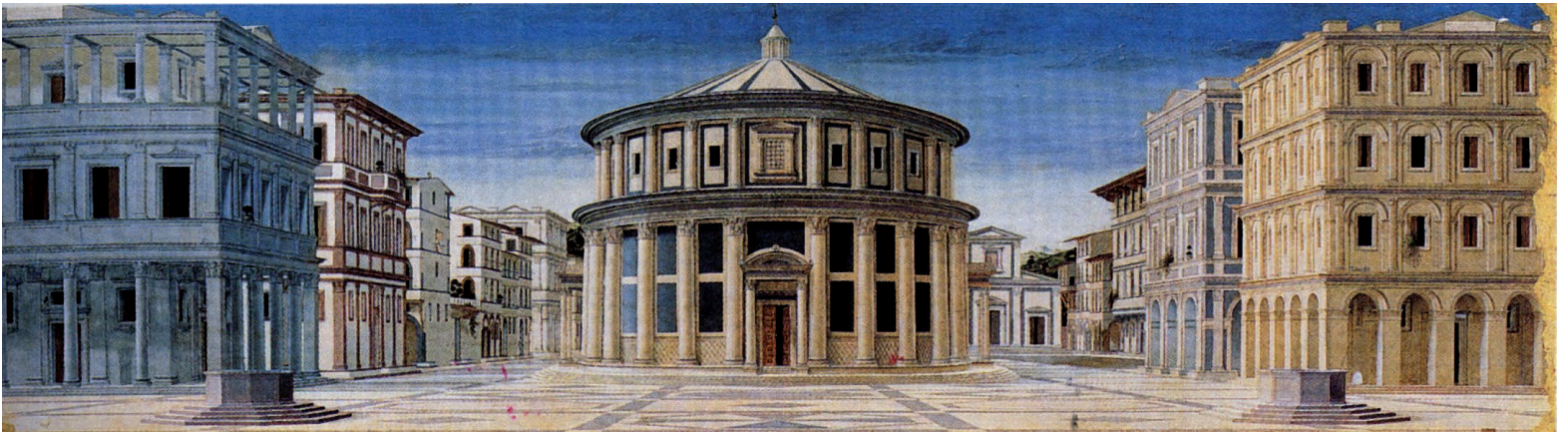
Anonimo  
*Modello di cupola*  
XV secolo



---

# Architettura

Anonimo, *Città ideale*, fine XV secolo





## Palazzo Vecchio a Firenze: la firmitas

*Maria Teresa Bartoli*

*“Che peccato, un disegno che prometteva tanto, Accontentiamoci con l’illusione della somiglianza, ma in verità le dico, dottore, se posso esprimermi in stile profetico, che l’interessante della vita è sempre stato proprio nelle differenze...”<sup>1</sup>*

Il capolavoro è sempre un artefatto complesso, esposto a diversi livelli di lettura. La sua conoscenza non è mai esaurita, la descrizione è sempre provvisoria e parziale, ogni approfondimento apre la strada a analisi ulteriori. Esso è di per sé innovatore, sia per i contenuti di cui offre l’esplorazione che per i mezzi insoliti con i quali è stato realizzato. Il nuovo che è in esso è spesso incompreso e visto come errore: e l’esclamazione del dottore di Saramago (*Che peccato, un disegno che prometteva tanto!*) suona molto simile alle parole con cui Giovanni Villani, nel dare la notizia dell’inizio della costruzione del Palazzo del popolo a Firenze, ne commenta con disappunto l’architettura: e gli fu gran difalta a lasciare però di non farlo quadro ...

La serie delle promesse tradite dal Palazzo è numerosa, e proprio dietro ognuna di esse si scopre una ratio nuova, diversa, degna di ammirazione<sup>2</sup>. Andando dietro alle promesse tradite, la verità del palazzo si avvicina, si trasforma, si fa più interessante, lineare, logica. Sempre più esso appare nobile, della nobiltà che trae fondamento dal rigore della geometria, ma cresce su di essa con la genialità dell’arte.

Per raccontare il formarsi e il crescere dell’idea del palazzo, come venne a delinarsi in risposta ai requisiti che mano a mano il suo architetto definiva per esso, devo uscire dalla mera

descrizione delle caratteristiche geometrico-numeriche delle figure che ne fanno la forma, e cercare un prima e un dopo, gerarchie nel tempo e nelle priorità, scale di valori che hanno acceso l’immaginazione dell’autore, spingendolo ad abbandonare strade ovvie e fin troppo battute, per avventurarsi verso l’ignoto, costruendosi i mezzi per dominarlo. Il modello mentale del palazzo è stato una conquista progressiva, compiuta passo dopo passo, accettando con fermezza i risultati delle successive esplorazioni, senza esitare di fronte alle differenze che esse producevano.

I caratteri emergenti della figura del Palazzo del popolo di Firenze sono due: la mole, enorme, e la torre, altissima, a sbalzo sulla piazza. Cominciamo da questi (Fig. 1).



**Fig. 1**  
Il Palazzo del popolo sulla sua piazza

### La torre e la mole

La torre del Palazzo del popolo rimanda ad un'altra, più celebre e non lontana, la torre di Pisa, alla quale in quello stesso scorcio di secolo lavora Giovanni Pisano, che dal 1275 alza di tre piani la parte eretta con esito infausto nel secolo precedente da Bonanno, cercando di correggerne la pericolosa pendenza (Fig. 2). La torre di Pisa raggiunge, nel centro della sua parte più alta, l'altezza di m 56,29; la torre di Arnolfo, compiuta agli inizi del XIV secolo, è alta m 84,62. Dopo la disavventura pisana, si può supporre che il tema della firmitas di una torre fuori dell'ordinario dovesse essere tema di discussioni tra tutti coloro che si occupavano di architettura, in Toscana e fuori. Proporne una a Firenze impegnava al confronto con tale dibattito. La torre di Pisa richiese, per la sua prosecuzione, che la parte superiore spostasse all'indietro il baricentro della struttura, ma ciò non fu sufficiente a compensare la scarsa resistenza del terreno, che impose limiti all'altezza da raggiungere.

Un carattere assolutamente peculiare della torre fiorentina è l'essere praticamente piena fino al sottotetto del palazzo, a partire dal quale essa accoglie le rampe della scala che sale fino alla sua guglia lignea. Inoltre, per quello che si può vedere nelle zone in cui non è stata intonacata, nell'altezza del palazzo, essa è tutt'uno con il poderoso muro esterno su piazza della Signoria, di cui rappresenta un ispessimento (Fig. 3). L'analisi a vista che possiamo fare della muratura complessiva al piano terra del palazzo (perimetro e parete interna tra Sala e cortile) induce a ritenere che essa vada considerata come un solido omogeneo, funzionante come un insieme unitario, adatto a distribuire un carico rilevante posto in una zona (il peso dell'alto basamento della torre) su una superficie allargata, con un baricentro delle masse posto dietro il carico che preoccupa. Di fatto, nel caso del Palazzo del popolo, sotto le condizioni di solido omogeneo che abbiamo ipotizzato, l'asse baricentrico risulta passante quasi sull'incrocio delle diagonali del trapezio di pianta. Può darsi che una base trapezoidale, allargata sul dietro, sia stata vista come la risposta al requisito di ampliamento della base di appoggio e bilanciamento del peso; l'aggetto della torre sul fronte occidentale appare quasi la stilizzazione della situazione pisana di uscita del baricen-

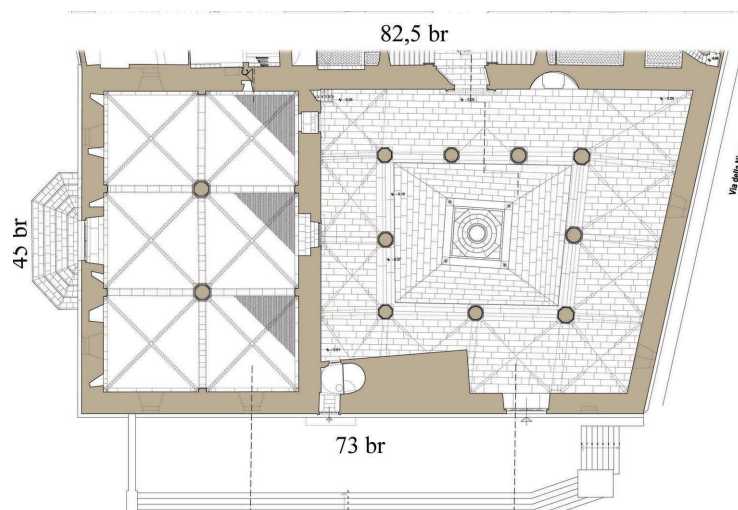
**Fig. 2**

*La torre di Pisa in Piazza dei Miracoli*



**Fig. 3**

*Pianta del Palazzo del popolo*



tro dal centro del cerchio di base (Fig. 4). Nell'intervento di consolidamento degli anni '90 del XX secolo, la torre di Pisa è stata "raddrizzata" con tiranti e contrappesi portati lontano dalla base, in direzione ovviamente opposta a quella dello spostamento del baricentro. A Firenze, il palazzo, con la sua figura, è il grande contrappeso solidale con la torre. Esso ne rappresenta la base fondale.

### Il trapezio

Forse un maestro di abaco del sec. XIII, dedito a ricerche di geometria, scoprì e descrisse i particolari pregi di un triangolo che tra la fine del sec. XIII e l'inizio del XIV viene usato sulla scena urbana fiorentina anche in altra importante occasione: si tratta del triangolo isoscele di base 82,5 e altezza 200 (lunghezze in braccia da panno di cm 58,36), superficie 5 staiora (8250 braccia quadre, essendo lo staiora di 1650 braccia quadrate, Figg. 5-6)<sup>3</sup>. Possiamo immaginare che il maestro di abaco usasse questo triangolo per insegnare ai suoi allievi il calcolo delle lunghezze caratteristiche (basi e altezze) di trapezi isosceli di angoli e area assegnati. Può darsi che, tra gli esercizi svolti, fosse, per esempio, chiesto che questo triangolo venisse diviso in due parti, di rapporto 2:3 (2 al trapezio, 3 al triangolo), proporzione di frequente impiego in molti ambiti di attività. L'equazione di 2° grado che risolve il problema è:

$$200^2 : 5 = X^2 : 3;$$

da cui  $X = 155$ ; dunque il triangolo di area 3 staiora è alto 155, il trapezio di area 2 staiora è alto 45, la sua base maggiore è 82,5; l'altra base è data dall'equazione

$$(82,5+X)1/2 \times 45 = 3300$$

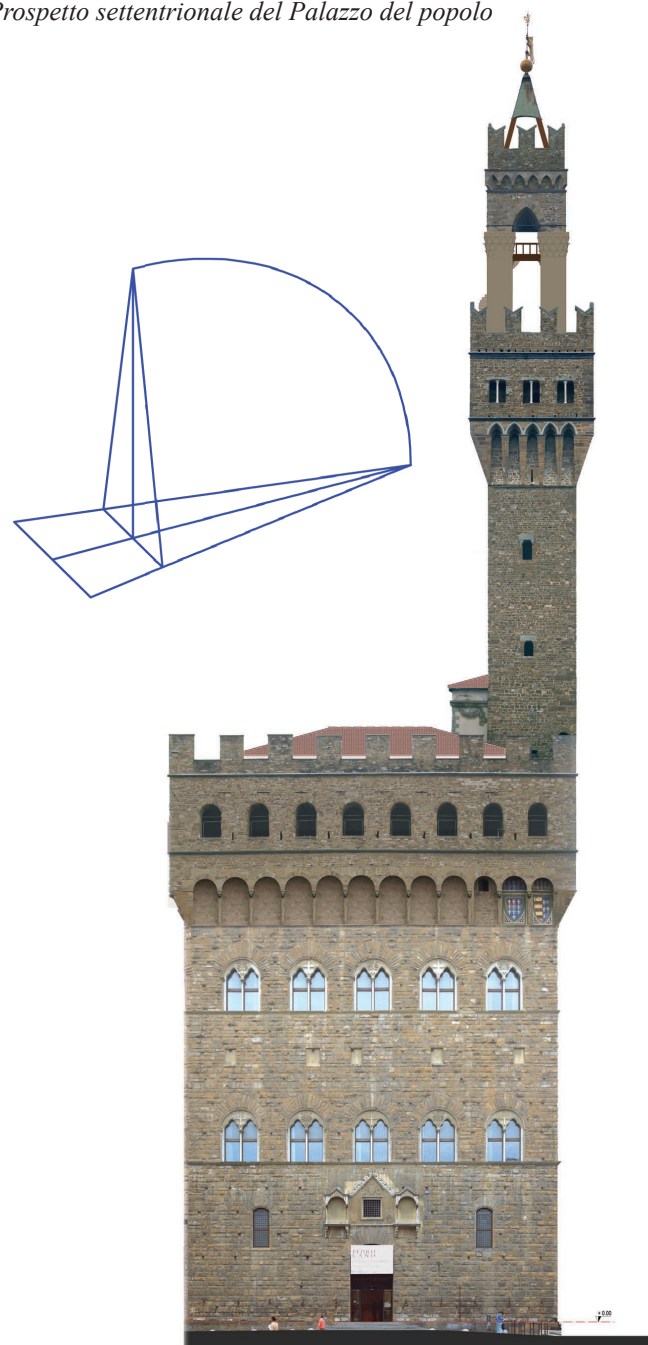
da cui  $x = 64,16$ . La media delle basi del trapezio è 73,33. In un trapezio di queste dimensioni, una torre collocata circa a metà della base minore e legata ad esso in maniera solidale troverebbe ottima soluzione in ordine alla stabilità.

### Il rettangolo

Può darsi che la coppia **45** e **73** abbia evocato associazioni familiari nella mente dell'architetto, legate a figure di proporzioni note, sperimentate in altri progetti. Nel disegno del convento di Santa Croce<sup>4</sup>, la cripta della Sacrestia (dedicata oggi a Sacratio della I guerra mondiale) e gli spazi antistanti,

**Fig. 4**

*Prospetto settentrionale del Palazzo del popolo*



pur nelle trasformazioni subite, si conformano alle seguenti proporzioni: aula di 40 x 24 braccia (proporzioni 5x3), coperta da 6 crociere (3x2), definita da muri spessi, che divengono pilastri molto vicini a 2,5 braccia, in corrispondenza degli angoli e delle partenze delle crociere; cortile oggi molto frazionato, ma con leggibili strutture riferibili ad una griglia loggiata di 40 per 40 (Figg. 7-8). Il sistema aula - cortile appare ben contenuto entro un rettangolo di 45 x 71,1... braccia. Il sistema è eccellente dal punto di vista funzionale (utilitas) e estetico (venustas) dell'architettura, in quanto le proporzioni 3:5 tra le lunghezze del vuoto della sala (secondo il modulo di 8) si conciliano facilmente con quelle 2:3 dei numeri delle crociere, fanno intravedere il 5 nel numero delle crociere dei loggiati del cortile (secondo il modulo di 8) e pone la seguente successione nelle aree impegnate: 960 area del vuoto della sala, 1600 area del vuoto del cortile, con rapporto di 3/5; area dello spazio a cielo aperto pari a metà del vuoto dell'aula, ovvero 3/10 dell'area del cortile (480 braccia); area complessiva di 3200 braccia (= 45 x 71,1...). Tutti questi numeri sono confrontabili tra di loro attraverso il 160. L'armonia che lega le varie forme planimetriche è efficiente nell'attribuire dimensioni e proporzioni.

L'idea di un rettangolo di proporzioni derivabili dalla serie di Fibonacci (cui appartengono in sequenza i numeri 2, 3, 5) associato ad un cortile quadrato (con formazione di un nuovo rettangolo di Fibonacci) deve essere parsa idonea ad offrire l'organizzazione ottimale per l'impianto di un palazzo comunale, per l'essere una sala e una corte i luoghi necessari alle adunanze formali di diverso genere che l'edificio doveva accogliere, e per le possibilità di crescita e di ripartizione interna che lo schema poteva offrire. Le proporzioni complessive offerte dai numeri 45 e 71,5 di S. Croce colpiscono per la loro vicinanza alla coppia generata dal trapezio del paragrafo precedente. La sovrapposizione della pianta della Sala d'Arme su quella del Sacratio di S. Croce è indiscutibile indizio della comune origine del disegno (Fig. 9).

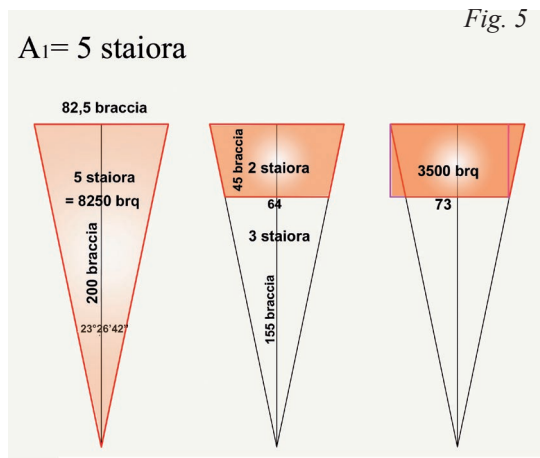


Fig. 5

*La matrice triangolare della pianta*

Fig. 6

*Il triangolo sul prospetto*

Fig. 7

*Il Sacratio del convento di Santa Croce e gli spazi antistanti*

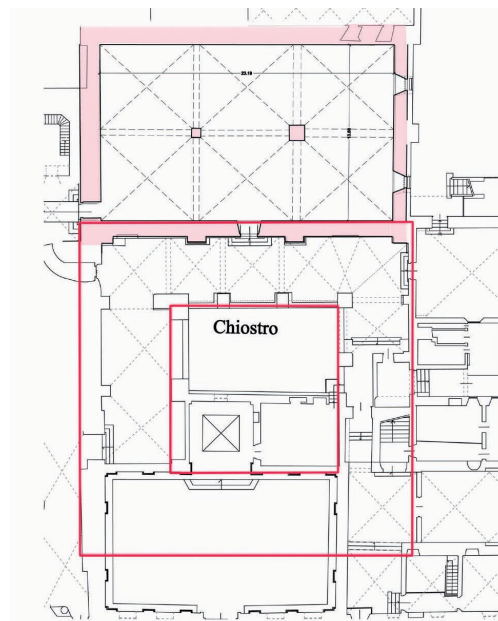


Fig. 6

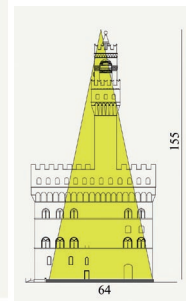
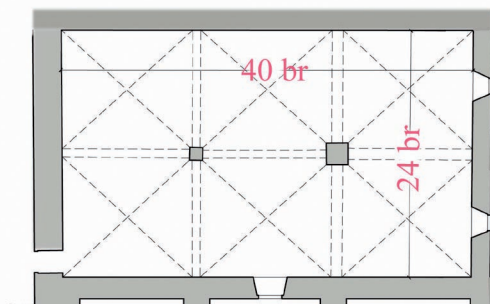
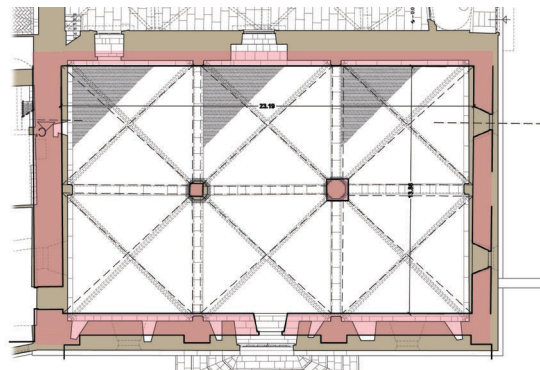


Fig. 7



**Fig. 8***Pianta del Sacrario***Fig. 9***Pianta del Sacrario sovrapposta alla Sala d'Arme*

### Il trapezio rettangolo

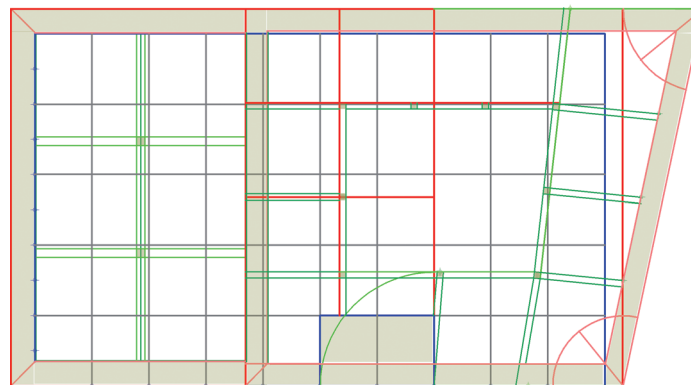
I vantaggi dei due schemi (la stabilità del trapezio e la funzionalità del rettangolo) vengono integrati con una facile mossa, che consiste nell'aggiungere al rettangolo di 73 x 45 (equivalente al trapezio di 2 staiora) lo spicchio formato dal triangolo rettangolo generato da un cateto del trapezio stesso. Ora abbiamo un trapezio rettangolo di superficie ancora quasi compiutamente "rotonda":  $(82,5 + 73)1/2 \times 45 = 3498$  braccia quadrate (possiamo dire 3500), in cui si compongono una sala rettangolare ed un cortile il cui nocciolo quadrato è deformato dall'apertura del trapezio (Fig. 10).

Si rileva però che nelle misure di lunghezza non troviamo più numeri "regolari", e, smarrita la felicità delle misure di Santa Croce, manca quel facile criterio per andare avanti (*che peccato, un disegno che prometteva tanto!*).

### Le mura

Le mura del Palazzo dei Priori hanno particolari caratteristiche di compattezza.

La qualità materica del muro è elevata: la sua saldezza è ammirevole, le bugne di pietra si succedono con rara regolarità, in corsi orizzontali continui lungo le 247 braccia (m 144) del perimetro del nucleo arnolfiano. In elevato, esso si presenta uniformemente bucato dalle aperture, in modo che non è ragionevole supporre comportamenti difformi delle muraglie a

**Fig. 10***Il trapezio del Palazzo*

causa di discontinuità in altezza.

Se osserviamo gli spessori dei muri perimetrali del palazzo al piano terra, colpisce un dato. Essi non hanno la stessa misura, e non è evidente perché. Anzi, questo fatto ha spesso indotto a ipotizzare che il palazzo sia stato costruito in due tempi, il primo corrispondente alla Sala, la cui muraglia sui 4 lati ha lo stesso spessore (m 1,68 c.a. = poco meno di  $2+7/8$  braccia), e uno relativo al cortile, le cui mura, lungo i 3 lati, sono un po' meno spesse (m  $1,55 \div 1,58$  circa = poco più di  $2+1/3$  braccia)

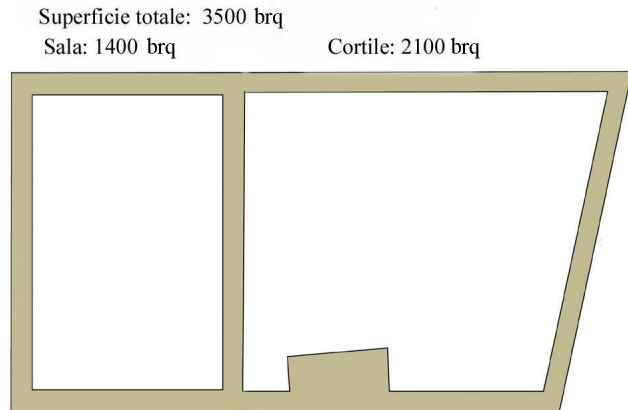
**Fig. 11**

*La superficie muraria*

(Fig. 11). *L'interessante della vita è sempre stato proprio nelle differenze.* La differenza non è tale da dare conseguenze di minore o maggiore stabilità; potremmo dire che effettivamente, data l'apertura dell'angolo, sarebbe stato più prudente fare più grosso lo spessore dei due muri aperti. Ma la muraglia è identica come fattura, i corsi si seguono meravigliosamente regolari nella pezzatura dei conci e nella saldezza della loro messa in opera. Dunque: quale ragionamento ha determinato la differenza di spessore?

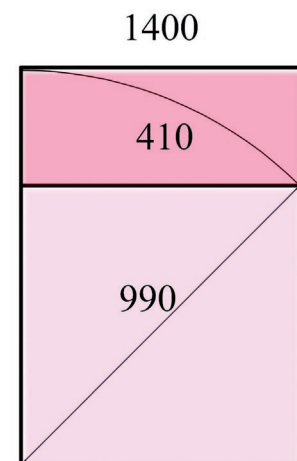
### Le superficie

Dico la verità: non avrei mai seguito la strada che ora indico, se il Sacratio di Santa Croce non mi avesse suggerito che il proporzionamento delle aree, subito dopo (o insieme a) quello delle lunghezze, era tra gli obiettivi del progetto. Nel Sacratio sono indicate le coppie 3:5 e 2:3. La superficie totale del Palazzo, 3500 braccia quadrate, è divisibile nelle proporzioni di 2:3 (sulla base di 700) in 1400 e 2100 ) (Fig. 12). La prima (1400) è esattamente la superficie occupata dalla sala con le sue 4 mura, mentre la seconda (2100) è esattamente la superficie del cortile con le 3 mura esterne. Nella sala, il vuoto misura 990 e lascia quindi 410 al pieno. Le proporzioni cui corrispondono questi numeri sono esprimibili attraverso  $\sqrt{2}$ , essendo  $1400/\sqrt{2} = 990$  e  $1400(1-\sqrt{2}) = 410$  (Fig. 13).

**Fig. 12**

*Ripartizione della superficie tra le due zone*

Dunque, gli spessori delle mura della sala d'arme, la cui misura appare in sé priva di significato, sembrano invece avere l'obiettivo di assicurare la proporzione ora descritta, e si determinano definendo prima di tutto la larghezza della sala ( $1400/45 = 31,11$  braccia, tale misura in effetti non è un numero intero), poi risolvendo un'equazione di 2 grado:  $((90 + 62,22) + (90 - 4X + 62,22 - 4X))/2 \times X = 410$ , da cui  $X = 2,9$  braccia, m 1,69.

**Fig. 13**

*Proporzioni tra pieno e vuoto nella Sala*

Nel cortile, la superficie occupata dalle 3 mura è computabile dal rilievo (come funzione di autocad) in 360 braccia quadrate, mentre la superficie della torre, nella sua forma sbieca che fuoriesce dalle mura, è computabile in 70 (in verità poco meno), portando il computo a 430, quasi 1/5 della superficie complessiva dedicata al cortile ( $2100/5 = 420$ ), il cui vuoto ora sappiamo che vale 1670, di cui altre 430 sono assegnate alla parte a cielo aperto e il resto alle logge. Lo spessore dei muri del cortile è dunque deducibile ancora una volta (semplificando il calcolo, non ho tenuto conto del variare della X per effetto dell'angolo del trapezio, che d'altronde è minimo) con un'equazione di 2° grado, in cui lo spessore esterno risulta in base alle lunghezze esterne dei 3 muri: (73-31,11), (82,5-31,11) e 46; la X si toglie 4 volte e l'area dello spessore è 360.

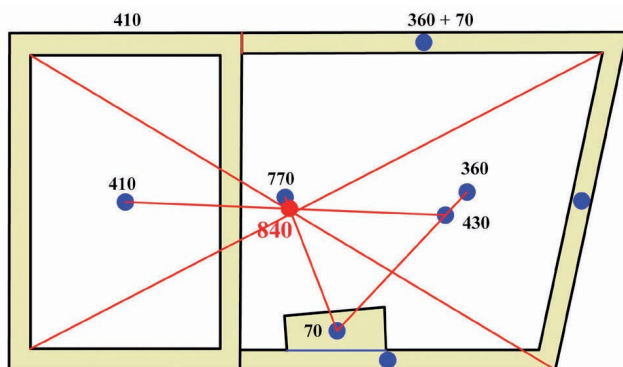
$$(139,28 + 139,28 - 4X) X/2 = 360; X = 2,695, \text{ m } 1,57.$$

Noto le seguenti circostanze: la superficie complessiva dei pieni è arrivata a 840 (= 410+430); si tratta di un multiplo di 70 come tutti i numeri messi in ballo finora: 3500, 1400, 2100, 70.

Se la superficie muraria fosse stata identica tra Sala e Cortile ( $840/2 = 420$ ), avremmo avuto facili rapporti tra tutte le grandezze in gioco, con modesto cambiamento di misure del vuoto della Sala.

**Fig. 14**

*Posizione dei baricentri*



Dove si sarebbe avuto il cambiamento? In un trapezio rettangolo, il baricentro sta sulla linea che unisce i punti medi delle basi, più vicino alla base maggiore, in funzione del rapporto che esiste tra le due basi. Nel nostro caso, il muro interno tra Sala e Cortile sposta il baricentro verso la Sala, mentre la massa della torre lo porta in avanti verso la base minore. Se le due masse (muri della Sala e muri del cortile) fossero state uguali, il baricentro del sistema si sarebbe collocato sulla metà della congiungente dei baricentri delle due parti, risultando spostato verso la Sala d'arme rispetto all'intersezione delle diagonali del trapezio rettangolo; diminuendo la massa della Sala e aumentando quella del cortile, il baricentro si sposta verso quest'ultimo, e si porta all'incrocio delle diagonali interne del trapezio (Fig. 14). Può darsi che la distribuzione raggiunta sia stata fatta da un "meccanico" che seppe valutare il rapporto tra numeri interi più vicino e più utile nel disegno impostato. Non posso sostenere che tale posizione del centro delle masse fu il reale motivo delle scelte dell'architetto gotico circa gli spessori dei muri, comunque questo fu il risultato ottenuto.

### Il volume

La grande mole del palazzo raggiunge un'altezza davvero ragguardevole. La quota dei merli del ballatoio è di m 41,43 = braccia 71. Sul prospetto, la quota della cornice sotto le mensole del ballatoio è di m 27,43 = 47 braccia. La torre è interamente piena fino all'altezza di m 26,26 = braccia 45, dopo la quale inizia la scala su due rampe parallele, all'interno di una sezione scatolare, con muri di diverso spessore. Fino a questa altezza, il muro esterno, torre compresa, può essere considerato un solido omogeneo (Fig. 15).

Se, sulla base dei numeri che finora abbiamo rilevato, consideriamo il volume di questo solido omogeneo (valutando le finestre vuote per pieno), esso misura 840 braccia quadrate x 45 = 37800 braccia cubiche.

Se dividiamo un cubo di  $100^3$  braccia cubiche in  $3^3 = 27$  parti, otteniamo un cubo di volume 37037 braccia cubiche, di lato braccia 33,33. Tale volume può essere ottenuto con un prisma di altezza 45, e area della base 825 braccia, = **1/2 staioro di 825 braccia quadrate** (Fig. 16).

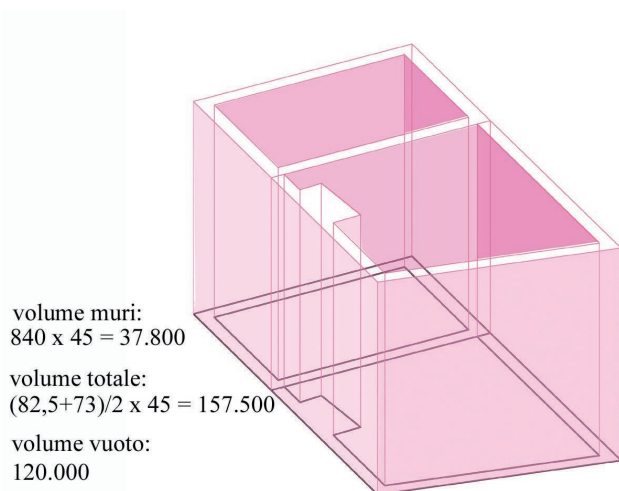


Fig. 15

*Il volume della massa pesante*

Nel rettangolo originario, di **45 x 73 braccia, esteso 2 staiora** (3300 braccia quadrate), la superficie di  $\frac{1}{2}$  staiora dedicata alla muraglia avrebbe rappresentato  $\frac{1}{4}$  del totale. Con l'altezza di 45 braccia, il volume risultante sarebbe stato quello del cubo di  $100^3/3^3$ .

Nel trapezio definitivo di 3500 braccia quadrate, un incremento del volume di muro era necessario; esso non avviene nella stessa proporzione di aumento della superficie: ciò avrebbe richiesto l'aumento pari a  $\frac{1}{4}$  di  $200 = 50$ , mentre la superficie passa da 825 a 840. Con quale obiettivo? Forse proprio l'opportunità di avere numeri facili da confrontare tra di loro, come richiedeva il calcolo del baricentro, suggerì di orientarsi sui numeri che noi abbiamo rilevato, assai utili nella gestione del progetto, tutti multipli esatti di una stessa quantità (70).

Dunque, nell'ideazione del palazzo possiamo intravedere un momento in cui il proporzionamento delle parti, definita una forma approssimativa di rettangolo di area 2 staiora (3300 brq), avrebbe assegnato al muro la misura di superficie di  $\frac{1}{2}$  staiora ( $\frac{1}{4}$  dell'area, = 825 brq) e la misura di volume di  $100^3/3^3$ , che

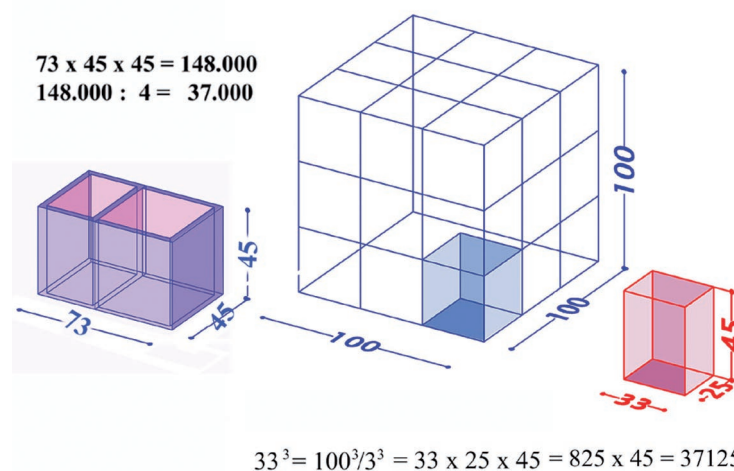


Fig. 16

*Ipotesi di una prima idea di palazzo rettangolare: il volume di riferimento*

decide per l'altezza il valore di 45. Passati al trapezio, la ricerca di un buon rapporto tra pieno e superficie totale può aver spostato il muro verso la misura di 840, per una superficie totale di 3500, con rapporto di 24:100, in cui il muro è poco meno del quarto del totale. La superficie di 3500 moltiplicata per l'altezza di 45 dà il volume di 157500 braccia cub. Se a questo togliamo 37800 braccia cub., restano (quasi perfettamente) 120000 braccia cub. di vuoto. L'altezza di 45 è il bandolo del filo che trova poi le misure planimetriche, che si coniugano con il trapezio, la serie di Fibonacci e le particolari catene numeriche (ispirate alla serie di Fibonacci) che caratterizzano la figura del palazzo. Il sottomultiplo comune 700 trova nel 3500 le quantità di 1400 e 2100 come ripartizione tra Sala e Cortile. Forse in un primo momento il tema fu impostato dividendo in parti uguali (420) la superficie del muro tra i due capitoli (Fig. 17); successivamente, la valutazione di un matematico attento alla meccanica dei solidi suggerì di aumentare il carico sul Cortile e diminuirlo sulla Sala, per spostarlo di più nella direzione della torre, situandolo quasi perfettamente (o forse, con

calcoli più affilati di quelli che ho saputo condurre, senza il (quasi) all'incrocio delle diagonali del trapezio. La legge della bilancia, ovvero la proporzionalità inversa tra le lunghezze dei bracci di leva e i pesi dei corpi appesi, rende facile il calcolo degli spostamenti geometrici del baricentro, conseguenti a incrementi o decrementi modulari dei pesi.

### Misure di torri

Il rilievo misurato di alcune torri in Toscana ha permesso di entrare nella logica del loro dimensionamento; soprattutto nella ratio del rapporto tra le misure dell'esterno e quelle dell'interno, che lasciano agli spessori murari un'imponenza ragguardevole<sup>5</sup>.

La torre del Candeliere di Massa Marittima (1228, influenza pisana) ha un perimetro rettangolare, con misure che, con il braccio fiorentino (ma in quel tempo forse pisano), sono valutabili mediamente, nei tre piani, 17 x 18 braccia, producendo un'area esatta di 300 braccia quadrate, al piano originario di accesso, al quale corrisponde un vano di 50 braccia quadrate, ottenute con lunghezze prossime a 7 braccia per lato. Dunque l'obbiettivo della quantità esatta non era nelle lunghezze, ma nelle superficie, con rapporto di 1:6 tra il vano e area complessiva, e di 1:5 tra vano e spessore murato. La torre della Zecca, ancora esistente e forse la più antica delle torri delle mura di Firenze, ha un perimetro che chiude 270 braccia quadrate ed un vuoto che misura poco meno di 90 braccia quadrate, con rapporto 3:1 tra area complessiva e vuoto interno, mentre l'area del pieno è il doppio di quella del vuoto. E' lecito leggere in queste proporzioni l'avanzamento delle attitudini tecnologiche; resta il linguaggio attraverso il quale si propone la riflessione sulla stabilità, saldamente legato alla forma delle proporzioni numeriche e alla loro visualizzazione geometrica<sup>6</sup>.

Nelle mura del Palazzo del popolo, il rovesciamento dei rapporti tra superficie totale e pieno ( $3500/840 = 50/12 = 4,166$ ; quindi il vuoto/pieno = 3,166) dà misura immediatamente quantificabile di ciò che il costruttore sta proponendo. Il compito svolto svela, per ciò che sono riuscita a capire, che il basamento della torre (il quale, inclusa la porzione di muro che ne fa parte, è poco più di 100 braccia quadrate) è circa 1/8 della

muraglia complessiva con la quale è solidale. Questa muraglia ha un baricentro collocato nell'interno del cortile, e l'oggetto della parte elevata (viva) della torre nella direzione opposta è calcolato in modo che il suo baricentro (preso sull'incrocio delle diagonali) cada sul filo interno del muro occidentale al piano terra, asse trasversale di simmetria della torre.

Dunque, possiamo pensare ora alla parte superiore della torre come ad un'asta appoggiata in maniera solidale e leggermente in falso su un basamento trapezio il cui baricentro è presso l'incrocio delle sue diagonali. La statica del monumento mette in luce i criteri di sicurezza che i suoi ideatori assunsero, e i motivi della temerarietà con cui affrontarono quella che continua ad apparire una sfida alla legge di gravità.

### Il palazzo alla luce della statica medievale

Il matematico Giordano Nemorario viene considerato l'iniziatore degli studi medievali di meccanica, nel Duecento<sup>7</sup>. Gli argomenti di statica di cui egli si occupa sono: il movimento dei gravi sul piano inclinato; la legge della leva. Nel suo *Liber de ratione ponderis* la proposizione n.6 recita: "Se le braccia della bilancia saranno state proporzionali ai pesi dei corpi appesi, così che il più pesante sia appeso al più breve, i corpi appesi saranno ugualmente pesanti, secondo il luogo"<sup>8</sup>. La proposizione n.8 recita: "Se le braccia della bilancia saranno state diseguali e avranno fatto un angolo nel centro del moto, se i loro termini hanno la stessa distanza dalla verticale, pesi uguali collocati in questa posizione peseranno nello stesso modo"<sup>9</sup>.

Giordano Nemorario era debitore agli Arabi che prima di lui avevano raccolto e sviluppato la meccanica greca: al-Khazini (sec. XII), nel *Libro della Bilancia del Sapere*, si occupa del centro di gravità di sistemi di corpi. "Quel punto in ogni corpo grave che coincide con il centro del mondo quando il corpo sia in quiete in tale centro, si chiama centro di gravità del corpo". Questa definizione è identica alla nostra che definisce il centro di gravità come il punto per il quale passano tutte le rette verticali tracciate per punti del corpo ai quali lo possiamo appendere. "Corpi di ugual forza sono quelli di ugual densità o rarità... Corpi gravi possono avere ugual gravità, pur differendo per forza e figura..."<sup>10</sup>.

“Due corpi in equilibrio tra loro rispetto ad un determinato punto sono tali che, una volta uniti per mezzo di un corpo grave il cui centro di gravità coincida con quel punto, i loro centri di gravità si trovano ai due lati di quel punto, su una linea retta che passa per esso, ... e il punto diventa il centro di gravità di quell’aggregato di corpi”<sup>11</sup>.

L’idea dell’architetto del Palazzo fiorentino in ordine alla firmitas dell’insolita struttura turrita appare ora più chiara e meno arrischiata di quanto di solito si pensi. Gli eventi della torre di Pisa probabilmente suscitarono ricerche ed esperienze che sono convogliate in un sapere tecnico testimoniato nel progetto. L’idea semplice è stata quella di rendere solidale la torre con una base allargata (la forma trapezia appare così più giustificata), che lavora insieme con lei e che partecipa di tutti i suoi movimenti. Prima dello slancio sopra il coronamento, essa condivide il baricentro del palazzo sull’incrocio delle diagonali. Dopo, salendo più in alto, lo sposta verso di sé, ma il suo peso continua ad essere controbilanciato dalla massa compatta del muro da cui nasce. Per raddrizzare la Torre di Pisa, il suo peso è stato di recente controbilanciato da carichi posti a distanza; Palazzo Vecchio è nato anche come un sistema di pesi atti a tenere in buon equilibrio la sua fantastica torre.

### Non regole, ma principi e leggi

Ciò che si avverte di *profeticamente interessante* nella mole fuor di squadra del palazzo e nell’altezza della torre a sbalzo ora appare riconducibile ad una ratio ispiratrice. I processi che abbiamo ricostruito non si conformano a regole note, familiari alla coeva tradizione costruttiva, ma seguono strade sconosciute, con audacia e rigore, affidandosi alla scienza nuova e alla ragione che la esplora. Le discipline che abbiamo trovato messe in gioco dall’architettura sono: il computo, la regola della terza cosa, le misure di area e di volume, la legge della bilancia. In ognuna di queste il ricorso alle proporzioni si rivela essere una forma mentis e un linguaggio, oltre che uno strumento scientifico. Sono i campi in cui la cultura del tempo sta compiendo progressi fecondi, ed è emozionante toccare con mano l’influenza che essi hanno sull’architettura.

Il palazzo non segue una strada già battuta, ma apre una strada nuova, non facile e non per tutti. Non si può neppure pensare

un solo uomo dietro tutto questo, ma più persone, con saperi diversi, dedicate ad un’impresa collettiva, sotto la sapiente direzione di un maestro geniale ed esperto.

### Giudizi e pregiudizi

La storiografia attuale non discute più le promesse mancate di Palazzo Vecchio; le considera difetto da sottacere, conseguenza della incompiutezza della cultura gotica, nella transizione verso l’umanesimo; lacune compensate dalla speciale innata attitudine di grandi maestri, capaci di dare soluzione nella costruzione a idee di architettura non ancora coerentemente risolte.

L’analisi che abbiamo svolto spazza via questa interpretazione e mette in luce l’ampiezza e lo spessore degli interessi scientifici che stanno dietro la concezione del primo nucleo del Palazzo del popolo a Firenze, il grado di dominio consapevole che i realizzatori ebbero su di esso. Molti dei capitoli che compongono i trattati di matematica e di scienza dei pesi appaiono presenti nel suo progetto, nel quale possiamo intravedere l’applicazione sperimentale di importanti teoremi e leggi scientifiche. Con audacia e animo sgombro da pregiudizi, l’architetto (forse non una sola persona) avanza ipotesi, verifica, modifica, assume risultati e procede, accettando le conclusioni con animo sgombro da automatismi formali. Queste conclusioni hanno in massimo grado il carattere di *inevitabilità* di cui parla Franco Purini (associandola alla qualità della composizione architettonica), come insieme di procedure che legano gli elementi in un *insieme di relazioni sensibilmente obbligate, anche se non in modo assoluto*.<sup>12</sup> Il risultato esce dagli schemi normali e chiede una lettura sgombra da regole obbligate, fa appello alla ragione e con forza respinge la passiva accettazione del normale e del consuetudinario.

Le considerazioni svolte sono state rese possibili da un rilievo molto accurato (svolto facendo ricorso ai mezzi tecnologici che informatica e strumenti a raggi laser mettono attualmente a disposizione, sia per il prelievo che per la restituzione delle misure), che ha reso note o deducibili una messe sterminata di misure di buona attendibilità. La misura è stata la chiave che ha permesso di entrare nella logica del progetto, guidando verso gli esiti raggiunti, mostrando lei quali fossero le quantità

significative, da assumere come dati di partenza o obbiettivi dell'idea originaria. Il passato non avrebbe potuto condurre l'analisi qui descritta, per la quale gli strumenti del CAD sono indispensabili, per il veloce e attendibile calcolo di lunghezze indirettamente misurate, di aree e volumi.

La familiarità con la metrica antica (non solo delle unità di misura ma anche di quelle di superficie e di volume e dei modi della loro formazione) è anche indispensabile per individuare i modi del calcolo e i numeri da associare alle diverse quantità. Niente avremmo potuto capire della logica che è stata descritta, se avessimo continuato a ragionare in termini di sistema metrico decimale, misurando lunghezze su un disegno in scala, con il doppiodecimitro.

Le sequenze di ragionamenti geometrici che abbiamo illustrato mettono in evidenza una delle caratteristiche che l'architettura gotica mutua dalla cultura scientifica coeva, che passerà poi anche nell'architettura rinascimentale, e che è legata al paradigma delle proporzioni come linguaggio naturale della scienza. Queste non sono limitate alle misure di lunghezza, ma, in modo assai più complesso, si estendono alle superfici e ai volumi, attraverso la creazione di strutture numeriche complesse il cui scopo è il controllo sistematico dell'insieme e la

trasmissione della sua conoscenza agli altri.

Il pensiero antico aveva condotto, dopo Eratostene, il calcolo del raggio della terra in modo da avere una circonferenza multipla di 360, così da associare ad ogni grado una lunghezza esatta: i 250.000 stadi di Eratostene erano stati trasformati in 252.000, per avere  $252000/360=700$ , con grande semplificazioni di calcolo nelle misure di lunghezze sulla terra; Tolomeo aveva preferito i calcoli sbagliati di Posidonio, che facevano ogni grado sulla circonferenza uguale a 500 stadi, semplificando ancora le operazioni dei geografi.

Questi fatti spiegano l'atteggiamento del mondo antico verso il computo. Ma a Firenze, nel Palazzo del popolo, assistiamo alla accettazione ferma di una figura che non ha né simmetrie né angoli noti, alla decisione di spezzare 840 in due parti che non hanno più un rapporto semplice tra loro (410 e 430), a beneficio della stabilità: il mondo gotico si sta staccando da queste pregiudiziali, di cui intravede l'insufficienza operativa, e avvia il lungo processo di separazione dalle proporzioni semplici (ovvero tra numeri piccoli e interi), alla ricerca di una maggiore aderenza alle leggi della natura. Nel Palazzo del popolo forse intravediamo l'architettura alle prese con i passi iniziali di questo processo.

## NOTE

1. J. Saramago, *L'assedio di Lisbona*, Bompiani, Milano, 1998; le frasi citate sono parte del dialogo che si svolge tra il revisore di bozze e l'editore proprio all'inizio del libro, dove si accenna alla questione se non uniformarsi alla aspettativa di perfezione di un disegno da parte del suo autore sia solo difetto o possa essere, in alternativa, differenza.

2. La forma trapezoidale, la posizione non assiale della torre, la irregolare distribuzione delle finestre sono le principali anomalie che vengono in genere imputate all'edificio; ad esse ho già dedicato uno studio (v. M. T. Bartoli, *Musso e non quadro, la strana forma*

*di Palazzo Vecchio a Firenze*, Firenze, Edifir, 2007), in cui ho cercato di spiegare il disegno con le logiche del disegno; in questo scritto provo a risalire a monte, ragionando sulle scelte costruttive che determinano i dati del disegno. Nel seguito di questo scritto ho deciso di chiamare Palazzo Vecchio con il nome che gli attribuisce il Villani nella sua Cronaca (Palazzo del popolo) perché nel tempo mi è parso più fortemente collegato al sentimento collettivo di appartenenza che ne ispirò la concezione, sentimento che la città nel passare dei secoli ha conservato, pur nelle alterne vicende del potere.

3. Piazza Santa Maria Novella fu disegnata a partire da tale triangolo, volendo con esso raggiungere una superficie predeterminata, ma non rettangolare; v. M. T. Bartoli, *Santa Maria Novella a Firenze*, Firenze, Edifir, 2009, pagg. 61-63.

Nel volume citato in nota 2, pagg. 26-27 è descritta la misura di superficie dello staioro e la sua origine da un rettangolo di  $50 \times 100$  braccia quadrate, diviso in 3 rettangoli di  $50 \times 33 = 1650$  brq, pari anche a 66 pertiche q, dove ogni pertica è  $5 \times 5 = 25$  braccia quadrate.

4. Giovanni Villani indica nel 1296 la data di inizio della edificazione della chiesa; Giorgio Vasari ne attribuisce il progetto ad Arnolfo. Il disegno che mostro del Sacratio e degli ambienti circostanti, è in parte frutto di rilievo da me direttamente compiuto, in parte tratto da rilievo gentilmente messo a disposizione dall'Opera Santa Croce.

5. v. M. T. Bartoli, *Il Candeliere di Massa Marittima*, in Emma Mandelli (a cura di), *Le mura di Massa Marittima, una doppia città fortificata*, Pacini, Pisa, 2009, pagg. 129-135.

6. Purtroppo non è possibile estendere l'analisi dalle superficie ai volumi, perché di nessuna delle torri sopravvissute fino a noi si può conoscere con certezza l'altezza originaria.

7. v. C. Boyer, *Storia della matematica*, Mondadori, 1990, ristampa 2009, pag. 300. Nulla sappiamo della vita di Giordano Nemorario, i cui riferimenti temporali dipendono dal fatto che due sue opere appaiono menzionate in un catalogo, datato tra il 1246 e il 1260, e che forse insegnò a Tolosa, la cui università fu fondata nel 1229 (v. M. Clagett, *La scienza della meccanica nel Medioevo*, Feltrinelli, Milano 1972, pagg. 91-92).

8. M. Clagett, *La scienza della meccanica ...*, pag. 125.

9. M. Clagett, *La scienza della meccanica ...*, pag. 132.

10. M. Clagett, *La scienza della meccanica ...*, pagg. 76-79; v. anche A. Djebbar, *Storia della scienza araba*, Cortina Ed., Milano, 2002.

11. M. Clagett, *La scienza della meccanica ...*, pag. 79.

12. v. F. Purini, *Comporre l'architettura*, Laterza, Bari, 2008, pag. 72.