UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

FLORE
Repository istituzionale dell'Università degli Studi di Firenze

Una nuova formulazione semi-empirica per la stima della prima frequenza naturale di torri storiche in muratura

Questa è la Versione finale referata (Post print/Accepted manuscript) della seguente pubblicazione:

Original Citation:

Una nuova formulazione semi-empirica per la stima della prima frequenza naturale di torri storiche in muratura / Bartoli G., Betti M., Marra A.M., Monchetti S.. - In: BOLLETTINO INGEGNERI. - ISSN 2035-2433. - STAMPA. - LXVI:(2018), pp. 5-14.

Availability:

This version is available at: 2158/1129831 since: 2018-06-18T22:52:27Z

Terms of use:

Open Access

La pubblicazione è resa disponibile sotto le norme e i termini della licenza di deposito, secondo quanto stabilito dalla Policy per l'accesso aperto dell'Università degli Studi di Firenze (https://www.sba.unifi.it/upload/policy-oa-2016-1.pdf)

Publisher copyright claim:

(Article begins on next page)

12 October 2024

UNA NUOVA FORMULAZIONE SEMI-EMPIRICA PER LA STIMA DELLA PRIMA FREQUENZA NATURALE DI TORRI STORICHE IN MURATURA

Gianni BARTOLI, **Michele BETTI**, **Antonino Maria MARRA**, **Silvia MONCHETTI**

SOMMARIO

Il lavoro prende spunto dai risultati di una serie di indagini sperimentali eseguite a San Gimignano (SI) allo scopo di misurare le frequenze naturali delle torri medievali presenti nel centro storico della città. Questi risultati sono stati in seguito ampliati, includendo analoghe informazioni su un vasto numero di torri storiche distruibuite sull'intero territorio europeo. Il database così ottenuto colleziona le caratteristiche dinamiche, meccaniche e geometriche di 43 casi studio. Tali dati sono stati impiegati per identificare i principali parametrici fisici che influenzano il comportamento dinamico di torri in muratura e per valutare criticamente l'efficacia delle formulazioni empiriche proposte in normativa ed in letteratura per la stima della prima frequenze naturale di questa particolare tipologia strutturale. Nella memoria possibili correlazioni tra la frequenza fondamentale e le caratteristiche geometriche e meccaniche sono discusse, e una nuova formulazione semi-empirica viene proposta per una stima affidabile della frequenza principale di torri storiche in muratura.

ABSTRACT

The paper takes advantage of some experimental tests carried out in San Gimignano (Siena, Italy), with the aim to measure the natural frequencies of the medieval masonry towers still present in the historic city centre. These results were increased by means of collecting similar information of a wide amount of historic masonry towers widespread into the whole European territory, thus summing up the geometric, mechanic and dynamic caracteristics of 43 different case studies. These collected data were then used to identify the main physical parameters influencing the dynamic behaviour of slender masonry towers, and to critically evaluate the existing empirical formulations proposed for the estimation of the first natural frequency of such typology of structures. In this paper, correlations between fundamental frequencies and geometric characteristics and mechanical parameters are discussed, and a novel semi-empirical formulation is eventually proposed for a reliable prediction of the main frequency of slender masonry towers.

INTRODUZIONE

Gli ultimi eventi sismici che hanno colpito l'Italia (*e.g.* Lo Presti et al. 2013, Carbonari et al. 2017, Cescatti et al. 2017), hanno ancora una volta evidenziato la vulnerabilità del nostro patrimonio culturale, sottolineando l'importanza di sviluppare metodi e strumenti di analisi affidabili anche per valutazioni di primo livello da svolgere a carattere territoriale, al fine di individuare le maggiori criticità strutturali su cui può diventare necessario intervenire.

In generale, sia la capacità che la domanda sismica sono dipendenti dalle caratteristiche dinamiche della struttura, e in particolare dalle frequenze principali. Nel caso di torri in muratura, è noto l'importante ruolo che la frequenza principale riveste nella valutazione della vulnerabilità sismica, come evidenziato in Milani et al. (2012) e Bartoli et al. (2016). La sua determinazione, cruciale anche nella messa a punto di un modello numerico affidabile, è solitamente ottenuta attraverso indagini sperimentali che, talvolta, possono risultare onerose. Per questo, alcune normative, tra cui le NTC (2008) e la normativa spagnola NCSE (2002), e diversi gruppi di ricerca hanno sviluppato formule empiriche al fine di fornire una stima accurata della principale frequenza naturale di torri storiche in muratura. In particolare, Rainieri & Fabbrocino (2012), hanno analizzato i risultati raccolti durante una campagna sperimentale su torri in muratura presenti nel sud Italia, proponendo una correlazione empirica per la stima della prima frequenza naturale in funzione dell'altezza totale della torre. Un successivo lavoro, proposto da Shakya et al. (2014), fornisce alcune formulazioni empiriche per la stima della frequenza principale di strutture snelle, sulla base di un database composto da 58 casi studio, includendo campanili, torri civiche, minareti e pagode. Più re-

centemente, Diaferio et al. (2018), sulla base dei dati di 24 torri storiche in muratura, propone altre interessanti formulazioni introducendo, come già mostrato in Bartoli et al. (2017), l'altezza effettiva della torre (*i.e.* l'altezza oltre i vincoli offerti dagli edifici adiacenti) come parametro per la determinazione della prima frequenza naturale di queste strutture snelle.
Il presente lavoro si pone il duplice obiettivo di valutare criticamente le formulazioni esistenti per la stima della frequenza principale di torri in muratura e di proporre nuove formulazioni semi-empiriche per una stima più accurata di questo parametro. Per questo, un ampio database è stato raccolto e usato come riferimento per testare l'affidabilità delle diverse formulazioni. Il database, composto da 43 torri in muratura, è stato costruto partendo dai dati sperimentali raccolti durante il progetto RiSEM (Rischio Sismico degli Edifici Monumentali) per le torri medievali del centro storico di San Gimignano (SI), e integrato con quelli ricavati da un'accurata revisione della letteratura scientifica.

IL DATABASE

Nel corso del progetto di ricerca RiSEM (Bartoli et al. 2015) sono state stimate le prime frequenze naturali delle torri storiche di San Gimignano misurandone le vibrazioni indotte da sollecitazioni ambientali. Sono state impiegate allo scopo due diverse tecniche. La prima tecnica consiste nell'uso del radar interferometrico per acquisire a distanza misurazioni dinamiche (indicate come *IR* nel seguito); questa tecnica è basata sulla musura dello spostamento relativo tra il radar e la struttura (Pieraccini et al. 2013). La seconda tecnica invece consiste nella misurazione delle vibrazioni della torre attraverso un sismografo portatile a tre componenti, Tromino® (Lunedei et al. 2014, www.tromino.eu).
Entrambe le tecniche hanno permesso la stima delle frequenze naturali lungo le due direzioni principali della torre. Le frequenze saranno indicate con N-S e E-W per tutti i casi studio considerati, anche se l'orientamento della torre non rispetta esattamente il sistema di riferimento geografico. I risultati ottenuti per le torri di San Gimignano sono riportati in Tabella 1 dove, nei casi in cui siano disponibilili misure con entrambi i metodi precedentemente descritti, il dato sperimentale considerato è il risultato della media delle misurazioni. Ai dati dinamici delle torri sono specificati, in Tabella 2, le relative proprietà meccaniche e geometriche di ogni torre. Tali caratteristiche sono importanti per la definizione di una formulazione che consenta la stima della frequenza principale; è noto, infatti, che tale parametero dipende sostanzialmente dalla massa, dalla rigidezza e dalle caratteristiche geometriche della struttura. In particolare, si indica con: E il modulo elastico; γ il peso specifico; v_p la velocità di propagazione delle onde di taglio (P-waves); H l'altezza totale della torre; H_{eff} l'altezza efficace (*i.e.* l'altezza della torre oltre i vincoli offerti dagli edifici adiacenti); a e b i lati esterni della sezione di base della torre, infine con s si rappresenta lo spessore delle pareti murarie (valore medio alla base della torre).
Si noti che, visti gli obiettivi del progetto RiSEM che miravano ad usare tecnologie di indagine speditive e senza contatto diretto con la struttura, non sono stati ottenuti risultati sperimentali diretti sui parametri E e γ. Tali parametri sono stati quindi stimati in accordo con quanto riportato in Donà e De Maria (2011), Manfredi e Dolce (2009), Bartoli et al. (2013) e Vignoli et al. (2016), sulla

Tabella 1. Frequenze sperimentali misurate sulle torri di San Gimignano (in Hz).

ID#	Torre	Direzione N-S			Direzione E-W		
		IR	*SSR*	f_{N-S}	*IR*	*SSR*	f_{E-W}
1	Salvucci (Nord)	1.25	1.30	1.28	-	1.22	1.22
2	Salvucci (Sud)	1.73	1.73	1.73	-	1.58	1.58
3	Collegiata	1.71	1.69	1.70	1.84	1.88	1.86
4	Propositura	-	4.02	4.02	-	4.13	4.13
5	Grossa (*)	1.32	1.39	1.36	1.29	1.34	1.32
6	Rognosa	1.44	1.47	1.46	1.53	1.53	1.53
7	Ardinghelli (Nord)	2.85	3.08	2.97	-	4.67	4.67
8	Diavolo	-	2.63	2.63	2.23	2.38	2.31
9	Becci	1.37	1.36	1.37	-	1.67	1.67
10	Cugnanesi	1.46	1.38	1.42	1.31	1.27	1.29
11	Coppi-Campatelli	-	2.97	2.97	-	3.16	3.16

(*) Bartoli et al. (2013)

Tabella 2. Proprietà meccaniche e geometriche delle torri di San Gimignano

ID#	Torre	E	γ	v_p	H	H_{eff}	a	b	s
		[MPa]	[kN/m^3]	[m/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
1	Salvucci (Nord)	2300	18	1120	41.5	27.5	6.0	5.2	2.0
2	Salvucci (Sud)	2300	18	1120	42.8	27.3	7.1	7.2	2.3
3	Collegiata	2600	18	1190	38.8	27.6	7.0	7.3	2.0
4	Propositura	1800	22	896	21.0	14.0	6.7	6.7	2.2
5	Grossa (*)	2600	22	1077	52.3	34.5	9.1	9.7	2.4
6	Rognosa	2300	22	1013	44.0	25.0	6.2	7.2	2.0
7	Ardinghelli (Nord)	2000	18	1044	27.6	14.9	4.3	5.4	1.4
8	Diavolo	2800	22	1117	32.0	20.0	5.6	8.6	1.2
9	Becci	2300	18	1120	39.4	24.4	6.3	6.5	2.3
10	Cugnanesi	2300	18	1120	42.8	29.8	7.5	7.7	2.6
11	Coppi-Campatelli	2600	18	1190	31.0	16.0	6.4	8.2	1.5

(*) Bartoli et al. (2013)

base di risultati sperimentali ottenuti per numerose tipologie di muratura nel territorio italiano. Il valore della velocità di propagazione delle onde di taglio (v_p), riportato in Tabella 2, è stato valutato usando la seguente formula:

$$v_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{(1-\upsilon)}{(1+\upsilon)\cdot(1-2\upsilon)}} \cong \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (1)$$

dove $\rho = \gamma/g$ indica la densità di massa, mentre ν è il coefficiente di Poisson. Il secondo termine sotto radice nell'Eq. (1) è spesso trascurato in quanto assume valori nell'intervallo (1.0 - 1.1) essendo solitamente $0 \leq \nu \leq 0.25$. La frequenza naturale dipende teoricamente dalla radice quadrata del rapporto tra il modulo di Young e la densità di massa, appare così utile riassumere queste due grandezze meccaniche in un singolo parametro che viene introdotto attraverso la velocità delle onde di taglio.

I dati raccolti nell'ambito del progetto RiSEM (11 torri, Tabella 2) sono stati successivamente estesi includendo 32 ulteriori casi (Tabella 3), selezionati attraverso un'ampia revisione della letteratura scientifica. I casi interessano l'intero territorio europeo, sebbene la maggior parte di questi siano siti nel territorio italiano.

Il database completo, riportato in Tabella 2 e Tabella 3, mostra le caratteristiche meccaniche e geometriche dei casi studio selezionati, insieme alla prima frequenza naturale. Nonostante una generale uniformità delle strutture considerate, un'analisi dettagliata dei dati raccolti evidenzia una grande variabilità delle caratteristiche meccaniche e geometriche, dovuta alle diverse tipologie selezionate: case torri, campanili e torri civiche. Da un punto di vista geometrico, l'altezza totale delle torri selezionate (riportate in Tabella 2 e in Tabella 3) varia tra 17.0 m (#12, campanile della Chiesa di San Giorgio a Trignano, Bongiovanni et al. 2000) e 73.5 m (#18, campanile di San Vittore, Gentile and Saisi 2013), mentre lo spessore delle pareti murarie varia da 0.5 m (#12, campanile della Chiesa di San Giorgio a Trignano, Bongiovanni et al. 2000) a 3.8 m (#31, campanile di Aversa, Ferraioli et al. 2011). Il lato esterno alla base della torre varia da 3 m (#12, campanile della Chiesa di San Giorgio a Trignano, Bongiovanni et al. 2000) a 14 m (#31, campanile di Aversa, Ferraioli et al. 2011). La snellezza massima (valutata come il rapporto tra l'altezza totale della torre e la lunghezza minima del lato esterno della sezione di base), varia da 3.1 (#4, torre della Propositura) a 10.3 (#36, torre del Mangia, Pieraccini et al. 2014). Le frequenze sperimentali variano da 0.35 Hz (#36, torre del Mangia, Pieraccini et al. 2014) a 4.2 Hz (#4, torre della Propositura). Da queste ultime considerazioni, e confrontando i dati riportati in Tabella 2 e Tabella 3, appare evidente che la frequenza fondamentale è fortemente influenzata dall'altezza della torre e dalla sua snellezza. Tuttavia, nonostante questa generale considerazione, per ottenere una stima affidabile della frequenza principale è necessario considerare dei parametri aggiuntivi.

Le proprietà meccaniche dei casi studio considerati (modulo elastico E e peso specifico γ) sono stati ottenuti direttamente dai lavori di riferimento, solo in alcuni casi (indicati con un asterisco nella Tabella 3), non essendo disponibili indicazioni specifiche, le caratteristiche meccaniche sono state valutate assumento valori disponibili su altre strutture simili.

Inoltre, per ogni torre è stata riportata, oltre all'altezza totale (H), anche quella effettiva (H_{eff}), stimata considerando la parte di torre che supera in altezza gli edifici adiacenti.

Tabella 3. Database ottenuto dalla revisione della letteratura scientifica (dati meccanici, geometrici e dinamici).

id#	Torre	E	γ	v_p	H	H_{eff}	a	b	s	f_1
		[MPa]	[kN/m³]	[m/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[Hz]
12	Bongiovanni et al. (2000)	700	16	655	17.0	11.0	3.00	3.35	0.50	2.43
13	Carone et al. (2013)	1340	20	811	20.0	13.0	3.50	3.50	1.00	2.62
14	Ramos et al. (2010)	3100	20(*)	1233	20.0	20.0	4.50	4.70	1.00	2.56
15	Bayraktar et al. (2009)	1900	18	1018	20.6	20.6	5.50	5.00	1.50	2.55
16	Ceriotti et al. (2009)	1100	18	774	25.6	19.6	4.50	7.80	0.80	1.25
17	Ivorra et al. (2010)	1400	18	873	33.9	21.4	7.16	7.16	1.50	2.15
18	Gentile e Saisi (2013)	1500	20(*)	858	36.7	26.8	5.80	5.70	1.30	1.21
19	Ivorra e Cervera (2001)	1100	16(*)	821	37.2	27.2	4.68	4.68	1.45	0.73
20	Casciati e Al-Saleh (2010)	1600	18	934	39.2	29.2	5.96	5.96	1.55	1.05
21	Ivorra e Pallarés (2006)	2500	18	1167	35.0	28.0	5.60	5.60	1.20	1.29
22	Kohnan et al. (2011)	1960	19	1006	34.4	34.4	7.60	7.60	1.10	1.37
23	Diaferio et al. (2013)	2200	20(*)	1039	47.6	29.6	7.50	7.50	1.40	2.04
24	Russo et al. (2009)	1800	18	990	44.7	44.7	7.60	7.64	1.04	0.61
25	Ceroni et al. (2009)	850	18(*)	681	56.0	40.5	11.00	11.00	2.70	0.69
26	Gentile e Saisi (2007)	1600	18	934	73.5	56.7	10.00	10.00	1.40	0.59
27	Bonato et al. (1998)	970	19(*)	708	22.5	14.5	3.82	5.52	1.20	1.66
28	Zonta et al. (2004)	1700	18(*)	963	39.0	39.0	7.30	7.30	1.30	0.85
29	Cosenza e Iervolino (2007)	1800	19	964	28.5	19.5	5.42	5.42	1.35	1.95
30	Jùlio et al. (2008)	3000	19	1245	33.5	22.0	5.60	5.70	1.30	2.13
31	Ferraioli et al. (2011)	2200	20	1039	45.0	45.0	14.00	14.00	3.80	1.05
32	Ferraioli et al. (2011)	2800	20	1172	41.0	41.0	11.30	11.30	2.80	1.26
33	Bassoli et al. (2015)	1500	18	904	45.0	45.0	8.00	8.00	2.30	0.55
34	Gentile et al. (2013)	1700	18	963	54.0	32.0	7.10	7.15	2.30	0.97
35	Lancellotta e Sabia (2015)	1700	18	963	60.0	50.0	11.00	11.00	2.00	0.74
36	Pieraccini et al. (2014)	2000	18	1044	72.0	52.0	7.00	7.00	2.50	0.35
37	Casarin et al. (2009)	2300	20	1062	45.0	37.8	6.15	6.15	0.80	0.79
38	Bennati et al. (2005)	1800	18	990	35.0	29.0	7.00	11.00	1.08	1.20
39	Colapietro et al. (2013)	1900	18	1018	44.0	30.0	6.25	6.25	1.20	1.41
40	Castellacci et al. (2007)	1400	18	873	22.0	14.0	3.58	3.67	0.98	2.15
41	Abruzzese e Vari (2004)	4000	20	1401	34.1	34.1	8.60	8.60	2.00	2.00
42	Rainieri e Fabbrocino (2012)	1230	18	819	32.0	20.0	6.47	7.15	1.34	1.96
43	Rainieri e Fabbrocino (2012)	1100	18	774	25.0	15.0	4.95	5.20	1.25	2.27

(*) dati assunti in accordo con valori disponibili per altre strutture simili.

FORMULAZIONI ESISTENTI

Come detto in precedenza, in alcune normative e nella letteratura scientifica sono presenti diverse formulazioni empiriche per la stima della prima frequenza naturale (o, analogamente, del primo periodo) di strutture snelle. La normativa italiana propone due formule: la prima, riportata nelle norme tecniche per le costruzioni NTC2008, è del tutto generale ed il periodo è valutato come funzione dell'altezza della struttura (*H*):

$$f_1 = \frac{1}{C_1 \cdot H^{3/4}}; \left[T_1 = C_1 \cdot H^{3/4}\right] \qquad (2)$$

In cui, *H* è espresso in metri e C_1 è 0.050 per tutti i tipi di strutture, eccetto quelle in acciaio e in cemento armato, per le quali altri coefficienti sono proposti. Si evidenzia che questa formula è specifica per strutture con un'altezza massima di 40 m ed è usata soprattutto per edifici ordinari; la sua applicazione per strutture a prevalente sviluppo verticale può quindi comportare una stima poco accurata (infatti, nella maggior parte dei casi studio considerati l'altezza delle torri supera il limite segnalato nella normativa).
La seconda formula è contenuta del DPCM2011, tale documento regola le procedure per la valutazione del rischio sismico di edifici monumentali e contiene una formulazione proposta da Faccio et al. (2009) che, nonostante non siano forniti riferimenti specifici sulla sua calibrazione, è specificamente applicabile a torri in muratura. Tale formulazione esprime la frequenza principale della torre come una funzione lineare dell'altezza totale *H* (espressa in metri):

$$f_1 = \frac{1}{0.0187 \cdot H}; \left[T_1 = 0.0187 \cdot H\right] \qquad (3)$$

Analizzando altre normative internazionali, si riporta una formulazione proposta per strutture in muratura nella normativa spagnola (NCSE2002) che, pur non essendo destinata nello specifico a strutture snelle, è interessante perchè esprime la frequenza principale come funzione sia dell'altezza totale (*H*) che della dimensione in pianta della struttura (*L*) nella direzione di oscillazione:

$$f_1 = \frac{\sqrt{L}}{0.06H\sqrt{\frac{H}{2L+H}}} \qquad (4)$$

L'affidabilità delle precedenti formulazioni è stata valutata da Rainieri e Fabbrocino (2012) sulla base dei risultati dell'identificazione dinamica di 30 torri in muratura nel sud Italia; evidenziando una sovrastima, sia dell'Eq. (2) che dell'Eq. (4), per bassi valori del periodo naturale. L'Eq. (3) invece, fornisce una buona stima per periodi inferiori a 1 s, e una leggera sottostima per periodi superiori a 1 s. Inoltre, sulla base del database raccolto, Rainieri e Fabbrocino (2012) propongono una nuova formulazione che, mantenendo la struttura dell'Eq. (2), aggiorna i coefficienti sulla base dei risultati sperimentali:

$$f_1 = \frac{1}{0.0113 \cdot H^{1.138}}; \left[T_1 = 0.0113 \cdot H^{1.138}\right] \qquad (5)$$

In una ricerca più recente, riportata in Shakya et al. (2014), viene raccolto un database ancora più ampio contenente 58 strutture snelle (tra cui 32 torri in muratura, 16 minareti, 7 ciminiere and 3 Pagode); tale database è stato sfruttato per proporre nuove relazioni empiriche. In particolare, sono state proposte quattro formule considerando tre principali tipologie di strutture snelle: I) tutte le tipologie di strutture snelle in muratura; II) torri (campanili, torri civiche, ecc.) e III) minareti. La prima formula mantiene la struttura dell'Eq. (2), esprimendo la frequenza principale come funzione della sola altezza totale (*H*):

$$f_1 = \frac{1}{0.0151 \cdot H^{1.08}} \qquad (6)$$

La seconda formula mantiene la struttura dell'Eq. (4), suggerendo nuovi coefficienti sulla base dei dati sperimentali:

$$f_1 = \frac{L^{0.17}}{0.03 \cdot H\left(\frac{H}{L+H}\right)^{0.50}} \qquad (7)$$

La terza formula si basa sull'espressione teorica di una mensola con una sezione uniforme, introducendo un coefficiente empirico *X* pari a 1.375 per torri in muratura:

$$f_1 = \frac{1.875^2}{2\pi \cdot H^2}\sqrt{\frac{X \cdot EJ}{\overline{m}}} \qquad (8)$$

Nella precedente espressione, $\overline{m}$ è la massa per unità di lunghezza e *J* indica il momento d'inerzia. L'ultima formula proposta da Shakya et al. (2014) esprime la frequenza principale come funzione della snellezza minima, il rapporto, quindi, tra l'altezza della torre (*H*) e la minima dimensione della sezione di base (*B*):

$$f_1 = 3.58\,Y \cdot \left(\frac{H}{B}\right)^{-0.57} \qquad (9)$$

Dalle precedenti formulazioni appare evidente che l'altezza della torre è considerata il parametro principale per la determinazione della frequenza fondamentale, consentendo la definizione di formulazioni semplici e facili da applicare. Tuttavia, osservando la tipologia di casi studio, altri parametri potrebbero essere presi in considerazione. Le torri storiche, infatti, sono solitamente inserite in un contesto urbano che modifica la loro altezza libera. Inoltre, essendo la frequenza governata dalla snellezza della torre, considerare la dimensione della sezione di base della torre potrebbe migliorarne la stima.
In seguito a queste semplici considerazioni, è immediata la definizione di relazioni basate sulle caratteristiche geometriche delle torri e sui dati raccolti nel database presentato in questo articolo in Tabella 2 e Tabella 3. In Tabella 4 appare evidente che l'altezza effettiva H_{eff}, usata al posto dell'altezza totale H, migliora la stima della frequenza principale incrementando il valore del coefficiente di determinazione da 0.59 a 0.64. Un ulteriore miglioramento può essere ottenuto quando si introduce anche il lato della sezione di base della torre L, insieme all'altezza effettiva H_{eff}.

Tabella 4. Coefficiente di determinazione, R^2, di alcune possibili formule per la stima della prima frequenza naturale di strutture snelle (i coefficienti sono calibrati con il database riportato nelle Tabelle 2-3).

Equazione	Coefficienti	R^2
$f_1 = \frac{A}{H^{\alpha}}$	A=36.42, α=0.90	0.59
$f_1 = \frac{A}{H_{eff}^{\alpha}}$	A=19.54, α=0.79	0.64
$f_1 = A\frac{L^{\beta}}{H^{\alpha}}$	A=47.29, α=1.08, β=0.22	0.60
$f_1 = A\frac{L^{\beta}}{H_{eff}^{\alpha}}$	A=33.97, α=1.42, β=0.81	0.72

Simili considerazioni sono state sviluppate anche da Diaferio et al. (2018), i quali propongono le seguenti espressioni:

$$f_1 = 28.35 \cdot H^{-0.83} \tag{10}$$

$$f_1 = 12.96 \cdot H_{eff}^{-0.686} \tag{11}$$

$$f_1 = 14.61 \cdot L_{min}^{-0.254} \cdot H_{eff}^{-0.341} \cdot H^{-0.216} \tag{12}$$

UNA NUOVA FORMULAZIONE SEMI-EMPIRICA

Osservando le torri medievali del centro storico di San Gimignano si nota che queste presentano caratteristiche geometriche (e meccaniche) molto simili: sezione alla base quasi quadrata, grandi spessori murari (spesso costanti lungo l'altezza), poche aperture e snellezze elevate (anche rispetto al contesto urbano in cui sono inserite). Simili considerazioni possono essere estese anche per la maggior parte delle strutture incluse nel database qui riportato. Questo consente di associare a tutte queste strutture uno schema strutturale di semplice trave a mensola con una sezione quadrata cava. In seguito a questa ipotesi, la prima frequenza principale si può considerare descritta dalla seguente formulazione teorica:

$$f_1 = \frac{1.875^2}{2\pi \cdot H^2}\sqrt{\frac{E \cdot J}{\rho \cdot A}} \tag{13}$$

In cui J rappresenta il momento di inerzia e A l'area della sezione trasversale. Partendo da questa espressione e introducendo alcune semplificazioni, sono state sviluppate formulazioni approssimate per la valutazione della frequenza naturale di torri in muratura. In particolare, considerando una sezione quadrata cava (come riportato in Figura 1) si può esprimere il momento d'inerzia e

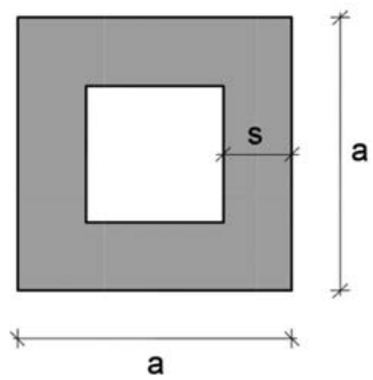

Figura 1. Sezione quadrata cava di riferimento.

l'area della sezione, in funzione del rapporto tra lo spessore s e il lato della sezione a:

$$n = \frac{s}{a} \tag{14}$$

Di conseguenza, il raggio di inerzia della sezione quadrata cava può essere espresso come:

$$r = \sqrt{\frac{J}{A}} = \frac{a}{\sqrt{12}} \cdot \chi \tag{15}$$

In cui è stato introdotto il coefficiente adimensionale χ:

$$\chi = \sqrt{\frac{2 - 6n + 8n^2 - 4n^3}{1 - n}} \tag{16}$$

L'andamento di χ in funzione dello spessore normalizzato *n* è mostrato in Figura 2. Sulla base dei dati raccolti, la variabilità del parametro *n* è limitata: si ottiene, infatti, un valore medio $\mu_n = 0.25$ con una deviazione standard $\sigma_n = 0.06$. Nelle applicazioni pratiche, e, nell'intervallo $[\mu_n - \sigma_n, \mu_n + \sigma_n]$, la migliore approssimazione lineare di $\chi(n)$ è fornita dalla seguente espressione:

$$\chi = 1.343 - 0.892 \cdot n \tag{17}$$

Con l'obiettivo di semplificare la formulazione finale, si considera la seguente approssimazione che, nell'intorno del valore medio μ_n, produce gli stessi valori dell'Eq. (17):

$$\chi \cong 1.5 \cdot (1 - n) \tag{18}$$

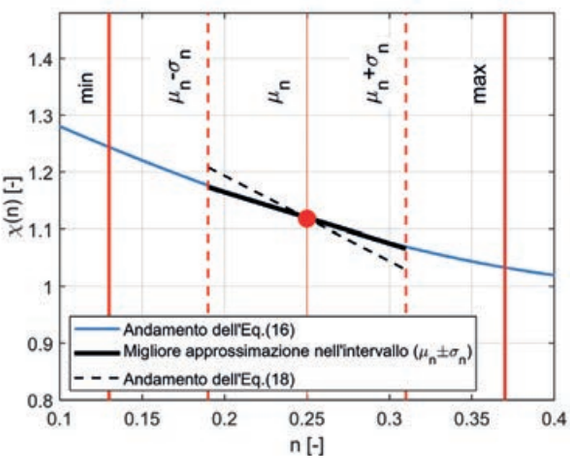

Figura 2. Funzione $\chi(n)$ e approossimazione lineare nell'intervallo ($\mu_n \pm \sigma_n$)

Con tutte le semplificazioni introddotte, il raggio di inerzia di una sezione quadrata cava, può essere espresso come:

$$r = \sqrt{\frac{J}{A}} \cong \frac{a}{\sqrt{12}} \cdot 1.5 \cdot (1 - n) \tag{19}$$

Secondo quanto riportato in precedenza, un primo importante miglioramento nella stima della frequenza principale di torri storiche in muratura può essere introdotto nell'Eq. (13), considerando l'altezza effettiva H_{eff} invece che quella totale *H*. La prima frequenza natuale può quindi essere espressa come segue:

$$f_1 = \frac{1.875^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{H_{eff}^2} \sqrt{\frac{E \cdot J}{\rho \cdot A}} = \frac{1.875^2}{2\pi} \cdot X \tag{20}$$

In cui è stata introdotta la seguente espressione:

$$X = \frac{1}{H_{eff}^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{J}{A}} \tag{21}$$

Nella Figura 3 si riporta la prima frequenza naturale delle torri contenute nel database riportato in questo articolo (Tabella 2 e Tabella 3), come funzione del parametro X. Nella stessa figura, l'andamento dell'Eq. (20) è indicato con una linea continua blu, mentre si nota con una linea nera tratteggiata la stessa equazione con l'approssimazione introdotta nell'Eq. (19).
Tre aspetti principali possono quindi essere evidenziati. Il primo è che l'espressione teorica per la valutazione della prima frequenza di una trave a mensola, quando si usa il parametro H_{eff}, fornisce una buona approssimazone per la stima della prima frequenza di torri in muratura. In secondo luogo, appare evidente che l'approssimazione introdotta con l'Eq. (19) è buona, introducendo un minimo errore rispetto all'Eq. (15). Infine, la formulazione specifica per la trave a mensola tende a sovrastimare, nella maggior parte dei casi, il valore della frequenza sperimentale. Quest'ultimo aspetto è principalmente dovuto al fatto che la formulazione teorica non tiene conto delle aperture lungo l'altezza della torre e che l'effettivo grado di vincolo non è considerato. Infatti, la sezione in cui la torre si considera incastrata (vale a dire la sezione da cui l'altezza libera della torre equivale a H_{eff}) è vincolata dagli edifici adiacenti il cui grado di contenimento è inferiore rispetto a quello dell'in-

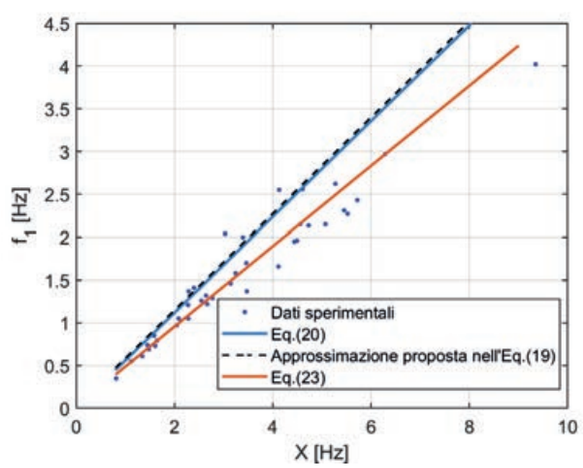

Figura 3. Frequenza naturale principare come funzione del parametro X. In particolare, la linea continua blu rappresenta l'espressione teorica per una trave a mensola (dove Heff è usata come altezza di riferimento), la linea nera tratteggiata corrisponde all'approssimazione proposta nell'Eq. (19), infine, la linea continua verde è la migliore approssimazione lineare ottenuta con i dati disponibili di Tabella 2 e 3.

castro perfetto, ipotizzato nella formulazione teorica. Entrambi questi aspetti portano ad una riduzione della frequenza naturale della torre, quindi ad una sovrastima dei risultati dell'Eq. (20). Per tenere conto di questi aspetti, un coefficiente riduttivo viene introdotto sulla base dei dati raccolti. Una riduzione del 20% garantisce la migliore approssimazione lineare sui dati disponibili (in Figura 3 è rappresentata con la linea continua verde).
In conclusione, la formula approssimata ottenuta per stimare la prima frequenza naturale delle torri è la seguente:

$$f_1 \cong 0.8 \cdot \frac{1.875^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{H_{eff}^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{a}{\sqrt{12}} \cdot 1.5 \cdot (1-n) \cong \frac{0.2 \cdot a}{H_{eff}^2} \cdot (1-n) \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (22)$$

Come riportato in precedenza, considerando la radice quadrata del rapporto tra *E* e *ρ* come la velocità delle onde di taglio v_p, l'espressione finale può essere scritta come segue:

$$f_1 \cong \frac{0.2 \cdot a}{H_{eff}^2} \cdot (1-n) \cdot v_p \qquad (23)$$

Appare evidente che l'Eq. (23) richiede la conoscenza di parametri meccanici e geometrici che talvolta possono risultare di difficile determinazione. Per questo, nel caso in cui lo spessore murario fosse irreperibile, un valore di tentativo del coefficiente $n = 0.25$ potrebbe essere ipotizzato, corrispondente alla media dei dati raccolti nel database qui proposto. Con questa ipotesi un'ulteriore espressione può essere definita:

$$f_1 \cong \frac{0.15 \cdot a}{H_{eff}^2} \cdot v_p \qquad (24)$$

Inoltre, in mancanza di informazioni più approfondite sulle caratteristiche meccaniche della muratura la velocità delle onde di taglio v_p può essere scelta sulla base dei valori proposti nella Tabella 5. Con riferimento ai valori contenuti nel database, si nota che v_p varia tra 650 m/s e 1400 m/s, con una media di circa 1000 m/s e una deviazione standard di 160 m/s. Usando il valore medio di v_p nell'Eq. (24), si ottiene un'ulteriore formula, ancora più semplice e di immediata applicazione:

$$f_1 \cong \frac{\alpha \cdot a}{H_{eff}^2} \qquad (25)$$

in cui $\alpha \approx 150$ m/s.

Le formulazioni introdotte nelle sezioni precedenti sono state valutate sulle torri riportate nel database. In Figura 4 si riporta una rappresentazione grafica della distribuzione degli errori ottenuta per ogni torre nella valutazione della prima frequenza naturale usando tutte le formule. Nello stesso grafico con una linea continua nera sono riportati gli errori ottenuti con la formulazione proposta nel presente articolo (Eq. (23)) evidenziandone le buone capacità di previsione.
Inoltre, per valutare il risultato delle varie formule sul database qui raccolto, si introduce il seguente errore:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{|f_i - \bar{f}_i|}{\bar{f}_i}}{N} \qquad (26)$$

In cui N indica il numero di campioni, f_i è la stima della frequenza della torre, mentre $\bar{f}_i$ indica la frequenza sperimentale. I risultati ottenuti sono riassunti nella Tabella 6. Si osserva che un significativo miglioramento della capacità predittiva delle formule riportate può essere raggiunto quando: 1) l'altezza effettiva della torre H_{eff} viene adottata al posto dell'altezza totale *H*; 2) ulteriori parametri geometrici (lato e spessore murario) e meccanici (modulo elastico e densità della muratura) sono considerati.

CONCLUSIONI

I risultati sperimentali riguardanti il comportamento dinamico delle torri medievali di San Gimignano (SI), unitamente a quelli derivati da una sistematica revisione della letteratura scientifica, hanno permesso la definizione di una nuova formula semi-empirica per la valutazione della frequenza fondamentale di torri storiche in muratura. La formula qui proposta è stata ottenuta a partire dall'espressione teorica per una trave a mensola con sezione quadrata cava introducendo alcune approssimazioni ed introducendo un coefficiente correttivo che tenga conto della differenza tra le ipotesi della formulazione teorica e la configurazione reale.
L'analisi dei risultati ha consentito di verificare che la nuova formula introduce notevoli miglioramenti nella stima della frequenza di torri storiche in muratura, ottenendo un errore complessivo del 9% (definito sulla base del database raccolto). Tuttavia, l'impiego della formula qui proposta richiede la conoscenza (o la stima) di alcuni parametri, non tutti di immediata determinazione: l'altezza effettiva della torre H_{eff}, il lato della sezione di base *a*, lo spessore murario *s*, e la velocità delle onde di taglio v_p. I primi tre sono facilmente ricavabili, trattandosi di informazioni di carattere geometrico; l'ultimo parametro

Tabella 5. Valori proposti di v_p per diverse tipologie di muratura.

Tipologia di muratura	v_p [m/s]
Muratura in pietrame disordinata	650 – 750
Muratura a conci di pietra tenera	750 – 850
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	850 – 1000
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	>1000

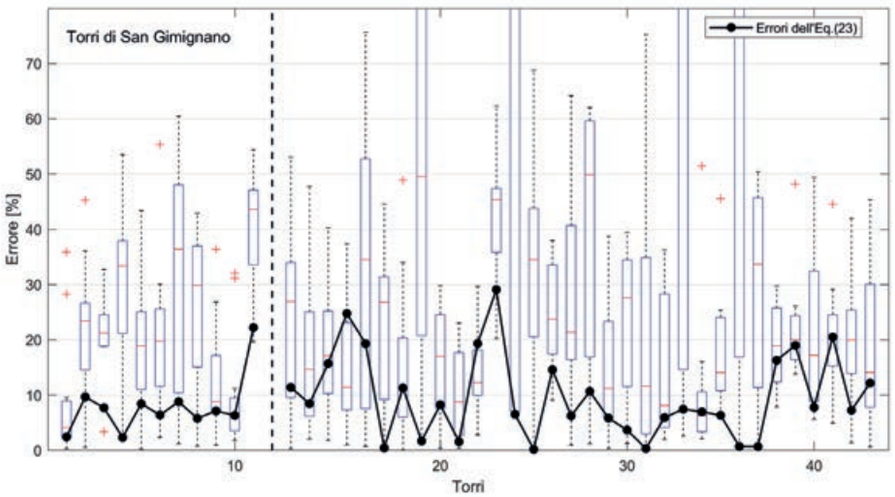

Figura 4. Errori ottenuti nella stima della prima frequenza naturale per le 43 torri contenute nel database, secondo le formulazioni di letteratura. In particolare, la lina continua nera riporta i risultati ottenuti con la formula semi-empirica proposta nel presente articolo (Eq. (23)).

Tabella 6. Errori globali nella stima della prima frequenza naturale, valutati sui dati raccolti nel database di Tabella 2 e Tabella 3

Eqn. #		Errore e [%]
Eq. (2)	$f_1 = \frac{1}{0.050 \cdot H^{3/4}}$	31 %
Eq. (3)	$f_1 = \frac{1}{0.0187 \cdot H}$	32 %
Eq. (4)	$f_1 = \frac{\sqrt{L}}{0.06H\sqrt{\frac{H}{2L+H}}}$	30 %
Eq. (5)	$f_1 = \frac{1}{0.0113 \cdot H^{1.138}}$	30 %
Eq. (6)	$f_1 = \frac{1}{0.0151 \cdot H^{1.08}}$	27 %
Eq. (7)	$f_1 = \frac{L^{0.17}}{0.03 \cdot H\left(\frac{H}{L+H}\right)^{0.5}}$	29 %
Eq. (8)	$f_1 = \frac{1.875^2}{2\pi \cdot H^2}\sqrt{\frac{1.375 \cdot \mathrm{EJ}}{\bar{m}}}$	42 %
Eq. (9)	$f_1 = 3.58 \cdot \left(\frac{H}{B}\right)^{-0.57}$	33 %
Eq. (17)	$f_1 = \frac{1.875^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{H_{eff}^2}\sqrt{\frac{\mathrm{E} \cdot \mathrm{J}}{\rho \cdot \mathrm{A}}}$	21 %
Eq. (20)	$f_1 \cong \frac{0.2 \cdot \mathrm{a}}{H_{eff}^2} \cdot (1-n) \cdot \mathrm{v}_p$	9 %

richiede invece la conoscenza delle caratteristiche meccaniche della muratura, spesso non disponibili per strutture di carattere storico-monumentale. Per questo, valori tipici della velocità delle onde di taglio sono stati stimati sulla base delle caratteristiche meccaniche delle torri. Inoltre, sempre sulla base delle caratteristiche geometriche e meccaniche del database raccolto, alcune semplificazioni sono state introdotte definendo due ulteriori formule di più immediata applicazione.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano la Regione Toscana per il contributo finanziario fornito allo svolgimento della ricerca (Linea di Azione 1.1.a.3 - Scienze e tecnologie per la salvaguardia e la valorizzazione dei beni culturali).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

Abruzzese D., Vari A. (2004). Vulnerabilità sismica di torri medievali in muratura. Atti dell'XI Congresso Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia (ANIDS). Genova.

Bartoli G., Betti M., Giordano S. (2013). In situ static and dynamic investigations on the "Torre Grossa" masonry tower. Engineering Structures, Vol. 52, pp. 718-733.

Bartoli G., Betti M., Monchetti S. (2015). Rischio sismico di edifici a Torre in muratura. Un caso studio a San Gimignano. Bollettino degli ingegneri, Vol. LXIII(11), pp. 3-14.

Bartoli G., Betti M., Vignoli A. (2016). A numerical study on seismic risk assessment of historic masonry towers: a case study in San Gimignano. Bulletin of Earthquake Engineering, Vol. 14(6), pp. 1475-1518.

Bassoli E., Vicenzi L., Bovo M., Mazzotti C. (2015). Dynamic identification of an ancient masonry bell tower using a MEMS-based acquisition system. Workshop on Environmental, Energy and Structural Monitoring Systems (EESMS), Trento.

Bayraktar A., Türker T., Sevım B., Altunisik A.C., and Yildirim F. (2009). Modal Parameter Identification of Hagia Sophia Bell-tower via Ambient Vibration Test. Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 28(1), pp. 37-47.

Bennati S., Nardini L., and Salvatore W. (2005). Dynamic Behaviour of a Medieval Masonry Bell Tower. II: Measurement and Modeling of the Tower Motion. Journal of Structural Engineering, Vol. 131(11), pp. 1656-1664.

Bonato P., Ceravolo R., Stefano A., and Molinari F. (2000). Cross–time frequency techniques for

the identification of Masonry buildings. Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 14(1), pp. 91–109.
Bongiovanni G., Clemente P., and Buffarini G. (2000). Analysis of the seismic response of a damaged masonry bell tower. Atti 12th World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand.
Carone A.S., Foti D., Giannoccaro N.I., Nobile R. (2013). Non-destructive characterization and dynamic identification of an historical bell tower. Atti 4th International Conf. on Integrity, Reliability and Failure, Funchal, Madeira.
Casarin F., Modena C., and Simonato E. (2009). Dynamic identification of the St. Martin bell-tower of Burano, Venice. Atti 3rd International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC'09), Portonovo, Italy.
Casciati S., Al-Saleh R. (2010). Dynamic behavior of a masonry civic belfry under under operational conditions. Acta Mechanica, Vol. 215(1), pp. 211-224.
Castellacci I., Spinelli P., Vignoli A., Galano L. (2007). Caratterizzazione dinamica del campanile della pieve di San Cresci a Macioli nei pressi di Pratolino, comune di Vaglia, e progetto di miglioramento sismico. Bollettino degli Ingegneri, Vol. LV(10), pp. 21-23.
Ceriotti M., Mottola L., Picco G.P., Murphy A.L., Guna S., Corrà M., Pozzi M., Zonta D., Zanon P. (2009). Monitoring Heritage Buildings with Wireless Sensor Networks: The Torre Aquila. Atti 8th International Conference on Information Processing in Sensor Networks, San Francisco, USA.
Ceroni F., Pecce M., Manfredi G. (2009). Seismic Assessment of the bell tower of Santa Maria Del Carmine: Problems and solutions. Journal of Earthquake Engineering, Vol. 14(1), pp. 30-56.
Colapietro D., Fiore A., Netti A., Fatiguso F., Marano G. C., De Fino M., Cascella D., Ancona A. (2013). Dynamic identification and evaluation of the seismic safety of a masonry bell tower in the south of Italy. Atti 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamic and Earthquake Engineering (COMPDYN 2013), Kos Island, Greece.
Cosenza E., Iervolino I. (2007). Case study: Seismic Retrofitting on a Medieval Bell Tower with FRP. Journal of Composites for Construction, Vol. 11(3), pp. 319-327.
Diaferio M., Foti D., Giannoccaro N.I., Vitti M. (2013). On the use of modal analysis and ground penetrating radar test for the physical parameter identification of an historical bell tower. Atti Congress on Recent Advances in Earthquake Engineering and structural Dynamics (VEESD), Vienna, Austria.
Donà C., De Maria A. (2011). Manuale delle murature storiche – Analisi e valutazione del comportamento strutturale – Schede operative per gli interventi di restauro strutturale, DEI, Tipografia del Genio Civile, Roma.
DPCM2011 (Direttiva del Presidente del Consiglio dei Ministri) (2011) "valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle NTC 2008". G. U. n. 47 del 26.02.2011
Faccio P., Podestà S., and Saetta A. (2009). Venezia, Campanile della Chiesa di Sant'Antonio, Esempio 5. In: Linee guida per la valutazione e riduzione del Rischio Sismico del Patrimonio Culturale Allineate alle Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni (DM 14/01/2008)
Ferraioli M., Mandara A., Abruzzese D., and Miccoli L. (2011). Dynamic identification and seismic safety of masonry bell towers. Atti del XIV Congresso Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia (ANIDS), Bari, Italy.
Gentile C., Saisi A. (2007). Ambient vibration testing of historic masonry towers for structural identification and damage assessment. Journal of Construction and Building Materials, Vol. 21(6) pp. 1311-1321.
Gentile C., Saisi A. (2013). Operational modal testing of historic structures at different levels of excitation. Journal of Construction and Building Materials, Vol. 48(6), pp. 1273-1285.
Ivorra S., Cervera, J.R. (2001). Analysis of the dynamic actions when bells are swinging on the bell tower of Bonreposi Mirambell Church (Valencia, Spain). Atti 3rd International Seminar Historical Constructions, Guimarães, Portugal.
Ivorra S., Pallarés F.J. (2006). Dynamic investigation on a masonry bell tower. Engineering Structures, Vol. 28(5), pp. 660-667.
Ivorra S., Pallares F.J., Adam J.M., Tomas R. (2010). An evaluation of the incidence of soil subsidence on the dynamic behavior of a Gothic bell tower. Engineering Structures, Vol. 32, pp. 2318-2325.
Lo Presti D., Sassu M., Luzi L., Pacor F., Castaldini D., Tosatti G., Meisina C., Zizioli D., Zucca F., Rossi G., Saccarotti G., Piccinini D. (2013). A Report on the 2012 Seismic Sequence in Emilia (Northern Italy). Atti 7th International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Chicago, USA.
Lunedei E., Peruzzi G., Albarello, D. (2014). Ambient vibrations in seismic studying the UNESCO cultural heritage site of San Gimignano (Italy). Atti 2nd European Conference on Earthquake Engineering and Seismology (2ECEES), Istanbul, Turkey.
Jùlio E.N.B.S., Rebelo C.A.S., Dias Da Costa D.A.S.G. (2008). Structural assessment of the tower of the University of Coimbra by modal identification. Engineering Structures, Vol. 30(12), pp. 3468-3477.
Kohan P.H., Naliim L.G., Gea S.B. (2011). Dynamic characterization of beam type structures: Analyti-

cal, numerical and experimental applications. Applied Acoustics, Vol. 72(12), pp. 975-981.
Lancellotta R., Sabia D. (2015). Identification Technique for Soil-Structure Analysis of the Ghirlandina Tower. International Journal of Architectural Heritage, Vol. 9(4), pp. 391-407.
Lunedei E., Peruzzi G., Albarello D. (2014). Ambient vibrations in seismic studying the UNESCO cultural heritage site of San Gimignano. In: Second European Conference on Earthquake Engineering and Seismology (2ECEES), Istanbul, Turkey.
Manfredi G., Dolce M. (2009). The state of Earthquake Engineering Research in Italy: the ReLUIS-DPC 2005-2008 Project. Dipartimento della Protezione Civile, Roma.
Milani G., Casolo S., Naliato A., Tralli A. (2012). Seismic assessment of a medieval masonry tower in Northern Italy by limit, non-linear static and full dynamic analyses. International Journal Architectural Heritage, Vol. 6(5), pp. 489–524.
NCSE2002 (2002). "Norma de Construcciòn Sismorresistente - Parte General y Edificaciòn (Spanish Standard)". Spain, Ministerio de Fomento.
NTC2008. (Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni) (2008). D.M. del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti del 14/01/2008. G.U. n. 29 del 04.02.2008, S.O. n. 30
Pieraccini M., Dei D., Mecatti D., Parrini F. (2013). Dynamic Testing of Historic Towers Using an Interferometric Radar from an Unstable Measurement Position. Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 32(4), pp. 398-404.
Pieraccini M., Dei D., Betti M., Bartoli G., Tucci G., Guardini N. (2014). Dynamic identification of historic masonry tower through and expeditious and no-contact approach: Application to the "Torre del Mangia" in Siena (Italy). Journal of Cultural Heritage, Vol. 15(3), pp. 275-282.
Ramos L.F., Marques L., Lourenco P.B., Roeck G., Campos-Costa A., Roque J. (2010). Monitoring historical masonry structures with operational modal analysis: Two case studies. Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 24, pp. 1291-1305.
Rainieri C., Fabbrocino G. (2012). Estimating the elastic period of masonry towers. In: Proceedings of the SEM IMAC 30th Conference, Society for Experimental Mechanics Inc., Jacksonville, FL, USA.
Russo G., Bergamon O., Damiani L., Lugato D. (2010). Experimental analysis of the "Saint Andrea" Masonry Bell Tower in Venice. A new method for the determination of tower global Young's modulus E. Engineering Structures, Vol. 32(2), pp. 353-360.
Salvatori L., Marra A.M., Bartoli G., Spinelli P. (2015). Probabilistic seismic performance of masonry towers: general procedure and a simplified implementation. Engineering Structures, Vol. 94, pp. 82-95.
Shakya M., Varum H., Vicente R., Costa A. (2014). Empirical formulation for Estimating the fundamental frequency of slender masonry structures. International Journal of Architectural Heritage, Vol. 10(1), pp. 55-66.
Zonta D., Zanon P., Molinari M., Toffaletti S. (2004). Aggiornamento della vulnerabilità sismica della Torre Civica di Portogruaro basato su misure vibrazionali. In: Atti dell'XI Congresso Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia (ANIDS). Genova, Italia.

Gianni BARTOLI è nato nel 1962 a Firenze e si è laureato in Ingegneria Civile nel 1988 presso la Facoltà d'Ingegneria dell'Università di Firenze. Attualmente è Professore Associato di Tecnica delle Costruzioni presso la Scuola di Ingegneria dell'Università degli Studi di Firenze, dove principalmente si occupa di argomenti di ricerca collegati all'ingegneria del vento ed alla risposta di edifici monumentali.

Michele BETTI è nato nel 1971 a Firenze, e si è laureato in Ingegneria Civile nel 1996 presso la Facoltà d'Ingegneria dell'Università di Firenze. Attualmente è Ricercatore di Scienza delle Costruzioni presso la Scuola di Ingegneria dell'Università degli Studi di Firenze, interessandosi di argomenti di ricerca collegati alla risposta di edifici monumentali e all'identificazione strutturale.

Silvia MONCHETTI è nata nel 1987 a Firenze, si è laureata in Ingegneria Civile nel 2014 presso la Scuola d'Ingegneria dell'Università degli Studi di Firenze. Attualmente è dottoranda di ricerca presso il Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale dell'Università degli Studi di Firenze. Si interessa di valutazione del rischio sismico degli edifici monumentali in muratura.

Antonino Maria MARRA è nato nel 1982 a Melito di Porto Salvo (RC), si è laureato in Ingegneria Civile nel 2007 presso la Facoltà d'Ingegneria dell'Università "Mediterranea" di Reggio Calabria. Ha conseguito il titolo di Dottore di Ricerca nel 2011 presso l'Università di Firenze. Attialmente è tecnologo di I livello presso il Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale dell'Univerisità degli Studi di Firenze, dove si occupa di argomenti di ricerca collegati all'ingegneria del vento, all'ingegneria sismica e all'affidabilità strutturale.