

Le Olimpiadi di matematica in classe.

Silvia Ceccarelli

16 ottobre 2018

1 Introduzione

In questo articolo descriviamo brevemente l'organizzazione delle Olimpiadi della matematica e analizziamo l'opportunità di utilizzare i testi prodotti per questi eventi per una diversa didattica in classe. Quando si parla di gare di matematica il nostro pensiero si dirige subito ai ragazzi più dotati e 'più portati' per la disciplina. Ma possiamo chiederci: solo i ragazzi 'più bravi' possono fare le gare? Gli altri? Sicuramente la risposta è positiva, ma ci possiamo chiedere ancora: con che spirito affronta una gara di matematica o semplicemente un testo di gara chi non si considera o non è considerato bravo? Le gare spaventano tutti, anche i più bravi, e si rischia di allontanare ancora di più i ragazzi dalla matematica se li mandiamo allo sbaraglio. La nostra idea è quella di utilizzare i testi delle gare di primo livello per aiutare gli studenti a vedere la matematica sotto un altro aspetto e, perché no, una volta che siamo riusciti ad aiutarli a rompere il ghiaccio, a fare in modo che si possano divertire e cimentare all'interno di una gara, questo indipendentemente dalla bontà dei risultati ottenuti. In questa esposizione si opera un'indagine di come si possa utilizzare la gara d'Istituto prima, durante e dopo per avvicinare anche quegli studenti che si dicono 'non portati per la matematica'. Il livello iniziale degli argomenti da conoscere per affrontare i primi esercizi non è alto, ed è accessibile a tutti gli studenti. Vale la pena cimentarsi in un percorso alternativo agli insegnamenti standard e curriculari e cercare di capire se un diverso approccio alla matematica avvicina maggiormente gli studenti a questo mondo.

2 Le Olimpiadi di matematica

Lo scopo è quello di avvicinare gli studenti ad argomenti della matematica che solitamente non fanno parte del curriculum standard scolastico, diversi, più interessanti e che non si riducano all'applicazione meccanica di formule libresche. Le Olimpiadi della Matematica sono diffuse in un centinaio di paesi di tutto il mondo, anche se il tipo di organizzazione è diverso da paese a paese. In Italia, le varie fasi della manifestazione sono curate dall'Unione Matematica Italiana su incarico del MIUR. Le Olimpiadi della Matematica si svolgono regolarmente in Italia dal 1983: nel 2017 circa 1500 scuole italiane hanno aderito al Progetto Olimpiadi della Matematica, per un totale di circa 200.000 studenti. Le gare passano attraverso varie fasi e selezioni a cominciare dai Giochi di Archimede, gara d'Istituto, fino alle IMO (International Mathematical Olympiad), la competizione finale internazionale. Le IMO si sono tenute per la prima volta nel 1959 in Romania e per i primi anni sono state aperte solo agli studenti appartenenti ai paesi del Patto di Varsavia.

Il grande successo della competizione spinse gli Stati Uniti d'America a formulare ex-novo i programmi scolastici di matematica in modo tale da dare agli studenti americani competenze ed abilità tali da renderli capaci di confrontarsi con i partecipanti alle IMO.

La prima partecipazione italiana risale al 1967: inizialmente l'organizzazione delle fasi nazionali venne affidata alla Scuola Normale Superiore di Pisa e dal 1997 all'UMI. Per selezionare la squadra italiana vennero organizzate le gare nazionali che si sono sempre tenute nella prima settimana di maggio, nei primi tempi a Viareggio e dal 1990 a Cesenatico ed alcuni stage specifici distribuiti nel corso dell'anno scolastico.

Le diverse fasi delle gare:

1. Giochi di Archimede
2. Gara delle prime
3. Gara di febbraio
4. Finali nazionali

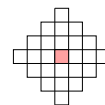
L'UMI a settembre invita tutti gli Istituti secondari superiori del territorio nazionale a partecipare ai **Giochi di Archimede**, la prima

fase delle Olimpiadi che si svolge nella seconda metà di novembre. Attualmente il testo della gara è composto per il biennio da 16 quesiti a risposta multipla e per il triennio da 20 quesiti. In entrambi i casi la gara dura 90 minuti. Sia il numero dei problemi che il tempo a disposizione degli studenti sono cambiati negli anni, per venire incontro a esigenze logistiche e organizzative delle scuole.

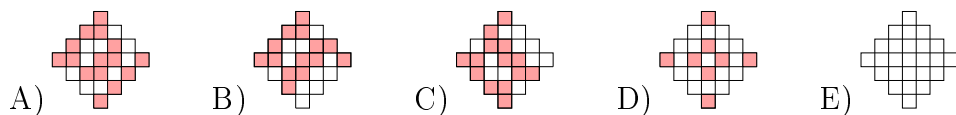
In questa fase della competizione per affrontare con successo i quesiti proposti è sufficiente la preparazione curricolare scolastica, affiancata da buone capacità logiche. I giochi di Archimede svolgono una duplice difficile funzione sia di selezione dei migliori per la fase successiva, sia di divulgazione per presentare a tutti, in modo accessibile, alcuni temi non oggetto della matematica curricolare. Il testo cerca di bilanciare queste esigenze apparentemente contrastanti tra di loro. E' fondamentale sviluppare nell'allievo una certa curiosità verso la risoluzione di problemi non standard. I problemi proposti sono tutti a risposta multipla, tipologia che non scoraggia i partecipanti.

Un esempio di quanto detto sopra è il seguente esercizio (Problema 13 giochi di Archimede 2015):

Una griglia suddivisa in quadratini è colorata inizialmente come nella figura a lato. Una mossa consiste nello scegliere una riga oppure una colonna e invertire il colore di tutte le caselle in essa presenti.



Facendo 10 mosse, quale, tra le seguenti configurazioni, non è possibile ottenere?



Per risolvere questo problema non occorre alcun prerequisito matematico, ma basta osservare che tutte le righe e le colonne della griglia hanno un numero dispari di quadratini, quindi ogni mossa inverte la parità dei quadratini neri e di quelli bianchi e dunque del loro totale. Dopo dieci mosse avrò la stessa parità iniziale e dunque poiché tra le soluzioni proposte ce n'è solo una con parità dei quadratini diversa da quella iniziale, il problema è risolto.

La **gara delle prime** si tiene in genere verso la fine del mese di gennaio ed è stata istituita più recentemente, nel 2013. Lo scopo di questa competizione è quello di coinvolgere i ragazzi appena entrati nella scuola secondaria di secondo grado. I ragazzi di prima al momento dei giochi di Archimede hanno appena cominciato il nuovo ciclo e non hanno ancora avuto il tempo di orientarsi né di avvicinarsi alla matematica in modo non tradizionale (se nel ciclo precedente non hanno mai avuto a che fare con gare di questo tipo). Ecco che viene data loro l'opportunità di cimentarsi con problemi diversi e non standard ma maggiormente alla loro portata rispetto a quelli dei giochi di Archimede per il biennio. Questa gara ha uno scopo divulgativo oltre che competitivo e viene organizzata su base volontaria.

Nell'organizzazione delle gare, in tutte le loro fasi, sono coinvolti molti docenti con funzioni diverse: tutti si prodigano a titolo volontario essenzialmente per la passione che hanno verso la matematica e verso tale tipo di gara. A livello locale ogni distretto (o zona) ha un Coordinatore Distrettuale (CD) che può essere affiancato da un adeguato numero di Responsabili Distrettuali (RD), nominati ogni tre anni dall'Unione Matematica Italiana su proposta dei distretti a seguito di elezioni. Questi hanno il compito di coordinare, nell'ambito del distretto di competenza, la fase di istituto (Giochi di Archimede) e di organizzare la fase distrettuale (Gara di Febbraio) delle Olimpiadi della Matematica. Ogni coordinatore distrettuale seleziona, generalmente sulla base dell'andamento della gara delle prime e dei giochi di Archimede, i ragazzi che parteciperanno alla **gara di febbraio**. La gara di febbraio è il trampolino di lancio per le finali nazionali di Cesenatico. Il testo della gara di febbraio attualmente è formato da 12 problemi a risposta multipla, 2 a risposta numerica e 3 dimostrativi. In questa fase dei giochi olimpici vengono introdotti i problemi dimostrativi: i candidati per Cesenatico devono dimostrare di saper orientare adeguatamente all'interno di una dimostrazione: infatti è noto che proprio le dimostrazioni e non le formule sono il succo della matematica. I responsabili distrettuali coordinano la correzione degli scritti di febbraio, stilano le graduatorie e il coordinatore distrettuale propone la lista dei ragazzi da convocare a Cesenatico sulla base di criteri che possono variare da provincia a provincia.

Anche per quanto riguarda la gara di Febbraio lo scopo è duplice: è necessario selezionare gli studenti per la fase successiva, ma per la

commissione Olimpiadi e in particolare per coloro preposti alla selezione degli esercizi, continua ad essere fondamentale l'aspetto didattico e divulgativo. Gli esercizi vengono stilati e inventati da giovani ex-concorrenti che, in genere, hanno finito da poco il percorso olimpico, vengono poi selezionati da persone esperte e la ratio rimane quella dell'avvicinare quanto più possibile gli studenti alla matematica. In questo spirito si articola il testo della gara. Tutti i tipi di esercizi sono presentati, secondo il giudizio della commissione olimpiadi, in ordine di difficoltà: si parte da esercizi accessibili a tutti per arrivare a esercizi selettivi di maggior difficoltà. Dopo la gara, i responsabili cercano di avere un feedback e ascoltano eventuali problematiche emerse, basandosi sia sulla raccolta delle sensazioni e delle opinioni dei docenti, sia su indagini statistiche. Dai riscontri ottenuti emerge che negli ultimi anni il livello medio della preparazione dei ragazzi è diminuito rispetto a qualche decennio fa e in particolare sembrano aumentate tra gli studenti le difficoltà nell'affrontare le dimostrazioni. Questa situazione va di pari passo con la difficoltà sempre crescente ad eseguire dimostrazioni anche all'interno del percorso scolastico. Non ci soffermeremo qui ad analizzare questo recente fenomeno che è forse addebitabile ad una sempre minor possibilità da parte dei docenti della scuola secondaria di secondo grado di affrontare in classe argomenti quali ad esempio lo studio della geometria euclidea, poiché tale analisi richiederebbe un'osservazione attenta che esula dallo scopo che ci siamo posti. Da parte di coloro che stabiliscono il testo di gara c'è stata, negli ultimi anni, la tendenza a ridurre la difficoltà degli esercizi per seguire l'andamento medio degli studenti. In particolare per quanto riguarda i problemi di geometria, la cui percentuale di buona esecuzione da parte dei concorrenti è diminuita molto, si è cercato di inserire richieste intermedie che aiutassero un po' di più gli studenti a imboccare la strada giusta e potessero guidarli. Le richieste intermedie aiutano anche chi corregge a valutare meglio il problema e di conseguenza a dare valutazioni parziali in modo più semplice ed obiettivo. A tal proposito è da notare che su 11.000 concorrenti circa della gara di febbraio 2017, circa $\frac{2}{3}$ hanno fatto zero punti sui problemi dimostrativi e tra gli studenti che hanno provato ad affrontare i dimostrativi la stragrande maggioranza si è cimentata solo sul problema di geometria. Da qui si può evincere probabilmente che nella nostra scuola la parte dimostrativa e argomentativa ha delle criticità, pur essendo il nocciolo della matematica, e oltre a questo si mette in

evidenza che gli studenti non sono abituati a dimostrare altro se non asserzioni geometriche. E' come se ci fosse un'identità tra geometria e dimostrazioni e poi c'è il resto della matematica che non deve essere dimostrata ma, al massimo, potrà essere oggetto di esempi.

Su tale argomento si sono espresse molto chiaramente anche le indicazioni nazionali che mettono in evidenza la necessità che gli studenti imparino ad argomentare, a ragionare con rigore logico e a individuare le possibili soluzioni ai problemi posti, dopo averli letti e interpretati criticamente.

Per quanto riguarda le competizioni internazionali, i migliori sei studenti italiani vanno a formare la squadra italiana alle Olimpiadi Internazionali della Matematica, che vengono organizzate ogni anno in una nazione diversa e vedono la partecipazione di più di 100 nazioni. I sei studenti da mandare alle IMO (International Mathematical Olympiad) non sono necessariamente i primi 6 classificati nella finale nazionale di Cesenatico, ma vengono selezionati tenendo conto anche della loro precedente esperienza e della partecipazione a vari stage che si tengono a Pisa (Stage Senior, Winter Camp, Stage Pre-Imo). Oltre alle IMO ci sono anche altre competizioni internazionali quali le Romanian Master of Mathematics (RMM), le Balkan Mathematical Olympiad (BMO) e le European Girls Mathematical Olympiad (EGMO) aperte solo alle ragazze. Le EGMO sono aperte solo alle ragazze, perchè purtroppo si evidenzia che i risultati nelle varie fasi delle gare si differenziano sempre di più in modo progressivo tra concorrenti maschili e concorrenti femminili: non entriamo nello specifico in quanto l'analisi accurata richiederebbe troppo tempo, ma possiamo dire che le ragazze sono meno competitive e culturalmente svantaggiate quindi i loro risultati sono inferiori rispetto ai risultati dei compagni di sesso maschile. Per capire di cosa si sta parlando: ai giochi di Archimede c'è una partecipazione equamente distribuita tra i due sessi, già alla gara di febbraio le percentuali sono del 75% di ragazzi e del 25% di ragazze, alle finali nazionali di Cesenatico le percentuali sono rispettivamente di 90 e 10 su 100.

3 Gare a squadre

Parallelamente alle gare individuali si svolgono le gare a squadre. Questa competizione coinvolge gli Istituti Scolastici che vi partecipano in modo più globale: infatti ogni squadra è composta da 7 studenti della stessa scuola e ogni scuola può presentare più squadre. Nel mese di marzo per tutta Italia ci sono più di 25 competizioni a squadra dalle quali emergeranno le squadre che parteciperanno alla finale nazionale a Cesenatico negli stessi giorni in cui si tengono le finali individuali. Il punteggio dei problemi è in funzione del tempo e delle risposte date dalle altre squadre: ogni esercizio parte con lo stesso punteggio e poi aumenta proporzionalmente a quanto tempo passa prima che venga risolto per la prima volta.

Durante tutto l'anno vengono effettuati numerosi allenamenti molti dei quali on-line. I testi delle gare a squadre, sia per quanto riguarda gli allenamenti che per le gare ufficiali, sono problemi a risposta numerica spesso ambientati all'interno di una storia che fa da filo conduttore. [www.phiquadro.it].

4 Approccio competitivo o approccio ludico - divulgativo?

Ed ecco il grande interrogativo. Quale approccio sarà migliore per uno studente qualsiasi? Come sarà più produttivo in termini di didattica trattare il tema gare di matematica? Il docente può seguire due strade:

1. stimolare gli studenti già più bravi o più interessati affinché si appassionino alla nuova situazione di competizione.
2. far apprezzare a tutta la classe le gare e usarne i testi come strumento didattico.

Nel primo caso è necessario che gli studenti cui ci rivolgiamo abbiano già sviluppate buone capacità logiche in cui ripongano tutta la loro fiducia e abbiano un certo grado di competitività. Allora il docente può tenere lezioni e incontri in cui vengono spiegati concetti che non si svolgono solitamente in classe ma che sono oggetto di gara e in cui si affrontano esercizi di vecchie gare su cui cimentarsi e sfidarsi. E' opportuno che questi ragazzi lavorino con l'obiettivo di sviluppare sempre di più la loro capacità di applicazione di conoscenza dei

concetti alla risoluzione degli esercizi. Per una buona preparazione è importante riflettere sugli esercizi e analizzarli discutendoli tutti insieme. È molto più produttivo curare la qualità del lavoro rispetto alla quantità di esercizi svolti. Lasciare dei testi di vecchie gare perché vengano svolti e non commentare le soluzioni non è utile. Ecco che sia per la preparazione delle gare individuali che per la preparazione della gare a squadre è opportuno organizzare degli stage, e questo è ciò che da tempo accade a vari livelli.

Il Dipartimento di matematica ed informatica di Firenze organizza da quattro anni uno stage per studenti, strutturato in un momento frontale in cui un docente spiega la teoria relativa ad argomenti olimpici, in un momento di laboratorio in cui gli studenti lavorano da soli o a gruppi su problemi posti loro dal docente e in una discussione in cui ci si confronta sulle strade intraprese per la risoluzione dei vari quesiti. In linea generale lo spazio maggiore è quello dedicato alla riflessione singola o di gruppo e al confronto. Nei dipartimenti e negli Istituti Scolastici Secondari vengono organizzati diversi stage locali, che possono essere concentrati in brevi periodi dell'anno scolastico oppure spalmati su tutta l'annata. Ci sono stage compatti che si svolgono in una settimana durante l'anno scolastico, oppure stage che si svolgono durante le vacanze estive.

Ci si può chiedere: ma solo i più bravi possono partecipare a questi stage? Solo i più bravi sono in grado di partecipare alle gare? La risposta è certamente negativa. I più bravi sicuramente sono da stimolare ulteriormente ed è importante riuscire a motivarli ancora di più fornendo loro strumenti sempre ad alto livello con gradualità. Ma per un docente è ancora più stimolante riuscire a coinvolgere tutta la classe e mettere tutti in grado di poter apprezzare i giochi di Archimede, indipendentemente dalla qualità dei risultati ottenuti. In sostanza ciò che è importante è che i ragazzi partecipino in modo consapevole e attivo alla gara e non è importante il punteggio che ottengono. Tutti gli anni a metà Novembre si comincia con la fase d'Istituto: si redige un testo per il biennio e uno per il triennio e viene stabilito un giorno, lo stesso in tutta Italia, in cui si svolge la competizione. Probabilmente se ogni docente segnalasse i 3 o 4 studenti migliori per ogni classe, invece di organizzare la gara d'Istituto, avremmo lo stesso risultato finale con un dispendio inferiore di energia, ma il valore aggiunto della fase d'Istituto è la divulgazione e la diffusione della cultura matematica. L'obiettivo che ci si pone è anche quello di mostrare agli studenti che

la bellezza della matematica non consiste nel fare calcoli e operazioni algebriche come spesso gli studenti pensano, ma è trovare strategie e riuscire a determinare la soluzione di nuovi problemi, magari pensati dallo studente stesso. Il testo della gara deve soddisfare due esigenze: da una parte non deve essere troppo difficile perché si vuole che l'impatto degli studenti sia positivo ed è necessario fornire qualche esercizio alla portata di tutti, dall'altra deve essere tale da effettuare una certa selezione. Ecco l'importanza della stesura del testo di gara che, oltre a quanto appena esposto, deve tener conto anche del livello di preparazione che in Italia non è omogeneo: gli esercizi che possono sembrare facili in alcune zone sono difficili in altre aree geografiche. Inoltre nelle varie tipologie scolastiche si affronta lo studio della matematica in modo diverso: basta pensare a uno scientifico, o ad un classico o a un professionale. Negli istituti scolastici che aderiscono ai giochi di Archimede si deve decidere quanti studenti far partecipare alle gare. Puntualmente si presenta il solito scenario: in alcuni Istituti si lascia liberi gli studenti di partecipare o meno alle gare, in altri si fissa un numero massimo per classe e si lascia agli insegnanti delle varie classi la scelta di quali studenti inviare alle gare, in altri ancora si rende la partecipazione obbligatoria per tutti gli studenti. Ogni modalità ha degli aspetti funzionali e positivi e altri negativi, ma la cosa più importante è cercare di fare in modo che spontaneamente il maggior numero di studenti possibile abbia voglia di partecipare alla gara e desideri di cimentarsi con i problemi di matematica ... non solo per saltare ore di lezione.

Molto è stato fatto e si fa annualmente per i ragazzi già dotati e già incuriositi dalla matematica, le gare sono un ottimo strumento per l'approfondimento e per lo sviluppo delle competenze di questi ragazzi che, anche in modo naturale si pongono problemi e ne cercano la soluzione.

5 Argomenti

Gli ambiti trattati nella matematica olimpica seguono la suddivisione per argomenti usata alle IMO (completamente diversa da quella abituale negli ambienti scolastici italiani). Gli argomenti di massima per i Giochi di Archimede per la gara di febbraio sono i seguenti:

1. Algebra: polinomi, disuguaglianze, semplici equazioni funzionali e più in generale questioni che riguardano numeri reali.
2. Geometria: geometria euclidea del piano e dello spazio (coincide col programma di un biennio scientifico per quanto riguarda il piano).
3. Teoria dei numeri: problemi sui numeri interi.
4. Combinatoria: problemi di conteggio e argomenti vari che non fanno parte delle altre tre categorie come ad esempio colorazioni o logica.

6 Approcci possibili

L'obiettivo è quello di utilizzare i problemi olimpici come approccio didattico e metodologico ai fini di avvicinare gli studenti all'argomentazione e alla dimostrazione.

Sia che si faccia didattica all'interno delle ore curricolari, sia che si faccia didattica ad alti livelli per preparare i ragazzi per le gare, sia che si faccia didattica 'per svago' ci sono alcuni atteggiamenti 'di buon senso' che è necessario anteporre a qualsiasi altra considerazione. Riteniamo che sia fondamentale stimolare i ragazzi, senza fermarli nel ragionamento che stanno esponendo anche se il loro linguaggio non è rigoroso o è addirittura impreciso. Il nostro obiettivo è quello di far parlare gli studenti, di dar modo loro di spiegarsi e di ripetere il ragionamento che stanno seguendo finché non risulti chiaro. Spesso la sensazione di aver capito un concetto blocca l'argomentazione. Quante volte uno studente dice con sicurezza di aver capito e poi ci rendiamo conto e persino lui stesso si rende conto che non è così! È importante dunque stimolarli a spiegare anche le implicazioni e i passaggi apparentemente più semplici. In questo modo avremo raggiunto un duplice obiettivo: coloro che hanno capito hanno l'opportunità di assorbire ancora meglio e in modo più chiaro i concetti perché li spiegano, gli altri hanno l'opportunità di ascoltare nuovamente una spiegazione su argomenti ancora poco chiari e da parte di un loro compagno, quindi con un linguaggio più simile al loro. Raccontare la matematica e spiegare a chi non ha capito aiuta a chiarire meglio concetti importanti e fondamentali perché, dovendoli spiegare ad altri, è necessario un ulteriore

lavoro di elaborazione e di schematizzazione. L'interazione tra pari è fondamentale nella fase di apprendimento, infatti, per esperienza personale, è sempre risultata più efficace una spiegazione e un confronto tra studenti rispetto ad una spiegazione frontale da parte del docente. Il linguaggio usato dagli studenti generalmente non è rigoroso ma è 'pratico' e coglie nel segno e i concetti vengono trasmessi con efficacia. Il ruolo dei docenti dovrebbe essere quello del coordinamento di attività che fondamentalmente vengono elaborate dagli studenti. Noi dovremmo dirigere e coordinare attraverso domande opportune e interventi mirati a mettere sulla buona strada piuttosto che a fornire spiegazioni e soluzioni.

Quindi, detto questo, pensiamo di affrontare i primi quesiti lasciando la classe discutere di fronte al nuovo problema. Facciamo in modo che, per affrontare il problema posto, sia sufficiente la matematica che già conoscono. A titolo esemplificativo successivamente proporremo esercizi per cui basta la conoscenza della divisione euclidea. Se chiedessimo per quali valori di n il numero $\frac{46}{n-3}$ è intero, potremmo guidare la classe, o comunque il gruppo di studenti che abbiamo di fronte, chiedendo loro cosa deve accadere affinché un numero scritto sotto forma di frazione sia intero. Lasciare che ognuno si esprima e poi condurli verso la soluzione come riportato più avanti. In questa fase saremo propensi a non fare troppe correzioni 'formali'. Quando siamo sicuri di aver capito la strada che lo studente sta percorrendo e solo quando è arrivato ad una conclusione possiamo pensare a risistemare il linguaggio e a dare rigore alla sostanza. Viceversa se pensiamo di correggere o fermare lo studente mentre porta avanti un ragionamento rischiamo di bloccare il flusso delle idee e di perdere di vista la sostanza che ci sta comunicando. Ad esempio, se si sta risolvendo quesiti riguardanti la geometria, specialmente se i ragazzi non sono omogenei e provengono da classi diverse, non è detto che tutti utilizzino le stesse notazioni per indicare gli stessi oggetti matematici: per alcuni studenti la lunghezza di un segmento viene indicata in modi diversi tra loro ($\ell(AB)$, AB , \overline{AB} oppure $|AB|$, e così via). Lo stesso possiamo affermare per la misura di una superficie per i vettori, . . . , ecc. Lasciamo che gli studenti si esprimano con le notazioni che conoscono, giuste o sbagliate che siano, e, in un secondo momento, condivideremo delle notazioni comuni. La parola d'ordine deve essere: lasciar esprimere gli studenti finché lo fanno, aiutarli a sbloccarsi se si bloccano di fronte a difficoltà, cercare di renderli il più possibile autonomi e attenti ai passaggi logici delle

dimostrazioni. Se si esprimono male o in modo non preciso, in un primo momento, diamo spazio alle idee e ai concetti cercando di capire se hanno comunque preso la strada giusta. Solo in un secondo momento riprenderemo la dimostrazione e li aiuteremo a costruirla con rigore e precisione. Spesso accade sentir parlare i ragazzi enunciando il nome o addirittura il numero dei teoremi: per esempio se si ha a che fare con i teoremi di congruenza dei triangoli, a volte gli studenti parlano del I o del II o del III criterio di congruenza. Questo può generare confusione, quindi è bene chiedere loro di enunciare i teoremi in modo completo, al di là del numero d'ordine con cui sono stati imparati o sono espressi sul libro, anche perchè enunciando un teorema se ne comprende meglio il significato e le ipotesi necessarie. Un altro punto fondamentale è l'evitare di fermare i ragazzi anche se ci rendiamo conto che hanno imboccato una strada sbagliata che non li porta a niente. Chiunque, a qualsiasi età e in qualsiasi circostanza, impara e fa propria un'esperienza se percorre la strada con i propri piedi a costo di doversi fermare di fronte ai vicoli ciechi e tornare indietro. Per gli stessi motivi si impara a dimostrare, ad affrontare nuove problematiche, se si comincia un ragionamento e si porta avanti finché non si vede che non porta più a niente. Quindi è bene lasciar pensare gli studenti, fare in modo che comunichino i loro pensieri finché non arrivano ad una conclusione, giusta o sbagliata che sia. Il nostro compito è quello di aiutarli a vedere quando un ragionamento non è corretto o quando le conclusioni cui sono giunti sono inutili o sbagliate. Aiutiamoli a diventare critici in modo costruttivo chiedendo loro la spiegazione di tutte le asserzioni che fanno. Il nostro maggior intervento dovrebbe essere quello di chiedere 'perché'. Se pensiamo che lo studente sia bloccato e non riesca ad andare avanti su un problema o addirittura non riesca neppure a cominciare, si può essere certi di non aiutarlo se gli forniamo la soluzione, anzi potremmo indurlo a pensare che da solo non potrà mai riuscirci. In questo caso, la cosa migliore da fare è dargli qualche indicazione, fornirgli qualche strumento che lo porti a riflettere nella giusta direzione, proporgli, se possibile, un problema simile a quello che sta affrontando ma in versione semplificata. Questo approccio può essere lungo e più faticoso: sicuramente per affrontare ogni esercizio ci vuole più tempo, ma è una strada che potrà condurre gli studenti allo scopo che ci siamo preposti. Il nostro obiettivo principale è proprio quello di stimolare negli studenti la capacità dimostrativa, anzi, meglio ancora, di fare in modo che sentano loro stessi la necessità di

giustificare le loro risposte. Se riusciamo a far comprendere ai ragazzi che un'asserzione senza una giustificazione logica dietro non ha valore, sicuramente la loro tecnica dimostrativa migliorerà in modo naturale. Questo è un ambito che va al di là della matematica olimpica e che proprio con la matematica olimpica può diventare interessante e proficuo esplorare. A questo scopo è utile insegnare agli studenti una struttura risolutiva che prenda in esame esempi e controesempi. Mi spiego meglio: anche negli esercizi più semplici, ed è bene cominciare proprio da questi, durante la 'discussione matematica' risolutiva noi docenti dobbiamo porre ai ragazzi interrogativi di vario tipo, in particolare dobbiamo stimolarli a cercare i controesempi per abituarli a cercare i 'buchi' e le falle nei loro ragionamenti. Il nostro lavoro di guida nella risoluzione delle problematiche deve condurre gli studenti a fare esempi esplicativi e a favore di ciò che hanno trovato, con lo scopo di spiegare e far toccare con mano al resto della classe i risultati ottenuti: ma durante il processo di indagine si devono concentrare sui controesempi in modo da testare continuamente e sotto più aspetti il loro ragionamento. È importante far capire loro la differenza tra esempio e dimostrazione. Per molti studenti non è chiaro cosa significhi dimostrare un teorema e, spesso, quando si chiede loro di dimostrare un esercizio si ottengono solo degli esempi. Questo è un misconcetto molto comune, la matematica olimpica può essere un buono strumento per arrivare al concetto dell'argomentazione e della dimostrazione; infatti le conoscenze richieste per i quesiti di Archimede non sono molte, bastano quelle che già si hanno, ma i problemi sono concepiti per stimolare il ragionamento e intraprendere un percorso logico per la loro risoluzione. L'insegnante in tutto questo deve guidare, fare domande provocatorie che aiutino gli studenti a capire la differenza tra esempi e dimostrazione, deve lasciarli parlare, lasciarli arenare e poi aiutarli a riprendere la strada. Nel momento in cui la risoluzione di un esercizio è completa e corretta è opportuno fargliela scrivere, fargliela rileggere e lavorarci nuovamente tutti insieme per trovare i passaggi poco chiari oppure quelli incompleti. In tutto questo lavoro fatto all'interno di una classe, con tutto il tempo a disposizione affinché il problema posto venga affrontato, sviscerato analizzato risolto e generalizzato che ruolo possono avere gli studenti più bravi? Quelli che rischiamo di perdere perché in classe si annoiano e si stancano a sentir ripetere le stesse cose. Quegli studenti saranno quelli da distribuire all'interno dei gruppi e che dovranno guidare i compagni affiancati dal docen-

te. La guida del docente molto spesso non sarà tecnica, nel senso che spesso le eccellenze sono veramente molto in gamba e non hanno bisogno di essere guidate dall'insegnante nella risoluzione dell'esercizio, ma il docente dovrà aiutarli a coordinare il gruppo in cui si trovano in modo da aiutare i compagni più fragili a costruire la soluzione e a comprenderla fino in fondo. Inoltre gli studenti più pronti nella risoluzione degli esercizi hanno comunque da imparare a scrivere bene le dimostrazioni e per questo avranno sicuramente bisogno di tempo, di attenzione e anche della guida del docente.

Un'ulteriore osservazione riguarda la tipologia di esercizi che viene data agli studenti e come vengono loro assegnate le problematiche. Non è consigliabile lasciare che i ragazzi si cimentino da soli nella risoluzione di esercizi di vecchie gare, ma è opportuno seguirli con discussioni di gruppo e fornire loro esercizi che abbiano difficoltà crescenti, anche estratti da vecchie gare, ma che li mettano alla prova con gradualità e selezionati ad argomento.

7 Conclusione

Dopo un lavoro di questo tipo, i ragazzi riusciranno a comprendere e ad apprezzare i problemi della gara di I livello e a divertirsi al di là dei risultati ottenuti. Oltre a favorire la partecipazione degli studenti ai giochi di Archimede e accanto a questo l'obiettivo principale rimane sempre quello di far sì che gli studenti si avvicinino con impegno e interesse alla matematica e che la loro curiosità venga stimolata e soddisfatta.

Ringrazio Luigi Amedeo Bianchi e Francesco Mugelli che, in qualità di membri della Commissione Olimpiadi, mi hanno dato preziose informazioni sulle Olimpiadi della matematica.

8 BIBLIOGRAFIA

- Franco Conti, Michele Barsanti, Tullio Franzoni (a cura di) (1994), *Le Olimpiadi della matematica. Problemi dalle gare italiane*, Zanichelli.
- Michele Barsanti, Franco Conti, Camillo de Lellis, Tullio Franzo-

- ni (a cura di) (2002), *Le Olimpiadi della matematica. Problemi dalle gare italiane dal 1995 al 2001*, Zanichelli (seconda edizione).
- Massimo Gobbino (2012), *Schede olimpiche per la preparazione alle Olimpiadi della Matematica*, Unione Matematica Italiana.
 - Giovanni Paolini (2012), *La matematica delle Olimpiadi. Per le Scuole superiori*, La scuola.
 - György Pólya (2016), *Come risolvere i problemi di matematica. Logica ed euristica nel metodo matematico*. [(1945) How to solve it], UTET Università.
 - Gronchi, Martinelli, Mugelli, Papi, *La gara matematica di Firenze*. Esculapio, 2012
 - Rosetta Zan - *Difficoltà in matematica*. - Springer, 2007
 - Bartolini Bussi, M. (1996): *Mathematical Discussion and Perspective Drawing in Primary School*, Educational Studies in Mathematics, 31, 11-41
 - Rosa Maria Herrera, *Francesco Mugelli and Math Olympiad* - Pensamiento Matematico - Vol.VII, Num. 2, pag 113-124 ISSN 2174-0410

SITOGRAFIA

<https://www.focus.it/scienza/scienze/che-cosa-e-lolimpiade-della-matematica>
<https://it.wikipedia.org/wiki/Olimpiadi-della-matematica-Storia>
<http://fox.dm.unipi.it/perfezionamento2006/documenti/DeRitoRelLab1-ApprendimentoCooperativo.pdf>
<http://olimpiadi.dm.unibo.it/>
http://www.dma.unifi.it/mugelli/incontri_olimpici.html
<http://www.indicazioninazionali.it/>
<http://www.phiquadro.it/>

PROGETTO PHI QUADRO

Il progetto è nato su proposta degli insegnanti Sandro Campigotto e Ivano Triolo all'interno del dipartimento di Matematica del Liceo

Scientifico Statale Pio Paschini di Tolmezzo nell'anno 2008-2009 con lo scopo di favorire un approccio ludico-ricreativo alla Matematica. Obiettivo primario del progetto è quello di coordinare un gruppo di lavoro che possa approfondire, divertendosi, le conoscenze nel campo della risoluzione di problemi logici per poter partecipare in tal modo con profitto ai vari giochi matematici organizzati in ambito scolastico sul territorio. Agli insegnanti interessati viene offerta la possibilità di usufruire del software realizzato per gestire, anche a distanza, le Gare a Squadre.