

## Applicazione del filtraggio numerico e della compressione dei dati all'elaborazione di segnali E.C.G.

V. Cappellini, E. Del Re, A. Evangelisti

Istituto di Elettronica - Facoltà di Ingegneria  
Università degli Studi di Firenze - Via S. Marta 3 - Firenze

M. Pastorelli

Neolaureato in Ingegneria Elettronica

**Sommario.** Vengono illustrate tecniche di filtraggio numerico non ricorrente e ricorrente di tipo FIR (a fase lineare), particolarmente adatte alla elaborazione di segnali biomedici (E.C.G., E.E.G.). Sono anche descritte tecniche di compressione a previsione e con funzioni « spline » utili allo stesso scopo. Viene illustrato, anche con esempio di applicazione a segnali biomedici reali, l'interesse delle due tecniche singolarmente e specialmente in modo congiunto, una in cascata all'altra, per l'elaborazione di segnali biomedici.

### 1. Introduzione

L'elaborazione numerica dei segnali biomedici è di crescente interesse per diversi motivi: l'alta efficienza che può essere ottenuta; la possibilità di elaborare grandi quantità di dati con un solo sistema; il grande sviluppo dei circuiti digitali a larga scala e dei microcalcolatori-microelaboratori a costi decrescenti.

Di particolare interesse è l'applicazione di tecniche numeriche alla elaborazione di segnali di elettrocardiografia (E.C.G.) ed elettroencefalografia (E.E.G.).

In questo lavoro sono descritte delle tecniche di filtraggio numerico e compressione dei dati appositamente studiate per essere applicate alla elaborazione di questi segnali biomedici.

Con le tecniche di filtraggio numerico descritte si possono attenuare gli effetti del rumore e dei disturbi che solitamente si accompagnano al segnale utile. Al riguardo va tenuto presente che i disturbi e rumori che più frequentemente si riscontrano nelle registrazioni sono dovuti all'interferenza di segnali a 50 Hz (ed eventuali armoniche), per l'esistenza di un fenomeno di accoppiamento del sistema di misura con campi elettromagnetici circostanti (variabili appunto a 50 Hz) in pratica molto difficili da eliminare perchè dovuti alla rete stessa di alimentazione.

Si è, sovente, in presenza anche di rumori causati da potenziali mioelettrici indotti da eventuali movimenti del corpo del paziente, da variazioni di velocità degli apparecchi di registrazione, da rumore termico, da fenomeni di induzione con le linee di comunicazione ecc. In ogni caso si riesce, con vari accorgimenti, a limitare in parte, per lo meno in fase di registrazione, gli effetti di questi disturbi. Con l'impiego delle tecniche di filtraggio numerico si può ulteriormente migliorare — anche in misura notevole — il rapporto segnale-rumore come verrà mostrato più avanti. Ciò permette una più precisa e più obiettiva interpretazione del tracciato da parte del medico.

Inoltre un'opportuna preelaborazione del segnale, ed una sua rappresentazione in forma « compatta », diventa necessaria quando si voglia immagazzinare (memorizzare) il segnale stesso oppure trasmetterlo a distanza: si può in questo caso fare ricorso a delle

tecniche di compressione dei dati come quelle realizzate e descritte più avanti. L'uso delle tecniche di compressione è infatti molto interessante per ridurre, considerevolmente, la quantità di dati da trasmettere o memorizzare, eliminando i campioni ridondanti cioè non strettamente necessari in termini di contenuto informativo.

Con queste tecniche si può anche ottenere una riduzione della larghezza di banda richiesta per la trasmissione, attraverso gli usuali canali di comunicazione, dei restanti campioni, ridistribuendoli opportunamente nel tempo.

E' interessante considerare — come verrà fatto nel seguito — l'unione delle due tecniche di filtraggio numerico e compressione dei dati in cascata per esaminare l'efficienza globale risultante nella elaborazione di segnali biomedici ed in particolare E.C.G.

### 2. Tecniche di filtraggio numerico

Un filtro numerico può essere definito da una relazione del seguente tipo [1]

$$(1) \quad y_n = \sum_{k=0}^N a_k x_{n-k} - \sum_{k=1}^M b_k y_{n-k}$$

dove  $x_n$  e  $y_n$  sono, rispettivamente, i campioni d'ingresso e di uscita del segnale;  $a_k$  e  $b_k$  sono i coefficienti che definiscono il filtro;  $N$  e  $M$  sono due interi. Se tutti i  $b_k$  sono nulli, il filtro si dice « non ricorrente », altrimenti è detto « ricorrente ».

Il filtraggio numerico può essere vantaggiosamente impiegato per ridurre notevolmente i disturbi ed il rumore nei segnali E.C.G. ed E.E.G. cui abbiamo precedentemente accennato. Nel caso specifico di segnali E.C.G. è necessario impiegare filtri con fase rigorosamente lineare, per non introdurre sfasamenti tra le varie componenti spettrali del segnale in modo che la forma ed i ritardi relativi delle onde PQRST, fondamentali per la diagnosi, non siano alterati. Per questi motivi si sono realizzati filtri non ricorrenti e filtri ricorrenti con fase lineare.

Per quanto riguarda filtri non ricorrenti definiti dalla relazione (1) con tutti i  $b_k = 0$  si sono usati filtri a risposta impulsiva finita (FIR) progettati col metodo delle funzioni « finestra ». In particolare si



è usata la funzione di Cappellini [2] che assicura alta efficienza (praticamente la massima ottenibile con funzioni finestra per un ampio campo di risposte in frequenza richieste) [7].

Per quanto riguarda i filtri ricorrenti si sono realizzati dei filtri numerici passa-basso caratterizzati da un elevato grado di efficienza, peraltro variabile, e da notevole semplicità; tali filtri, realizzati in forma ricorrente, richiedono un piccolo numero di campioni (da tre a sette) d'ingresso e di uscita e sono caratterizzati da: fase esattamente lineare, coefficienti interi, ottima stabilità e precisione [3].

Il filtro passa-basso più semplice realizzato è espresso dalla relazione:

$$(2) \quad y_n = y_{n-1} - x_{n-3} + x_n$$

la cui funzione di trasferimento è

$$(3) \quad H(z) = \frac{1 - z^{-3}}{1 - z^{-1}} = \frac{1 - z^3}{z^2(1 - z)}$$

con un polo (sul cerchio unitario del piano  $z$ ) coincidente con uno zero (utile per la stabilità del filtro).

Si può inoltre dimostrare che la sua risposta impulsiva è finita (FIR) e simmetrica e pertanto la fase è lineare [3]. La sua frequenza di taglio  $f_c$  è di 83,3 Hz con una attenuazione fuori banda di 13,5 dB.

Un filtro più efficiente è quello definito dalla relazione

$$(4) \quad y_n = 3y_{n-1} - 3y_{n-2} + y_{n-3} - x_{n-9} + 3x_{n-6} - 3x_{n-3} + x_n$$

la cui funzione di trasferimento risulta

$$(5) \quad H(z) = \frac{(1 - z^{-3})^3}{(1 - z^{-1})^3} = \frac{(1 - z^3)^3}{(1 - z)^3 z^6}$$

con tre poli e tre zeri sul cerchio unitario. La frequenza di taglio  $f_c$  è ancora di 83,3 Hz con un'attenuazione fuori banda di 40,5 dB.

I due filtri sopra citati hanno la caratteristica, oltre a quelle riportate, di essere a coefficienti interi. Non esistono perciò, in questo caso, i problemi di stabilità e di variazione della risposta in frequenza ottenuta rispetto a quella teorica, dovuti all'arrotondamento dei coefficienti del filtro.

Per eliminare la componente a 50 Hz eventualmente presente nel segnale E.C.G. è stato realizzato un filtro a reiezione di banda centrato su 50 Hz e con larghezza di banda 1 Hz, definito dalla relazione

$$(6) \quad y_n = C_1 y_{n-1} + C_2 y_{n-2} + C_3 x_{n-1} + C_4 x_{n-2} + x_n$$

dove i valori dei coefficienti sono

$$C_1 = 0,6102$$

$$C_2 = -0,9750$$

$$C_3 = -0,6179$$

$$C_4 = 0,9997.$$

Le frequenze di taglio sopra indicate sono relative ad una frequenza di campionamento del segnale E.C.G. di 250 Hz.

Come confronto fra i filtri numerici non ricorrenti e ricorrenti sopra considerati si può osservare quanto segue: i filtri non ricorrenti hanno un numero di coefficienti più elevato rispetto a quelli ricorrenti e richiedono perciò tempi più lunghi di elaborazione; i filtri non ricorrenti possono però essere utili quando siano richieste alte attenuazioni fuori banda, per esempio superiori ai 40 dB, ed inoltre essi non presentano alcun problema di stabilità o sfasamento [7].

### 3. Tecniche di compressione dei dati

Fra i molti metodi di compressione di dati noti [4], si sono applicati metodi a previsione e con funzioni « spline ».

#### 3.1. Tecniche di compressione a previsione

Si sono realizzate tecniche di compressione a previsione ed applicato l'algoritmo di previsione di ordine zero (Z.O.P.) con apertura fluttuante, basato cioè sulla relazione

$$(7) \quad y_{pn} = y_{n-1} \pm \Delta$$

dove  $y_{pn}$  è il campione previsto all'istante  $n$ ,  $y_{n-1}$  è il campione precedente e  $\Delta$  è la tolleranza ammessa;  $y_{pn}$  è confrontato con il campione effettivo  $y_n$  all'istante  $n$  e quest'ultimo è eliminato se la loro differenza risulta essere compresa entro la tolleranza ammessa  $\Delta$ .

In particolare, per il segnale E.C.G., è stato definito un nuovo algoritmo Z.O.P. con due tolleranze  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$ , che ha mostrato una buona efficienza specialmente per i segnali preelaborati con i filtri numerici descritti precedentemente.

L'impiego delle due tolleranze  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  permette di ottenere un algoritmo di tipo « adattivo ». Il segnale presenta un tratto detto « isoelettrico », in cui, in genere, non si ha segnale utile derivante dall'attività cardiaca ma solo fluttuazioni dovute al rumore. Si è perciò adottata una tolleranza più alta  $\Delta_1$  intorno a tale tratto ed una tolleranza inferiore  $\Delta_2$  per le altre fasce del segnale che devono essere ricostruite con buona approssimazione e precisione. Si possono così ottenere dei rapporti di compressione elevati senza un'apprezzabile perdita d'informazione.

Naturalmente la  $\Delta_1$  non può essere troppo elevata perché si deve poter sempre rilevare la presenza (in condizioni patologiche) di onde  $P$  e di altre onde nel tratto « isoelettrico » suddetto.

#### 3.2. Tecniche di compressione con funzioni « spline »

Un secondo metodo di compressione applicato ai segnali E.C.G. è basato sull'approssimazione del segnale mediante funzioni « spline » di 1° grado, cioè di tipo lineare [5].

Queste possono essere definite nel modo seguente: una funzione spline  $S(x)$  ad  $m$  gradi di libertà e con i nodi  $x_1, x_2, \dots, x_n$  è una funzione definita sull'intero asse reale che ha le due seguenti proprietà:

- 1) in ciascun intervallo  $(x_i, x_{i+1})$  per  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  (dove  $x_0 = -\infty$  e  $x_{n+1} = +\infty$ )  $S(x)$  è data da un polinomio di grado uguale od inferiore ad  $m$ ;



2)  $S(x)$  e le sue derivate fino a quella di ordine  $m-1$  sono continue dovunque.

In questa applicazione sono state considerate le funzioni di 1° grado ( $m = 1$ ), cioè si è supposto di poter approssimare il segnale E.C.G. mediante una spezzata lineare. Il metodo è basato sull'ipotesi che il segnale E.C.G. disponibile  $y(t)$  sia costituito dalla somma di un segnale utile  $x(t)$  e di un rumore  $n(t)$  gaussiano, a media nulla e varianza costante. Inoltre deve essere nota o determinabile la varianza del rumore  $n(t)$ . Nel caso di segnali E.C.G. tale varianza è facilmente stimata, poiché nel segnale stesso è presente il cosiddetto tratto « isoelettrico », un tratto cioè, nel quale è presente solo il rumore  $n(t)$  e non il segnale utile derivante dall'attività cardiaca.

Considerati  $n_0$  campioni del segnale  $y(t)$  appartenenti a tale intervallo « isoelettrico », la varianza  $\sigma_{n_0}^2$  del rumore può essere stimata mediante l'espressione

$$(8) \quad \sigma_{n_0}^2 = \frac{1}{n_0 - 1} \sum_{i=1}^{n_0} y_i^2$$

(conviene scegliere  $n_0$  in modo che sia verificata la condizione che l'intervallo relativo agli  $n_0$  campioni comprenda un numero intero di cicli di 50 Hz).

Eseguita questa stima preliminare, il procedimento di approssimazione consiste nel determinare, secondo il criterio dei minimi quadrati, la migliore approssimazione lineare di  $n$  campioni consecutivi del segnale  $y(t)$  e nel calcolare successivamente la quantità

$$(9) \quad \sigma_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=k+1}^{k+n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

dove  $k+1$  e  $k+n$  sono gli istanti relativi al primo e all'ultimo degli  $n$  campioni  $y_i$  considerati e  $\hat{y}_i$  sono i rispettivi valori approssimati secondo il criterio sopra indicato.

Il rapporto  $\sigma_n^2 / \sigma_{n_0}^2$  può allora essere sfruttato come un utile criterio statistico per decidere se, nei punti  $k+1, \dots, k+n$ , il segnale  $y(t)$  è significativamente « diverso » dalla sua approssimazione lineare calcolata.

La variabile casuale  $\sigma_n^2 / \sigma_{n_0}^2$  ha una distribuzione di Fisher con  $(n-1, n_0-1)$  gradi di libertà. In altre parole il rapporto  $\sigma_n^2 / \sigma_{n_0}^2$  dà un criterio per verificare o meno l'ipotesi di linearità del segnale  $x(t)$  nell'intervallo  $(k+1, k+n)$ . Se questa ipotesi è verificata, il procedimento è ripetuto per gli  $n+1$  campioni  $y_{k+1}, \dots, y_{k+n+1}$  e così via finché l'approssimazione lineare non è più statisticamente giustificata. Se ciò accade quando sono considerati  $m$  campioni consecutivi  $y_{k+1}, \dots, y_{k+m}$ , solo i campioni  $y_{k+1}, \dots, y_{k+m-1}$  sono sostituiti dalla loro approssimazione lineare. Successivamente il procedimento si ripete considerando un nuovo blocco di  $n$  campioni (all'inizio  $n = 2$ ) a partire dal campione  $y_{k+m-1}$  ed imponendo la continuità dell'approssimazione in corrispondenza di questo campione.

E' da notare che in diversi casi questo metodo di compressione con le funzioni « spline » può essere utilmente applicato direttamente al segnale E.C.G. originale senza una preliminare operazione di filtraggio, poiché tale metodo tiene conto automaticamente del livello di rumore che accompagna il segnale. Questa applicazione si è dimostrata particolarmente efficiente nei casi in cui il livello di rumore che accompagna il segnale non è eccessivo.

#### 4. Esempi di applicazione delle tecniche di filtraggio numerico e compressione dei dati a segnali E.C.G.

Le tecniche sopra descritte di filtraggio numerico e compressione dei dati sono state estesamente applicate alla elaborazione di segnali biomedici ed in particolare di E.C.G. [6].

In fig. 1 sono mostrati i tracciati relativi ad un tratto di segnale E.C.G. ed alla sua elaborazione con filtri numerici ricorrenti descritti (vedi relazioni

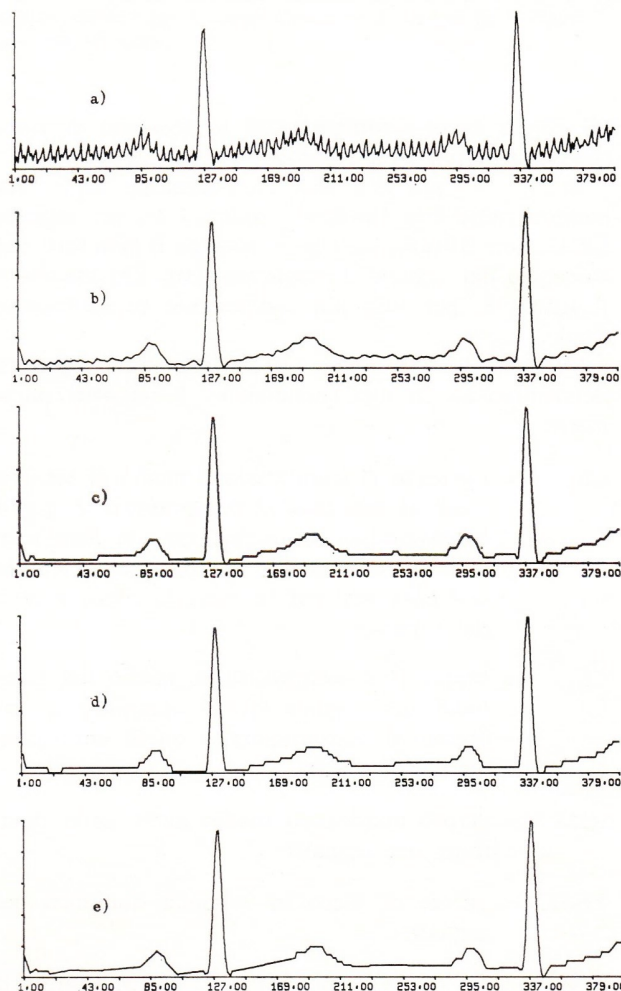


Fig. 1. - Esempio di applicazione di filtri numerici ricorrenti e compressione a previsione e con funzioni « spline » alla elaborazione di segnali E.C.G.: a) segnale originale, b) segnale filtrato con un filtro passa-basso (formula (5)) e con un filtro a reiezione di banda a 50 Hz, c) segnale dopo la compressione con un previsore ZOP con  $\Delta_1 = 3\%$  e  $\Delta_2 = 1\%$ , d) come in c) con  $\Delta_1 = 3\%$  e  $\Delta_2 = 2\%$ , e) segnale dopo la compressione con funzioni « spline ».



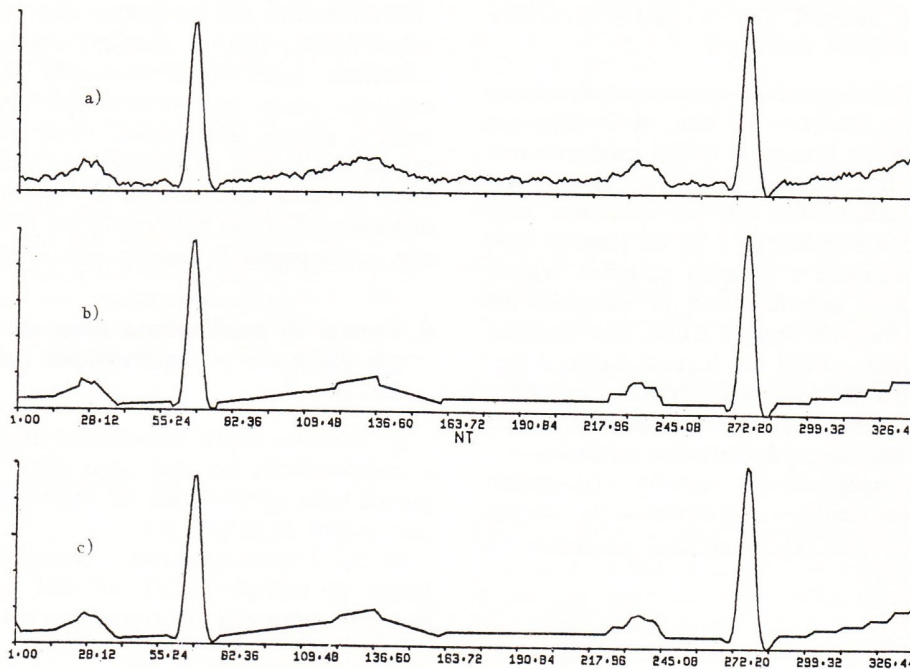


Fig. 2. - Esempio di applicazione della sola compressione con funzioni « spline » ad un segnale E.C.G. non prefiltrato: a) segnale originale, b) segnale dopo la compressione con funzioni « spline », c) segnale in b) ulteriormente filtrato mediante il filtro di formula (3) per una migliore presentazione.

(4) (6) e successivamente con le tecniche di compressione a previsione e con funzioni « spline ».

In fig. 2 è poi mostrata l'applicazione della sola compressione con funzioni « spline » ad un segnale E.C.G. non filtrato. La fig. 2c mostra il risultato del filtraggio del segnale decompresso (fig. 2b) mediante il filtro (3) per una più conveniente presentazione finale.

L'efficienza dei metodi descritti è stata valutata determinando, in ogni condizione, i seguenti parametri:

$CR_b$  = rapporto di compressione medio di bit (fra i bit in ingresso al compressore e quelli corrispondenti in uscita), dove si tiene conto anche dei dati di identificazione temporale necessari per la corretta ricostruzione del segnale;

$CR_c$  = rapporto di compressione medio dei campioni del segnale (tra i campioni in ingresso al compressore e quelli corrispondenti in uscita);

$RMS$  = errore quadratico medio in % della dinamica del segnale;

$PEAK$  = errore di picco in % della dinamica del segnale.

Nella tab. 1 sono riportati i valori sperimentali ottenuti per tali parametri dopo l'applicazione del filtraggio numerico e della compressione con precisione a due tolleranze, espresse in % della dinamica del segnale.

Nella tab. 2 sono riportati i valori sperimentali ottenuti per gli stessi parametri suddetti dopo l'ap-

TABELLA 1. - Risultati sperimentali ottenuti con l'applicazione del filtraggio e della compressione con algoritmo a previsione a due tolleranze.

$\Delta_1$	$\Delta_2$	$CR_b$	$CR_c$	$RMS$	$PEAK$
2	1	2,99	2,06	0,84	1,97
	3	4,27	2,94	1,17	2,97
	5	5,19	3,57	1,72	4,99
3	1	3,46	2,38	1,08	2,98
	2	4,54	3,12	1,12	2,98
	5	6,32	4,34	1,85	4,80
4	1	3,54	2,43	1,27	3,82
	2	5,19	3,57	1,63	3,82
	3	5,81	4,00	1,49	3,82
	5	7,09	4,87	2,08	4,99
5	1	3,68	2,53	1,43	4,60
	2	5,19	3,57	1,73	4,60
	3	5,93	4,08	1,69	4,60
10	1	4,04	2,77	2,96	9,10
	2	5,93	4,08	3,19	9,10
	3	7,45	5,12	3,34	9,10
	5	9,69	6,66	3,40	9,10

TABELLA 2. - Risultati sperimentali ottenuti con l'applicazione della compressione con funzioni « spline » ad un segnale non prefiltrato.

$CR_b$	$CR_c$	$RMS$	$PEAK$
2,78	2,34	0,55	1,73

plicazione della compressione con funzioni « spline » ad un tipico segnale E.C.G. non filtrato.

Come si vede dai risultati sperimentali ottenuti, il filtraggio numerico risulta effettivamente utile per ridurre l'entità dei disturbi e dei rumori, mentre le due tecniche di compressione (quella con previsione, molto conveniente dopo il filtraggio numerico, e quella con funzioni « spline », applicabile convenientemente anche sul segnale non filtrato) assicurano ottimi rapporti di compressione (con notevole riduzione della quantità di dati) con errori in genere trascurabili per una corretta diagnosi clinica.

*Il presente lavoro è stato svolto anche con contributi CNR (CT 77.00040.07).*

Manoscritto pervenuto il 22 gennaio 1979.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] A. V. OPPENHEIM, R. W. SCHAFER: *Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1975.
- [2] E. BORCHI, V. CAPPELLINI, P. L. EMILIANI: *A New Class of FIR Digital Filters Using a Weber-type Weighting Function*. « Alta Frequenza », vol. 44, p. 469.
- [3] P. A. LYNN: *Recursive Digital Filters for Biological Signals*. « Med. and Biol. Engin. », vol. 9, p. 37-43. Pergamon Press, 1971.
- [4] *Special issue on « Redundancy Reduction »*. « Proc. IEEE », vol. 55, n. 3, 1967.
- [5] T. N. E. GREVILLE, ed.: *Theory and Applications of Spline Functions*. New York, Academic Press, 1969.
- [6] V. CAPPELLINI, E. DEL RE, A. EVANGELISTI, M. PASTORELLI: *Application of Digital Filtering and Data Compression to E.C.G. Processing*. XI International Conference on Medical and Biological Engineering, Ottawa (Canada), 1976.
- [7] V. CAPPELLINI, A. G. CONSTANTINIDES, P. L. EMILIANI: *Digital Filters and Their Applications*. Academic Press, New York-London, 1978.