



DALLA DIDATTICA ALLA RICERCA

*Esperienze di studio
nell'ambito del dottorato*

**Scuola Nazionale di dottorato in
Scienze della Rappresentazione e del Rilievo
direttore *Emma Mandelli***

MATERIA E GEOMETRIA
SEZIONE DOTTORATO
16/2007

COLLANA DELLA SEZIONE
ARCHITETTURA E DISEGNO
DEL DIPARTIMENTO
DI PROGETTAZIONE DELL'ARCHITETTURA
DELL'UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Direttore:
EMMA MANDELLI

Consiglio di redazione:
M. TERESA BARTOLI MARCO BINI
ROBERTO MAESTRO ROBERTO CORAZZI

© copyright ALINEA EDITRICE S.r.l. - Firenze 2007
50144 Firenze, via Pierluigi da Palestrina, 17/19 rosso - Tel. 055/333428 - Fax. 055/331013

tutti i diritti sono riservati; nessuna parte può essere riprodotta in alcun modo
(compresi fotocopia e microfilms)

e-mail: ordini@alinea.it
info@alinea.it
<http://www.alinea.it>

ISBN

in copertina: restituzione 3D della cupoletta del portico della Cappella Pazzi
Elaborazione XXI Ciclo

Publicato con i fondi 2006 di dotazione d'Ateneo per il Dottorato di Ricerca
in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente.
Coordinatore e responsabile scientifico: Prof. Emma Mandelli

Comitato di redazione:
Emma Mandelli,
Gaia Lavoratti, Angela Pintore, Marta Salvatore

Traduzioni lingua inglese:
Andrea Caprara

Finito di stampare nell'aprile 2007

-

stampa:

DALLA DIDATTICA ALLA RICERCA

*Esperienze di studio
nell'ambito del dottorato*

A cura di *Emma Mandelli*

Scritti di:

Emma Mandelli

Maria Teresa Bartoli

Grazia Tucci

Giorgio Verdiani

Carlo Battini

Michela Bigagli

Angela Culcasi

Filippo Fantini

Massimo Gasperini

Gaia Lavoratti

Valentina Musto

Sandro Parrinello

Angela Pintore

Piero Salemi

Marta Salvatore

Michelangelo Tiefenthaler

Firenze, marzo 2007

Il numero 16/2007 della collana Materia e Geometria - Settore Dottorato, titolato "Dalla didattica alla ricerca", inaugura, e intende sviluppare, la pubblicazione di un quaderno annuale dedicato alle esperienze (didattiche e di ricerca) del dottorato in "Rilievo e rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente".

Il progetto di questa raccolta, che si auspica abbia la dovuta continuità nel tempo, dovrebbe riportare l'attenzione dei lettori interessati sui risultati parziali dei "problemi" che vengono affrontati, singolarmente o in maniera collettiva, dai giovani nel ciclo del dottorato. Trattasi di una sorta di osservatorio didattico nato con il desiderio non solo di rendere pubbliche le esperienze selezionate, ma anche di creare un luogo di riferimento per la verifica dei percorsi analitici e critici che i giovani svolgono in questo periodo di studio caratterizzato dall'approfondimento e specializzazione nell'ambito dell'area del "Disegno".

Nel primo numero il libro appare ancora nella forma sperimentale di semplice e spoglio repertorio delle esperienze formative compiute durante l'anno 2006 inizio 2007. I quattro capitoli del volume riportano le brevi ricerche svolte singolarmente dal XXI ciclo e XXII ciclo, e i primi risultati del Laboratorio di Rilievo Integrato svoltosi a Firenze dove compaiono gli elaborati che appartengono a tutti i partecipanti alle giornate della Scuola Nazionale di dottorato in "Scienze della Rappresentazione e del Rilievo", della quale fanno parte i due cicli. Ciascun capitolo ha un breve sommario in lingua inglese.

La gestione editoriale della Sezione Dottorato si presenta assai variegata nelle forme e nei contenuti, sono perciò già in discussione i futuri assetti della pubblicazione. Un primo proposito della redazione prevede la puntualizzazione dichiarata delle parti che compongono il libro. Infatti, grazie ai tempi di elaborazione pianificati, la rivista si potrà articolare in due parti che riguarderanno rispettivamente la didattica formativa e la ricerca. Studi questi ultimi che non includono le tesi di dottorato che fin dai primi cicli sono state pubblicate con un formato ad album ed una veste adeguati alle numerose immagini che accompagnano i testi.

Un secondo obbiettivo che si intende perseguire è l'inserimento dei risultati delle Giornate della Scuola, ovunque esse vengano svolte, per riportare in forma appropriata le attività seminariali e di laboratorio. Sarebbe questo il primo passo per la creazione di uno strumento critico con funzione di verifica e considerazione, non solo adeguato, ma necessario nel rafforzamento dei parametri oggettivi delle valutazioni comuni nella scuola.

Questa seconda finalità interessa perciò direttamente l'attività formativa della scuola, e suggerisce la possibilità di iniziare concretamente una pubblicazione che coinvolga tutti gli afferenti nazionali per una comparazione aperta e allargata.

Attualmente le intenzioni elencate sono ancora sotto forma di idee propositive, se daranno luogo ad una condivisione di intenti e ad un progetto attuabile sotto tutti gli aspetti, se ne potranno apprezzare i risultati nel prossimo numero di Materia e Geometria - Sezione Dottorato.

E.M.

INDICE

INTRODUZIONE

Emma Mandelli 9 Dalla didattica alla ricerca

ESPERIENZE DI RICERCA MONOGRAFICA

Carlo Battini 15 Strumenti di misura: rilevare e interpretare

Angela Culcasi 21 Gli ordini architettonici: memoria della realtà

Filippo Fantini 33 Modello e progetto

Massimo Gasperini 43 Gli acquedotti: architetture dell'acqua

Angela Pintore 51 Sicut in caelo et in terra

Marta Salvatore 63 Le geometrie del teatro latino di Vitruvio

75 Abstract

LABORATORIO DI RILIEVO INTEGRATO

Emma Mandelli 81 Il rilievo per "lo studio" dell'architettura monumentale

85 Scheda introduttiva

89 Tavole illustrative

NOTE E RIFLESSIONI SUL RILIEVO INTEGRATO

- Maria Teresa Bartoli* 101 Rilievo diretto e rilievo integrato
Grazia Tucci 103 Il rilievo topografico
Giorgio Verdiani 107 Rilievi integrati - rilievi ampliati

I MODELLI DELLA CUPOLA DEL PORTICO DELLA CAPPELLA PAZZI

- XXI Ciclo* 113 *I modelli* della cupola del portico della Cappella Pazzi
Massimo Gasperini 115 La cappella de' Pazzi in Santa Croce e il suo portico
Angela Culcasi 121 Brunelleschi: la visione centrale dell'architettura
Angela Pintore 133 Dalla nuvola di punti al modello geometrico
Marta Salvatore 141 Dal modello geometrico al modello matematico
Filippo Fantini 153 Superfici di suddivisione. Restituzione tridimensionale ed ottimizzazione delle geometrie
Carlo Battini 161 Bump, Displacement e Normal Map: metodologie di rappresentazione a confronto
169 Bibliografia
171 Abstract

**IPOTESI PRELIMINARI PER UNA RICERCA SULLA
VOLTA A OMBRELLO**

<i>XXII Ciclo</i>	175	Uno studio per la volta a ombrello della Cappella Pazzi a Firenze
<i>Michela Bigagli</i>	175	Cenni storici sulle volte a ombrello
<i>Gaia Lavoratti, Valentina Musto</i>	177	Ipotesi sulla genesi geometrica della volta a ombrello
<i>Piero Salemi</i>	178	Un caso particolare: le “creste vele” di Villarceau
<i>Michelangelo Tiefenthaler</i>	183	Per uno studio comparativo
<i>Sandro Parrinello</i>	185	La lanterna della Cappella Pazzi da un modello del Santo Sepolcro
	202	Abstract

**IPOSTESI PRELIMINARI PER UNA RICERCA
SULLA VOLTA A OMBRELLO**

XXII Ciclo

Schede di:

Michela Bigagli

Gaia Lavoratti

Valentina Musto

Sandro Parrinello

Piero Salemi

Michelangelo Tiefenthaler



UNO STUDIO PER LA VOLTA A OMBRELLO DELLA CAPPELLA PAZZI A FIRENZE

Dottorato di Ricerca XXII Ciclo

Tutor: Maria Teresa Bartoli, Carmela Crescenzi, Giuseppe Conti, Roberto Corazzi

Introduzione

Lo studio delle volte a ombrello che qui viene presentato è frutto di un approccio conoscitivo affrontato all'interno del XXII ciclo del Dottorato di Ricerca in "Rilievo e rappresentazione dell'architettura e dell'ambiente".

L'occasione di questo studio deriva dal rilievo realizzato con l'ausilio dello Laser Scanner della volta a ombrello della Cappella Pazzi in Santa Croce a Firenze, effettuato dai dottorandi del XXI ciclo all'interno della Scuola Nazionale di Dottorato "Scienze della rappresentazione e del rilievo".

L'intento è quello di proporre degli spunti per una ricerca più approfondita e non tanto quello di proporre conclusioni.

L'argomento viene analizzato sotto diverse angolazioni: inizialmente viene presentata una succinta introduzione nella quale si cerca di inquadrare la volta a ombrello all'interno dei principali movimenti storici dell'architettura, successivamente si esaminano varie ipotesi sulla genesi geometrica della volta. Questa analisi è stata lo spunto per il confronto con il rilievo della volta della Cappella Pazzi a Firenze, fornitoci dai dottorandi del XXI ciclo e ha permesso di formulare alcune ipotesi sulla geometria della volta a ombrello.

Infine la consultazione di saggi e critiche degli storici ha permesso un confronto tra la Cappella Pazzi e la Sagrestia Vecchia di San Lorenzo, opere entrambe di Brunelleschi.

Occasione questa per una successiva e più approfondita indagine e per un possibile dibattito su un argomento che ancora può essere motivo di ricerca in ambito sia geometrico, sia storico, sia costruttivo.

Cenni storici sulle volte a ombrello

Scheda di Michela Bigagli

Abbiamo qui l'intento di porre in evidenza come l'uso della volta a ombrello si manifesti all'interno dei principali movimenti storici dell'architettura, in periodi e luoghi diversi.

La storia di questi tipi di volte si inserisce nell'evoluzione delle volte e delle cupole in generale, coperture che, fino al cemento armato, costituivano l'unica possibilità di coprire grandi luci, interdette alle coperture piane in pietra o in laterizio.

Il procedimento costruttivo delle volte era noto forse anche ai Sumeri, certo era noto agli Egizi e alla Persia achemenide, e raggiunse con i Romani massima perfezione¹.

E' all'interno dell'architettura romana che troviamo i primi esempi di volta a ombrello; ricordiamo inoltre che dopo l'incendio del 64 d.C., che distrusse gran parte della città di Roma, si incentivarono tecniche costruttive che limitassero possibili incendi.

Tra gli esempi più importanti troviamo: il vestibolo della piazza d'Oro nella villa Adriana (fig. 1), il Serapaeum nella stessa villa (118-138), il ninfeo degli Horti Sallustiani (II-III sec.), il Planetario delle Terme di Diocleziano (II sec.) e la sala della Villa Liciniana, il cosiddetto tempio di Minerva Medica (fig. 2).

Le sopra citate opere, pur essendo definibili "volte a ombrello", non presentano un'identica forma o tipologia costruttiva.

Italo Gismondi, progettista del Planetario realizzato all'interno delle terme di Diocleziano nel 1927, a questo proposito scrive: "La singolarità del modo con cui essa è attuata nell'aula delle Terme Diocleziane sta nella struttura muraria... Questo siste-

ma costruttivo, di cui si sono qui riassunte le caratteristiche, è nel suo insieme molto simile a quello del cosiddetto tempio di Minerva Medica, ma è certamente più razionale e perfetto; sia per l'esplicita adozione della forma ad ombrello, appena larvata nella cupola della Minerva Medica, sia per la struttura robusta e piena delle nervature. Fra i due monumenti v'è il rapporto che corre tra il tentativo e la soluzione completa. Lo schema a scheletro indipendente dell'aula delle terme Diocleziane, ora così pienamente determinato, rappresenta, ormai sullo scorcio dell'impero, la padronanza ormai raggiunta da tutto il giuoco delle azioni e delle resistenze nella struttura a volta; è il prototipo delle volte lombarde e gotiche, delle grandi cupole del Rinascimento, dei moderni sistemi ad ossatura resistente in ferro od in cemento armato².

Queste soluzioni saranno successivamente sviluppate dall'architettura bizantina nella quale troviamo la chiesa di San Sergio e Bacco (527-535) a Istanbul (fig. 3). Fondata da Giustiniano nel suo primo anno di regno, questa chiesa presenta una pianta approssimativamente quadrata, entro la quale è inscritto un ottagono sormontato da una volta a ombrello. In questa, a differenza di quelle fino a ora analizzate, troviamo che le nervature hanno larghezza simile alle corde delle unghie; il risultato è una maggiore continuità tra i due elementi (le nervature e le unghie). Questo sistema sarà adottato in altre chiese bizantine. Sempre a Istanbul troviamo la chiesa di Santa Sofia (532-537) (fig. 4) che "indipendentemente dal fatto che la superficie sia un solido di rotazione a copertura dei costoloni o questi siano a rinforzo della stessa superficie, oppure unghie leggermente veloidiche, potrebbe essere definita volta a ombrello, rappresentando le volte a vela uno dei casi limite in cui la vela può essere definita a vela costolonata o crociera"³.

Nell'architettura armena, caratterizzata da una fiorente architettura in pietra locale, vi sono esempi notevoli di chiese a cupola, tra di essi la chiesa di Matehi a Teblisi in Giorgia con volta a ombrello del 1278⁴.

La cultura islamica, cultura che "assorbe e integra l'eredità ellenistica e bizantina in modo da riplasmare la tradizione classica mediterranea in uno stile unico e innovativo"⁵, eccelle nelle cupole a bulbo e ovoidi ma tra di esse troviamo anche esempi di volte a ombrello, tra gli esempi maggiori ricordiamo la calotta

posta a chiusura della sottostante volta ad archi intrecciati della Moschea di Ha Kam di Cordoba del 965 (fig. 5).

Nel periodo romanico e gotico troviamo il diffondersi di questo tipo di volta, esempi tra i più significativi sono il romanico maturo della cattedrale di Jaca e la cupola costolonata a ombrello della cattedrale di Zamora (fig. 6), ambedue in Spagna (1151-74); qui si può osservare come la tradizione araba si fonde con la tecnica costruttiva romana.

Importanti e numerosi sono gli esempi di volta a ombrello nella zona della Mosa e della Bassa Renania, tra di essi i resti del deambulatorio della abbazia di Heisterbach (fig. 7), architettura tardoromanica, "...presenta un deambulatorio su delicate colonne doppie, lungo il quale si apre una corona di profonde nicchie semicircolari".

Le ricche volte sono suddivise in calotte da rigonfiamenti "che a mal pena si possono definire costoloni: sono elementi che anticipano le soluzioni tardo gotiche della volta stellata e della volta a palma"⁶.

Importanti esempi di volta a ombrello sono le volte realizzate da Filippo Brunelleschi, all'interno della Sagrestia Vecchia in San Lorenzo (1421-28) (fig. 8) e nella Cappella dei Pazzi a Santa Croce (1430-59) ambedue a Firenze. Qui gli elementi che la compongono, sono fortemente evidenti, le creste diventano dei decisi costoloni in pietra serena, mentre le vele sono semplicemente intonacate, mettendo in risalto il disegno geometrico da cui sono generate.

Certamente queste vele nascono dall'attenta osservazione delle architetture romane e medievali, a tale fine è interessante ricordare come il Vasari descrive nella "Vita di Filippo Brunelleschi, scultore et architetto" il viaggio che il Brunelleschi fece a Roma "...furono insieme Filippo e Donato, e risolverono insieme partirsi di Fiorenza et a Roma star qualche anno, per attender Filippo all'architettura... Ne lasciarono luogo che eglino et in Roma e fuori in campagna, non vedessimo e non misurrassino tutto quello che potevano avere che fosse buono"⁷. Ricordiamo inoltre come forte era, in quegli anni, il dibattito su come realizzare la cupola di Santa Maria del Fiore, soluzione che verrà data da Brunelleschi stesso. Possiamo dunque supporre che le cupole fossero oggetto di un 'attento studio durante il viaggio romano⁸.

Tra le ultime elaborazioni di questa tipologia è da ritenersi la volta di S. Ivo alla Sapienza (figg. 9 e 10) del Borromini “...copertura questa che è caratterizzata dall’intersezione degli spicchi torici di estradosso e intradosso, e quindi superfici concave e convesse, é presente nella Villa Adriana di Tivoli, nella sala delle piccole terme. In Sant’Ivo si trova la struttura compatta delle prime architetture classiche: le paraste angolari, proseguendo l’impianto planimetrico della copertura, raccordando gli spicchi velici divenendo coste”⁹.

Dopo il Sant’Ivo sopra illustrato, non si riscontrano importanti realizzazioni con la volta a ombrello; troviamo invece diversi studi in disegni e schizzi, tra i quali ricordiamo il disegno di Santa Chiara a Vercelli da B. A. VITTONI, *Istruzioni Diverse*, 1776, architettura tardo barocca (fig. 11).

Di epoca successiva è il disegno che rappresenta il primo progetto del cosiddetto Hofpavillon (1896) di Otto Wagner (fig. 12).

Ipotesi sulla genesi geometrica della volta a ombrello

Scheda di Gaia Lavoratti e Valentina Musto

Volendo dare una definizione geometrica, la volta a ombrello può essere considerata come “una superficie composta generata dall’intersezione di unghie atte a coprire ambienti circolari o poligonali”¹⁰.

Tra i possibili criteri di classificazione delle volte se ne possono esaminare due che tengono in considerazione alcuni aspetti principali: i fattori tecnico strutturali, suddivisi a loro volta secondo i materiali utilizzati e lo spessore della volta, e la genesi geometrica delle forme, semplici o composte¹¹.

Queste due modalità d’indagine, nonostante possano apparire slegate e talvolta in contrasto, in realtà risultano strettamente correlate fino a legittimarsi tra di loro.

Volendo giustificare la geometria in base ai criteri costruttivi, si può ipotizzare di assumere i piani di allettamento dei mattoni come ipotetici piani di sezione a cui fare appartenere gli archi generatori (verticali, orizzontali o obliqui) delle “vele” della volta a ombrello.

Nella geometria della volta a ombrello i costoloni, qualora siano presenti, possono assumere qualsiasi disegno, in relazione al quale

può variare la configurazione delle “vele”, sulla quale è importante focalizzare l’attenzione.

Per restringere il campo di ricerca ai casi più confrontabili con la reale geometria della volta a ombrello della Cappella Pazzi, oggetto di studio, si pongono alcune condizioni di partenza:

- i costoloni sono considerati archi di circonferenza appartenenti alla stessa emisferica;

- la volta è divisa in dodici parti tutte uguali;

- le dodici “unghie” sono a doppia curvatura.

È stata analizzata la geometria di una singola “vela” ipotizzando una genesi a due archi direttori (i soli spigoli della “vela”) o tre archi direttori (gli spigoli e la linea di chiave della “vela”); il terzo arco direttore, che a sua volta potrebbe avere una qualunque geometria, nelle ipotesi valutate è stato assunto come arco di circonferenza.

Su ogni ipotetico piano sezionante, verticale, orizzontale o obliquo, (assimilabile al piano di allettamento dei mattoni) è stato individuato un profilo generatore costituito da un arco di cerchio a raggio costante o variabile¹².

La casistica esaminata prendendo in considerazione archi generatori a curvatura costante o variabile può essere così schematizzata:

1. **Piani verticali:** vengono ipotizzati piani verticali perpendicolari al piano d’imposta (fig. 13);
2. **Piani orizzontali:** vengono ipotizzati piani orizzontali paralleli al piano d’imposta (fig. 13);
3. **Piani obliqui:** vengono ipotizzati piani obliqui con possibile asse di rotazione parallelo alle corde degli archi direttori e appartenente al piano d’imposta (rialzato, ribassato o passante per il centro degli archi direttori).
 - 3.1 **diametrali:** l’asse di rotazione appartiene al piano d’imposta e passa per il centro degli archi direttori (fig. 13);
All’interno della famiglia appena presa in esame si possono distinguere due casi particolari:
 - 3.1.1 **Inclinazione variabile:** si ipotizza che il piano di giacitura dei mattoni non coincida con la corda determinata dal piano obliquo, ma abbia un’inclinazione variabile rispetto ad essa (fig. 14);
 - 3.1.2 **Inclinazione a 30°:** si ipotizza che il piano di giacitura dei mattoni coincida con il piano obliquo fino ad un’in-

clinazione di 30° e poi proceda parallelamente ad esso (fig. 14);

- 3.2 con centro sull'asse: l'asse di rotazione interseca quello della sfera ad una quota variabile ed è parallelo al piano d'imposta. Nel caso in esame l'intersezione fra i due assi è ribassata di un quarto del diametro (fig. 14);
- 3.3 polari: teoricamente l'asse di rotazione appartiene al piano contenente l'antipolo della sfera generata da due archi direttori (fig. 15).

Un caso particolare: le “*creste vele*” di Villarceau

Scheda di Piero Salemi

Il caso più interessante presente nella casistica della genesi delle cupole ad ombrello è sicuramente quello relativo alla vela torica. L'interesse scaturisce in primo luogo dalla constatazione secondo cui la vela torica rientra nella casistica di vela a due direttrici a cerchio costante ed è allo stesso tempo classificabile come superficie di rotazione; la circostanza che ne rimarca ulteriormente la particolarità è che esso rientra anche nel caso di vela a tre direttrici circolari a cerchio costante.

Quest'ultima affermazione si presenta in prima analisi come un controsenso, un ossimoro, dato che in generale la vela a tre direttrici non è mai anche a cerchio costante; viceversa dimostreremo, e si verifica nell'applicazione pratica, che è possibile costruire una “*cresta vela*” in cui sia la sezione in chiave che i costoloni sono archi di circonferenza. Questa peculiarità di per se sorprendente si sposa con la condizione secondo cui la superficie è un toro generato da una circonferenza il cui diametro dipende dal numero di vele della cupola.

La dimostrazione che è possibile costruire una “*cresta vela*” a tre direttrici circolari è fornita dal teorema di Antoine-Joseph Yvon Villarceau (1813-1883) il quale attesta (fig. 16) che per ogni punto di un toro è possibile condurre quattro piani le cui sezioni sono delle circonferenze; due di queste sono di semplice determinazione e di facile intuizione, visto che sono proprio quelle che individuano un meridiano e un parallelo del toro¹³; le altre due sezioni circolari sono appunto dette circonferenze di Villarceau, e nel caso delle vele ad ombrello toriche (che d'ora in poi chiameremo “*creste vele*” di Villarceau) sono rappre-

sentate proprio dai costoloni la cui semplice determinazione spiegheremo in seguito.

La circonferenza \hat{u} di raggio R e di centro C su cui si imposta la cupola e il lato AB del poligono di n lati ad essa inscritto, che dichiara il numero delle “*creste vele*” di cui si compone la cupola, sono i dati di partenza per la costruzione della volta di Villarceau; posto il vertice V ad una distanza pari al raggio R della circonferenza \hat{u} , gli interassi dei costoloni sono sezioni diametrali di una sfera di raggio R e di centro C di cui \hat{u} è una circonferenza massima; inoltre, il cerchio generatore \ddot{e} della superficie torica ha come diametro la misura del lato AB .

L'ultimo parametro che occorre determinare è la posizione del centro O del toro; a tal proposito, la prima cosa da dire è che il punto O si trova sull'asse verticale della cupola ma non coincide mai con il centro C del cerchio di imposta \hat{u} .

Possiamo dimostrare in modo intuitivo che la distanza OC tra il centro C della sfera e il centro O del toro è pari alla metà del lato AB , e cioè al raggio r del cerchio generatore \ddot{e} (fig. 17).

Posto che sia assegnata una circonferenza di Villarceau, ovvero sia un costolone della cupola, sappiamo di sicuro che essa passa per 6 punti notevoli del toro; essi sono: il vertice V_2 , il punto V_1 , A , il vertice del poligono di base opposto ad A , K_1 e K_2 ; di tutti questi a noi interessano in particolare i punti V_1 e V_2 , dato che rappresentano rispettivamente il vertice della cupola, nonché intersezione dell'asse della cupola con la circonferenza equatoriale del toro, e il punto di intersezione dell'asse della cupola con la circonferenza di gola del toro.

La considerazione che ci permette di individuare V_1 e V_2 è banale: essi sono in posizione simmetrica rispetto al centro \hat{C} (dato che sono gli estremi di un diametro della sfera inscritta).

Il passo successivo è di disporre sempre sull'asse della cupola a partire dal punto V_1 e dalla parte opposta a C la misura $d=AB$ del diametro del cerchio generatore \ddot{e} ottenendo in questo modo il punto J . Per ovvie considerazioni la distanza tra i punti V_2 e J , ovvero la misura $2R+d$, è uguale al diametro del cerchio equatoriale del toro¹⁴: è perciò ovvio concludere, come ci eravamo proposti sin dall'inizio di dimostrare, che la metà di questo valore è pari a $R+r$.

Come è noto una superficie torica è una superficie di rotazione il cui asse appartiene al medesimo piano della sua circonferenza-

za generatrice. Preso un piano δ condotto per il centro O del toro, esistono due circonferenze generatrici ϵ appartenenti al piano medesimo.

Ora, consideriamo una retta v (l'asse della cupola) perpendicolare al piano δ ; delle infinite sezioni dei piani del fascio che è possibile condurre per la retta v , solo quelli tangenti alle circonferenze generatrici prese su δ sono delle circonferenze (interasse dei costoloni).

Come abbiamo dimostrato in precedenza, il piano di imposta ω della cupola deve essere posto sull'asse della cupola, ad una distanza pari al raggio del cerchio generatore ϵ ; supposto che siano δ e ω tra loro paralleli, è evidente che ciascuno di questi due piani deve intersecare il piano δ e il piano ω secondo due rette m e t tra loro parallele: la retta t deve passare per i punti di tangenza $K1$ e $K2$ e la retta m deve contenere un estremo del lato AB del poligono di n lati (figg. 17 e 18).

La dimostrazione del fatto che la circonferenza di *Villarceau* (gli interassi dei costoloni) passa per i punti K sul piano δ e per uno degli estremi del lato AB diventa evidente osservando la figura 18; nell'immagine il piano δ è rappresentato frontalmente, e si può notare che la circonferenza λ tangente la retta t in k ha il diametro pari al lato AB del poligono.

Il toro si dimostra una figura molto versatile: possiamo costruire una cupola ad ombrello di lato qualsiasi; se portiamo, poi, all'eccesso questa sua versatilità, possiamo impostare la cupola su un poligono irregolare per ottenere una cupola le cui singole vele siano una diversa dall'altra.

Naturalmente la trattazione completa e l'approfondimento di una casistica che tenga conto di tutte queste varianti esula dal compito richiesto per questo articolo; ci preme solo rilevare il caso di una cupola di *Villarceau* ottenuta su pianta quadrata.

Una cupola del genere non può che rientrare nel genere delle volte a crociera; infatti è possibile individuare delle accezioni del termine che si discostano in vario modo dalla definizione classica di volta a crociera: per esempio, nella variante più semplice l'unghia di una volta a crociera può essere determinata da una retta direttrice inclinata rispetto al piano di imposta (quindi le volte a botte delle singole unghie sono rampanti); oppure, le unghie possono essere determinate dal movimento di una generatrice curva che scorre lungo due direttrici curve, pre-

sentando, in rari esempi, una ricaduta in corrispondenza della chiave di volta.

Segnaliamo, ora, un diverso aspetto di questo argomento che denota un alto interesse scientifico e che in un certo senso mette a "rischio" la definizione di superficie torica che noi stessi abbiamo fornito.

Diciamo subito, e questa è una cosa che sorprenderà molti, che una superficie torica può essere generata dalla rotazione di una circonferenza posta obliquamente rispetto all'asse di rotazione (fig. 19).

Possiamo chiarire questa asserzione se diciamo che per ogni punto della superficie torica devono passare due circonferenze di *Villarceau*; dunque la superficie torica è doppiamente coperta senza strappi e senza lacune da due schiere di circonferenze di *Villarceau*: queste schiere si ottengono facendo ruotare di 360° (fig. 19 c) le circonferenze generatrici di *Villarceau*.

Per queste motivazioni si può concludere che la medesima superficie torica può essere generata indifferentemente facendo ruotare rispetto allo stesso asse: o una circonferenza il cui piano di appartenenza passa per l'asse; o una circonferenza di *Villarceau*. È opportuno far notare che una superficie torica da un punto di vista topologico è composta di una parte di punti a curvatura gaussiana positiva (la parte a punti ellittici) e di una parte di punti a curvatura gaussiana negativa (la parte a punti iperbolici); ciò equivale a dire che ci sono punti della circonferenza generatrice, in particolare una semicirconferenza, che durante la rotazione originano la parte a punti ellittici e la seconda metà della circonferenza che determina la parte a punti iperbolici. I punti di giunzione delle due metà sono proprio i punti A e B della "Cresta Vela" di *Villarceau* che durante la loro rotazione determinano le curve paraboliche, ovverosia i punti della superficie a curvatura gaussiana nulla che separano la parte a punti ellittici dalla parte a punti iperbolici. Nella figura 19 a abbiamo voluto mettere in evidenza le curve paraboliche generate dai punti A e B durante la rotazione del cerchio di *Villarceau* ma anche il cerchio di gola e il cerchio equatoriale generato dal vertice V_2 e V_1 della "Cresta Vela" di *Villarceau*. La figura 19 b mostra una rappresentazione singolare di una superficie torica ottenuta facendo ruotare di un angolo piatto una circonferenza di *Villarceau*.

Questa proprietà delle circonferenze di *Villarceau* di essere generatrici della superficie torica non può essere riversata su qualsiasi circonferenza; cioè, concludiamo che presa una circonferenza qualsiasi esiste solo un asse di rotazione posto obliquamente rispetto al piano della circonferenza tale che la superficie ottenuta sia un il toro cercato.

Per la soluzione di questo problema proponiamo la costruzione illustrata nella figura 19 a.

Data una circonferenza ω qualsiasi di centro \mathbf{C} e raggio \mathbf{R} e posto che sia \mathbf{r} il raggio della circonferenza generatrice, si individua \mathbf{O} (centro del toro) misurando \mathbf{r} a partire da \mathbf{C} su un raggio qualsiasi della circonferenza ω . Per \mathbf{C} e per \mathbf{O} si traccino le perpendicolari al raggio di ω su cui si è disteso \mathbf{r} . In particolare la retta \mathbf{t} condotta per \mathbf{O} interseca la circonferenza ω in \mathbf{k} ; sulla perpendicolare alla retta \mathbf{t} dal punto \mathbf{k} si riporta \mathbf{r} individuando \mathbf{O}_1 . Ora, si tracci da \mathbf{O} la retta perpendicolare alla retta condotta per i punti \mathbf{O} e \mathbf{O}_1 individuando l'angolo φ che questa retta forma con la retta \mathbf{t} ; φ è l'angolo che l'asse di rotazione appartenente ad un piano condotto per \mathbf{t} e perpendicolare al piano della circonferenza di *Villarceau* forma sempre con \mathbf{t} .

L'esame scrupoloso che ha riguardato la genesi delle cupole ad ombrello ci ha condotto ad individuare una casistica e le varie modalità secondo cui è stato possibile individuare geometrie che rientrano sotto la definizione di volte ad ombrello; come già detto in precedenza, abbiamo potuto individuare veri e propri criteri per lo sviluppo di queste ipotesi.

Questa parte che precede lo studio della genesi della cupola ad ombrello della Cappella Pazzi ci ha fornito uno strumento di analisi idoneo e allo stesso tempo ci ha permesso di affrontare questo stadio in modo analitico, sistematico e liberi da congetture. Nel primo tentativo di abbinare un modello che calzasse, tra tutti i casi contemplati nella tabella riassuntiva delle "creste vele", è stato subito possibile scartare quei modelli incompatibili per forma con il modello geometrico della cupola in esame; per esempio (fig. 20), il caso di volta a generatrice costante che scorre su piani verticali lungo due direttrici circolari è stato subito scartato perché non ci sarebbe continuità tra le superfici delle vele che terminano secondo una curva piana e le tamponature laterali che sono porzioni di cilindro.

Nella fase seguente, per uno studio a nostro avviso più proficuo, sono stati prediletti tre esempi su tutti; essi sono: le creste di *Villarceau*, del quale abbiamo già indagato esaurientemente nelle pagine precedenti le sue notevoli e interessanti proprietà; il caso della "cresta vela" a due direttrici a semicerchio variabile secondo piani diretti verso il centro della circonferenza di imposta; e, infine, il caso della vela ottenuta attraverso l'uso del Calandrino¹⁵ squadra zoppa, suggerito dalla Prof. Maria Teresa Bartoli, che rientra tra i casi ottenuti secondo un criterio di una metodologia costruttiva (fig. 28).

Per poter verificare la compatibilità delle nostre ipotesi con il modello reale ci è stato fornito un modello della cupola di superfici mesh desunto da una nuvola di punti rilevati da Laser Scanner.

Premesso che la densità dei punti del modello non era idonea a questo tipo di rilievo, premesso che di per sé esiste una ovvia discrepanza tra il modello reale e il modello geometrico¹⁶ teorico, premesso che il modello mesh non è georeferenziato, è comunque stato necessario determinare nel modo più scrupoloso possibile l'asse di simmetria della cupola.

Un elemento che invece abbiamo assunto per noto è il piano di imposta della cupola che abbiamo verificato essere in corrispondenza del livello del cornicione.

L'elemento su cui abbiamo fatto maggiore affidamento per ottenere l'asse e il centro della cupola è stato proprio il cornicione; ottenute delle sezioni orizzontali approssimabili a delle circonferenze, abbiamo determinato una sorta di media statistica dei loro centri, ottenendo un punto di passaggio dell'asse della cupola.

Determinati questi elementi fondamentali, lo studio sul modello è stato affrontato in maniera mirata, e non casuale; abbiamo proceduto operando delle sezioni (fig. 26) con dei piani opportunamente inclinati in modo da verificare la corrispondenza con ciascuna delle ipotesi affrontate nello studio della fase precedente.

Quindi, ammesso che si fosse in possesso di una superficie geometricamente perfetta, liscia e priva di lacune, è necessario dire che sezioni casuali, e non mirate, non producono alcun esito o riscontro di sorta: questa è anche la ragione per cui abbiamo scartato in partenza l'idea consigliata di utilizzare come

strumento di indagine lo studio delle sezioni che una sfera produce secondo movimenti casuali con la superficie oggetto di analisi; infatti, di per sé, anche le sezioni mirate ottenute sul modello non forniscono indicazioni sufficientemente precise tanto da poter appoggiare l'una o l'altra ipotesi¹⁷.

Possiamo quindi dire che lo studio si è svolto in due direzioni: l'approfondimento di alcuni esempi della casistica della tipologia delle cupole ad ombrello e lo studio del modello mesh della cupola della cappella Pazzi. Questa seconda parte, e cioè lo studio del modello mesh, si è concretizzata nella determinazione e poi lo studio di sezioni mirate, ovvero sezioni ottenute per punti notevoli come il centro della cupola, il polo della sfera iscritta (emulando una sorta di proiezione stereografica), oppure sezioni ottenute secondo: piani verticali condotti per l'asse verticale della cupola; piani verticali paralleli al lato del dodecagono; piani orizzontali; piani obliqui, etc. .

Lo studio sistematico si è concentrato in particolare su una vela presa ad esempio; in particolare è stato necessario produrre una proiezione del profilo, ovvero una sezione di chiave della vela. Anche in questo caso è stata necessaria una fase preliminare di orientamento poiché la precisione del risultato è dipesa dall'esattezza della direzione della visuale da cui si è proiettata la vela. La proiezione del profilo, superata questa fase di impostazione della vista, ci ha fornito una buona base di paragone con i vari modelli delle ipotesi elaborate in precedenza. L'osservazione del profilo ha messo in evidenza una componente che è stata molto dibattuta; cioè, si nota una "ricaduta" del profilo. La spiegazione oggettiva di tale "anomalia" è ascrivibile a due fattori: il primo è la sezione del costolone che si collega in cima con quello adiacente¹⁸; il secondo fattore è la discrepanza tra le geometrie dichiarate nel modello teorico di progetto e quelle realizzate in fase esecutiva.

Un esempio che chiarisce questa asserzione riguarda l'ipotesi della vela costruita secondo il criterio costruttivo del Calandrino a tre corde; infatti, dato che si dimostra che in un qualsiasi modello teorico della cupola in cui si preveda sia l'ingombro dei costoloni che l'oculo in corrispondenza della lanterna, l'asse geometrico di ogni singola vela non coincide più con l'asse geometrico della cupola e dato che questo strumento necessita di restare sempre teso e vincolato al centro della cupola, è plausi-

bile pensare che in fase esecutiva, per una questione di praticità, il centro dello strumento sia sempre restato fisso in corrispondenza del centro della cupola creando così, appunto, la ricaduta che abbiamo osservato.

Prima di giungere alle fasi conclusive e alla descrizione dell'esito finale della comparazione tra il modello mesh della cupola reale e i modelli realizzati sulla base delle ipotesi geometriche fatte sopra, vogliamo precisare con degli esempi quanto si diceva a proposito della difficoltà di dare una interpretazione oggettiva alle sezioni mirate fatte sul modello. Infatti, premesso che l'ipotesi più plausibile (perché più agevole dal punto di vista esecutivo) che lega tutti i casi discussi è sempre relativa ad una generatrice circolare¹⁹, e visto che lo scopo di operare una sezione è di verificare e di dimostrare che quella sezione sia un arco di cerchio che verifichi una ipotesi, il sistema "decade" nel momento in cui²⁰ la scelta dei tre punti della sezione tali da tracciare una circonferenza che combaci con la sezione è arbitraria tanto da rendere quasi sempre possibile tale operazione. Per esempio, nel tentativo di verificare l'ipotesi verso cui inizialmente ci siamo protesi per via della forma del profilo (caratteristica del cambio di curvatura della sezione in chiave) simile a quella da noi riscontrata sul modello reale, della "cresta vela" a due direttrici a semicerchio variabile, sono state operate una serie di sezioni (fig. 26) che sono approssimabili a degli archi di circonferenza.

Il risultato è significativo ma la conferma finale non ha dato esito positivo.

Per aggiungere una chiarificazione esaustiva possiamo aggiungere che la mesh a nostra disposizione presenta una rarefazione più accentuata in corrispondenza dell'attaccatura della vela con il costolone a causa della forte inclinazione con cui in quelle zone i raggi laser dello scanner hanno raggiunto la superficie da scansionare producendo delle "falle"; per questo motivo, la scelta dei tre punti, che in precedenza dicevamo arbitraria, si doveva limitare ad una zona più centrale della sezione ad una distanza cospicua dai costoloni.

Giungiamo così ad una fase finale del nostro lavoro che culmina nella ricostruzione dei modelli geometrici virtuali dei casi presi ad esempio già elencati sopra. È necessario dire che la ricostruzione e la modellazione delle geometrie deve essere rigoro-

sa e quindi in un certo senso si deve emancipare dal oggetto reale che si vuole emulare, perché di questo non potrà ereditare quelle imperfezioni dovute a materiale, lavorazione, assestamenti, difetti di costruzione, etc.

La difficoltà degna di essere menzionata che si riscontra nella modellazione è la determinazione della superficie della vela in modo che ricalchi esattamente la geometria immaginata.

È d'obbligo dire che ci sono alcuni esempi che, in questo senso, risultano più adatti; in generale, è più semplice, e offre una resa migliore, una superficie di estrusione o di rotazione.

Quindi tutti gli esempi di geometrie di vele a cerchio costante presentano questo vantaggio poiché è sufficiente, per operare questo comando, individuare una curva di percorso della estrusione, per esempio la curva luogo geometrico dei centri delle circonferenze (fig. 20)²¹.

Le difficoltà maggiori si presentano nei casi di geometrie a cerchio variabile; infatti, un programma di modellazione 3D come, per esempio, Rhinoceros, per eludere questo problema mette a disposizione il comando *sweep a 2 binari* (fig. 21): le superfici determinate in questo modo si approssimano quanto vogliamo al risultato desiderato ma è sempre bene verificarne l'esattezza operando delle opportune sezioni.

Quindi, superate le inevitabili difficoltà legate alla necessità di sottomettere il calcolatore al fine di ottenere le geometrie desiderate, modellate le vele delle tre ipotesi geometriche, costruiti i costoloni e l'oculo centrale in corrispondenza del lucernario, sono state ottenute le cupole con i dodici spicchi.

L'ultima operazione di modellazione è stata di determinare un cilindro la cui base circolare fosse coincidente con la circonferenza che circonda il dodecagono di base (fig. 22) e tagliare/sottrarre le porzioni di vele sporgenti oltre il perimetro del cilindro.

Completati i tre modelli virtuali, siamo passati alla fase della comparazione con il modello mesh; a questo scopo il primo passo è quello di scalare i tre modelli costruiti nella stessa scala del modello mesh.

Per prima cosa i modelli sono stati sovrapposti alla mesh in modo che i rispettivi piani di imposta e gli assi verticali coincidessero; poi sono stati anche orientati (col comando ruota 3D) in modo da far coincidere i costoloni. Prima di scalare è stato

sufficiente ottenere un riferimento certo che fosse presente costantemente nei tre modelli ma che fosse anche misurabile nel modello mesh.

È bene ricordare che il modello mesh è privo della prima parte di imposta poiché il cornicione, in fase di rilievo, a causa del suo oggetto (e in funzione del punto di stazione basso del Laser Scanner) ha occluso la presa di quei punti.

Questa circostanza ci impedisce di utilizzare come riferimento le misure più ovvie: il diametro della circonferenza di imposta (ovvero la distanza tra due vertici opposti del dodecagono), il lato del dodecagono di base. Ugualmente non è altrettanto ovvio pensare di poter utilizzare il diametro del cornicione dato che questo indica il piano di imposta, ma non la misura del diametro di imposta; né la misura di due facce opposte delle tamponature verticali delle vele che dovrebbero indicare sempre la misura del diametro del cerchio di imposta della cupola (ovvero il diametro del cilindro di fig. 22), dato che il modello mesh restituisce metà cupola.

In base a queste considerazioni, l'unico elemento di riferimento possibile è l'altezza della cupola misurata sull'asse verticale a partire dal piano di imposta fino al livello più alto raggiunto dai costoloni; quindi, scalati i modellini e operati piccoli spostamenti per calibrare e garantire la migliore sovrapposizione, è stato possibile apprezzare visivamente quale dei tre modelli combaciasse meglio col modello mesh.

Il risultato non ha lasciato dubbi di sorta; la sovrapposizione con i modelli relativi la genesi a due generatrici e cerchio variabile e la genesi ottenuta con il criterio costruttivo del calandrino o squadra zoppa (o mobile) non ha prodotto alcun risultato, dal momento che si rendono visibili "scollature" notevoli tra le parti dei due modelli sovrapposti tali da scartare del tutto queste ipotesi (figg. 29 a e 29 b).

Uno dei tre, l'ipotesi delle "Creste Vele" di Villarceau, invece, ha sortito esiti più che accettabili per uno studio e un approfondimento futuro teso a indagare più nel dettaglio e in modo puntuale questa genesi geometrica (fig. 23).

La rappresentazione della figura 27 mostra una immagine dal basso in vista ortogonale al piano di imposta delle cupole sovrapposte che, a nostro avviso, comunica bene il proposito e il risultato raggiunto.

Per uno studio comparativo

Scheda di Michelangelo Tiefenthaler

La Cappella de' Pazzi ha una storia costruttiva prolungata e complessa la cui analisi non è tra le più semplici, però la critica ci viene in aiuto con una vasta e consolidata produzione.

L'evento che permise la costruzione della Cappella in quel luogo ed in quelle modalità fu il rovinoso incendio di una parte significativa delle strutture antiche del convento francescano avvenuto nel 1423.

La ricostruzione di buona parte di un convento di un ordine così amato dalla popolazione era un evento culturalmente, ma soprattutto politicamente, di primaria importanza per qualsiasi famiglia che avesse delle ambizioni pubbliche. I primi ad impegnarsi furono i Medici che intravidero la possibilità di costruire un'opera da loro finanziata in un area di città storicamente loro avversa e già nel 1424 iniziò la costruzione del Noviziato²² per volere di Cosimo.

Probabilmente furono gli stessi Giovanni di Bicci, Averardo de' Medici o Cosimo a suggerire al loro socio in affari Andrea de' Pazzi, appena divenuto eleggibile²³, di sovvenzionare un progetto di grande impatto politico in uno dei conventi più prestigiosi della città²⁴.

Dai documenti²⁵ sappiamo che il primo stanziamento di fondi risale al 1429 ed è presumibile, quindi, che il progetto sia coevo o di poco antecedente.

Sappiamo inoltre che nel 1442 sono stati depositati al Monte del Comune altri 16.000 fiorini²⁶ le cui rendite sono destinate alla costruzione del Capitolo di Santa Croce. Ulteriori dati indiretti ci giungono dal Diario di Ser Reccho di Domenico Spinelli notaio²⁷ che attesta che papa Eugenio IV desinò nella Cappella non ancora ultimata²⁸. Inoltre è ancora oggi visibile una scritta dipinta sul muro divisorio tra la Cappella stessa ed il locale che sorregge la Cappella Castellani, realizzata nel 1327, che riporta la data "1443 di X maggio"²⁹(fig. 30). Risulta quindi evidente che le modifiche apportate al muro portante alla Cappella Castellani sono concomitanti ai lavori della Cappella Pazzi ancora a livello basamentale a tale data.

Se quindi sappiamo che nel 1443 la Cappella, non solo non è conclusa, ma è ancora molto distante dal compimento, abbiamo

dei dati a conforto del termine dei lavori per quanto riguarda la struttura.

Sull'esterno della volta ad ombrello è dipinta la data "adi 11 dottobre 1459 si forni", mentre sull'estradosso della cupola che copre l'ingresso alla Cappella è incisa la data "1461 adi 10 di luglio"³⁰.

Sulla base di questi dati è quindi logico supporre che il Brunelleschi (1377/1446) fosse già morto quando si cominciò la costruzione della cupola. Il Manetti ci indica che il Brunelleschi lasciò un modello³¹ sul quale, però, non erano indicati gli elementi ornamentali in quanto lo scopo principale era il chiarirne la geometria e le simmetrie.

A tal proposito è significativo che al momento della cacciata dei Pazzi nel 1478, Giuliano da Majano vantasse un credito nei confronti della famiglia di 1800 lire per la realizzazione dell'apparato decorativo³².

Chi sia l'effettivo realizzatore della volta della Cappella de' Pazzi, non è dato sapere se non con illazioni più o meno fondate, ma è evidente che l'ideatore della stessa sia chiaramente (sia per il modello che per i confronti) il Brunelleschi.

Mancando, ad oggi, uno studio sistematico e strutturale sulla volta ad ombrello della Cappella de' Pazzi, non possiamo fare altro che andare per confronti con volte paragonabili.

Delle volte ad ombrello progettate dal Brunelleschi solo una³³ ci è giunta così come l'architetto l'aveva pensata in quanto quella della Cappella Barbadori è stata distrutta per consentire l'attraversamento del corridoio vasariano, le due cupole di Santo Spirito sono state realizzate dopo la sua morte rivedendo completamente la copertura con la creazione di una seconda cupola di copertura³⁴.

Risulta quindi evidente che il confronto più diretto della cupola della Cappella de' Pazzi è con quella della Sacrestia Vecchia di San Lorenzo; o meglio, anche ad un osservatore distratto le analogie tra le due cappelle risultano lapalissiane.

La forma non è nuova per il contesto culturale³⁵, ma sicuramente insolita.

L'utilizzo delle volte ad ombrello già dall'antichità è cosa nota, ma è altrettanto noto che la cultura bizantina ne fece largo uso in tutto il suo territorio. Non nuova³⁶ risulterebbe, quindi, l'ipotesi di un viaggio di Brunelleschi in Veneto o almeno a Ravenna,

viste anche le analogie che l'impianto della Sagrestia Vecchia ha con il battistero di Padova.

Giuseppe Rocchi Coopmans de Yoldi³⁷ fa notare come i pennacchi sferici, creduti reinvenzione brunelleschiana, siano in realtà già presenti nella tradizione toscana³⁸ e non sarebbero altro che un artificio estetico per celare gli archi diagonali delle trombe medioevali che sostengono l'imposta della volta.

Inoltre la scelta della divisione dodecagonica della volta stessa sarebbe congeniale all'evitare il punto debole dei pennacchi sferici come appoggio per lo scarico delle tensioni passanti per le creste (fig. 31).

L'elemento più forte di raffronto diretto con la volta in esame, lo troviamo a pochi metri dalla volta stessa, ovvero la volta che copre l'abside di Santa Croce stessa³⁹.

Non è evidentemente un copertura ad ombrello classica, ma ne ha tutti i caratteri essenziali e soprattutto dimostra come un elemento perfettamente assimilabile ad un architettura medievale (ed utilizzato in così numerosi esempi, quasi da farlo divenire paradigmatico dell'architettura gotica) sia con poche trasformazioni uno dei lemmi base nella composizione di uno dei primi esempi di architettura del Rinascimento.

Senza indugiare ulteriormente nella ricerca delle possibili genesi, sicuramente qui utilizzare una volta ad ombrello per coprire uno spazio quadrato⁴⁰ che non si apre su altri vani dà alla volta stessa un'elevazione ed una importanza difficilmente paragonabile ad altre architetture più antiche.

Inoltre la compenetrazione dell'elemento ad ombrello con una porzione di cilindro consente al Brunelleschi di poter inserire delle aperture circolari che sottolineano in modo quasi massivo il dualismo tra lo spazio ordinato dal quadrato inferiore e quello scandito dal cerchio superiore⁴¹.

L'uso di queste aperture inoltre va a sottolineare la struttura geometrica generale poiché le vele in semplice calce non sarebbero state molto differenziate dalle creste in pietra serena senza la luce diretta delle aperture.

La differenza sostanziale determinata dalla presenza delle aperture è pienamente apprezzabile tra la volta della Sagrestia Vecchia e la cupola del Battistero di Padova.

La Cappella, infine, ci riserva ancora un elemento non proprio della tradizione costruttiva fiorentina. Infatti la volta ad ombrel-

lo viene coperta con un elemento che richiama la copertura del Battistero di San Giovanni, ma si distingue per molti aspetti.

Il cilindro esterno viene fatto terminare dal Brunelleschi, non con un piramide a base poligonale come nel Battistero, bensì con un tronco di cono impostato sul cilindro stesso, così da ottenere una continuità geometrica tra l'imposta della volta e la sua terminazione con la lanterna⁴².

L'analisi della volta della Sagrestia Vecchia compiuta dalla Soprintendenza nella persona del Ruschi e dall'analisi successiva coordinata dal Gurrieri⁴³ ci consente di poter fare delle comparazioni molto interessanti sulla tecnica costruttiva della volta della Cappella de' Pazzi.

Infatti, nello studio citato, innanzitutto trova spiegazione quell'insolita fascia neutra che è posta tra l'effettiva copertura loricata ed il cornicione d'imposta della copertura.

Nei saggi condotti dalla Soprintendenza è emerso che in quella fascia sono affogati dei tubi fittili in prossimità dell'estradosso della cresta (fig. 32).

Questo particolare anomalo, diviene perfettamente tipico se si scopre che la copertura appoggia su di un riempimento di ottima malta che va a saturare lo spazio tra l'estradosso delle vele e la copertura loricata, consentendo quindi anche la copertura a tronco di cono.

La scelta del tronco di cono come copertura non può essere scissa da una struttura di sostegno della stesso a riempimento; una volta operata la scelta di questo tipo di copertura, non resta che determinare quale sia il metodo più efficace per conseguirla, ovvero optare per una struttura "leggera" con un riempimento alleggerito nelle parti sovrabbondanti, oppure scegliere una soluzione "pesante" con una volta portante che porti l'intero riempimento e le scarichi in seconda istanza sulle creste.

Dalle analisi svolte sulla Sagrestia Vecchia, sembrerebbe che la scelta sia ricaduta sull'opzione più leggera; infatti l'analisi statica compiuta dal Daddi⁴⁴ evidenzia come non sia la vela a portare il peso del riempimento, ma essa stessa funzioni come forma per il getto di malta.

Questo risultato porta a due ulteriori conseguenze:

- la prima è che la volta così interpretata non è più una volta, ma una composizione di travi a T composte per l'asse centrale dalla cresta e per le ali laterali da due semivele⁴⁵;

- la seconda è di scelta dei giusti riferimenti generatori della volta stessa, ovvero il fatto che la tecnica costruttiva è evidentemente quella romano-bizantina.

L'intento quindi di costruire un mausoleo all'antica, non viene ripreso solo nello schema compositivo generale, ma riproposto anche nelle soluzioni tecnologiche che il Brunelleschi ha direttamente imparato dalla tradizione romana.

Il comportamento, almeno con ciò che è stato pubblicato, non è chiaro nei pressi della lanterna, infatti lo spessore del riempimento è significativo in quel punto. Ci vengono a sostegno due immagini della Cappella de' Pazzi per poter avanzare un'ipotesi (figg. 33 e 34). Dall'immagine storica vediamo come proprio la parte terminale del tronco di cono sia stata coperta con embrici. In quella moderna vediamo che proprio in quel tratto precedentemente coperto ad embrici vi sia una piccola tegola d'ispezione. Una supposizione, che non ci sembra illogica, potrebbe essere che quel tratto di chiusura del tronco di cono non sia riempito tra l'estradosso delle volta ad ombrello e l'intradosso della copertura con lo stesso sistema, ma venga lasciato vuoto e sostituito con un sistema di travetti lungo la linea di massima pendenza in modo da non appesantire eccessivamente l'intero sistema con un riempimento che non giova alla struttura.

Concludendo, il completamento verticale della Cappella de' Pazzi non è determinato da una scelta soggettiva dell'Architetto, bensì la logica terminazione di un progetto architettonico e politico, che attinge le proprie radici nella classicità romana, per celebrare quello che sarebbe dovuto divenire uno dei fulcri del nuovo convento francescano con un mausoleo all'antica che testimoniassero la potenza di una delle più importanti e ricche famiglie della nuova elite fiorentina.

La lanterna della Cappella Pazzi da un modello del Santo Sepolcro

Sandro Parrinello

Nel '400, fra la fine del medioevo ed il rinascimento erano molto sentite le problematiche inerenti al pellegrinaggio religioso, attività che, dopo le alterne vicende delle crociate, non potevano più essere rivolte verso la terra santa ed in particolare verso Gerusalemme.

Accade poi che nel 1453, pochi anni dopo il Concilio di Firenze del 1439, cade, per mano dei turchi, Costantinopoli e l'Impero Romano di Oriente. Chiudendosi definitivamente, con questo episodio, le strade e le possibilità di andare in oriente, si avvertì sempre più la necessità di trovare elementi alternativi verso i quali rivolgersi e si intensificano viaggi verso altre mete di pellegrinaggio.

Si avviò quindi, anche in risposta a questi eventi, una propensione nell'architettura, a costruire simulacri che in qualche modo riproponevano nell'immagine edifici o luoghi sacri del vicino oriente; in Toscana, in linea con questa tendenza, si giunge a ricostruire l'immagine di Gerusalemme a San Vivaldo a Montaione, replicando anche la topografia della città santa.

Il tema della piccola edicola realizzata probabilmente già fino dal tardo impero sopra il santo sepolcro all'interno della basilica costantiniana di Gerusalemme appare ripreso più volte sia dall'iconografia religiosa, proprio come simbolo del santo sepolcro stesso, e riappare anche nell'edilizia sacra, usata a Firenze spesso a mo' di lanterna sulla sommità di diverse cupole.

Questa lanterna appare una citazione tardo antica senz'altro di origini mediorientali che deriva probabilmente dalla tholos greca e che si intromette nell'iconografia delle cupole, che apparivano prima provviste soltanto della foratura terminale come imponeva il modello di riferimento del Panteon.

Esempi simili si possono trovare nell'architettura classica come ad esempio nella tholos degli affreschi in "secondo stile" di una villa presso Boscoreale del I secolo a.C., ma anche nelle tombe monumentali di Petra; questo stesso elemento viene poi ripreso grandemente dall'architettura bizantina divenendo un tema iconografico trasportato nel medioevo anche in cibori che difficilmente però propongono la struttura a sei colonne prediligendo quella quadrangolare.

Primo fra tutti a Firenze appare il caso del Battistero quando nel 1150 venne costruita la lanterna a completamento della cupola che era provvista originariamente di un'apertura circolare⁴⁶; la lanterna si presenta come un piccolo tempietto a pianta centrale poligonale, sostenuto da colonne marmoree coperto da un tetto cuspidato.

Anche Leon Battista Alberti nella riedizione del santo sepolcro per la famiglia Rucellai replica al di sopra dell'edificio prismatico

il tempietto a base esagonale con la caratteristica copertura a cipolla con scanalature tortili o spiralforni.

Un esempio molto simile venne realizzato anche dal Brunelleschi con la lanterna della cupola della sacrestia della basilica di S. Lorenzo dove torna chiaramente l'impianto del tempietto centrale sostenuto da colonne coperto da una singolare cupoletta a bulbo con scanalature tortili che richiama esattamente l'iconografia dell'edicola del santo sepolcro.

Il tema venne ripreso da Brunelleschi anche nella realizzazione della lanterna per la cupola di santa Maria del Fiore arricchito da membrature architettoniche e ambulacro esterno.

Michelangelo rivisita la tematica con la lanterna per la sacrestia nuova dove ricompare il tema in forma di piccolo edificio a pianta centrale sostenuto da colonnette e sviluppato poi nella lanterna della cupola di san Pietro.

Appare evidente, a seguito della relazione così intensa che lega la famiglia Pazzi all'immagine del Santo Sepolcro⁴⁷, come il riferimento concreto della tomba di Cristo possa essere stato realizzato anche nella cappella funeraria della famiglia costruita dal Brunelleschi a Santa Croce.

La lanterna della cappella Pazzi, appare oggi a seguito di un intervento di restauro che ne ha leggermente modificato l'aspetto avvenuto agli inizi del '900; le sei colonnine che apparivano incassate in un muro di tamponamento furono liberate e, da prima fu inserita una vetrata a fondi di bicchiere, che venne a sua volta rimossa per conferire alla lanterna quell'aspetto di tempietto circolare come appare oggi. Le sei colonnine sorrette da una base attica si elevano da uno stilobate circolare all'interno del terrazzino a sua volta circolare ricavato al termine della cupola coperta a scaglie in laterizio, e presentano un capitello corinzio.

Il capitello riporta una campana molto accentuata che sporge oltre la foglia, la decorazione delle foglie di acanto stilizzate inoltre è composta da un solo ordine di foglie anziché due come nel corinzio tradizionale.

Un architrave tripartito sottostà ad un fregio decorato a scanalature che richiamano quelle delle colonne classiche forse a sottolineare la rotondità, al di sopra del fregio la cornice che presenta una alta modanatura a gola dritta e rovescia interpo-

sta da uno scarso gocciolatoio che ne ha favorito un avanzato stato di deterioramento.

La composizione geometrico spaziale di questa micro architettura è basata sulla circonferenza che ne delimita l'impianto planimetrico e sulla figura dell'esagono in questa inscritto. Sugli estremi dell'esagono sono posizionati i piedritti delle colonne, questa figura costituisce il modulo che regola l'altezza del tempietto: la lunghezza di due esagoni congiunti per un lato corrisponde a l'altezza delle colonne mentre un altro modulo dimensiona la trabeazione e la cupoletta di copertura.

Al di sopra si trova la cupoletta emisferica con scanalature a spirale sormontata da un basamento sostenente un globo decorato con scanalature ad andamento a spirale; antecedentemente al restauro questa copertura era formata da una semplice cuspidata con andamento curvilineo.

La decorazione della copertura a cupola della lanterna è imposta sulla ideale suddivisione della superficie emisferica in meridiani e paralleli. Infatti le spirali in cui si articolano le scanalature della cupoletta sono originarie dall'esagono figura che, come abbiamo visto, gestisce la figurazione geometrico spaziale della struttura della lanterna; questa figura definisce le dimensioni della calotta semisferica che, ai fini della decorazione plastica è suddivisa in 24 meridiani e in paralleli disposti a distanze decrescenti dimensionate sull'arco di circonferenza definito dalle intersezioni di due meridiani contigui con il parallelo che precede quello preso in considerazione.

Questa legge regola il degradare delle distanze fra i paralleli mano a mano che ci si avvicina alla sommità della calotta; inscritto in ogni porzione di superficie sferica delimitata da paralleli e meridiani contigui è possibile disegnare un cerchio tangente agli archi di parallelo e meridiano che la delimitano; unendo i centri dei cerchi è possibile infine disegnare la curva della spirale che genera la complessa volumetria della decorazione superficiale della calotta. Questa visione estesa del fenomeno, che oggi ci appare nella sua complessità da una visuale sopra i tetti di Firenze, dove le molte lanterne emergono dallo skyline degli edifici ci trasmette una differente chiave di lettura delle volontà compositive che hanno guidato l'evoluzione dell'icona del Santo Sepolcro fino ad oggi.

NOTE:

1. N. PESVER, J. FLEMING, H. HONOUR, *Dizionario di architettura*, Einaudi Tascabili, Torino 1992.
2. I. GISMONDI, *La sala del "Planetario" nelle Terme Diocleziane*, in "Architettura e Arti Decorative", 1929.
3. C. CRESCENZI, *Superfici a semplice e doppia curvatura. Le ragioni geometriche delle coperture voltate in architettura*, Palermo 1991, Tesi Dottorato di Ricerca.
4. N. PESVER, J. FLEMING, H. HONOUR, *Dizionario di architettura*, Einaudi Tascabili, Torino 1992.
5. *L' arte mudejar : l'estetica islamica nell'arte cristiana*, Electa, Milano 2000, pag. 18.
6. H. E. KUBACH, *Architettura Romanica*, Electa, Milano 1972, pag. 121.
7. G. VASARI, *Le vite dei più eccellenti pittori e scultori e architetti*, Edizione integrale Newton Copton Editori, Roma 1991, (prima edizione Firenze, 1550), pagg. 331-332.
8. R. KING, *Brunelleschi's Dome How a Renaissance Genius Reinvented Architecture*, RCS libri s.p.a., Milano 2001.
9. C. CRESCENZI, "Rappresentazione geometrica teorica applicata delle superfici voltate", in *Seminario internazionale di studi: gli strumenti di conoscenza per il progetto di restauro*, Valmonte Roma 1999.
10. C. CRESCENZI, *Superfici a semplice e doppia curvatura. Le ragioni geometriche delle coperture voltate in architettura*, Palermo 1991, Tesi Dottorato di Ricerca, pag. 39.
11. C. CRESCENZI, *Superfici a semplice e doppia curvatura. Le ragioni geometriche delle coperture voltate in architettura*, Palermo 1991, Tesi Dottorato di Ricerca, pag. 39.
12. C. CRESCENZI, "Architettura e geometria. Definizione e ridefinizione geometrica di superfici architettoniche non classificate analiticamente", in *Atti del convegno matematica e architettura: metodi analitici, metodi geometrici e rappresentazione in architettura*, Firenze 2000, pagg. 4-5.
13. Il meridiano è ottenuto come sezione attraverso un piano radiale condotto per il punto assegnato sulla superficie, e il parallelo è ottenuto come sezione condotta per il punto assegnato e perpendicolare all'asse di rotazione.
14. In modo analogo è possibile disporre sempre sull'asse della cupola a partire dal vertice **V2** e dalla parte di **C** la misura $d=AB$ del diametro del cerchio generatore \tilde{e} ottenendo in questo modo il punto **W**; la distanza tra i punti **V1** e **W** ovvero la misura $2R-d$ è uguale al diametro del cerchio di gola del toro.
15. C. CRESCENZI, "Stereotomia" scienza del taglio delle pietre", in

Firenze Architettura 1.99 dossier, anno III, n. 1; P. DE L'ORME, *Premier tome de l'architecture*, Parigi 1567. I libri III e IV sono dedicati esclusivamente all'arte del "trait". I primi capitoli del terzo libro affermano alcune ragioni sulla necessità di praticare l'arte del taglio, descrivono alcuni strumenti degli apparecchiatori e del tagliatore quali il regolo, la squadra fissa (equierre), il calandrino squadra zoppa o mobile (sauterelle), il biveau, simile al calandrino "(...) che non è altro che uno strumento simile alla squadra, ma mentre la squadra mantiene le sue aste fisse, il biveau le ha mobili: in modo che si chiudano e si aprano come si vuole per fare tutti i tipi di angoli, così che se ne possano fare di retti, ottusi, acuti (...) inoltre le aste del biveau (...) presentano una forma curva secondo la curvatura dell'opera che si vuole realizzare" (P. DE L'ORME, *Architecture*, Rouen 1648), infine il cartone o modello.

16. Per una questione di metodo si richiede continuità tra una superficie ed un'altra e ogni singola parte del modello deve corrispondere ad una superficie nota e dichiarata; nel modello reale è più semplice far combaciare due parti mentre nel rispettivo modello teorico non lo è. Per esempio, nel modello reale probabilmente i costoloni sono stati ottenuti utilizzando delle centine costruite a semicirconferenza in modo da poter realizzare due costoloni opposti, quindi è ovvio concludere che i costoloni sono quarti di cerchio e le superfici delle singole vele sono state ordite manualmen

te secondo una logica più costruttiva che geometrica creando comunque continuità con i costoloni; nel modello informatico, per una questione di coerenza geometrica, il centro di curvatura dei costoloni deve essere decentrato rispetto al centro della cupola e il vertice della vela non può essere un punto dell'asse della cupola, ma sarà anch'esso decentrato.

17. Il significato di questa asserzione verrà specificato in seguito.

18. Il modello mesh non fa alcuna distinzione da un punto di vista cromatico per cui è molto difficile distinguere la linea di confine tra la fine del costolone e l'inizio della vela.

19. La costante è sempre che la curva generatrice è parte di una circonferenza con la variante che in un caso può essere un arco di circonferenza e in un caso può essere una semicirconferenza; per esempio una legge di variazione può essere che due punti dei costoloni presi allo stesso livello rappresentino la corda di un arco di cerchio che durante il suo cammino si mantiene proporzionale.

20. A causa della tolleranza della presa dei punti del rilievo scanner; a causa della concentrazione bassa di questi punti che comportano un modello Mesh approssimato, a causa della tolleranza che valutiamo in modo soggettivo tra la curva della sezione e l'arco di cerchio che ad

essa si approssima.

21. Il caso della “*Vela di Villarceau*” presenta notevoli vantaggi anche da questo punto di vista dato che non è altro che una superficie di rotazione.

22. I lavori ebbero un notevole rallentamento durante l’esilio di Cosimo, conclusosi nel 1434; sono però terminati nel 1439.

23. Nel giugno del 1422 Andrea de’ Pazzi fa richiesta di essere riconosciuto come “popolano” al fine di ottenere l’elegibilità alle più alte cariche cittadine, vedi *Provvisoni* 112, c. 37v (Pazzi Doc.1).

24. H. SAALMAN, *Filippo Brunelleschi: The Buildings*, London 1993, pagg. 227-228.

25. Dal catasto del 1433 Andrea de’ Pazzi dichiara di avere destinato le rendite di 13.000 fiorini d’oro da quattro anni per un totale di sei anni alla costruzione del “capitolo e chapella”; E. BATTISTI, *Filippo Brunelleschi*, Roma-Bari 1983, pag. 222.

26. Monte 2536, c. 28; 1120, c. 28.

27. Nella copia del Migliore.

28. Il 7 gennaio 1443 papa Eugenio IV “in detta S. Croce desinò nella camera d’Andrea de Pazzi a fatta fare sopra al Capitolo di nuovo fatto, e quivi stette in sino alla sera all’un hora”.

29. Per l’intera vicenda della modifica dei muri portanti della Cappella Castellani J. GUILLAME, “*Désaccord parfait: Ordres et mesures dans la chapelle des Pazzi*”, in *Annali di Architettura*, Milano 1990.

30. Le date sono state riportate per primi da G. LASCHI, P. ROSSELLI, P. A. ROSSI, “*Indagini sulla Cappella dei Pazzi*”, in *Commentari*, XIII, 1962, pagg. 24-41.

31. “*La natura o l’usanza, che dirò meglio di Filippo, poi che egli ebbe qualche anno fatto esperienza di molte cose intorno al fatto della architettura, era che modeglj, che faceva per gli edificj, che gli occorrevano, egli faceva, che intorno a fatti delle simmetrie poco v’appariva, ma attendeva solamente a fare fare le mura principali et la rispondenza di qualche membro senza ornamenti o modi di capitellj o d’architravi, fregi et cornici, ecc; perché con l’arme sue medesime egli era di poi dato di molte noie e rincrescimenti, intendendo el tutto, facendosi molti belli delle cose sue. E per questa cagione el modello del tempio degli Agnoli, fatto pel muramento, fu in questo modo e così quello di Santo Spirito.*”

32. E. BATTISTI, *Filippo Brunelleschi*, Roma-Bari 1983, pag. 222.

33. Oltre a quella della Cappella de’ Pazzi.

34. H. SAALMAN, *op. cit.*, pagg. 366-371 e E. Battisti, *op. cit.*, pagg. 196-221.

35. Esempio il granaio fortificato a More di Cuna (Monteroni d’arbia, SI).

36. L. PUPPI, “*Tracce a Padova del Brunelleschi architetto*”, in AA.VV., *Filippo Brunelleschi: La sua opera ed il suo tempo*, Tomo II, Firenze 1980, pagg. 741-751.

37. G. ROCCHI COOPMANS DE YOLDI (a cura di), *Postgotico e Rinascimento*, Firenze 2002, pagg. 33-37.

38. Pieve di Santa Maria ad Arezzo del XIII secolo.

39. F. GURRIERI, “*La cupola a creste e vele della Sagrestia Vecchia*”, in F. GURRIERI (a cura di), *La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo: il comportamento statico e lo stato di conservazione*, Firenze 1986, pagg. 13-22.

40. Nella Sagrestia Vecchia lo spazio è sicuramente generato da un quadrato, ma anche nella Cappella de’ Pazzi, la genesi passa per un quadrato a cui poi vengono aggiunti due spazi accessori rettangolari sull’asse secondario della Cappella, ma questi ultimi vengono distinti chiaramente con la copertura a botte.

41. A dire il vero questa giustapposizione, è più marcata nella Sagrestia Vecchia che nella Cappella Pazzi, ma anche in questa è presente nella riproposizione continua dei tondi decorati dei Della Robbia.

42. L’uniformità geometrica interna garantita dai pennacchi sferici posti tra l’aula e la volta, viene replicata in quella esterna determinata dal cerchio superiore del cilindro ed il tronco di cono che culmina nel cerchio di chiusura rappresentato dalla lanterna.

43. F. GURRIERI (coordinatore), “*Sul comportamento statico e sullo stato di conservazione delle fabbriche brunelleschiane: La sagrestia Vecchia di San Lorenzo*”, in AA.VV., *Filippo Brunelleschi: La sua opera ed il suo tempo*, Tomo II, Firenze 1980, pagg. 577-594; P. RUSCHI,

“*L’intradosso dell’involucro architettonico, le pareti lapidee, gli intonaci*”, in AA.VV., *Donatello e la Sagrestia Vecchia di San Lorenzo: Temi, studi, proposte di un cantiere di restauro*, Firenze 1986, pagg. 91-99; F. GURRIERI, “*La cupola a creste e vele della Sagrestia Vecchia*”,

in F. GURRIERI (a cura di), *La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo: il comportamento statico e lo stato di conservazione*, Firenze 1986, pagg. 13-22; B. DADDI, “*Il comportamento statico della cupola “a creste e vele”*”, in F. GURRIERI (a cura di), *La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo: il comportamento statico e lo stato di conservazione*, Firenze 1986, pagg. 37-72.

44. B. DADDI, *op. cit.*

45. Ulteriore riprova di questo comportamento della struttura sono le lesioni evidenti, più nella Sagrestia Vecchia che nella Cappella de’ Pazzi, che sezionano le vele nella chiave di volta e non sulle reni dell’arco.

46. A. BENVENUTI, “*Stratigrafie della memoria: scritture agiografiche e mutamenti architettonici nella vicenda del “Complesso cattedrale” fio-*

rentino”, in D. CARDINI (a cura di), *Il bel S.Giovanni e S.Maria del Fiore*.

47. Pazzino de Pazzi è il primo personaggio di rilievo della famiglia; su di lui ci sono molte leggende che lo descrivono in atti eroici, tra le quali la celebre scalata alle mura di Gerusalemme compiuta a mani nude; famoso condottiero a capo di duemilacinquecento concittadini che con lui partirono per le crociate a seguito delle prediche del vescovo fiorentino del tempo, Pazzino coraggiosamente sarebbe stato il primo cavaliere a entrare nella città santa, sconfiggendo e mettendo in fuga i mussulmani che trovò su quel tratto di mura e aprendo la strada alla conquista della città da parte dei crociati. Per ringraziarlo della sua valorosa azione Goffredo da Buglione gli regalò tre schegge di selce provenienti dal Santo Sepolcro, tre pietre che il capitano portò con sé fino al suo rientro a Firenze il 16 luglio del 1101, quando fu festeggiato ed accolto dalla città con solenni onori. Conservate in un primo tempo dalla famiglia Pazzi, le tre pietre furono usate nelle cerimonie di Pasqua per trarne una scintilla di fuoco “novello” distribuito poi, dopo la benedizione, alle singole famiglie per riaccendere il focolare domestico. Si diffuse così anche a Firenze l’uso, attestato per

Gerusalemme durante le Crociate, di distribuire al clero ed al popolo il “fuoco santo” come segno della Resurrezione di Cristo. Dopo la liberazione di Gerusalemme, nel giorno del Sabato Santo, i crociati si radunarono infatti nella basilica dell’Anastasis, la chiesa della Resurrezione, e in devota preghiera consegnarono a tutti il fuoco benedetto come simbolo di purificazione. Per secoli a Firenze il fuoco benedetto, portato anche in Cattedrale, servì per accendere il cero pasquale, i ceri del clero e del popolo, un carro infatti recava la fiamma nuova anche nelle abitazioni e, prima di tutto, alle case dei Pazzi, che per lungo tempo conservarono questo privilegio, accanto all’onere di organizzare la cerimonia. Le tre pietre rimasero inizialmente conservate nel palazzo de’ Pazzi e quindi consegnate alla Chiesa di Santa Maria Sopra a Porta in Mercato Nuovo, per poi passare nell’adiacente Chiesa di San Biagio fino a quando, nel 1785, questa fu soppressa. Dal 27 maggio di quell’anno le sacre reliquie vennero definitivamente trasferite nella vicina Chiesa dei Santi Apostoli dove tuttora sono gelosamente conservate. (AA.VV., *Le famiglie di Firenze*, Bonechi, Firenze 1992, Vol.2, pag. 348).

BIBLIOGRAFIA:

Riferimenti storici:

- B. ATERINI, *Applicazioni di geometria descrittiva*, Alinea
AA.VV., *Le famiglie di Firenze*, Bonechi, Firenze 1992
AA.VV., *Leon Battista Alberti e l’architettura*, Silvana editoriale,
Milano 2006
AA.VV., *Lineamenti di storia dell’architettura*, Carducci Editore, Roma
1978
P. BARGELLINI, *La splendida storia di Firenze, Da Giulio Cesare a
Dante*, Vallecchi Editore, Torino 1964
L. BARTOLI, *La rete magica di Filippo Brunelleschi*, Nardini, Firenze
1977
E. BATTISTI, *Filippo Brunelleschi*, Electa, Roma-Bari 1983
A. BRUSCHI, “Brunelleschi e la nuova architettura fiorentina”, in F. P.
FIORE (a cura di), *Storia dell’architettura Italiana. Il Quattrocento*,
Electa, Milano 1998
M. BUCCI, R. BENCINI, *I palazzi di Firenze, Quartiere di santa Croce*,
Vallecchi Editore, Firenze 1971
G. CONTI, “Cappelle di derivazione brunelleschiana a Bologna nel se-
colo XV”, in AA.VV., *Filippo Brunelleschi: La sua opera ed il suo
tempo*, Tomo II, Centro Di, Firenze 1980

- C. CRESCENZI, “Rappresentazione geometrica teorica ed applicata delle
superfici voltate”, in *Seminario internazionale di studi: gli strumenti
di conoscenza per il progetto di restauro*, Valmonte Roma 1999
C. CRESCENZI, *Superfici a semplice e a doppia curvatura; le ragioni
geometriche delle coperture voltate in architettura*, Palermo 1991,
Tesi di Dottorato di Ricerca
B. DADDI, “Il comportamento statico della cupola “a creste e vele””, in
F. GURRIERI (a cura di), *La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo: il com-
portamento statico e lo stato di conservazione*, Edam, Firenze 1986
A. DI TUCCIO DI MARABOTTINO MANETTI, *Vita di Filippo Brunelleschi*,
Ed. Carla Chiara Perrone, Roma 1992
C. V. FABRICZY, *Filippo Brunelleschi: La Vita e le Opere*, Uniedit,
Firenze 1979
R. FACCIANI, “Alberti e Firenze una presenza difficile”, in G. GRASSI, L.
PATETTA (a cura di), *Leon Battista Alberti Architetto*, Banca CR Firen-
ze, Firenze 2005
G. FANELLI, *Brunelleschi*, Becocci, Firenze 1988
I. GISMONDI, “La sala del “Planetario” nelle Terme Diocleziane”, in *Ar-
chitettura e Arti Decorative*, 1929

- A. G. GIUSTI, *Restituzione fotogrammetrica grafica a fotogramma singolo applicata alle superfici curve*, Firenze 1996, Tesi di Dottorato di Ricerca
- L. GRODECKI, *Architettura Gotica*, Electa, Milano 1978
- J. GUILLAME, "Désaccord parfait: Ordres et mesures dans la chapelle des Pazzi", in *Annali di Architettura*, Electa, Milano 1990
- F. GURRIERI, "La cupola a creste e vele della Sagrestia Vecchia", in F. GURRIERI (a cura di), *La Sacrestia Vecchia di San Lorenzo: il comportamento statico e lo stato di conservazione*, Edam, Firenze 1986
- F. GURRIERI (a cura di), "Sul comportamento statico e sullo stato di conservazione delle fabbriche brunelleschiane: La sagrestia Vecchia di San Lorenzo", in AA.VV., *Filippo Brunelleschi: La sua opera ed il suo tempo*, Tomo II, Centro Di, Firenze 1980
- R. KING, *Brunelleschi's Dome How a Renaissance Genius Reinvented Architecture*, RCS libri s.p.a., Milano 2001
- H. KLOTZ, *Filippo Brunelleschi: The early works and the medieval tradition*, Academy Editions, London 1990
- H. E. KUBACH, *Architettura Romanica*, Electa, Milano 1972
- G. LASCHI, P. ROSSELLI, P. A. ROSSI, "Indagini sulla Cappella dei Pazzi", in *Commentari*, XIII, 1962
- E. LUPORINI, *Brunelleschi: Forma e Ragione*, Edizioni di Comunità, Milano 1964
- A. MANETTI, "Vita di Brunelleschi", in *Operette storiche edite ed inedite*, Firenze 1887
- D. MARASCO, P. PIERRI, *Due opere di Filippo Brunelleschi a confronto: La Cappella de' Pazzi e la Sagrestia Vecchia*, Firenze 1996/7, Tesi di Laurea in Architettura
- E. MICHELETTI, *Santa Croce*, Becocci Editore, Firenze 1982
- P. MURRAY, *L'Architettura del Rinascimento Italiano*, Editori Laterza, Bari 2003
- C. NORBERG-SCHULZ, *Architettura Barocca*, Electa, Milano 1971
- C. NORBERG-SCHULZ, *Architettura Tardo-Barocca*, Electa, Milano 1980
- N. PESVER, J. FLEMING, H. HONOUR, *Dizionario di architettura*, Einaudi Tascabili, Torino 1992
- L. PUPPI, "Tracce a Padova del Brunelleschi architetto", in AA.VV., *Filippo Brunelleschi: La sua opera ed il suo tempo*, Tomo II, Centro Di, Firenze 1980
- G. ROCCHI COOPMANS DE YOLDI (a cura di), *Postgotico e Rinascimento*, Alinea, Firenze 2002
- P. RUSCHI, "L'intradosso dell'involucro architettonico, le pareti lapidee, gli intonaci", in AA.VV., *Donatello e la Sagrestia Vecchia di San Lorenzo: Temi, studi, proposte di un cantiere di restauro*, Centro Di, Firenze 1986
- H. SAALMAN, *Filippo Brunelleschi: The Buildings*, Zwemmer, London 1993
- P. SANPAOLESI, *Brunelleschi*, Edizioni per il Club del Libro, Milano 1962
- P. SANPAOLESI, "Le conoscenze tecniche del Brunelleschi", in AA.VV., *Filippo Brunelleschi: La sua opera ed il suo tempo*, Tomo I, Centro Di, Firenze 1980
- H. SEDLMAYR, *L'Architettura di Borromini*, Electa, Milano 2002
- R. STALLEY, *Early Medieval Architecture*, Oxford History of art, Oxford University Press, 1999
- L'arte mudejar: l'estetica islamica nell'arte cristiana*, Electa, Milano 2000
- R. TREVISOL, *Otto Wagner*, Edizioni Laterza, 1990
- G. VASARI, *Le vite dei più eccellenti pittori e scultori e architetti*, Edizione integrale Newton Copton Editori, Roma 1991, (prima edizione Firenze, 1550)
- M. VANNUCCI, *Le grandi famiglie di Firenze*, Newton Compton Editori, 2006
- G. VILLANI, *Cronica*, libro I, cap. IX
- C. VON STEGMANN, H. VON GEYMULLER, *Die Architektur der Renaissance in Toskana*, 1885/93
- Riferimenti geometrici:**
- A. ATERINI, R. CORAZZI, U. SACCARDI, *Geometria e strutture*, Firenze 1990
- B. ATERINI, *Introduzione ai metodi di rappresentazione della geometria descrittiva*, Firenze 1997
- AA. VV., *Dizionario enciclopedico di architettura ed urbanistica*, Roma 1968
- L. B. ALBERTI, *De re aedificatoria*, Firenze 1485
- L. BARTOLI, "La cupola a "creste e vele"", in *Il Macchiavellico*, n° 1, 1990
- G. A. BREYEMANN, *Trattato generale di costruzioni civili*, Milano 1920
- G. CATALDI, *Sistemi statici in architettura*, Firenze 1974
- G. CONTI, P. CHIARELLI, *Analisi matematica: geometria analitica nello spazio, coniche e quadriche*, Firenze 1991
- R. CORAZZI, *Le proiezioni ortogonali, le coniche, le superfici curve, le quadriche, le eliche, le superfici elicoidali*, Bologna 2004
- R. CORAZZI, G. CONTI, *Le superfici quadriche in architettura. Elementi di proiezione e genesi analitica delle quadriche*, Bologna 2005
- R. COURANT, H. ROBBINS, *Che cos'è la matematica*, Universale scientifica Boringhieri, Torino 1971
- C. CRESCENZI, "Architettura e geometria. Definizione e ridefinizione geometrica di superfici architettoniche non classificate analiticamente",

in *Atti del convegno matematica e architettura: metodi analitici, metodi geometrici e rappresentazione in architettura*, Firenze 2000

C. CRESCENZI, "Memoria e geometria", in *Atti del convegno: il disegno luogo della memoria*, Firenze 1995

C. CRESCENZI, "Rappresentazione geometrica teorica ed applicata delle superfici voltate", in *Seminario internazionale di studi: gli strumenti di conoscenza per il progetto di restauro*, Valmonte Roma 1999

C. CRESCENZI, *Superfici a semplice e doppia curvatura. Le ragioni geometriche delle coperture voltate in architettura*, Palermo 1991, Tesi Dottorato di Ricerca

C. CRESCENZI, A. MAGI, C. PORPORATO, F. RINAUDO, "The survey of the baroque interior of the San Lorenzo Church in Turin", in *Atti del convegno: CIPA 2005, XX International Symposium*, Torino 2005

M. DOCCI, R. MIGLIARI, *Scienza della rappresentazione: fondamenti e applicazioni della geometria descrittiva*, Roma 1992

D. DONGHI, *Manuale dell'architetto*, Torino 1906

A. F. FREZIER, *La Theorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voutes... Traité de stereotomie a l'usage de l'architecture*, Strasburgo 1739

J. GENTILHATRE, *Manuel d'architecture*, XVII secolo

A. GIORDANO, *Dal secolo dei Lumi all'epoca attuale*, UTET, Torino 2002

G. GUARINI, *L'architettura civile*, Torino 1737

D. HILBERT, S. CHON-VOSSEN, *Geometria intuitiva*, Bollati Boringhieri, Torino 1972

R. MIGLIARI, *Fondamenti della rappresentazione geometrica e informatica dell'architettura*, Roma 2000

C. PASCUCCI, *Architettura e geometria della cupola della Sapienza. Il rilievo strumentale e lo studio della geometria finalizzati ad una ipotesi sul sistema costruttivo*, Roma 1995, Tesi Dottorato di Ricerca

J. M. PEROUSE DE MONTCLOS, *L'Architecture a la Francaise*, Parigi 1982

J. M. PEROUSE DE MONTCLOS, *Vocabulaire de l'architecture. Principes d'analyse scientifique. Architecture*, Parigi 1972

U. SACCARDI, *Applicazioni della geometria descrittiva*, Firenze 1989

U. SACCARDI, *Elementi di proiettiva, Applicazioni della Geometria Descrittiva*, LEF, Firenze 2004

M. SALVADORI, R. HELLER, *Le strutture in Architettura*, Milano 1964

A. SGROSSO, *La rappresentazione geometrica dell'architettura: applicazioni di geometria descrittiva*, Torino 1996

A. SGROSSO, *Rigore scientifico e sensibilità artistica tra Rinascimento e barocco*, Torino 2001

M. VITRUVIO POLLIONE, *De architectura*, I secolo a.C.

B. A. VITTONI, *Istruzioni diverse*, 1776

Fig. 1



Fig. 2



Fig. 3



Fig. 4

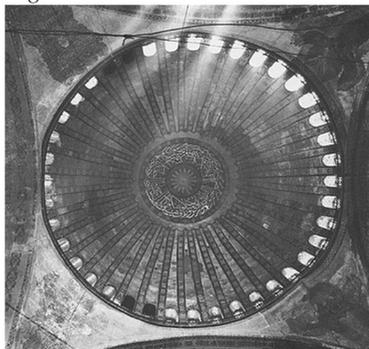
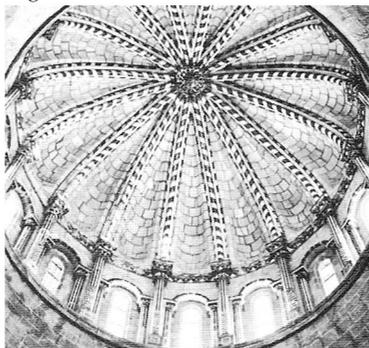


Fig. 5



Fig. 6

**Fig. 1**

Vestibolo della piazza d'Oro nella villa Adriana

Fig. 2

Tempio di Minerva Medica

Fig. 3

Chiesa di San Sergio e Bacco (527-535) a Istanbul

Fig. 4

Chiesa di Santa Sofia (532-537). Immagine tratta da N. PESVER, J. FLEMING, H. HONOUR, Dizionario di architettura, Enaudi Tascabili, Torino 1992

Fig. 5

Moschea di Ha Kam di Cordoba del 965. Immagine tratta da L' arte mudejar : l'estetica islamica nell'arte cristiana, Electa, Milano 2000, Fig. 27

Fig. 6

Cattedrale di Zamora in Spagna (1151-1174). Immagine tratta da PESVER, J. FLEMING, H. HONOUR, Dizionario di architettura, Enaudi Tascabili, Torino 1992

Fig. 7



Fig. 8

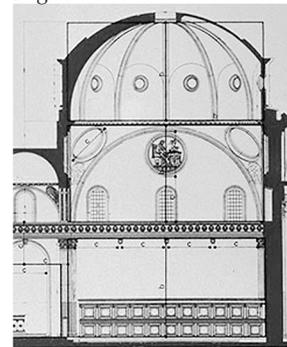


Fig. 7

Deambulatorio della abbazia di Heisterbach. Immagine tratta da H. E. KUBACH, *Architettura Romanica, Electa*, Milano 1972, Fig. 121

Fig. 8

Sagrestia Vecchia in San Lorenzo (1421-1428)

Fig. 9

S. Ivo alla Sapienza (1643-1660). Immagine tratta da C. NORBERG-SCHULZ, *Architettura Barocca, Electa*, Milano 1971, Fig. 150

Fig. 10

S. Ivo alla Sapienza (1643-1660). Immagine tratta da C. NORBERG-SCHULZ, *Architettura Barocca, Electa*, Milano 1971, Fig. 151

Fig. 11

Disegno di Santa Chiara a Vercelli. Immagine tratta da C. NORBERG-SCHULZ, *Architettura Barocca, Electa*, Milano 1971, Fig. 187

Fig. 12

Disegno per il Hofpavillon, O. WAGNER, 1896. Immagine tratta da R. TREVISOL, *Otto Wagner*, Edizioni Laterza 1990, Fig. 70

Fig. 9



Fig. 10



Fig. 11

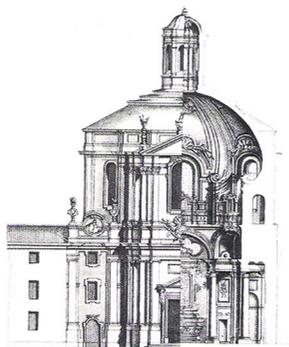
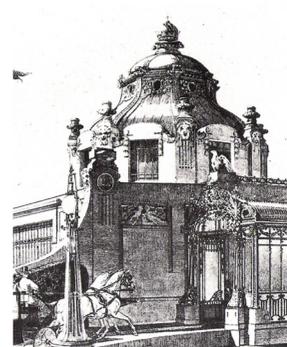
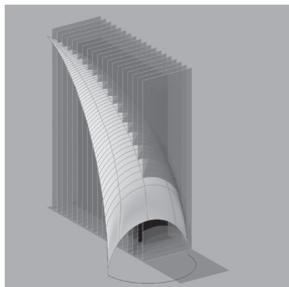
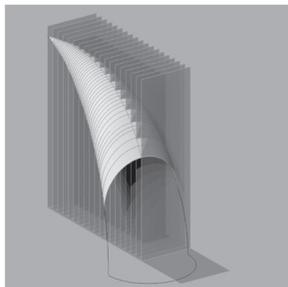


Fig. 12

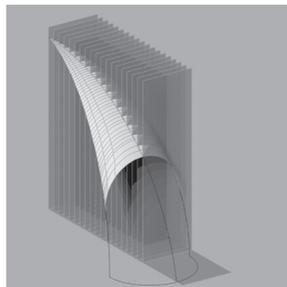




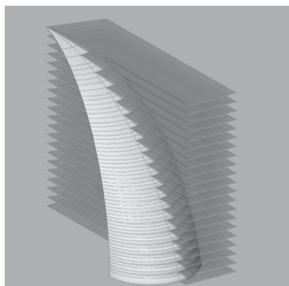
1a Archi generatori a curvatura costante appartenenti a piani verticali. Due archi direttori.



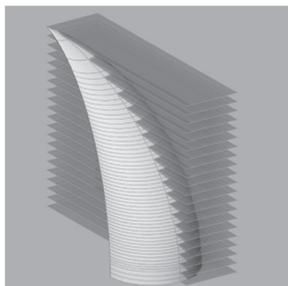
1b Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani verticali. Due archi direttori.



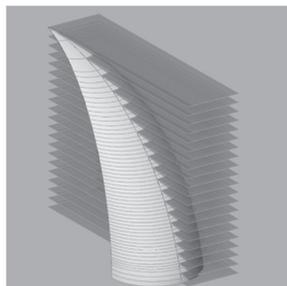
1c Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani verticali. Tre archi direttori.



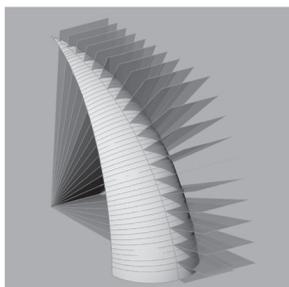
2a Archi generatori a curvatura costante appartenenti a piani orizzontali. Due archi direttori.



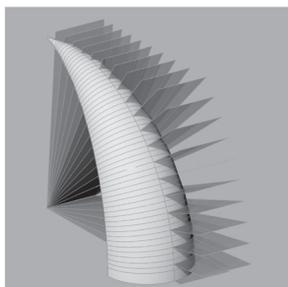
2b Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani orizzontali. Due archi direttori.



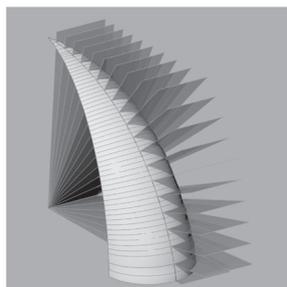
2c Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani orizzontali. Tre archi direttori.



3.1a Archi generatori a curvatura costante appartenenti a piani diametrali. Due archi direttori.



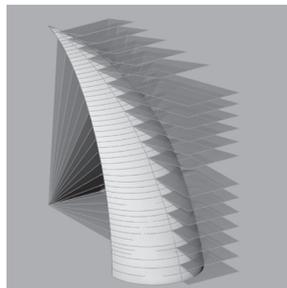
3.1b Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani diametrali. Due archi direttori.



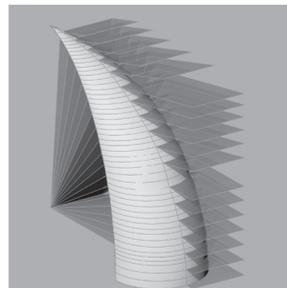
3.1c Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani diametrali. Tre archi direttori.

Fig. 13

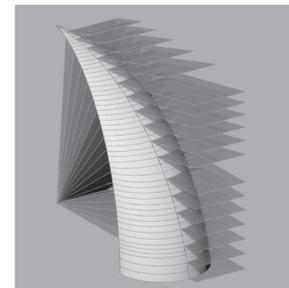
Ipotesi di genesi geometrica di una “vela” della volta a ombrello con piani verticali, orizzontali e obliqui. Vengono ipotizzati piani verticali perpendicolari al piano d’imposta, piani orizzontali paralleli al piano d’imposta e piani obliqui ruotanti intorno ad un asse appartenente al piano d’imposta. Immagini elaborate da Gaia Lavoratti e Valentina Musto.



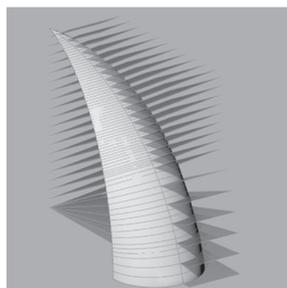
3.1.1a Archi generatori a curvatura costante appartenenti a piani a inclinazione variabile. Due archi direttori.



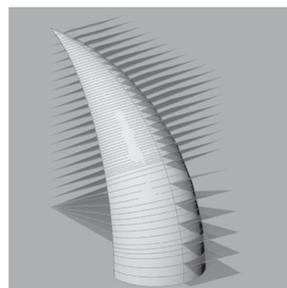
3.1.1b Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani a inclinazione variabile. Due archi direttori.



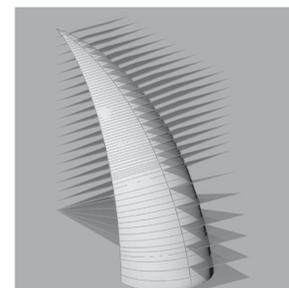
3.1.1c Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani a inclinazione variabile. Tre archi direttori.



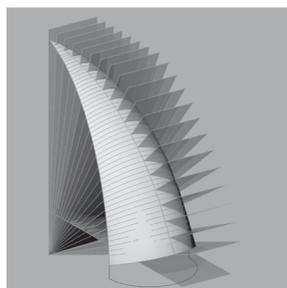
3.1.2a Archi generatori a curvatura costante appartenenti a piani inclinati fino a 30 gradi. Due archi direttori.



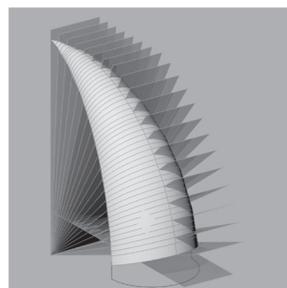
3.1.2b Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani inclinati fino a 30 gradi. Due archi direttori.



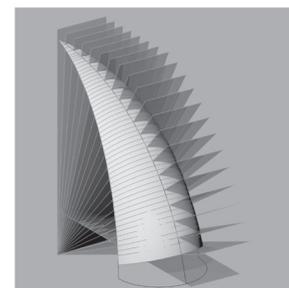
3.1.2c Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani inclinati fino a 30 gradi. Tre archi direttori.



3.2a Archi generatori a curvatura costante appartenenti a piani con centro di rotazione sull'asse. Due archi direttori.



3.2b Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani con centro di rotazione sull'asse. Due archi direttori.



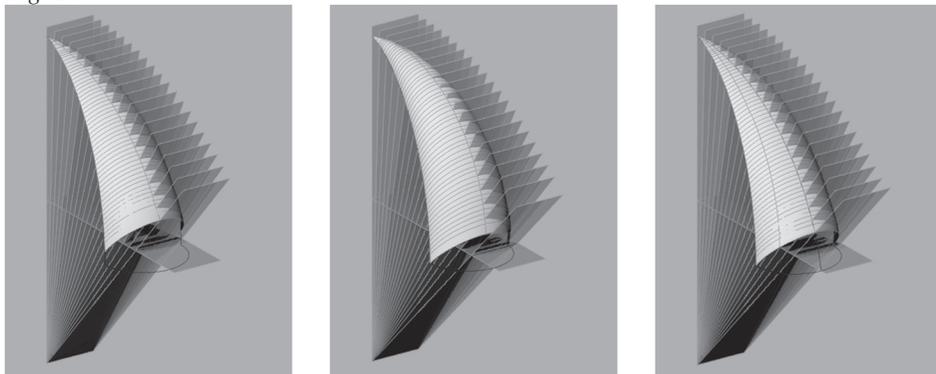
3.2c Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani con centro di rotazione sull'asse. Tre archi direttori.

Fig. 14

Ipotesi di genesi geometrica di una “vela” della volta a ombrello con piani obliqui.

Vengono ipotizzati piani obliqui ad inclinazione variabile, inclinati di 30° e con centro sull'asse ribassato di metà raggio dell'arco generatore massimo. Immagini elaborate da Gaia Lavoratti e Valentina Musto.

Fig. 15



3.3a Archi generatori a curvatura costante appartenenti a piani polari. Due archi direttori.

3.3b Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani polari. Due archi direttori.

3.3c Archi generatori a curvatura variabile appartenenti a piani polari. Tre archi direttori.

Fig. 16

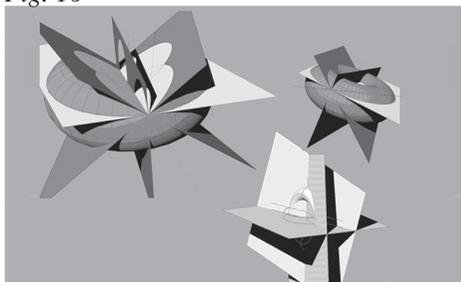


Fig. 18

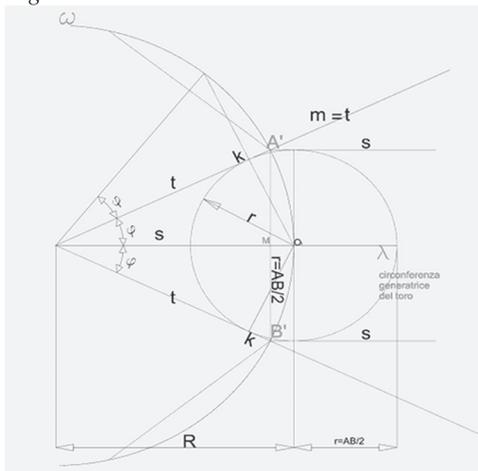


Fig. 17

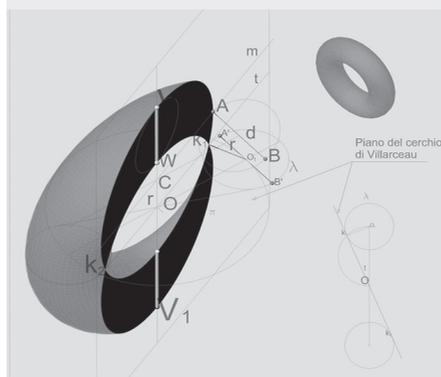
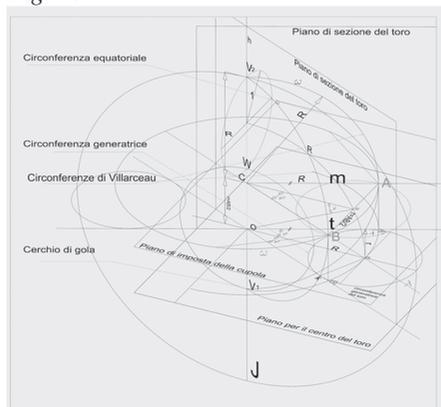


Fig. 15

Ipotesi di genesi geometrica di una “vela” della volta a ombrello con piani obliqui. Vengono ipotizzati piani obliqui con l’asse di rotazione appartenente al piano contenente l’antipolo della sfera generata da due archi direttori. Immagini elaborate da Gaia Lavoratti e Valentina Musto.

Fig. 16

La “Cresta Vela” di Villarceau è ottenuta sezionando il toro con i piani di Villarceau. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 17

La “Cresta Vela” di Villarceau è ottenuta sezionando il toro con i piani di Villarceau. Il piano di imposta w della cupola deve essere posto sull’asse della cupola, ad una distanza pari al raggio del cerchio generatore \tilde{e} . Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 18

Considerazioni geometriche sulle creste vele di Villarceau. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 19 a

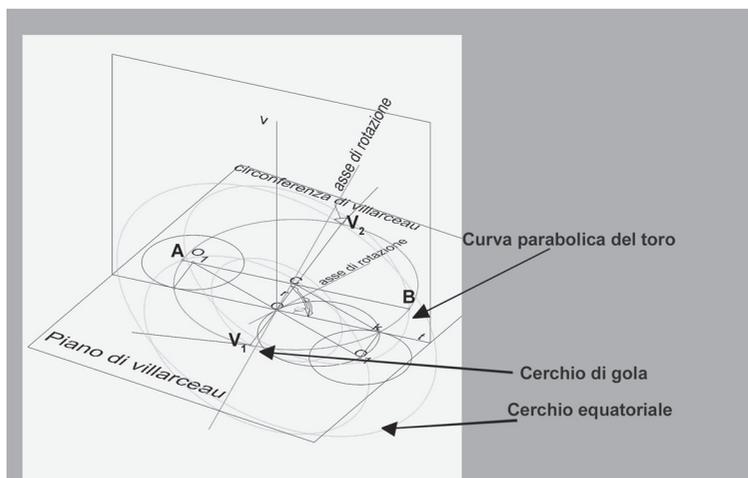


Fig. 19 b

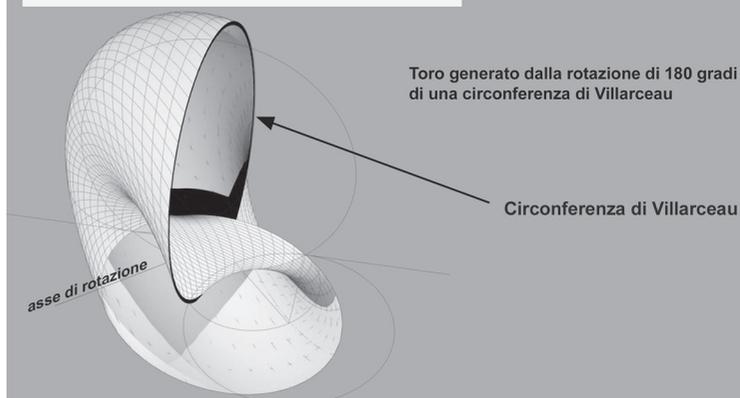
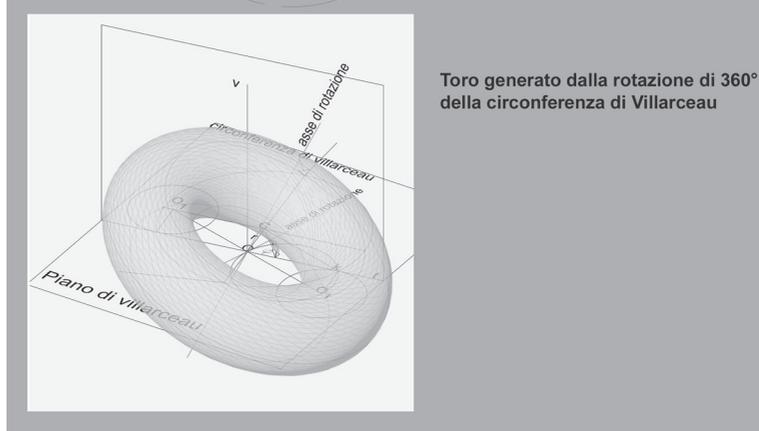


Fig. 19 c

**Fig. 19 a**

Definizione dell'angolo corretto per la determinazione dell'asse di rotazione del toro a partire dalla circonferenza di Villarceau. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 19 b

Porzione di toro ottenuta facendo ruotare la circonferenza di Villarceau di un angolo piatto. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 19 c

Determinazione del toro completo a partire dalla circonferenza di Villarceau. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 20



Fig. 21

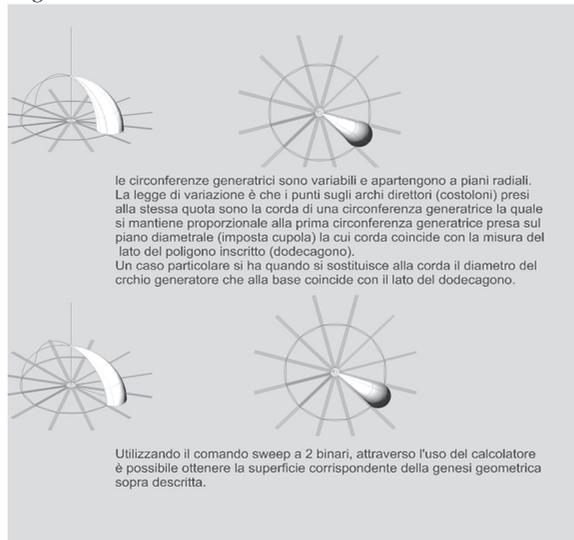


Fig. 22

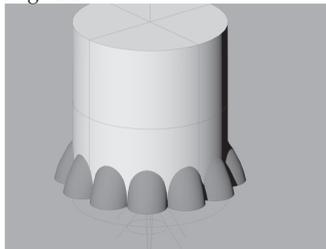


Fig. 23

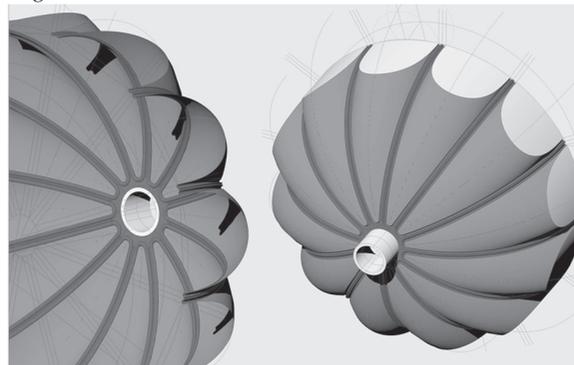


Fig. 25



Fig. 24

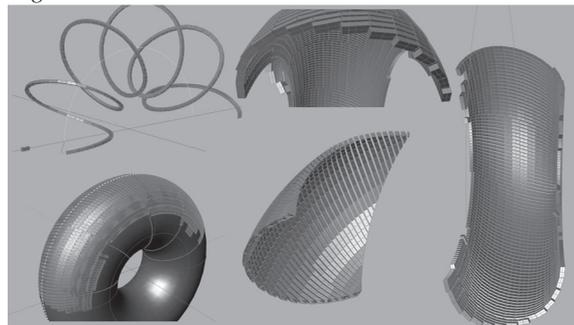


Fig. 20

Studio del caso di volta a generatrice costante che scorre su piani verticali lungo due direttrici circolari: genesi, la superficie di estrusione lungo la curva luogo geometrico dei centri delle circonferenze generatrici, proiezioni ortogonali della cupola a dodici spicchi con costoloni e oculo e vista assonometria dell'interno. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 21

Studio di un esempio della casistica della genesi delle cupole ad ombrello. Rhinoceros: comando sweep a 2 binari. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 22

Una fase della modellazione 3D. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 23

Viste del modello della cupola ottenuto utilizzando il caso delle creste vele di Villarceau. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 24

Ipotesi di tessitura ad elica dell'impianto murario nel caso della cresta di Villarceau. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 25

L'oculo della Cupola della Cappella Pazzi. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 26

Composizione di immagini relative ad alcune fasi di verifica delle ipotesi sul modello mesh. La proiezione di una vela, sovrapposizione del modello mesh con la vela dell'ipotesi della superficie torica, le sezioni operate sul modello mesh sovrapposte alla sfera generata dai costoloni. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 27

Immagine dal basso in vista ortogonale al piano di imposta delle cupole sovrapposte: modello mesh e modello della cupola ottenuto con le vele di Villarceau. L'esito di questo raffronto è più che accettabile per uno studio e un approfondimento futuro. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 28

Modello della cupola a dodici spicchi ottenuto con il criterio costruttivo del calandrino o squadra zoppa (o mobile): proiezioni ortogonali e viste varie della cupola. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 29 a

Sovrapposizione dell'esempio della genesi ottenuto con il criterio costruttivo del calandrino con il modello mesh. Immagine elaborata da Piero Salemi.

Fig. 29 b

Sovrapposizione dell'esempio della genesi a due generatrici e cerchio variabile con il modello mesh. Immagine elaborata da Piero Salemi.

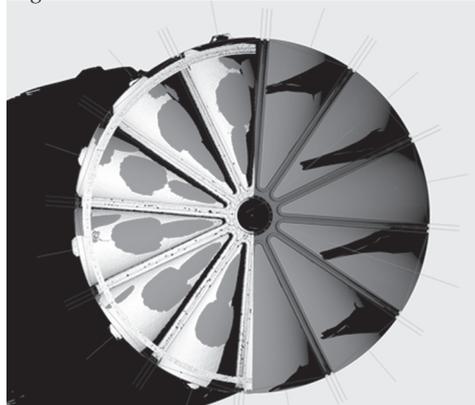
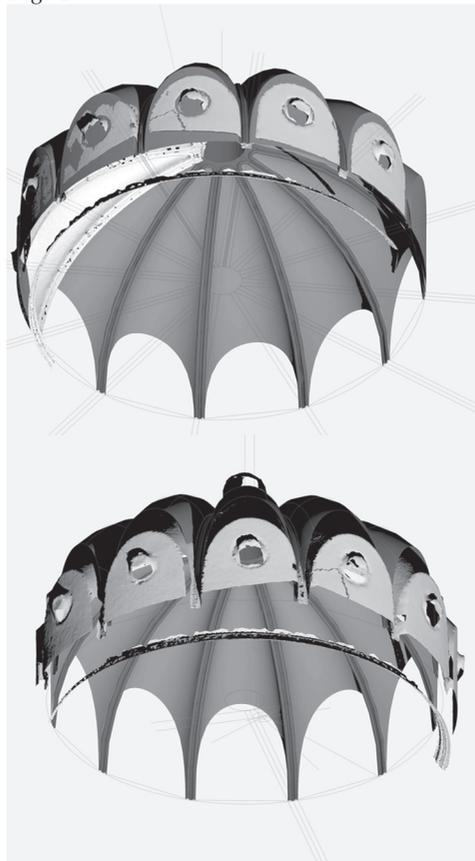
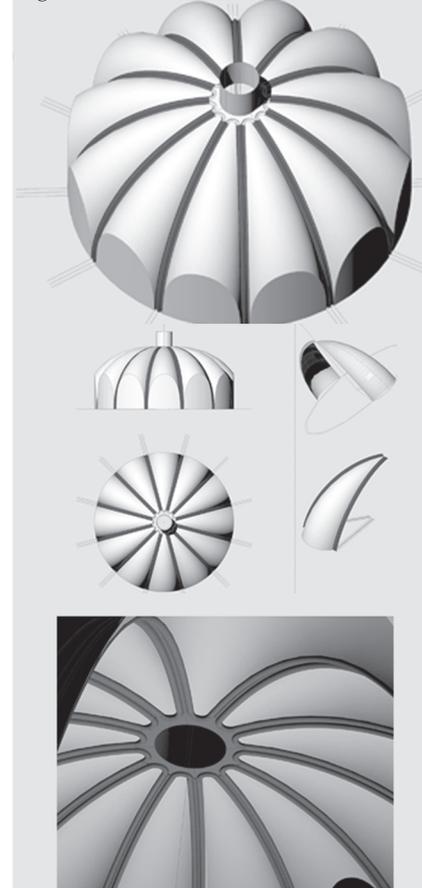
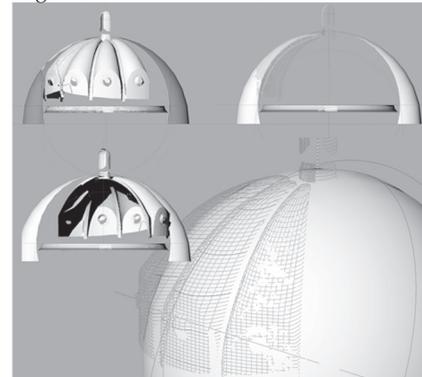
Fig. 27**Fig. 29****Fig. 28****Fig. 26**

Fig. 30



Fig. 32

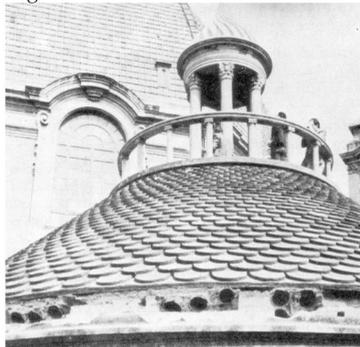


Fig. 33

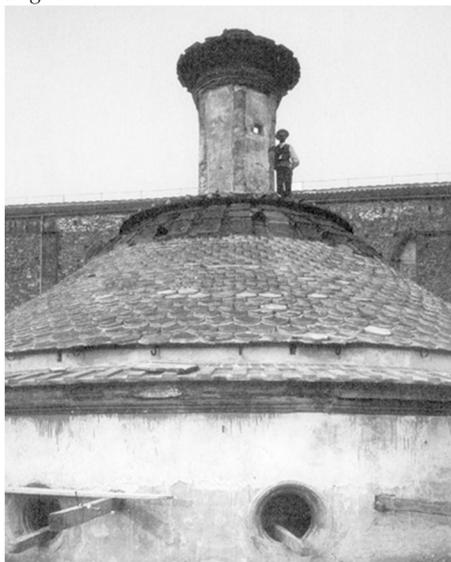


Fig. 31

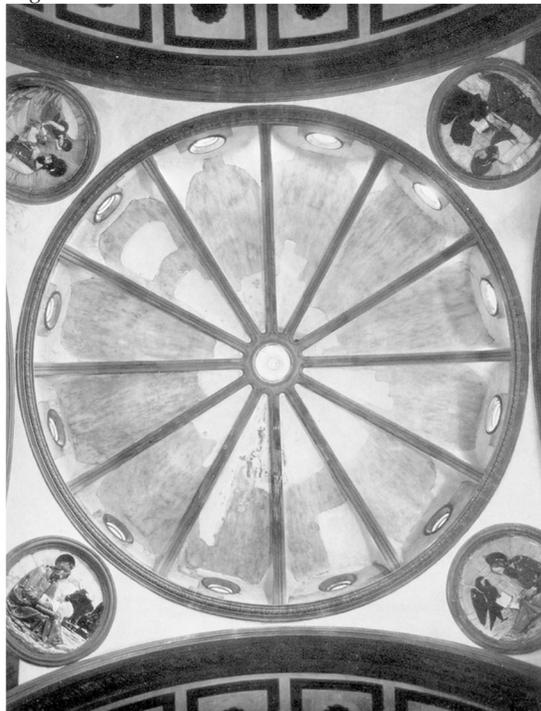


Fig. 34



Fig. 30

Data dipinta sul locale sottostante la Cappella Castellani realizzata nel 1327. Immagine tratta da H. SAALMAN, op. cit. Pag. 277

Fig. 31

Vista della volta ad ombrello. Nella foto si può notare come le creste non incidano direttamente sui pennacchi sferici. Immagine tratta da E. LUPORINI, op. cit. fig. 145

Fig. 32

Copertura della Sagrestia Vecchia durante i saggi del 1980. Immagine tratta da F. GUERRIERI, op. cit. Pag. 578

Fig. 33

Immagine della copertura della Cappella de' Pazzi durante i restauri degli inizi del '900. Immagine tratta da H. SAALMAN, op. cit. Pag. 248

Fig. 34

Immagine moderna dall'alto della Cappella de' Pazzi

Fig. 35



Fig. 38



Fig. 36



Fig. 39



Fig. 35

Icona raffigurante l'edicola del Santo Sepolcro a Gerusalemme (Edward Reuwich, 1486)

Fig. 36

Tempietto del Santo Sepolcro (L.B. Alberti, Cappella Rucellai, Firenze)

Fig. 37

Disegno raffigurante la cappella Rucellai in San Pancrazio (Auguste-Henri-Victor Grandjean de Montigny, 1846)

Fig. 38

Lanterna del Battistero di S. Giovanni a Firenze

Fig. 39

Disegno del Santo Sepolcro nella basilica dell'Anastasis a Gerusalemme

Fig. 40

Veduta della Lanterna del Brunelleschi nella sacrestia della Basilica di S. Lorenzo

Fig. 37

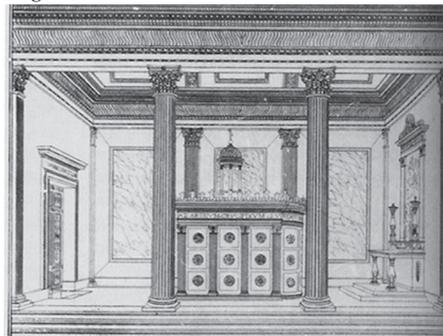


Fig. 40



Abstract

The present study of the umbrella vaults is fruit of a cognitive approach within the XXII cycle of the “Survey and representation of architecture and environment” PhD Course.

The chance of this study derives from the Laser Scanner survey of the umbrella vault of *Cappella Pazzi* in *Santa Croce* (Florence). This survey has been carried out by PhD students from the XXI cycle of the National School of Doctorate “Sciences of representation and survey.”

The intent is that to propose cues for a deeper search and not so much that to propose conclusions.

The matter is analyzed under different point of views.

Initially a brief introduction frames the umbrella vault within the main architectural and historical movements, starting from the *Terme* of Diocleziano (II century) in Rome, passing through the Islamic and Byzantine cultures (with the example of *Saint Sofia*), examining then the Romanesque and Gothic models, up to the Brunelleschi’s realizations and to the following eighteenth-century works.

Subsequently various hypotheses are analyzed about the geometric genesis of the vault, appraising two possible criterions of classification: the technical and structural factors, (subdivided on materials and vault’s thickness) and the geometric genesis of the simple or complex forms.

These two ways of investigation, despite they can appear unlinked and sometimes in contrast, in reality they tightly result correlated up to legitimate each other, so much to allow to justify the geometry in base to the constructive criterions. This analysis has been a cue for the comparison with the survey of the vault of *Cappella Pazzi* in *Santa Croce* (Florence), furnished us by the PhD students of the XXI cycle, and it has allowed us to formulate some hypotheses on the geometry of the umbrella vault.

Finally the consultation of essays and critical studies of the historians has allowed a comparison between the *Cappella Pazzi* and the *Sagrestia Vecchia* of *San Lorenzo*, both works by Brunelleschi.